THÉORIE

DU

MOUVEMENT DE LA LUNE

PAR

J. PLANA

TOM. III.

À TURIN
DE L'IMPRIMERIE ROYALE
1832

THÉORIE

DU

MOUVEMENT DE LA LUNE

THÉORIE

DU

MOUVEMENT DE LA LUNE

PAR

JEAN PLANA

ASTRONOME ROYAL ET DIRECTEUR DE L'OBSERVATOIRE

CONSEILLER DE L'ORDRE DU MÉRITE CIVIL DE SAVOIE; CHEVALIER DE L'ORDRE MILITAIRE DES SS. MAURICE ET LAZARE; DE L'ORDRE IMPÉRIAL DE LA COURONNE DE FER; DIRECTEUR GÉNÉRAL DES ÉTUDES A L'ACADÉMIE ROYALE MILITAIRE; PROFESSEUR D'ANALYSE A L'UNIVERSITÉ-ROYALE DE TURIN; MEMBRE DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE TURIN; CORRESPONDANT DE L'INSTITUT DE FRANCE; DE LA SOCIÉTÉ ROYALE, ET DE LA SOCIÉTÉ ASTRONOMIQUE DE LONDRES; DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE BERLIN; UN DES QUARANTE DE LA SOCIÉTÉ ITALIENNE; MEMBRE HONORAIRE DE L'UNIVERSITÉ IMPÉRIALE DE KASAN; DE LA SOCIÉTÉ HELVÉTIQUE; DE L'ACADÉMIE DE PALERME; ETC.

* Ut omnia candide legantur, et defectus in materia tam difficili non tam reprehendantur, quam novis lectorum conatibus investigentur, et benigne suppleantur, enixe rogo.

NEWTON, *Princip. Praefat.*

TOME III.

À TURIN

DE L'IMPRIMERIE ROYALE

1832

TABLE DES MATIÈRES

CONTENUES

DANS CE VOLUME.

CHAPITRE SIXIÈME.

RECHERCHES DIVERSES RELATIVES A LA CONSTANTE DE LA PARALLAXE ÉQUATORIALE DE LA LUNE ET DU SOLEIL : ET AU RAPPORT DE LA MASSE DE LA LUNE A CELLE DE LA TERRE.

CHAPITRE SEPTIÈME.

INTÉGRATION PARTICULIÈRE DES ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES JUSQU'AUX QUANTITÉS DU SIXIÈME ET DU SEPTIÈME ORDRE, INCLUSIVEMENT.

CHAPITRE HUITIÈME.

INTÉGRATION PARTICULIÈRE DES ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES JUSQU'AUX QUANTITÉS DU SEPTIÈME ET DU HUITIÈME ORDRE, INCLUSIVEMENT.

CHAPITRE NEUVIÈME.

CHAPITRE DIXIÈME.

THÉORIE

DU MOUVEMENT DE LA LUNE

CHAPITRE SIXIÈME.

RECHERCHES DIVERSES RELATIVES A LA CONSTANTE DE LA PARALLAXE ÉQUATORIALE DE LA LUNE ET DU SOLEIL ; ET AU RAPPORT DE LA MASSE DE LA LUNE A CELLE DE LA TERRE.

§ 1.

Sur la constante de la parallaxe équatoriale de la Lune.

1. En exprimant par nt le moyen mouvement de la Lune, on peut regarder le coefficient n comme déterminé avec une grande précision par les observations astronomiques. D'un autre côté la théorie enseigne, que le nombre n ainsi trouvé est lié avec les trois quantités M, M'', a, qui représentent, respectivement, la masse de la Lune, la masse de la Terre et la distance moyenne de la Lune à la Terre, de manière qu'on a $n=\sqrt{\frac{M+M''}{a^3}}$, ou bien

$$(1) \ldots\ldots n^2=\frac{M''(1+i)}{a^3};$$

i désignant, pour plus de simplicité, le rapport $\frac{M}{M''}$ de ces deux masses. Regardons ce rapport comme connu, pour le moment: alors en connoissant en outre la valeur de M'', cette équation donnerait la valeur de la distance moyenne de la Lune à la Terre.

Il est évident que la masse M'' dépend de la pesanteur qu'on observe à la surface de la Terre. Mais, pour lier ces deux quantités, en tenant compte de toutes les circonstances principales, il est nécessaire de recourir aux formules de la théorie générale de l'attraction des sphéroïdes données au commencement du premier volume.

Pour cela, nous supposerons $Y_{(3)}=0$, $Y_{(4)}=0$ etc.; et

$$Y_{(2)}=-K_{(2)}\left(sin^2\lambda-\frac{1}{3}\right)$$

dans l'expression de $V_{(2)}$ posée dans la page 9 du premier volume; ce qui réduit cette expression à celle-ci;

$$V_{(2)}=\frac{M''}{r}+(\Psi-K_{(2)})\frac{M''D^2}{r^3}\left(sin^2\lambda-\frac{1}{3}\right).$$

En nommant G la gravité, c'est-à-dire la force accélératrice que l'attraction du sphéroïde est capable d'imprimer à un point matériel placé à la distance r de son centre de gravité, on a, comme l'on sait,

$$G=-\left(\frac{dV_{(2)}}{dr}\right)=\frac{M''}{r^2}+\frac{3(\Psi-K_{(2)})M''D^2(sin^2\lambda-\frac{1}{3})}{r^4}.$$

En faisant dans cette expression $r=D(1+Y_{(2)})$, elle deviendra celle de la gravité à la surface de la Terre. Mais, comme les corps placés sur cette surface participent à son mouvement diurne de rotation, il faut diminuer G de la composante de la force centrifuge parallèle au rayon r de la Terre, afin d'avoir l'expression de la pesanteur.

Soit $D'=D\left(1+\frac{1}{3}K_{(2)}\right)$ le rayon de l'équateur, et

$$G'=\frac{M''}{D'^2}-\frac{M''(\Psi-K_{(2)})D^2}{D'^4}$$

ce que devient G sur l'équateur de la Terre. La force centrifuge y sera exprimée par $2\Psi G'$; et par conséquent $2\Psi G'.\frac{R}{D'}$ sera sa valeur sur un parallèle dont le rayon est R. En multipliant cette dernière force par $\cos\lambda$ on aura la composante qui doit être retranchée de G. Donc, en nommant P la pesanteur à la surface de la Terre, on a

$$P=G-\frac{2\Psi G'.R\cos\lambda}{D'}.$$

Mais on sait que

$$R=\frac{D'\cos\lambda}{\sqrt{1-2K_{(2)}\sin^2\lambda}};$$

partant,

$$P=G-\frac{2\Psi G'.\cos^2\lambda}{\sqrt{1-2K_{(2)}\sin^2\lambda}}.$$

Maintenant, si l'on néglige les termes multipliés par la très-petite fraction $2\Psi.K_{(2)}$, cette expression se simplifie, et devient

$$P=G-2\Psi G'.\cos^2\lambda,$$

ou bien,

$$P=G-\frac{4}{3}\Psi G'+2\Psi G'\left(\sin^2\lambda-\frac{1}{3}\right).$$

En substituant ici les valeurs précédentes de G et G', et faisant pour plus de simplicité

$$Q=1+3\frac{D^2}{r^2}(\Psi-K_{(2)})\left(\sin^2\lambda-\frac{1}{3}\right)$$
$$+\left\{2\Psi\left(\sin^2\lambda-\frac{1}{3}\right)-\frac{4}{3}\Psi\right\}\left\{\frac{r^2}{D'^2}-\frac{D^2(\Psi-K_{(2)})r^2}{D'^4}\right\},$$

il est clair qu'on a, $P=\frac{M''Q}{r^2}$; d'où on tire

$$(2)\;\ldots\ldots\; M''=\frac{P.r^2}{Q}.$$

En négligeant les termes multipliés par $\Psi K_{(2)}$, ou par le carré de $K_{(2)}$, on peut simplifier la valeur de Q et la réduire à celle-ci;

$$(3) \ldots\ldots \quad Q = 1 - \tfrac{4}{3}\Psi + (5\Psi - 3K_{(2)})\left(\sin^2\lambda - \tfrac{1}{3}\right).$$

D'un autre côté on sait, que $P = \pi^2 L$; L désignant la longueur du pendule qui achève ses oscillations dans l'unité de temps. Donc l'équation (2) revient à dire que,

$$(4) \ldots\ldots \quad M'' = \frac{\pi^2 L . r^2}{Q}.$$

Maintenant, si l'on substitue cette valeur de M'' dans l'équation (1), il viendra

$$\left(\frac{r}{a}\right)^3 = \frac{n^2 . r Q}{\pi^2 L(1+i)}.$$

Soit T le temps de la révolution sidérale de la Lune; on pourra remplacer n^2 par $\frac{4\pi^2}{T^2}$; ce qui donne

$$\left(\frac{r}{a}\right)^3 = \frac{4 . r Q}{L(1+i)T^2}.$$

Le produit $rQ = DQ(1 + Y_{(2)})$ peut être remplacé par $D(1+q)$, en posant

$$(5) \ldots\ldots \quad q = -\tfrac{4}{3}\Psi + (5\Psi - 4K_{(2)})\left(\sin^2\lambda - \tfrac{1}{3}\right);$$

et alors on a

$$(6) \ldots\ldots \quad \frac{r}{a} = \sqrt[3]{\frac{4D(1+q)}{L(1+i)T^2}}.$$

Mais en désignant par L' la longueur du pendule sur le parallèle dont le *sinus* de la latitude est égal à $\frac{1}{\sqrt{3}}$, l'expression de L est telle qu'on a;

$$L = L' + L'(5\Psi - K_{(2)})\left(\sin^2\lambda - \tfrac{1}{3}\right)$$

(Voyez p. 96 du second volume de la Mécanique Céleste): donc

$$\frac{1+q}{L}=\frac{1}{L'}\,\frac{\left\{1-\frac{4}{3}\Psi+(5\Psi-4K_{(2)})(sin^2\lambda-\frac{1}{3})\right\}}{1+(5\Psi-K_{(2)})(sin^2\lambda-\frac{1}{3})}.$$

Développant et négligeant les termes de l'ordre $\Psi K_{(2)}$, on aura

$$\frac{1+q}{L}=\frac{1}{L'}\left\{1-\frac{4}{3}\Psi-3K_{(2)}\left(sin^2\lambda-\frac{1}{3}\right)\right\};$$

ou bien

$$\frac{1+q}{L}=\frac{(1-\frac{4}{3}\Psi)}{L'}\left\{1-3K_{(2)}\left(sin^2\lambda-\frac{1}{3}\right)\right\}.$$

Il suit de là, que l'équation (6) est équivalente à celle-ci;

$$\frac{r}{a}=\sqrt[3]{\frac{4D(1-\frac{4}{3}\Psi)}{L'(1+i)T^2}}\cdot(1+3Y_{(2)})^{\frac{1}{3}}.$$

Comme $r=D(1+Y_{(2)})$, il est évident, qu'en remplaçant $(1+3Y_{(2)})^{\frac{1}{3}}$ par $1+Y_{(2)}$ on obtient l'équation

$$(7)\;\ldots\ldots\;\frac{D}{a}=\sqrt[3]{\frac{4D(1-\frac{4}{3}\Psi)}{L'(1+i)T^2}}.$$

2. Cela posé, si nous désignons par ϖ la parallaxe horizontale de la Lune, son *sinus* sera exprimé par

$$(8)\;\ldots\ldots\;sin\,\varpi=\frac{D(1+Y_{(2)})u}{\sqrt{1+ss}}.$$

Mais nous avons partagé u en deux parties telles qu'on a

$$au=(1+p)(u_1+\delta u);$$

partant

$$(9)\;\ldots\ldots\;sin\,\varpi=\frac{(1+p)(1+Y_{(2)})(u_1+\delta u)}{\sqrt{1+ss}}\cdot\sqrt[3]{\frac{4D(1-\frac{4}{3}\Psi)}{L'(1+i)T^2}};$$

où

$$(10) \ldots\ldots \quad p = \frac{1}{6} m^2 + \frac{217}{288} m^4 + \frac{45}{64} m^2 e^2 + \frac{9}{256} m^2 \gamma^2 + \frac{1}{4} m^2 E'^2 + \text{etc.}$$

conformément à la formule donnée dans la page 855 du second volume. La parallaxe équatoriale s'obtient en faisant dans cette formule

$$Y_{(2)} = \frac{1}{3} K_{(2)} = \frac{\textit{aplatissement}}{3};$$

et on y fera $Y_{(2)} = 0$ pour obtenir la parallaxe horizontale qui se rapporte au parallèle terrestre dont le *sinus* de la latitude est égal à $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Maintenant, imaginons développée la fonction

$$\frac{u_{,} + \delta u}{\sqrt{1 + ss}}$$

dans une suite de termes périodiques précédés d'un terme non périodique que je désigne par $1 + \beta$: c'est en prenant ce *seul* terme qu'on obtient

$$(11) \ldots \quad \sin \varpi' = (1 + p)\left(1 + \frac{1}{3} K_{(2)}\right)(1 + \beta) \cdot \sqrt[3]{\frac{4D\left(1 - \frac{4}{3}\Psi\right)}{L'(1 + i)T^2}}$$

pour expression de la quantité qu'on nomme *la constante de la parallaxe équatoriale de la Lune.* Mais en établissant cette définition il est essentiel d'observer, que le facteur $1 + \beta$ n'est pas précisement le même dans tous les cas : sa valeur dépend de la manière dont on développe la fonction $\frac{u_{,} + \delta u}{\sqrt{1 + ss}}$.

En effet, prenons d'abord la longitude v de la Lune pour la variable indépendante. Alors, le développement de la fonction $\frac{u_{,}}{\sqrt{1 + ss}}$ renferme la partie non périodique $1 + e^2 + e^4 - \frac{1}{2} e^2 \gamma^2 - \frac{9}{256} m^2 \gamma^2$ (Voyez p. 307 du I.er volume et p. 205 du second volume), et il suffit de prendre $1 + \beta = 1 + e^2 + e^4 - \frac{1}{2} e^2 \gamma^2 - \frac{9}{256} m^2 \gamma^2$: car la partie de β née du développement de la fonction $\frac{\delta u}{\sqrt{1 + ss}}$ serait du *sixième* ordre.

Mais en prenant le temps t pour la variable indépendante, il faudrait considérer les deux équations

$$\frac{u_{,}+\delta u}{\sqrt{1+ss}}=1+e^2+e^4-\frac{1}{2}e^2\gamma^2-\frac{9}{256}m^2\gamma^2+\cos cv\,.\,e\left(1+e^2-\frac{1}{4}\gamma^2\right)$$

$$+m^2\cos 2Ev+\frac{15}{8}me\cos 2Ev-cv+\text{etc.};$$

$$nt+\varepsilon=v+\sin cv\,.\,e\frac{\left(-2+\frac{1}{2}\gamma^2\right)}{c}+\sin 2cv\,.\,e^2\left(\frac{3}{4c}\right)$$

$$-\frac{11}{8}m^2\sin 2Ev-\frac{15}{4}me\sin 2Ev-cv+\text{etc.};$$

et remarquer, que la seconde donne

$$v=nt+\varepsilon+e\left(\frac{2}{c}-\frac{1}{2}\gamma^2-\frac{1}{4}e^2\right)\sin.c(nt+\varepsilon)+\frac{5}{4}e^2\sin.2c(nt+\varepsilon)$$

$$+\frac{11}{8}m^2\sin.2E(nt+\varepsilon)+\frac{15}{4}me\sin.(2E-c)(nt+\varepsilon)+\text{etc.}$$

Ainsi, en écrivant $v=nt+\varepsilon+\delta v$, on a

$$\cos.cv=\quad\cos.c(nt+\varepsilon)-c\,\delta v.\sin.c(nt+\varepsilon)-\frac{(c\,\delta v)^2}{2}\cos.c(nt+\varepsilon)$$

$$+\frac{(c\,\delta v)^3}{2.3}\sin.c(nt+\varepsilon)+\text{etc.};$$

$$\cos.2Ev\quad=\cos.2E(nt+\varepsilon)-(2E\,\delta v)\sin.2E(nt+\varepsilon)+\text{etc.};$$

$$\cos.2Ev-cv=\cos.(2E-c)(nt+\varepsilon)-(2E-c)\delta v.\sin.(2E-c)(nt+\varepsilon)+\text{etc.}$$

Donc, en éliminant v et excluant les termes périodiques on obtient,

$$\frac{u_{,}+\delta u}{\sqrt{1+ss}}=\left(1+e^2+e^4-\frac{1}{2}e^2\gamma^2-\frac{9}{256}m^2\gamma^2\right)+\frac{1}{2}e^2\left(1+e^2-\frac{1}{4}\gamma^2\right)\left(-2+\frac{1}{2}\gamma^2+\frac{1}{4}e^2\right)$$

$$-\frac{5}{8}e^4+\frac{1}{2}e^4-\frac{11}{8}m^4-\frac{225}{64}m^2e^2+\text{etc.};$$

c'est-à-dire qu'on a, en réduisant et négligeant les quantités d'un ordre supérieur au quatrième;

$$1+\beta=1-\frac{11}{8}m^4-\frac{225}{64}m^2e^2-\frac{9}{256}m^2\gamma^2.$$

De là je conclus, que si l'on fait

$$(12) \;\ldots\ldots\; \sin\varpi'' = (1+p)\left(1+\tfrac{1}{3}K_{(2)}\right)\sqrt[3]{\frac{4D\left(1-\frac{4}{3}\Psi\right)}{L'(1+i)T^2}}\,;$$

$$(13) \;\ldots\ldots\; \sin\varpi''' = \left(1-\tfrac{11}{8}m^2-\tfrac{225}{64}m^2e^2-\tfrac{9}{256}m^2\gamma^2\right)\sin\varpi''\,;$$

$$(14) \;\ldots\ldots\; \sin\varpi' = \left(1+e^2+e^4-\tfrac{1}{2}e^2\gamma^2-\tfrac{9}{256}m^2\gamma^2\right)\sin\varpi''\,;$$

il faudra regarder l'angle ϖ''' comme la constante de la parallaxe équatoriale de la Lune censée développée en fonction de sa longitude *moyenne*; et l'angle ϖ' comme la constante de la même parallaxe censée développée en fonction de sa longitude *vraie*.

Sur le parallèle dont le *sinus* de la latitude $=\frac{1}{\sqrt{3}}$, on aura

$$\sin.(\text{par.}^{e}\ \text{horiz.}^{e}) = (1+p)(1+\beta)\sqrt[3]{\frac{4D\left(1-\frac{4}{3}\Psi\right)}{L'(1+i)T^2}}\,.$$

Pour réduire en nombres ces formules, et rendre en même temps manifeste l'influence des différens facteurs qui les composent je procède ainsi. D'abord je fais

$2\Psi=\frac{1}{289}$; $D=6369733.^{\text{mèt}}$; $L'=0^{\text{m}},\ 992586$; $T=2360591'',8$; ce qui donne

$$\sqrt[3]{\frac{4D\left(1-\frac{4}{3}\Psi\right)}{L'T^2}} = \sin(0^\circ.57'.9'',5)\,;$$

$$(15) \;\ldots\ldots\; \sin\varpi'' = (1+p)\left(1+\tfrac{1}{3}K_{(2)}\right)(1+i)^{-\frac{1}{3}}\sin(0^\circ.57'.9'',5).$$

En faisant $K_{(2)}$ = *aplatissement de la Terre* $=\frac{1}{305}$, il viendra

$$(16) \;\ldots\ldots\; \sin\varpi'' = (1+p)(1+i)^{-\frac{1}{3}}\sin(0^\circ.57'.13'',3).$$

Pour réduire en nombres l'expression de p, déterminée par l'équation (10), je prends

$$\text{Log.}\, m^2 = 7{,}7478182\ ; \qquad \text{Log.}\, e^2 = 7{,}4785560\ ;$$
$$\text{Log.}\, E'^2 = 6{,}4513420\ ; \qquad \text{Log.}\, \gamma^2 = 7{,}9096670\ ;$$

et d'après cela j'obtiens

$$\text{Log.}\, \frac{m^2}{6} = 6{,}9696670;\ \text{Log.}\, m^2 \left(\frac{217}{288} m^2 + \frac{45}{64} e^2 + \frac{9}{256} \gamma^2 + \frac{1}{4} E'^2\right) = 5{,}5725947$$
$$1 + p = 1{,}00096990.$$

Ainsi, en négligeant dans la valeur de p les quantités d'un ordre supérieur au *quatrième* on a

$$(17)\ \ldots\ldots\ \sin \varpi'' = (1+i)^{-\frac{1}{3}} \sin(0°.57'.16',6).$$

Mais il importe de remarquer, qu'en prenant *seulement* $1+p = 1 + \frac{1}{6} m^2$ on aurait

$$(18)\ \ldots\ldots\ \sin \varpi'' = (1+i)^{-\frac{1}{3}} \sin(0°.57'.16'',5).$$

Ce calcul ainsi présenté démontre, que les quantités du quatrième ordre du facteur $1+p$ ne peuvent produire qu'*un dixième de seconde* sur la constante de la parallaxe de la Lune.

Cela posé, les formules (13) et (14) donnent, en y substituant pour $\sin \varpi''$ la valeur fournie par l'équation (17),

$$(19)\ \ldots\ldots\ \sin \varpi''' = (1+i)^{-\frac{1}{3}} \sin(0°.57'.16'',2),$$
$$(20)\ \ldots\ldots\ \sin \varpi' = (1+i)^{-\frac{1}{3}} \sin(0°.57'.24'',4).$$

Maintenant, si l'on fait $i = \frac{1}{87}$ on obtient

$$\frac{D}{a} = (1+i)^{-\frac{1}{3}} \sin(0°.57'.9'',5) = 0{,}0165617\ ;\ \text{Log.}\, \frac{D}{a} = 8{,}2191311\ ;$$
$$\varpi''' = 0°.57'.3'',1\ ; \qquad \varpi' = 0°.57'.11'',3.$$

En supposant avec M.r Bürg, que le demi-diamètre de la Lune est égal à 16'.22'',6 lorsque la parallaxe équatoriale est de 60', on aurait

$$(21) \ldots\ldots \frac{\sin(0^\circ.16'.22'',6)}{\sin(1^\circ.0'.0'')} = 0{,}272957$$

pour le *rapport constant*, par lequel on doit multiplier la parallaxe équatoriale afin d'avoir le demi-diamètre de la Lune.

3. Après avoir ainsi acquis la conviction, que les termes de l'ordre du carré de la force perturbatrice ne peuvent pas altérer d'un *cinquième de seconde* la constante de la parallaxe équatoriale de la Lune, j'en ai conclu qu'il fallait chercher ailleurs que dans les termes négligés la cause de la discordance d'environ 12″, que présente sur cet élément la réduction en nombres de la formule donnée par M.r Poisson dans la page 36 des Additions à la Connaissance des Tems pour l'année 1831. Effectivement, j'ai reconnu, en remontant à la source de cette discordance, qu'elle tient à une méprise qui s'est glissée dans le calcul de M.r Poisson. Il a fait $A^{(0)} = -\frac{2}{a'} - \frac{5a^2}{2a'^3}$, tandis que la véritable valeur de ce coefficient est $A^{(0)} = -\frac{2}{a'} - \frac{a^2}{2a'^3}$ (Voyez tome I.er de la M.e C.e p. 271-273). En refaisant le calcul avec cette dernière valeur de $A^{(0)}$ on obtiendra $1 + \frac{1}{6} \cdot \frac{n'^2}{n^2}$ à la place de $1 + \frac{5.n'^2}{6.n^2}$; ce qui fera disparoître presqu'en entier la discordance entre la théorie et l'observation.

4. La valeur $\varpi' = 0^\circ.57'.11'',3$, qui répond à $i = \frac{1}{87}$, diffère très-peu de celle trouvée par M.r Bürg. Car, d'après ce qu'on lit dans la page 159 du 3.ième volume de la M.e C.e la détermination de M.r Bürg donne $\varpi' = 10592'',71$ (cent.) $= 0^\circ.57'.12'',06$ (Div. sex.e).

De cet accord, entre la théorie et l'observation, on peut tirer la conséquence, que le pouvoir attractif de la Terre n'est pas modifié sensiblement par la substance Lunaire: c'est-à-dire, que le coefficient M'', qui mesure le pouvoir attractif de la Terre à l'unité de distance de son centre, est le même pour la Lune, et pour toute substance terrestre. S'il y avait une différence, il faudrait, pour en tenir compte, changer M'' en $M'' + \delta M''$, et par conséquent L' en $L' + \delta L'$; ce qui introduirait dans l'expression de la parallaxe horizontale de la Lune un changement exprimé par $-\frac{\delta L'}{3L'} \times 3431'',3$.

Observons en outre, que le changement de M'' en $M''+\delta M''$ donnerait

$$n=\sqrt{\frac{M''}{a^3}\left(1+i+\frac{\delta M''}{M''}\right)}=\sqrt{\frac{M''}{a^3}(1+i)}\cdot\left\{1+\frac{\delta M''}{(1+i)M''}\right\}^{\frac{1}{2}}.$$

Donc en nommant δn la variation de n due à cette cause, on aurait avec une exactitude suffisante, $\delta n=n.\frac{\delta M''}{2M''}$. En supposant $\delta M''$ variable avec une lenteur excessive on pourrait exprimer cette circonstance par le changement de $\frac{\delta M''}{M''}$ en $\frac{\delta M''}{M''}(1+\beta t)$: et alors on aurait dans l'expression de l'intégrale $\int ndt$ le terme séculaire $n\frac{\delta M''}{M''}\frac{\beta}{4}.t^2$. Mais l'existence d'un tel terme ne peut pas être établie sur des faits incontestables dans l'état actuel de la Science.

5. L'idée de trouver la constante de la parallaxe équatoriale de la Lune à l'aide de la longueur du pendule est ingénieuse, mais elle n'est pas nouvelle. LAPLACE dans sa Notice Historique relative à la Théorie de la Lune (Voyez p. 363 du 5.ème volume de la M.e C.e) dit « En comparant le *sinus verse* de l'arc décrit par la Lune dans « une seconde, avec l'espace que la pesanteur fait décrire aux corps « terrestres dans la première seconde de leur chute, NEWTON reconnut que la pesanteur à la surface de la Terre diminuée en raison « du carré de la distance, est la force qui retient la Lune dans « son orbite. La parallaxe Lunaire que j'ai conclue de ce principe « s'accorde si bien etc. etc. ». Il est remarquable, que TOBIE MAYER ne soit pas nommé dans ce passage. Cependant il avait publié, en 1752, dans le second volume des Commentaires de la Société Royale de Gottingen un fort intéressant Mémoire sur ce sujet; où, il est parvenu à une formule, qui, envisagée du côté purement théorique ne laisse rien à désirer. Voici cette formule, telle que je la vois dans la page 162 du volume que je viens de citer. Après avoir fait $\beta=\frac{288}{287}$, $\gamma=\frac{357}{256}$ on a, d'après MAYER

$$(M)\ \ldots\ldots\ g^3=\frac{p^2\beta\lambda}{4\gamma.r}\left[1+m-\frac{3}{5}n\right]:$$

où g désigne le rapport de la distance moyenne de la Lune au rayon r de l'équateur terrestre; λ la longueur du pendule à secondes sur l'équateur; n l'aplatissement du sphéroïde terrestre; m le rapport de la masse de la Lune à celle de la Terre; et p le temps de la révolution sidérale de la Lune. Donc en introduisant nos dénominations dans cette formule on aura

$$g^3 = \frac{L'T^2\left(1-\frac{1}{2}m^2\right)\left\{1-\frac{1}{5}\left(5\Psi-K_{(2)}\right)\right\}\left\{1+i-\frac{3}{5}K_{(2)}\right\}}{4(1-2\Psi)D\left(1+\frac{1}{3}K_{(2)}\right)};$$

c'est-à-dire, sans erreur sensible,

$$g^3 = \frac{L'T^2\left(1-\frac{1}{2}m^2\right)(1+i)}{4D(1-2\Psi)\left(1+\frac{1}{3}K_{(2)}\right)\left\{1+\frac{1}{5}\left(5\Psi-K_{(2)}\right)\right\}\left\{1+\frac{3}{5}K_{(2)}\right\}};$$

ou bien

$$g^3 = \frac{L'T^2\left(1-\frac{1}{2}m^2\right)(1+i)}{4D\left(1-\frac{1}{3}\Psi+\frac{3}{5}K_{(2)}\right)}.$$

Comme MAYER supposait dans cette recherche la Terre homogène, il écrivait $\frac{3}{5}K_{(2)}$ au lieu de $K_{(2)}-\Psi$. Ainsi il est évident, qu'il suffit de remplacer $\frac{3}{5}K_{(2)}$ par $K_{(2)}-\Psi$ pour avoir égard à l'hétérogénéité des couches terrestres. Alors l'expression analytique de MAYER revient à dire que,

$$\sin^3.(par.^e\ Lun.^e) = \frac{4D\left(1-\frac{4}{3}\Psi\right)\left(1+K_{(2)}\right)}{T^2L'(1+i)\left(1-\frac{1}{2}m^2\right)}:$$

résultat parfaitement conforme à celui qui est exprimé par nos deux équations (12) et (13), lorsqu'on y néglige les quantités du quatrième ordre, dont on a vu que l'effet est à-peu-près insensible.

Pour adapter la formule précédente au rayon terrestre dont le *sinus* de la latitude est égal à $\frac{1}{\sqrt{3}}$, il faudra la diviser par $1+K_{(2)}$: ce qui donnera, en nommant ϖ'' la parallaxe horizontale qui répond à ce parallèle terrestre;

$$(M') \ldots\ldots \sin \varpi^{IV} = \left(1 + \frac{1}{6} m^2\right) \sqrt[3]{\frac{4 D (1 - \frac{4}{3} \Psi)}{T^2 L' (1 + i)}}.$$

Cette formule s'accorde avec celle qu'on voit dans la page 248 du troisième volume de la Mécanique Céleste. D'après cela, il me paraît qu'il serait juste d'attribuer à Tobie Mayer l'honneur d'avoir découvert le premier cette rélation.

D'Alembert n'a pas fait un accueil favorable à la formule de Mayer, comme on peut le voir en lisant ce qu'il en dit dans les pages 255-257 du I.er volume de ses Recherches sur le Système du Monde. Mais le rapprochement que nous venons de faire prouve assez que cette critique de D'Alembert n'est pas à l'abri de toute objection.

§ 2.

Sur la parallaxe du Soleil et la masse de la Terre, déduites du coefficient de l'inégalité parallactique de la Lune.

6. La parallaxe horizontale du Soleil, c'est-à-dire la quantité $\frac{D}{a'}$ est aussi liée avec la Théorie de la Lune. En effet, nous avons

$$\frac{D}{a'} = \frac{D}{a} \cdot \frac{a}{a'} = \frac{D}{a} \cdot \frac{a}{a'} \cdot \frac{a}{a} = \frac{D}{a} \cdot b^2 (1 + p);$$

d'où on tire, en substituant pour $\frac{D}{a}$ sa valeur donnée par l'équation (7)

$$\frac{D(1 + \frac{1}{3} K_{(2)})}{a'} = b^2 (1 + p)(1 + \frac{1}{3} K_{(2)}) \sqrt[3]{\frac{4 D (1 - \frac{4}{3} \Psi)}{L' (1 + i) T^2}}.$$

En rapprochant cette équation de celle désignée par (12), il est évident, qu'en nommant φ la parallaxe équatoriale du Soleil, on a

$$(22) \ldots\ldots \sin \varphi = b^2 . \sin \varpi''.$$

Cela posé, si l'on représente par C le coefficient de l'inégalité de la longitude moyenne de la Lune ayant pour argument Ev, on pourra regarder le nombre C comme composé de quatre facteurs, tels qu'on a

$$(23) \;\ldots\ldots\; C = b^2.mH.\left(\frac{1-i}{1+i}\right);$$

où l'expression analytique du facteur H peut être développée autant qu'on le jugera convenable, en considérant l'action directe du Soleil sur la Lune : sa valeur connue jusqu'ici est

$$H = \frac{15}{8} + \frac{93}{8}m + \frac{1773}{32}m^2 + \frac{15}{8}e^2 + \frac{45}{8}\varepsilon'^2 - \frac{165}{32}\gamma^2$$

(Voyez p. 844, vol. 2). Nous donnerons plus loin les termes suivans de cette série, et nous ferons voir que le facteur $\frac{1-i}{1+i}$ est dû à la réaction de la force par laquelle la Lune trouble le mouvement de la Terre. Mais rien n'empêche d'emprunter ici ces résultats.

Maintenant, si l'on élimine b^2 entre les équations (22) et (23), on aura

$$(24) \;\ldots\ldots\; \sin\varphi = \left(\frac{1+i}{1-i}\right).\frac{C}{mH}.\sin\varpi''.$$

Donc, en remplaçant $\sin\varpi''$ par sa valeur fournie par l'équation (17), il viendra

$$(25) \;\ldots\ldots\; \sin\varphi = \frac{C}{mH}.\frac{(1+i)^{\frac{2}{3}}}{1-i}.\sin(0°.57'.16'',6).$$

Pour réduire cette formule en nombres nous prendrons, conformément à la détermination de M.r Bürg, $C = 122'',5.\sin 1''$; et conformément à notre expression définitive du coefficient H, nous ferons $H = 3,2231095$; (*)

(*) La valeur de H a été calculée jusqu'aux quantités du *cinquième* ordre inclusivement : en arrêtant la série à ce point on a trouvé directement $H = 3,2081095$. Mais la marche régulière avec laquelle décroit cette série a permis d'ajouter par une évidente interpollation la partie 0,015.

ce qui donne

$$\text{Log.}\, C = 6{,}7737110\,; \quad \text{Log.}\, H = 0{,}5082751\,; \quad \text{Log.}\, mH = 9{,}3821842\,;$$
$$\text{Log.}\, \frac{C}{mH} = 7{,}3915268.$$

En prenant $i = \frac{1}{87}$ on obtient, Log. $\frac{(1+i)^{\frac{1}{3}}}{1-i} = 0{,}0083298$; et par conséquent, Log. $\sin \varphi = 5{,}6215440$. Il suit de là que nous avons

$$\textit{parallaxe du Soleil} = \varphi = 8'',62917.$$

L'équation (22) donne $b' = \frac{\sin \varphi}{\sin \varpi''} = \frac{\sin \varphi \,.\, \sqrt[3]{1+i}}{\sin .\, 0^\circ .\, 57' .\, 16'',6}$; donc en prenant $i = \frac{1}{87}$, nous avons

$$\text{Log.}\, b' = 7{,}4015111\,; \quad \text{et} \quad b' = \frac{1}{396{,}72} = \frac{a}{a'}.$$

Et comme $\frac{a}{a'} = b'(1+p) = b' . \times 1{,}00096990$, il est clair que

$$\text{Log.}\, \frac{a}{a'} = 7{,}4019322\,; \quad \text{et} \quad \frac{a}{a'} = \frac{1}{396{,}34}.$$

Soit δC l'erreur existante sur le coefficient C ; et δH la partie complémentaire du coefficient H. L'erreur $\delta\varphi$ correspondante sur φ sera, d'après la formule (24),

$$(26) \;\ldots\ldots\; \delta\varphi = \varphi . \frac{\delta C}{C} - \varphi . \frac{\delta H}{H} = 0'',0704 . \delta C - 2'',6773 . \delta H.$$

La valeur probable de δC est inférieure à une seconde : et la fraction δH est inférieure à 0,003. Ainsi l'altération probable sur la valeur précédente de φ ne peut tomber que sur les millièmes parties de la seconde.

Si, dans ce même calcul, on prenait pour H la valeur donnée par le coefficient de l'inégalité parallactique calculé par LAPLACE, on aurait

$$\textit{parallaxe du Soleil} = 8'',49536.$$

En effet, le coefficient $C^{(19)}$, $=0{,}236616$ (*) qu'on voit dans la page 234 du 3.ième volume de la Me C.^{e} répond à celui que nous avons représenté par $mH.\left(\frac{1-i}{1+i}\right)$; partant on a,

$$mH=0{,}236616\left(\frac{1+i}{1-i}\right):$$

où il faudra faire, comme LAPLACE, $i=\frac{1}{58{,}6}$ (**) pour avoir la valeur pure du coefficient mH qui résulte de sa théorie.

Il suit de là, que

$$mH=0{,}236616\times\frac{59{,}6}{57{,}6}; \qquad \text{Log. } mH=9{,}3888679;$$

et par conséquent, $H=3{,}27309$; $\delta H=3{,}27309-3{,}22311=0{,}04998$.

En substituant cette valeur de δH dans la formule (26), et faisant $\delta C=0$, il viendra $\delta\varphi=-0'',1338\,i$ et $\varphi=8'',49536$.

7. Au reste il importe d'observer ici, qu'on ne peut obtenir le nombre $H=3{,}2231095$, que nous avons employé, qu'en poussant jusqu'aux quantités du *neuvième* ordre au moins l'expression analytique du coefficient de l'inégalité parallactique. LAPLACE a déclaré dans sa Me C.^{e}, qu'il a seulement négligé dans le calcul de ce coefficient les quantités d'un ordre supérieur au cinquième. Mais en examinant attentivement son analyse on reconnaît qu'il a omis plusieurs termes du cinquième ordre. En effet, remarquons d'abord que le numérateur du coefficient $C^{(19)}$ qu'on voit dans la page 230 du 3.ième volume de la Me C.^{e} renferme le terme $-e^2A_1^{(17)}$, du troisième ordre: par conséquent on est en droit d'exiger, que tous les termes de même forme et du troisième ordre, qui peuvent appartenir à ce coefficient s'y trouvent compris. Or un simple coup d'oeil jeté sur l'expression de dt, posée dans la page 226 du volume

(*) Il faut prendre ce nombre avec le signe positif.

(**) Voyez p. 231 du tome 3.ième de la Me C.^{e}

que je viens de citer, suffit pour faire découvrir l'omission complète du terme semblable, qui provient du produit

$$2\,a\,\delta u \times e \cos cv - \varpi,$$

en prenant pour $a\delta u$ le terme $\delta u = \cos Ev - cv\ eb^2\left(-\frac{15}{8}m - \text{etc.}\right)$ (Voyez p. 482 du vol. 2). Laplace n'a pas eu égard à cette combinaison, quoiqu'il ait considéré dans les pages 244, 245 (*) l'inégalité du quatrième ordre ayant pour argument $Ev - cv$.

Ainsi il est incontestable, que ce terme de δu introduit dans l'expression de ndt de Laplace le terme $-\frac{45}{8}me^2 \cos Ev$; et par conséquent le terme $-\frac{45}{8}me^2$ dans le numérateur de son coefficient $C_1^{(19)}$. Ce terme est même plus grand que le terme $-e^2 A_1^{(17)} = \frac{15}{16}me^2 + \text{etc.}$ auquel il a eu égard.

Examinons maintenant le coefficient du terme $\frac{a}{a'}\cos(v - mv)$ donné dans la page 211 du 3.ème volume de la M.e C.e, afin de connaître au juste, si Laplace a tenu compte de toutes les quantités du quatrième ordre qui le multiplient : ce qui est nécessaire pour obtenir le coefficient $A^{(17)}$, exact jusqu'aux quantités du troisième ordre inclusivement. Ici je vois d'abord le terme $\frac{3}{2}(B_2^{(14)} + B_2^{(15)})\gamma^2$,

(*) La citation de la page 245 m'offre l'occasion de faire observer, que Laplace ne paraît pas avoir remarqué que, pour plus de précision, l'expression du coefficient qu'il nomme $C'^{(6)}_1$ devait être calculée, après avoir supprimé dans les coefficiens $A'^{(6)}_1$, $A_1^{(17)}$ tous les termes multipliés par e^2, ou par γ^2, ou par ε'^2. Sans cette précaution, il devient nécessaire de tenir compte de toutes les quantités du troisième ordre qui entrent dans l'expression analytique de $(c + m - 1)\,C'^{(6)}_1$: car alors, la destruction de ces termes s'opère naturellement, comme on peut le voir en jetant les yeux sur le coefficient de l'argument $Ev - cv$, que nous avons donné dans la page 831 du second volume. Mais cela n'a pas lieu lorsqu'on retient seulement les deux termes $3A_1^{(17)} - 2A'^{(6)}_1$, lesquels (Voyez p. 482 du volume 2) renferment la partie

$$3\left(\frac{75}{32}m\gamma^2 - \frac{45}{16}me^2 - \frac{45}{16}m\varepsilon'^2\right) - 2\left(\frac{315}{64}m\gamma^2 - \frac{135}{32}me^2 - \frac{105}{8}m\varepsilon'^2\right),$$

qui n'est pas égale à zéro.

du quatrième ordre, donné par la fonction δs. Mais je n'y trouve pas deux autres termes semblables donnés par les fonctions

$$-\frac{3}{2}\frac{m'u'^4}{u^4}.s^2\cos(v-v'), \qquad 3\int\frac{m'u'^4}{h^2u^5}.s^2.\sin(v-v')\,dv$$

appartenantes à l'équation différentielle en u de Laplace (Voyez p. 181 et 186). Cependant il est clair, que la première donne le terme $-\frac{3}{4}m^2\gamma^2\cos Ev$, et que la seconde donne le terme $-\frac{3}{2}m^2\gamma^2\cos Ev$. Laplace a négligé ces deux termes, qui réunis produisent la quantité $-\frac{9}{4}m^2\gamma^2$, presqu'égale à la partie $\frac{3}{2}(B_2^{(14)}+B_2^{(15)})\gamma^2$ conservée : car on a $B_2^{(14)}=-\frac{9}{4}m^2$; $B_2^{(15)}=\frac{5}{8}m^2$ (Voyez p. 206 du second volume); et par conséquent

$$\frac{3}{2}(B_2^{(14)}+B_2^{(15)})=-\frac{39}{16}m^2\gamma^2.$$

Relativement aux termes multipliés par m^4 je remarque, que Laplace n'a pas considéré ceux donnés par les deux fonctions

$$\frac{3m'u'^3}{4^2u^3}\delta v'\sin(2v-2v'), \qquad \frac{6m'}{h^2a}.\int\frac{u'^3}{u^4}\delta v'.\cos(2v-2v')\,dv$$

qu'il a développées dans les pages 203, 205, 206.

Car, pour cela, il fallait prendre, par anticipation, le terme $\delta v'=m\,C_1^{(19)}\frac{a}{a'}\sin Ev$; ce qui aurait introduit dans son équation différentielle en u les deux termes

$$\frac{3}{2}m^3C_1^{(19)}.\frac{a}{a'}\cos Ev, \qquad \frac{3m^3}{1-m}C_1^{(19)}\frac{a}{a'}\cos Ev.$$

Donc en prenant seulement le premier terme du coefficient $C_1^{(19)}$; c'est-à-dire $C_1^{(19)}=\frac{15}{8}m$, on aura

$$\left(\frac{3}{2}m^3+\frac{3m^3}{1-m}\right)C_1^{(19)}=\frac{135}{16}m^4.$$

Ainsi il est clair qu'il faudrait ajouter dans l'équation de la page 217 qui détermine $A^{(7)}$ les deux termes du quatrième ordre $-\frac{9}{4}m^2\gamma^2+\frac{135}{16}m^4$. Je ne pousserai pas plus loin cette discussion. Il me suffit d'avoir démontré par ce nouvel exemple, que c'est en

vain qu'on espère une théorie de la Lune solidement établie sans considérer toutes les combinaisons qui amènent dans les équations différentielles toutes les quantités du même ordre que celles auxquelles on se propose d'avoir égard. C'est ensuite le degré plus ou moins grand de convergence de chaque série qui fixera l'ordre jusqu'auquel les développemens doivent être poussés pour avoir en dernière analyse un résultat numérique renfermé dans les limites des quantités sensibles.

8. Déterminons maintenant le rapport $\frac{M''}{M'}$ de la masse de la Terre à celle du Soleil. Soit $n't$ le moyen mouvement de la Terre et α' sa moyenne distance du Soleil ; l'équation $n'^2 = \frac{M' + M''}{\alpha'^3}$ donne

$$\frac{M''}{M'} = \frac{\frac{M''}{n'^2 \alpha'^3}}{1 - \frac{M''}{n'^2 \alpha'^3}} :$$

donc en substituant ici la valeur de M'' donnée par l'équation (4) il viendra ;

$$\frac{M''}{M'} = \frac{\frac{\pi^2 L r^2}{Q n'^2 \alpha'^3}}{1 - \frac{\pi^2 L r^2}{Q n'^2 \alpha'^3}}.$$

En nommant T' le temps de la révolution sidérale de la Terre on a $n'^2 = \frac{4\pi^2}{T'^2}$; et par consequent

$$\frac{M''}{M'} = \frac{\left(\frac{r}{\alpha'}\right)^3 \cdot \frac{L}{r} \cdot \frac{T'^2}{4Q}}{1 - \left(\frac{r}{\alpha'}\right)^3 \frac{L}{r} \cdot \frac{T'^2}{4Q}} = \frac{\left(\frac{D}{\alpha'}\right)^3 \frac{L}{D} \cdot \frac{T'^2}{4Q} (1 + Y_{(2)})^2}{1 - \left(\frac{D}{\alpha'}\right)^3 \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{T'^2}{4Q} \cdot (1 + Y_{(2)})^2}.$$

Mais nous avons

$$\left(\frac{D}{\alpha'}\right)^3 = \left(\frac{D}{a}\right)^3 b^6 (1+p)^3 = (1+p)^3 \cdot b^6 \cdot \frac{4D}{L'} \cdot \frac{\left(1 - \frac{4}{3}\Psi\right)}{(1+i) T'^2}$$

(Voyez p. 5, 13); donc en faisant $sin^2 \lambda = \frac{1}{3}$; et par conséquent $Y_{(2)} = 0$, on aura ;

$$\frac{M''}{M'} = \frac{b^6 \cdot (1+p)^3 (1+i)^{-1} \cdot \left(\frac{T'}{T}\right)^2}{1 - b^6 (1+p)^3 (1+i)^{-1} \cdot \left(\frac{T'}{T}\right)^2}.$$

Maintenant, si l'on remarque que $\left(\frac{T'}{T}\right)^2 = \left(\frac{n}{n'}\right)^2 = \frac{1}{m^2}$; et que l'équation (23) donne

$$b^2 = \frac{C(1+i)}{mH.(1-i)},$$

on en conclura que

$$(27) \ldots\ldots \frac{M''}{M'} = \frac{(1+p)^3(1+i)^2(1-i)^{-3}.\left(\frac{C}{mH}\right)^3.\frac{1}{m^2}}{1-(1+p)^3(1+i)^2(1-i)^3.\left(\frac{C}{mH}\right)^3.\frac{1}{m^2}}.$$

En rapprochant cette équation de celle désignée par (24) il viendra

$$(28) \ldots\ldots \frac{M''}{M'} = \frac{\frac{(1+p)^3.\sin^3\varphi}{(1+i).m^2.\sin^3\varpi'}}{1-\frac{(1+p)^3.\sin^3\varphi}{(1+i).m^2\sin^3\varpi''}}:$$

la petitesse du numérateur de cette expression permet de la simplifier en posant

$$(29) \ldots\ldots \frac{M''}{M'} = \frac{(1+p)^3}{m^2(1+i)}\left(\frac{\sin\varphi}{\sin\varpi'}\right)^3.$$

Pour réduire en nombres la formule (27) nous prendrons $i = \frac{1}{87}$; $p = 0{,}00096990$. Cela posé on a (Voyez p. 15)

$\text{Log.}\frac{(1+i)^2}{(1-i)^6} = 0{,}0249894$; $\text{Log.}\frac{(1+p)^3(1+i)^2}{(1-i)^3} = 0{,}0262527$;

$\text{Log.}\left(\frac{C}{mH}\right)^3.\frac{1}{m^2} = 4{,}4267622$;

$\text{Log.}(1+p)^3.\frac{(1+i)^2}{(1-i)^3}.\left(\frac{C}{mH}\right)^3.\frac{1}{m^2} = 4{,}4530149$;

d'où on conclut

$$\frac{M''}{M'} = \frac{\text{masse de la Terre}}{\text{masse du Soleil}} = \frac{1}{352359}.$$

Pour tirer de là le rapport des dentités moyennes il suffit de remarquer, que $\Delta = 16'.1'',38$ étant le demi-diamètre du Soleil à sa moyenne distance de la Terre, on a $\frac{M''}{M'}\left(\frac{\sin\varphi}{\sin\Delta}\right)^3$ pour l'expression de ce rapport. Donc, en vertu des équations (29) et (17), on aura

$$\frac{\text{Densité moyenne Terre}}{\text{Densité moyenne Soleil}} = \frac{(1+p)^3}{m^2}\left(\frac{\sin.16'.1'',38}{\sin.57'.16'',6}\right)^3 = 3{,}92512.$$

Newton explique ce résultat en l'attribuant à la grande chaleur du Soleil qui raréfie sa matière.

S'il y avait une petite erreur sur le coefficient C il faudrait changer C en $C+\delta C$, ce qui donnerait

$$\frac{C+3.\delta C}{C.352359}=\frac{C}{352359(C-3.\delta C)}.$$

En faisant $\delta C=f.\sin 1''$, on a $\frac{\delta C}{C}=\frac{f}{122,5}$; et par conséquent

$$\frac{M''}{M'}=\frac{1}{352359-8629\times f}.$$

9. Le coefficient de l'inégalité parallactique offre, comme on vient de le voir, un moyen précis pour déterminer la parallaxe du Soleil. Mais on sait qu'il y en a un autre tout-à-fait différent et indépendant du premier pour déterminer cet élément capital du système du Monde, lequel a pour base l'observation des passages de Vénus sur le disque du Soleil.

Admettons, pour un moment, que ces deux méthodes aient donné deux résultats assez différens pour jeter des doutes sur celui qui s'appuye sur le calcul théorique du coefficient de l'inégalité parallactique. Alors en examinant attentivement tous les élémens qu'on a fait entrer dans ce calcul, on reconnaîtrait qu'il est fondé sur l'hypothèse que l'énergie du pouvoir attractif du Soleil est la même, soit à l'égard de la substance de la Terre, soit à l'égard de la substance de la Lune. S'il en était autrement, le coefficient que nous avons représenté par C serait modifié. Cela est évident; mais la mesure de cette modification n'est pas évidente; et ce n'est qu'en reprenant de nouveau les raisonnemens relatifs à la formation des équations différentielles du problème des trois corps, qu'on peut soumettre au calcul cette nouvelle cause perturbatrice. Newton dans la proposition LXVI avait fait l'hypothèse *de la diminution de la force du corps central*; mais Laplace dans le 5.ème volume de la M.e C.e (Voyez p. 401-407) a repris cette idée et l'a développée dans ses conséquences principales avec beaucoup de finesse.

Pour comprendre dans nos équations l'effet dont il est ici qnestion, nous retiendrons la lettre M' pour exprimer l'action du Soleil sur la Lune, et nous prendrons $M'+\delta M'$ pour exprimer l'action du Soleil sur la Terre. Alors, dans les équations (I) de la page 3 du premier volume, on aurait

$$(M'+\delta M')\frac{x'}{r'^3}, \quad (M'+\delta M')\frac{y'}{r'^3}, \quad (M'+\delta M')\frac{z'}{r'^3}$$

à la place de

$$\frac{M'x'}{r'^3}, \quad \frac{M'y'}{r'^3}, \quad \frac{M'z'}{r'^3}.$$

Donc il faudra ajouter le terme $-\delta M'\frac{u'^3}{u}\cos(v-v')$ à la valeur de Ω' posée dans la page 29. Comme ce terme donne

$$\frac{1}{u^2}\cdot\frac{d\Omega'}{dv}=\delta M'.\frac{u'^3}{u^3}\sin(v-v'), \quad \frac{d\Omega'}{du}=\delta M'.\frac{u'^3}{u^2}\cos(v-v'), \quad \frac{d\Omega'}{ds}=0;$$

il est évident qu'on a, en vertu de cette différence d'action [en considérant seulement les termes multipliés par $\sin(v-v')$ ou par $\cos(v-v')$];

$$\frac{1}{u^2}\cdot\frac{d\Omega'}{dv}=-\frac{3}{8}\frac{M'u'^4}{u^5}\sin(v-v')\left\{1-\frac{8}{3}\cdot\frac{\delta M'}{M'}\left(\frac{u}{u'}\right)^2\right\};$$

$$\frac{d\Omega'}{du}+\frac{s}{u}\cdot\frac{d\Omega'}{ds}=-\frac{9}{8}\frac{M'u'^4}{u^4}\cos(v-v')\left\{1-\frac{8}{9}\cdot\frac{\delta M'}{M'}\left(\frac{u}{u'}\right)^2\right\};$$

$$\frac{s}{u}\cdot\frac{d\Omega'}{du}+\frac{1+ss}{u^2}\cdot\frac{d\Omega'}{ds}=-\frac{33}{8}\frac{M'u'^4}{u^5}s.\cos(v-v')\left\{1-\frac{8}{33}\cdot\frac{\delta M'}{M'}\left(\frac{u}{u'}\right)^2\right\}.$$

Cela posé, en nous transportant aux pages 266, 267 du premier volume on conçoit, qu'en ayant égard à ces seuls termes il faudra prendre

$$R_1=q\cdot\frac{3}{8}\frac{b^2(a'u')^4\sin(v-v')}{(au)^5}\left\{1-\frac{8}{3}\cdot\frac{\delta M'}{M'}\cdot\frac{1}{b^4}\left(\frac{au}{a'u'}\right)^2\right\};$$

$$R_3=q\cdot\frac{33}{8}\frac{b^2(a'u')^4\cos(v-v')}{(au)^5}\left\{1-\frac{8}{33}\cdot\frac{\delta M'}{M'}\cdot\frac{1}{b^4}\left(\frac{au}{a'u'}\right)^2\right\};$$

$$R_5=q\cdot\frac{9}{8}\frac{b^2(a'u')^4\cos(v-v')}{(au)^4}\left\{1-\frac{8}{9}\cdot\frac{\delta M'}{M'}\cdot\frac{1}{b^4}\left(\frac{au}{a'u'}\right)^2\right\}.$$

Donc l'existence du coefficient $\frac{\delta M'}{M'}$ ajoute aux valeurs de R_1, R_3, R_5 le terme suivant ;

$$R_1 = -q \cdot \frac{\delta M'}{M'} \cdot \frac{1}{b^2} \frac{(a'u')^2 \sin(v-v')}{(au)^3} ;$$

$$R_3 = -q \cdot \frac{\delta M'}{M'} \cdot \frac{1}{b^2} \frac{(a'u')^2 \cos(v-v')}{(au)^3} ;$$

$$R_5 = -q \cdot \frac{\delta M'}{M'} \cdot \frac{1}{b^2} \frac{(a'u')^2 \cos(v-v')}{(au)^2} .$$

En prenant seulement le premier terme qui entre dans le développement de ces fonctions, il est clair qu'on a $R_5 = -\frac{\delta M'}{M'} \cdot \frac{1}{b^2} \cos Ev$, et

$$R_1 = -\frac{\delta M'}{M'} \cdot \frac{1}{b^2} \sin Ev ; \qquad -\int R_1 dv = -\frac{\delta M'}{M'} \cdot \frac{1}{b^2} \cdot \frac{\cos Ev}{1-m} .$$

Donc l'équation différentielle en δu (Voyez tome I.er p. 277) deviendra, en considérant seulement le terme principal dû à cette cause ;

$$-\frac{d^2 . \delta u}{dv^2} - \left(1 - \frac{3}{2} m^2\right) \delta u = m^2 \left\{ R_5 - 2 \int R_1 dv \right\}$$
$$= -\frac{\delta M'}{M'} \cdot \frac{m^2}{b^2} \left\{ 1 + \frac{2}{1-m} \right\} \cos Ev ;$$

d'où on tire en intégrant et négligeant les termes multipliés par m^2 ;

$$\delta u = \frac{3}{2} \cdot \frac{m}{b^2} \cdot \frac{\delta M'}{M'} \cdot \cos Ev .$$

Or il est clair qu'il suffit ici de prendre

$$\frac{d . \delta nt}{dv} = -Y = -2 \, \delta u = -\frac{3m}{b^2} \cdot \frac{\delta M'}{M'} \cos Ev ;$$

partant nous avons

$$\delta nt = -\frac{3m}{b^2} \cdot \frac{\delta M'}{M'} \sin Ev .$$

Soit A le coefficient de l'inégalité parallactique qui répond à

$\delta M' = 0$: on a vu plus haut que $A = m b^4 . 3{,}22 \left(\frac{1-i}{1+i}\right)$. Donc en réunissant les deux parties il viendra

$$\delta nt = A \left\{ 1 - \frac{3m}{b^4 A} \cdot \frac{\delta M'}{M'} \right\} \sin Ev$$

ou bien

$$\delta nt = A \left\{ 1 - \frac{3}{3{,}22} \cdot \left(\frac{1+i}{1-i}\right) \cdot \frac{1}{b^4} \cdot \frac{\delta M'}{M'} \right\} \sin Ev.$$

Pour connoître le changement que cette circonstance apporte dans la parallaxe du Soleil, il faudra poser au lieu de l'équation (23), celle-ci ;

$$(23)' \ldots\ldots C = b^4 m H \left(\frac{1-i}{1+i}\right) \left\{ 1 - \frac{\delta M'}{M'} \cdot \frac{3}{3{,}22} \cdot \frac{1+i}{1-i} \cdot \frac{1}{b^4} \right\};$$

d'où on tire en négligeant le carré de $\frac{\delta M'}{M'}$

$$b^4 = \frac{C}{mH} \cdot \left(\frac{1+i}{1-i}\right) + \frac{\delta M'}{M'} \cdot \frac{3}{3{,}22} \cdot \frac{mH}{C}.$$

En substituant cette valeur de b^4 dans l'équation $\sin \varphi = b^4 \sin \varpi''$, on aura

$$(24)' \ldots \sin \varphi = \frac{C}{mH} \cdot \frac{(1+i)^2}{(1-i)^2} \left\{ 1 + \frac{\delta M'}{M'} \cdot \frac{3}{3{,}22} \cdot \left(\frac{1-i}{1+i}\right) \cdot \left(\frac{mH}{C}\right)^2 \right\} \sin (0^\circ.57'.16'',6).$$

En réduisant en nombres cette formule avec les données précédentes on trouvera

$$(29) \ldots\ldots \varphi = 8'',62917 \left\{ 1 + \frac{\delta M'}{M'} . 150047 \right\}.$$

Ainsi en supposant $\frac{\delta M'}{M'} = \frac{1}{1000000}$ on aurait

$$\varphi = 8'',62917 + 1'',294.$$

Les observations du passage de Vénus rendent inadmissible cette parallaxe du Soleil; on peut même affirmer, d'après ces observations, que

$$\frac{\delta M'}{M'} < \frac{1}{6000000} :$$

c'est-à-dire, que les pouvoirs attractifs du Soleil sur la Terre et sur la Lune diffèrent moins *d'un six-millionième.*

§ 3.

Sur le rapport de la masse de la Lune à celle de la Terre.

10. Dans l'état actuel de la Science, la meilleure manière d'obtenir ce rapport me parait, de le déduire du rapport $\frac{P}{N}$ entre la précession P et la nutation N Luni-solaires, que l'observation fait connaître avec une grande précision. Voici les formules par lesquelles ces quantités sont liées.

L'expression du terme principal de la nutation renferme, comme on sait, le rapport de la révolution sidérale du noeud de la Lune avec l'année sidérale; c'est-à-dire le rapport $\frac{m}{g-1}$, conformément à nos dénominations. De sorte que, d'après les résultats donnés dans le cinquième Livre de la Me C.^e, on a;

$$(30) \ldots\ldots N = \frac{3}{8} \cdot \frac{i' K m . \sin 2I . \cos\theta}{(g-1)(1-e^2)^{\frac{3}{2}}} \cdot \left(\frac{2C-A-B}{C}\right),$$

$$(31) \ldots\ldots P = \frac{3}{4} \cdot \frac{i' . 2\pi . \cos\theta}{(1-e'^2)^{\frac{3}{2}}} \left(\frac{2C-A-B}{C}\right) \left\{ 1 + K\left(1 - \frac{3}{2}\sin^2 I\right)\left(\frac{1-e'^2}{1-e^2}\right)^{\frac{3}{2}} \right\},$$

où,

i' = rapport du jour moyen à l'année sidérale $= \frac{1}{365,2563744}$,
π = rapport de la circonférence au diamètre,
$K = \frac{M}{M'} \cdot \frac{a'^{3}}{a^{3}}$;
I = inclinaison moyenne de l'orbite de la Lnne sur l'Ecliptique $= 5°.8'.47''$.
θ = obliquité de l'Ecliptique en $1800 = 23°.27'.55''$.
A, B, C les trois momens d'inertie de la Terre par rapport à ses axes priucipaux.

Comme on prend pour unité l'année julienne, il faudrait, à la rigueur, remplacer 2π par $2\pi - 0{,}0172098 \times 0{,}0063744$; mais cette différence peut être négligée.

En désignant par ρ la loi de la densité des couches de la Terre, et posant,

$$X = \frac{\int_0^{a} \rho a^2 da}{\int_0^{a} \rho a^4 da}$$

on sait que

$$\frac{2C - A - B}{C} = X(2K_{(3)} - 2\Psi);$$

où, $K_{(3)} =$ *aplatissement* $= \frac{1}{305}$; $\quad 2\Psi = \frac{1}{289}$.

Les deux équations (30) et (31) donnent

$$(32) \ldots\ldots \frac{N}{P} = \frac{Km.\sin 2I}{4\pi(g-1)}\left(\frac{1-\varepsilon'^2}{1-e^2}\right)^{\frac{3}{2}}\left\{1 + K\left(1 - \frac{3}{2}\sin^2 I\right)\left(\frac{1-\varepsilon'^2}{1-e^2}\right)^{\frac{3}{2}}\right\}.$$

Donc en faisant pour plus de simplicité

$$(33) \ldots\ldots \left\{\begin{array}{l} F = \frac{m.\sin 2I}{4\pi(g-1)}\left(\frac{1-\varepsilon'^2}{1-e^2}\right)^{\frac{3}{2}}, \\ F' = \left(1 - \frac{3}{2}\sin^2 I\right)\left(\frac{1-\varepsilon'^2}{1-e^2}\right)^{\frac{3}{2}} \end{array}\right\},$$

il est clair qu'on a

$$(34) \ldots\ldots K = \frac{1}{\frac{P}{N}.F - F'}.$$

Mais,

$$K = \frac{M}{M'}\left(\frac{a'}{a}\right)^3 = \frac{M}{M''}.\frac{M''}{M'}\left(\frac{a'}{\mathrm{a}}\right)^3\left(\frac{\mathrm{a}}{a}\right)^3;$$

et par conséquent

$$\frac{M}{M''}.\frac{M''}{M'} = Kb^6(1+p)^3.$$

En substituant ici pour $\frac{M''}{M'}$ sa valeur fournie par l'équation (27), et posant, pour un moment ;

$$q = \frac{(1+p)^3(1+i)^2}{(1-i)^3 m^2} \cdot \left(\frac{C}{mH}\right)^3,$$

il viendra

$$\frac{M}{M''}\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^3 \cdot \left(\frac{C}{mH}\right)^3 = K.m^2 b^6 (1+i)(1-q).$$

Donc en éliminant b^6, à l'aide de l'équation (23), il est évident que cette équation donne

$$\frac{M}{M''} = i = Km^2(1+i)(1-q) ;$$

et par conséquent

$$(35) \;\ldots\ldots\; i = \frac{Km^2(1-q)}{1 - Km^2(1-q)}.$$

Il suit de là et de l'équation (34), que

$$(36) \;\ldots\ldots\; i = \frac{m^2(1-q)}{\left(\frac{P}{N}.F - F'\right) - m^2(1-q)}.$$

Maintenant, si l'on substitue au lieu de F et F' leurs valeurs on aura

$$(1-q)\left(1+\frac{1}{i}\right) = \left\{\frac{P}{N} \cdot \frac{\sin 2I}{4\pi.m(g-1)} - \frac{(1-\frac{3}{2}\sin^2 I)}{m^2}\right\}\left(\frac{1-e'^2}{1-e^2}\right)^{\frac{3}{2}}.$$

Ici, on peut négliger, en toute sûreté, la petite fraction q, qui est, à-peu-près, égale au rapport de la masse de la Terre à celle du Soleil ; et alors on a

$$(37) \;\ldots\;\; 1+\frac{1}{i} = \left\{\frac{P}{N} \cdot \frac{\sin 2I}{4\pi.m(g-1)} - \frac{(1-\frac{3}{2}\sin^2 I)}{m^2}\right\}\left(\frac{1-e'^2}{1-e^2}\right)^{\frac{3}{2}}.$$

Pour réduire en nombres cette formule je prendrai

$P = 50'',36354$; $N = 9'',00$; $g - 1 = 0,00402142$;
$m = 0,0748013$; $e = 0,054847$; $e' = 0,0167922$; $I = 5°.8'.47''$.

D'après cela nous avons

Log. P . . .	1,7021161	Log. 4π . . .	1,0992099
N . . .	0,9542425	m . . .	8,8739091
$\frac{P}{N}$ . . .	0,7478736	$g-1$ . . .	7,6043793
$\sin 2I$ . . .	9,2520716		7,5774983
	9,9999452		
	7,5774983	Log. $\sin I$ . . .	8,9527961
	2,4224469	$\sin^2 I$ . . .	7,9055922
Nombre +	264,5130	$\frac{3}{2}$ . . .	0,1760913
$-\frac{1}{m^2} = -$	178,7240		8,0816835
	85,7890	m^2 . . .	7,7478182
	2,1571		0,3338653
	87,9461	Nombre . . .	2,1571

$$1+\frac{1}{i}=87,9461\,.\left(\frac{1-e'^2}{1-e^2}\right)^{\frac{3}{2}}=87,9461\left(1+\frac{3}{2}e^2-\frac{3}{2}e'^2\right).$$

Log. 87,9461 . . .	1,9442166	Log. e'^2 . . .	6,4513420
$\frac{3}{2}$ . . .	0,1760913		2,1203079
e^2 . . .	7,4785560		8,5716499
	9,5988639	Nombre . . .	0,037295
Nombre . . +	0,39707		
−	0,03729		
	0,35978		

$$1+\frac{1}{i} = 87,9461 + 0,35978 = 88,2059\,;$$

et par conséquent

$$i = \frac{\textit{masse de la Lune}}{\textit{masse de la Terre}} = \frac{1}{87,2059}. \quad (*)$$

De là, et de l'équation (21), on conclut qu'on a;

$$\frac{\textit{Densité moyenne Lune}}{\textit{Densité moyenne Terre}} = \frac{1}{87,2059 \times (0,272957)^3} = \frac{1}{1,7731};$$

ce qui prouve que la Lune est *moins* dense que la Terre. Newton, dans la Proposition XXXVII du troisième Livre trouvait un résultat contraire, parce qu'il supposait égal à $\frac{1}{39,788}$ le rapport des deux masses.

La seule cause capable d'altérer ces résultats est l'erreur qu'il peut y avoir dans les deux nombres $P = 50'',36354$, $N = 9'',00$ censés donnés par l'observation. Supposons donc que $P + \delta P$, $N + \delta N$ soient les véritables valeurs de P et N. Alors on aura

$$\delta\left(\frac{P}{N}\right) = \frac{P}{N}\left(\frac{\delta P}{P} - \frac{\delta N}{N}\right).$$

Donc, en vertu de l'équation (37) il est clair qu'on a

$$\frac{1}{i} = 87,2059 + 264,5130\left(\frac{\delta P}{P} - \frac{\delta N}{N}\right)$$

et par conséquent

$$(38) \; \ldots\ldots \; i = \frac{1}{87,2059 + 5,2521 . \delta P - 29,3903 . \delta N}.$$

L'équation (35) donne, en négligeant la très-petite fraction q; $K = \frac{1}{m^2\left(1 + \frac{1}{i}\right)}$: donc en substituant pour $\frac{1}{i}$ la valeur que nous venons de trouver on aura

---

(*) Dans un de mes Mémoires publié dans le vol. 12 de la Correspondance du B. de Zach, j'ai trouvé $i = \frac{1}{78,8234}$, parce que j'avais commis une erreur de calcul en réduisant en nombres les deux formules (30) et (31), lesquelles donnent

$$N = 2'',00862 . KX; \qquad P = 7'',56379(1 + K . 0,99223)X$$

au lieu des nombres que j'avais employé alors.

$$K = \frac{1}{m^2\,(88{,}2059 + 5{,}2521\,.\,\delta P - 29{,}3903\,\delta N)}.$$

Log. . . m^2 . . .	7,7478182	Log. 5,2521 . . .	0,7203308
88,2059 . . .	1,9454976		1,9454976
	9,6933158		8,7748332
Comp.[t] . . .	0,3066842	Nombre . . .	0,059544.
Nombre . . .	2,02621	Log. 29,3903 . . .	1,4682044
			1,9454976
			9,5227068
		Nombre . . .	0,33320 ;

et par conséquent

$$K = \frac{2{,}02621}{1 + 0{,}059544\,.\,\delta P - 0{,}3332\,.\,\delta N};$$

d'où on tire, sans erreur sensible ;

(39) . . . . $K = \frac{M}{M'}\left(\frac{a'}{a}\right)^3 = 2{,}02621 - 0{,}12065\,.\,\delta P + 0{,}67514\,.\,\delta N.$

La précession Luni-solaire P étant très-bien déterminée on peut faire $\delta P = 0$; ce qui donne

(40) . . . . . . $K = 2{,}02621 + 0{,}67514\,.\,\delta N.$

11. Rapprochons maintenant ce résultat de celui que Laplace a déduit des observations des marées faites dans le port de Brest. En ayant sous les yeux la page 204 du 5.ième volume de la M.e C.e, on reconnait aussitôt, que la théorie de Laplace fournit l'équation

$$K = \frac{4{,}75468}{1{,}64308}\,.\,\frac{A}{A'} = 2{,}8938\,.\,\frac{A}{A'}\,;$$

où le rapport $\frac{A}{A'}$ est celui des accroissemens, dus aux circonstances accessoires, dans l'action du Soleil et de la Lune. Donc en égalant cette valeur de K à la précédente, on aura

$$2{,}8938\,.\,\frac{A}{A'} = 2{,}02621 + 0{,}67514\,.\,\delta N\,;$$

d'où on tire

$$(41) \ldots\ldots \frac{A}{A'} = 0{,}70019 + 0{,}23331 . \partial N.$$

Pour diminuer le nombre des hypothèses qu'on fait dans la théorie des marées il vaudrait mieux y employer le rapport $\frac{A}{A'}$ déterminé par cette équation. Pour cela, il faudrait observer, que la somme des deux équations (9) et (10) posées dans la page 205 du tome 5 de la Me C.^{e} donne

$$(42) \ldots\ldots 61{,}6987 . \frac{B}{A} + 175{,}4650 . \frac{B}{A'} = 200{,}5997;$$

et que par conséquent on a par la combinaison de ces deux dernières équations ;

$$\frac{B}{A} = 1{,}08692 \quad - 0{,}24109 . \partial N;$$

$$\frac{B}{A'} = 0{,}761051 + 0{,}08477 . \partial N;$$

d'où on conclut ;

$$\frac{2BL'}{\frac{3}{r'^3}} = 4{,}75468 . \frac{B}{A'} = 3^{\text{mèt}}{,}61863 + 0^{\text{m}}{,}40308 . \partial N$$

$$\frac{2BL}{r^3} = 1{,}64308 . \frac{B}{A} = 1^{\text{m}}{,}7859 \quad - 0^{\text{m}}{,}39613 . \partial N.$$

La petitesse des coefficiens qui multiplient ∂N, et la petitesse de la valeur probable qu'on peut attribuer à l'erreur sur la Nutation Lunaire, après avoir fait $N = 9'',00$, me font penser qu'on peut supprimer, sans erreur sensible, la partie multipliée par ∂N et prendre

$$\frac{2BL'}{\frac{3}{r'^3}} = 3^{\text{m}}{,}61863 ; \qquad \frac{2BL}{r^3} = 1^{\text{m}}{,}7859.$$

La détermination du rapport de la masse de la Lune à celle de la Terre exige un plus grand degré de précision, eu égard à la grandeur du coefficient 29,39, qui multiplie ∂N. Cette circonstance m'a fait faire sur le coefficient de la Nutation Lunaire les recherches que je vais exposer dans le paragraphe suivant.

§ 4.

Coefficient de la Nutation Lunaire, déterminé par deux séries de déclinaisons de l'étoile Polaire observées, en 1811 à Milan, et en 1823, 1824 à Turin.

12. Parmi les différentes déterminations de ce coefficient fondées sur les observations astronomiques, on en distingue trois principales. La première appartient à l'Auteur même de la découverte de la Nutation, Bradley; qui trouva son coefficient de 9″,00 par une série d'observations d'étoiles zénithales. La seconde est due à M.r le Baron de Lindenau, qui, par le calcul et la discussion de 810 observations de la Polaire, faites pendant trois révolutions du noeud de la Lune, a trouvé 8″,977. Dernièrement le D.r Brinkley a trouvé 9″,25 pour ce même coefficient, à l'aide de 1618 observations faites sur des étoiles différentes.

Ces trois résultats sont si fort approchans, qu'on peut regarder les petites différences qu'ils présentent comme beaucoup plus petites que les limites des erreurs probables qu'on peut commettre dans les observations individuelles. Et cela doit être ainsi, puisque la comparaison porte ici sur des *moyennes* obtenues par un grand nombre d'observations.

Néanmoins, s'il fallait choisir entre ces trois déterminations je m'en tiendrai au résultat trouvé par M.r Lindenau; parceque l'étoile Polaire me paraît la plus propre pour la détermination exacte de ce coefficient.

D'après cette idée, j'ai voulu savoir, si je trouverais un argument favorable à la préférence que je donne au nombre 8″,977 dans le calcul des déclinaisons de la Polaire, observées à Milan par le célèbre Astronome M.r Oriani, et par moi-même, à Turin. Ces

observations ayant été faites avec deux cercles de 3 pieds de diamètre, construits par REICHENBACH, on peut les regarder, sous ce rapport, comme à-peu-près exactement comparables.

J'ai en conséquence choisi dans le recueil de mes observations astronomiques (Voyez tome 32 des Mémoires de l'Académie de Turin) celles relatives à la déclinaison de la Polaire, faites en 1823 et 1824; de sorte que le *maximum* de la Nutation, qui a eu lieu le 28 novembre de l'année 1823, se trouve compris dans cet intervalle.

La moyenne de 76 de ces observations m'a donné 8",835 pour le coefficient de la Nutation Lunaire. Mais il y a contre ce résultat une objection évidente, qu'il est nécessaire de faire disparaître. En effet, ce nombre a été trouvé par la comparaison des déclinaisons observées avec la déclinaison moyenne 88°.22'.31",77 pour le commencement de 1825: déclinaison qui a été établie sur l'ensemble de mes observations, réduites en prenant 8",977 pour le coefficient de la Nutation. En conséquence, s'il y avait une erreur sur cette déclinaison moyenne prise pour époque, il n'y a nul doute qu'elle subsisterait en entier dans le résultat 8",835, conclu de mes observations. Il fallait donc éliminer l'époque afin de faire cesser cette cause d'incertitude. Pour cela il fallait recourir à d'autres déclinaisons observées de la Polaire, et séparées des premières par un intervalle de temps à-peu-près égal à la moitié de la révolution du noeud. Dans ces dernières, le signe de la Nutation change; et en les supposant calculées d'après la déclinaison moyenne qui a servi d'époque à la première série, on doit avoir un résultat diminué de l'erreur existante sur l'époque autant que le premier en était augmenté: en conséquence la moyenne des deux déterminations sera indépendante de l'époque.

Les déclinaisons de la Polaire observées à Milan par M.r ORIANI en 1811 étaient convenables pour atteindre ce but. Car ces observations précieuses par leur nombre et l'exactitude qui les caractérise, ont en outre l'avantage d'avoir été faites dans des circonstances atmosphériques à-peu-près semblables, et d'avoir été calculées avec

les mêmes tables de réfraction et d'aberration qui ont servi à la réduction des observations faites à Turin. La seule circonstance un peu défavorable est, que ces observations ont été faites trois années avant l'époque du *maximum* de la Nutation. Par-là l'effet de la Nutation est plus petit, et en le réduisant au *maximum* on rencontre des discordances un peu considérables. Mais d'après la remarque faite par M.r ORIANI, on pourrait attribner ces écarts à ce que les distances du zénit de la Polaire observées de jour sont un peu plus petites que celles observées pendant la nuit. Si cela est; comme nous avons calculé 148 observations faites dans le cours d'une année entière, il y a lieu de croire, que cette cause d'erreur se trouve éliminée du résultat moyen par suite d'une compensation nécessaire.

Le résultat des observations de 1811 ayant donné 9",015 pour le coefficient de la Nutation Lunaire; nous en avons conclu qu'en prenant

$$\frac{8'',835 + 9'',015}{2} = 8'',925$$

on avait le coefficient définitif fondé sur l'ensemble des observations faites à Milan et Turin. Ce résultat offre un accord assez satisfaisant avec celui de M.r de LINDENAU: il donne $\frac{1}{89,4}$ pour la masse de la Lune (Voyez pag. 29). Je vais rapporter maintenant les observations qui servent de base à cette conclusion.

Soient AR l'ascension droite d'une étoile; δ sa déclinaison; l sa longitude; ω l'obliquité de l'écliptique; et γ la tangente de l'inclinaison de l'orbite de la Lune sur l'écliptique. La nutation en déclinaison, en ayant aussi égard au second terme, sera exprimée par (Voyez page 731 du premier Volume).

$$d.\delta = N.\sin AR.\cos \Lambda - \frac{N.\cos 2\omega}{\cos \omega}\cos AR.\sin \Lambda$$

$$-\frac{3}{8}N\gamma\,tang.\,\omega\left\{\sin AR.\cos 2\Lambda - 2\cos\omega \cos AR.\sin 2\Lambda\right\};$$

où N désigne le coefficient cherché de la Nutation, et Λ la longitude du noeud ascendant de la Lune.

En faisant dans cette formule

$$tang.\Psi = -\frac{\cos\omega}{\cos 2\omega} tang.AR\,; \qquad tang.\Psi_{,} = 2\cos\omega.\cot.AR\,;$$

il viendra

$$d.\delta = N\sin AR \left\{ \frac{\sin(\Psi+\Lambda)}{\sin\Psi} - \frac{3\gamma}{8} tang.\omega.\frac{\cos(\Psi_{,}+2\Lambda)}{\cos\Psi_{,}} \right\};$$

ou bien

$$d.\delta = \frac{N\sin AR.\sin(\Psi+\Lambda)}{\sin\Psi} \left\{ 1 - \frac{3\gamma}{8} tang.\omega.\frac{\sin\Psi}{\cos\Psi_{,}}.\frac{\cos(\Psi_{,}+2\Lambda)}{\sin(\Psi+\Lambda)} \right\};$$

d'où l'on tire

$$N = \frac{\sin\Psi}{\sin AR} \left\{ U + U' \right\},$$

en posant, pour plus de simplicité;

$$U = \frac{d.\delta}{\sin(\Psi+\Lambda)}; \qquad U' = U.\frac{3\gamma}{8} tang.\omega.\frac{\sin\Psi}{\cos\Psi_{,}}.\frac{\cos(\Psi_{,}+2\Lambda)}{\sin(\Psi+\Lambda)};$$

et négligeant le carré de γ.

Pour déterminer les angles auxiliaires Ψ, $\Psi_{,}$ on fera $\omega = 23^\circ.27'.48''$, et on prendra $AR = 13^\circ.48'.50''$; $AR = 14^\circ.36'.0''$ pour les ascensions droites de la polaire correspondantes au milieu de 1811 et à la fin de 1823.

Cela posé, voici les différentes valeurs de $d.\delta$ conclues des observations faites à Milan et à Turin. Sur quoi il faut observer, que les valeurs *moyennes* de $d.\delta$ ont été conclues en groupant plusieurs déterminations consécutives, et que chaque valeur de $d.\delta$ répond au milieu des jours des observations.

Valeurs de $d.\delta$ d'après les observations faites à Milan en 1811.

Déclinaison moyenne de la Polaire pour le commencement de 1811 ..... 88°.17'.59",11.

JOURS des observations 1811 Polaire		SOMME de la précession, aberration et nutation solaire	DÉCLINAISON calculée sans la nutation	DÉCLINAISON observée	VALEUR de $d.\delta$	VALEUR moyenne
sup.	inf.					
janvier						
18	18	+ 20",18	88° . 18' . 19,"59	88° . 18' . 16",91	— 2",65	
21	18	20,45	19,56	17,55	2,01	
21	21	20,34	19,45	18,56	0,89	
23	21	20,27	19,38	18,38	2,00	
23	23	20,20	19,31	17,33	1,98	
24	23	20,18	19.29	17,23	2,06	
21	24	20,15	19,26	47,67	1,59	
26	25	20,04	19,15	17,65	1,50	1",59
février						
14	11	17,38	16,49	44,68	1,81	
17	15	17,10	16,21	13,99	2,22	
17	17	16,90	16,01	14,01	2,00	
18	17	16,73	15,84	13,80	2,04	
18	18	16,61	15,72	13,75	1,97	
21	20	16,01	15,15	13,22	1,93	
21	21	15,93	15,04	13,63	1,41	
28	27	14,44	13,55	11,05	2,50	
	mars					
28	1	14,31	13,42	11,03	2,39	
2 *mars*	1	13,91	13,02	11,27	1,75	
2	3	13,78	12,89	10,87	2,02	
4	3	13,38	12,49	9,78	2,71	
4	4	13,25	12,36	9,77	2,59	2",11

JOURS des observations 1811 *Polaire* sup.	inf.	SOMME de la précession, aberration et nutation solaire	DÉCLINAISON calculée sans la nutation	DÉCLINAISON observée	VALEUR de $d.\delta$	VALEUR moyenne
mars						
12	12	+ 11″,01	88°.18′.10″,15	88°.18′.8″,77	− 1″,38	
24	22	7,79	6,90	4,54	2,36	
24	24	7,49	6,60	4,70	1,90	
26	24	7,18	6,29	3,82	2,47	
26	26	6,88	5,99	3,98	2,01	
27	26	6,72	5,83	3,93	1,90	
27	28	6,42	5,53	2,61	2,92	
29	28	6,11	5,22	2,07	3,15	
29	30	5,81	4,92	1,46	3,46	
avril						
2	31	5,05	4,16	2,40	1,76	
2	5	4,28	3,39	18′. 1,14	2,25	2″,32
13	12	1,57	0,68	17′.57,34	3,34	
13	16	1,00	18′. 0,11	56,05	4,06	
16	16	+ 0,38	17′.59,49	56,30	3,19	
29	29	− 3,07	56,04	51,98	4,06	
29	30	3,19	55,92	51,67	4,25	
mai						
1	2	3,67	55,44	51,56	3,88	
2	2	3,79	55,32	50,46	4,86	
3	4	4,17	54,94	50,29	4,65	
4	4	4,29	54,82	51,00	3,82	
6	8	5,14	53,97	51,00	2,97	
8	8	5,38	53,73	50,31	3,42	
8	9	5,48	53,63	49,17	4,46	
12	12	6,09	53,02	49,32	3,70	
12	13	6,19	52,92	48,89	4,03	3″,89

JOURS des observations 1811 *Polaire* sup.	inf.	SOMME de la précession, aberration et nutation solaire	DÉCLINAISON calculée sans la nutation	DÉCLINAISON observée	VALEUR de *d*. δ	VALEUR moyenne
mai						
21	21	— 7",80	88°. 17'. 51",31	88°. 17'. 47",81	— 3",50	
21	23	7,96	51,15	47,40	3,75	
24	24	8,27	50,84	46,06	4,78	
24	25	8,34	50,77	46,28	4,49	
25	25	8,12	50,69	46,71	3,98	
25	26	8,51	50,60	46,49	4,11	
29	29	9,03	50,08	47,20	2,88	
29	30	9,08	50,03	46,35	3,68	
31	31	9,14	49,97	47,03	2,94	
31	*juin* 1	9,19	49,92	45,85	4,07	
1 *juin*	1	9,25	49,86	45,73	4,13	3",85
4	4	9,66	49,45	46,67	2,78	
4	5	9,71	49,40	45,76	3,64	
5	5	9,77	49,34	44,76	4,58	
5	6	9,82	49,29	44,53	4,76	
6	6	9,88	49,23	45,06	4,17	
6	7	9,93	49,18	45,74	3,44	
7	7	9,98	49,13	45,67	3,46	
7	8	10,03	49,08	45,11	3,97	
8	8	10,06	49,05	44,84	4,21	
13	15	10,37	48,74	44,99	4,75	
15	15	10,42	48,69	44,74	3,95	
17	18	10,56	48,55	44,60	3,95	
18	18	10,55	48,56	44,49	4,07	3",98
8 *juillet*	9	9,92	49,19	45,91	3,28	
9	9	9,86	49,25	46,27	2,98	
10	11	9,60	49,51	47,04	2,47	

JOURS des observations 1811 *Polaire* sup. | inf.		SOMME de la précession, aberration et nutation solaire	DÉCLINAISON calculée sans la nutation	DÉCLINAISON observée	VALEUR de *d*.δ	VALEUR moyenne
juillet						
11	11	— 9",55	88°. 17'. 49",56	88°. 17. 46",64	— 2",92	
11	12	9,49	49,62	46,92	2,70	
12	12	9,44	49,67	46,19	3,48	
12	14	9,31	49,80	46,12	3,68	
14	14	9,20	49,91	46,85	3,06	3",07
15	16	9,02	50,09	47,83	2,26	
16	16	8,96	50,15	48,23	1,92	
16	17	8,90	50,21	47,92	2,29	
18	18	8,71	50,40	47,21	3,19	
19	20	8,46	50,65	47,46	3,19	
20	20	8,38	50,73	48,22	2,51	
20	21	8,30	50,81	48,40	2,41	
27	29	7,04	52,07	48,78	3,29	2",61
août						
3	3	5,77	53,34	50.37	2,97	
3	4	5,67	53,44	50,63	2,81	
4	4	5,56	53,55	50,60	2,95	
4	5	5,46	53,65	50,30	3,35	
5	5	5,34	53,77	50.22	3,55	
13	13	3,33	55,78	53,74	2,04	
13	14	3,19	55,92	53,07	2,85	
14	14	3,06	56,05	52,08	3,97	
14	15	— 2,92	17'. 56,19	51,85	4,34	3",20
30	29	+ 1,50	18'. 0,61	56,63	3,98	
30	31	1,83	0,94	58,23	2,71	
septembre						
1	1	2,30	1,41	59,18	2,23	
1	2	2,46	1,57	58,47	3,10	

JOURS des observations 1811 Polaire sup.	inf.	SOMME de la précession, aberration et nutation solaire	DÉCLINAISON calculée sans la nutation	DÉCLINAISON observée	VALEUR de $d.\delta$	VALEUR moyenne
septembre						
2	2	+ 2",62	88°. 18'. 1",73	88°. 17'. 58",20	— 3",53	
2	3	2,78	1,89	59,09	2,80	
3	3	2,95	2,06	59,11	2,92	
3	4	3,11	2,22	59,27	2,95	
4	4	3,28	2,39	17'. 58,88	3,51	3",08
7	7	4,30	3,41	18'. 1,25	2,16	
7	8	4,48	3,59	1,45	2,14	
8	8	4,66	3,77	1,37	2,40	
10	11	5,53	4,64	2,57	2,07	
12	12	6,06	5,17	2,44	2,73	
12	13	6,24	5,35	2,50	2,85	
13	13	6,42	5,53	2,16	3,37	
14	16	7,12	6,23	3,65	2,58	
18	18	8,24	7,35	4,71	2,64	2",55
28	30	12,36	11,47	7,45	4,02	
30	30	12,74	11,85	8,83	3,02	
octobre						
7	6	15,21	14,32	11,17	3,15	
9	8	15,99	15,10	12,07	3,03	
9	9	16,18	15,29	11,67	3,62	
11	9	16,57	15,68	12,25	3,43	
12	12	17,34	16,45	13,18	3,27	
14	12	17,73	16,84	13,62	3,22	
16	16	18,87	17,98	14,90	3,08	
18	17	19,44	18,55	15,53	3,02	
19	19	20,00	19,11	15,53	3,58	
20	19	20,18	19,29	16,75	2,54	
20	20	20,36	19,47	15,80	3,67	3",31

JOURS des observations 1811 Polaire sup. | inf.		SOMME de la précession, aberration et nutation solaire	DÉCLINAISON calculée sans la nutation	DÉCLINAISON observée	VALEUR de d. δ	VALEUR moyenne
novembre						
14	14	+ 29",33	88°. 18'. 28",44	88°. 18'. 25",65	— 2",79	
16	15	29,79	28,90	25,60	3,30	
18	18	30,55	29,66	26,63	3,03	
19	18	30,70	29,81	26,35	3,46	
19	19	30,85	29,96	26,62	3,34	3",24
27	27	33,20	32,31	29,32	2,99	
29	27	33,46	32,57	28,02	4,55	
29	29	33,72	32,83	28,92	3,91	
30	29	33,85	32,96	28,63	4,33	
30	30	33,98	33,09	29,61	3,48	
décembre						
1	30	34,12	33,23	29,20	4,03	
1	1	34,25	33,36	28,42	4,94	4",03
7	7	35,72	34,83	31,13	3 70	
15	16	37,51	36,62	32,96	3,66	
18	16	37.75	36,86	32,70	4,16	
19	19	38,06	37,17	34,07	3,10	
24	24	38,83	37,94	33,94	4,00	
25	24	38,89	38,00	34,19	3,81	
26	26	39,04	38,15	34,38	3,77	
30	30	39,43	38,54	34,07	4,47	
31	30	39,47	38,58	34,37	4,21	
31	31	39,52	38,63	34,62	4,01	3",89

Valeurs de $d.\delta$ d'après les observations faites à Turin en 1823 et 1824.

Déclinaison moyenne de la Polaire pour le commencement de 1823 { 88°.21'.52",89
1824 } 88°.22'.12",33

JOURS des observations 1823 *Polaire* sup.	inf.	SOMME de la précession, aberration et nutation solaire	DÉCLINAISON calculée sans la nutation	DÉCLINAISON observée	VALEUR de $d.\delta$	VALEUR moyenne
avril						
20	22	— 0",61	88°. 21'. 52",28	88°. 21'. 59",56	+ 7",28	
23	22	1,06	51,83	56,90	5,07	
24	25	1,60	51,29	56,78	5,49	
25	25	1,73	51,16	57,54	6,38	6",07
11 *mai*	12	5,86	47,03	52,95	5,92	
13	12	6,06	46,83	53,34	6,51	
14	15	6,24	46,65	52,83	6,18	
15	15	6,57	46,32	53,46	7,14	
15	16	6,72	46,17	52,74	6,57	6",46
16	16	6,83	46,06	52,75	6,69	
18	18	7,22	45,67	52,88	7,21	
18	19	7,31	45,58	52,77	7,19	
20	20	7,59	45,30	52,24	6,94	
20	21	7,68	45,21	52,46	7,25	7",06
21	21	7,77	45,12	51,58	6,46	
22	23	8,03	44,86	51,52	6,66	
23	23	8,11	44,78	52,64	7,86	
23	24	8,19	44,70	51,65	6,95	
27	25	8,60	44,29	51,53	7,24	
30	30	9,13	43,76	50,15	6,39	
30	31	9,18	43,71	50,26	6,55	6",89

JOURS des observations 1823 Polaire sup. | inf.		SOMME de la précession, aberration et nutation solaire	DÉCLINAISON calculée sans la nutation	DÉCLINAISON observée	VALEUR de $d.\delta$	VALEUR moyenne
5 *juin*	5	— 9",77	88°. 21'. 43",12	88°. 21'. 49",85	+ 6",73	
7	8	10,03	42,86	49,79	6,93	
12	9	10,19	42,70	49,11	6,41	
12	13	10,30	42,59	49,36	6,77	
16	17	10,55	42,34	49,75	7,41	6",85
25	23	10,54	42,35	49,06	6,71	
29	29	10,46	42,43	48,47	6,04	
30	29	10,40	42,49	48,91	6,42	
30	30	10,38	42,51	48,82	6,31	
30	*juillet* 1	— 10,34	42,55	48,75	6,20	6",34
19 *octob.*	20	+ 20,20	13,09	20,98	7,89	
21	23	21,71	14,60	21,73	7,13	
4 *novemb.*	3	25,76	18,65	25,39	6,74	
4	5	26,10	18,99	25,19	6,20	6",99
12	12	28,64	21,53	29,02	7,49	
13	12	28,81	21,70	29,86	8,16	
14	15	29,48	22,37	28,90	6,53	
16	15	29,79	22,68	29,83	7,15	
16	16	29,94	22,83	29,40	6,57	
17	16	30,08	22,97	30,83	7,86	
17	17	30,24	23,13	31,33	8,20	
18	17	30,40	23,29	31,29	8,00	7",49
21	22	31,63	24,52	30,99	6,47	
23	22	31,93	24,82	31,33	6,51	
25	25	32,68	25,57	32,87	7,30	
26	25	32,80	25,69	33,05	7,36	
26	27	33,07	25,96	33,39	7,43	
28	27	33,33	26,22	33,20	6,98	7",01

JOURS des observations 1823 Polaire sup.	inf.	SOMME de la précession, aberration et nutation solaire	DÉCLINAISON calculée sans la nutation	DÉCLINAISON observée	VALEUR de $d.\delta$	VALEUR moyenne
12 *décemb.*	10	+ 36″,60	88°. 21′. 29″,49	88°. 21′. 35″,86	+ 6″,37	
12	14	37,05	29,94	36,94	7,00	
24	25	38,90	31,79	39,52	7,73	7″,03
1824						
24 *avril*	24	— 2″,32	88°. 22′. 10″,01	88°. 22′. 16″,66	6,65	
27	28	2,88	9,45	15,86	6,41	
25 *mai*	26	8,62	3,71	9,49	5,78	
26	27	8,77	3,56	10,06	6,50	6″,34
16 *juin*	13	10,22	2,11	8,46	6,35	
16	17	10,33	2,00	19,17	7,17	
21	19	10,53	1,80	9,43	7,63	
21	22	10,53	1,80	7,99	6,19	
22	22	10,53	1,80	7,32	5,52	
22	24	10,53	1,80	7,20	5,40	
24	24	10,53	1,80	7,29	5,49	
24	25	10,52	1,81	7,33	5,52	
28	29	10,40	1,93	8,95	7,02	6″,26
3 *juillet*	3	10,15	2,18	8,86	6,68	
3	6	10,06	2,27	10,09	7,82	
8	10	9,70	2,63	10,67	8,04	
16	15	8,93	3,40	11,02	7,62	
16	17	— 8,82	3,51	10,97	7,46	7″,58
11 *novemb.*	11	+ 28,54	40,87	48,01	7,14	
24	24	32,60	44,93	50,84	5,91	
29	28	33,64	45,97	51,40	5,43	
16 *décemb.*	16	37,50	49,83	55,09	5,26	
30	30	39,50	51,83	58,77	6,94	
31	30	39,55	51,88	58,58	6,70	6″,23

Maximum de la Nutation conclu des observations faites à Milan.

JOURS correspondans à la valeur moyenne de $d.\delta$	NOMBRE des observations	NUTATION observée $d.\delta$	$A+\Psi$		$2A+\Psi_1$		$U + U'$		
			$\Psi = 341°.43'$		$\Psi_1 = 82°.22'$				
1811									
22 *janvier*	8	−1",59	161°	14'	81°	4'	−5",00	+0",082	= −4",92
21 *février*	13	2,11	159	18	77	32	5,97	0,126	5,84
26 *mars*	11	2,32	157	43	74	22	6,12	0,151	5,87
1 *mai*	14	2,89	156	29	71	54	9,77	0,262	9,43
26	11	3,85	154	27	67	50	8,93	0,271	8,66
8 *juin*	13	3,98	153	48	66	32	9,01	0,282	8,73
11 *juillet*	8	3,08	152	3	63	2	6,55	0,219	6,33
20	8	2,61	151	47	62	30	5,52	0,187	5,33
9 *août*	9	3,20	150	31	59	58	6,50	0,232	6,27
3 *septembre*	9	3,08	149	11	57	18	5,95	0,216	5,74
12	9	2,55	148	43	56	22	4,91	0,181	4,73
13 *octobre*	13	3,31	147	5	53	6	6,09	0,232	5,86
17 *novembre*	5	3,38	145	13	49	22	5,93	0,234	5,70
29	7	4,03	144	35	48	6	6,96	0,277	6,68
18 *décembre*	10	3,89	143	35	46	6	6,53	0,264	6,27
	148								

La valeur moyenne de $U+U'$, prise en ayant égard au nombre différent des observations, donne $U+U' = -\frac{989'',40}{148} = -6'',685$; partant on a ;

$$\textit{Coefficient de la Nutation} = -\frac{6'',685 . \sin\Psi}{\sin AR} = 9'',015.$$

Maximum de la Nutation conclu des observations faites à Turin.

JOURS correspondans à la valeur moyenne de $d.\delta$	NOMBRE des observations	NUTATION observée $d.\delta$	$A+\Psi$		$2A+\Psi_1$		$U + U'$		
			$\Psi=340^\circ.42'$		$\Psi_1=81^\circ.51'$				
1823									
24 *avril*	4	$+6'',07$	283°	7′	326°	16′	$-6'',23$	$+0'',182$	$=-6'',05$
14 *mai*	5	6,46	282	4	324	35	6,61	0,188	6,42
18	5	7,06	281	51	324	9	7,22	0,203	7,02
23	7	6,89	281	35	323	37	7,03	0,198	6,83
10 *juin*	5	6,85	280	38	321	43	6,97	0,190	6,78
28 *juillet*	5	6,64	278	5	316	37	6,41	0,160	6,25
28 *octobre*	4	6,99	273	13	306	53	7,00	0,141	6,86
15 *novembre*	8	7,49	272	16	304	59	7,49	0,147	7,34
25	6	7,01	271	44	303	55	7,01	0,133	6,88
17 *décembre*	3	7,03	269	35	299	37	7,03	0,119	6,91
1824									
10 *mai*	4	6,34	263	51	288	9	6,38	0,069	6,31
9 *juin*	9	6,26	260	44	281	55	6,34	0,045	6,29
10 *juillet*	5	7,58	259	36	270	39	7,79	0,011	7,66
5 *décembre*	6	6,23	251	46	263	59	6,56	$-0,024$	6,58
	76								

La valeur moyenne de $U+U'$, prise en ayant égard au nombre différent des observations, donne $U+U'=-\frac{511'',96}{76}=-6'',738$, partant on a ;

$$\textit{Coefficient de la Nutation} = -\frac{6'',738 . \sin\Psi}{\sin AR} = 8'',835.$$

Maintenant, si l'on prend le milieu des deux résultats précédens on aura $8'',923$ pour le coefficient de la nutation; c'est-à-dire le résultat définitif annoncé dans la page 34.

Je finirai ce § en faisant voir en quoi consiste la transformation de la formule d'*Euler*, indiquée dans la page 304 du I.er volume. Remarquons, que, en désignant par D le rayon du globe de la Terre, on a cette équation identique;

$$\frac{a}{a'} \cdot \frac{M}{M+M''} = \frac{M' a^3}{(M+M'')a'^3} \cdot \frac{M}{M''}\left(\frac{D}{a}\right)^2 : \frac{M'}{M''}\left(\frac{D}{a'}\right)^2.$$

Donc, en remplacant le facteur $\frac{M' a^3}{(M+M'')a'^3}$ par $\frac{n'^2}{n^2} = \frac{m^2(1-m)^2}{(1-m)^2}$, et observant qu'on peut faire $(1-m)^2 = \frac{1-4m+6m^2}{1-2m} - m^2$ (lorsqu'on néglige le cube de m), il viendra

$$\frac{a}{a'} \cdot \frac{M}{M+M''} = \frac{m^2(1-4m+6m^2)}{(1-2m)(1-m)^2}\left\{1 - \frac{m^2(1-2m)}{1-4m+6m^2}\right\} \cdot \frac{M}{M''}\left(\frac{D}{a}\right)^2 : \frac{M'}{M''}\left(\frac{D}{a'}\right)^2;$$

et comme on peut réduire à l'unité le facteur $1 - \frac{m^3(1-2m)}{1-4m+6m^2}$, sans erreur sensible, on a;

$$\frac{a}{a'} \cdot \frac{M}{M+M''} = \frac{m^2(1-4m+6m^2)}{(1-2m)(1-m)^2} \cdot \frac{M}{M''}\left(\frac{D}{a}\right)^2 : \frac{M'}{M''}\left(\frac{D}{a'}\right)^2 \quad \ldots (E)$$

Le second membre de cette équation présente le résultat que j'ai donné dans la page 303 du I.er volume sous la forme même avec laquelle il a été trouvé par *Euler* en 1750: de sorte que il le faisait dépendre du rapport $\frac{M'}{M''}$ de la masse du Soleil à celle de la Terre, qui n'était pas bien connu dans ce temps-là. Ainsi il n'est pas surprenant, si la formule (E) donne $16'',5$ en y faisant, comme *Euler*; $M' = M''\, 102854$; $48\,M = M''$; $60\,D = a$; $D = a'.\sin 13''$; $1-m = m(12,3684)$; et si la même formule donne $18'',3$ en y faisant, d'après *Newton*; $M' = M''\, 169282$; $39\,M = M''$; $60\,D = a$; $D = a' \sin 10'',5$; $1-m = m.(12,3684.)$

En prenant $M' = M''.352359$ (Voyez p. 20 de ce volume) et retenant les autres élémens, tels qu'*Euler* ou *Newton* les avait adopté; le premier membre de l'équation (E) donnerait un résultat fort différent de celui qui est donné par la second. Mais cela ne

prouve rien contre l'analyse d'*Euler* : sa formule est exacte ; c'est la transformation dont elle est susceptible qui lui est échappée. Et la phrase « *Euler s'était trompé évidemment* » qu'on lit dans la page 300 de l'Histoire de l'Astronomie du 18.ème Siècle prouve seulement que *Delambre* n'avait point senti ; ni la manière dont *Euler* obtenait le coefficient en question égal à 15″, ni la duplicité de forme inhérente au résultat trouvé par ce grand Géomètre.

§ 5.

Digression sur la Proposition XXXVI du troisième Livre des Principes de Newton ; *où il se propose de* trouver la force du Soleil pour mouvoir les eaux de la mer

13. L'examen que j'ai dû faire sur la théorie des marées, avant de l'abandonner, comme moyen plus efficace que celui de la Nutation, pour déterminer la masse de la Lune, m'a conduit à faire sur cette Proposition de Newton plusieurs rapprochemens, qui seraient mieux placés dans un Commentaire. Néanmoins je me suis permis de les réunir ici, parcequ'on y emploie plusieurs considérations qui reposent sur la Théorie de la Lune. A une époque plus éloignée de nous, il faut bien croire qu'il n'était pas fort aisé de comprendre cette Proposition, si l'on réfléchit qu'elle a présenté des difficultés à Daniel Bernoulli, à Euler, et à Maclaurin. Le premier de ces trois grands Géomètres, après avoir trouvé dans sa pièce sur le flux et reflux de la mer une formule qui lui donnait le résultat de Newton s'est exprimé en ces termes « Nous verrons dans la suite, que cette expression analytique « donne précisement la hauteur indiquée par Newton en pieds pouces « et lignes, sans en donner le calcul, ou du moins sans le mettre à « la portée, je ne dirai pas de tout le monde, mais uniquement de ceux « qui voudraient bien prendre la peine nécessaire pour l'approfondir ».

Euler a été encore moins heureux dans l'interprétation de cette Proposition : car il la regardait comme erronée, et ne voyait pas comment Newton avait éludé et surmonté la difficulté inhérente à ce nouveau Problème, en le rattachant à ses recherches antérieures sur la Théorie de la Lune, et sur la Théorie mathématique de la figure de la Terre. On sait maintenant qu'Euler avait tort sur ce

point, à cause qu'il négligeait, sans s'en douter, l'effet dû à la force attractive de la couche fluide, qui ne pouvait être apprécié sans l'emploi d'un théorême auxiliaire relatif à l'attraction des sphéroïdes elliptiques. C'est dans cette théorie qu'EULER aurait trouvé la clef de la solution de NEWTON, et il aurait compris que cet immortel Auteur attrapait la vérité, lors même qu'il la cherchait par des voies qui paraissent inexactes et détournées.

MACLAURIN aussi, s'était vu arrêté pour bien comprendre la proposition XXXVI; mais il se garda bien de la juger erronée. Il n'y vît que la nécessité d'une solution plus rigoureuse et plus étendue; et on sait qu'il y parvint par un effort étonnant de tête qui a fait douter un moment, s'il fallait accorder la supériorité à la syntèse des anciens sur l'analyse des modernes. Les réflexions de MACLAURIN sur la solution de NEWTON sont modérées et remplies de justesse. Les voici. « NEWTONUS postquam definivisset vim Solis ad aquas « turbandas ex differentia diametri aequatoris et axis Terrae (quam « approximatione quadam sua investigaverat) per regulam auream « quaerit breviter ascensum aquae ex vi Solis oriundum. Verum « quamvis elevatio aquae quae sic prodit parum a vera differat, cum « tamen problemata haec sint diversi generis, quorum prius pendet « a quadratura circuli, posterius autem a quadratura hyperbolae seu « logarithmis, ut postea videbimus; sitque dubitandi locus an a « priori ad posteriorem elevationem determinandam, transitus adeo « brevis, sit omni ex parte legitimus, vel etiam an methodus qua « figuram Terrae definiverat sit satis accurata; cumque vires subti- « lissimae motum maris producant, quae nullos alios sensibiles « edunt effectus, adeo ut levissima quaeque in hac disquisitione « alicujus momenti esse possiut; propterea existimavi me facturum « operae pretium, si aliam aperirem viam qua calculus in hisce « problematibus ex genuinis principiis accuratissime institui poterit. » Il est permis de croire, que NEWTON même aurait approuvé ces réflexions sur sa propre solution.

14. Les circonstances que je viens de rapprocher ont eu lieu il y a moins d'un siècle (en 1740). Depuis, la théorie des marées a été considérablement perfectionnée par LAPLACE, qui, le premier, a expliqué à quoi tient l'égalité des deux marées d'un même jour : mais rien ne peut effacer le caractère d'originalité qui distingue les trois pièces couronnées, le même jour, par l'Académie des Sciences de Paris. La proposition XXXVI, sur laquelle se sont concentrés les efforts de MACLAURIN, D. BERNOULLI et EULER, devient par-là plus intéressante et fait désirer une explication détaillée ; soit pour montrer le mode de son existence, conformément aux idées de NEWTON, soit pour faire ressortir le contact qu'elle a avec la solution directe du même problème écrite avec le langage qui convient à l'état actuel de l'analyse.

15. Avant tout il faut remarquer, que, NEWTON dans la proposition XXV du 3.ième Livre intitulée « Trouver les forces du Soleil « pour troubler les mouvemens de la Lune » avait décomposé la force perturbatrice du Soleil en deux autres parallèles aux rayons vecteurs r et r' des orbites décrites par ces deux Astres. En nommant Δ la ligne qui joint les centres du Soleil et de la Lune ; et P, P' ces deux composantes, il est aisé de démontrer qu'ici, où il est question du mouvement relatif de la Lune autour de la Terre, on a ;

$$(1) \;\ldots\ldots\; P = \frac{M+M''}{r^2} + \frac{M'r}{\Delta^3},$$

$$(2) \;\ldots\ldots\; P' = \frac{M'r'}{\Delta^3} - \frac{M'}{r'^2}.$$

Ces forces sont censées placées, à chaque instant, dans le plan du triangle formé par les trois corps. Mais la force P' peut être décomposée en deux autres, dont une soit dirigée suivant le prolongement du rayon vecteur r, et l'autre lui soit perpendiculaire. Ces nouvelles composantes seront exprimées par $P'\cos\overline{E}$, $P'\sin\overline{E}$;

$\overline{E}$ étant l'angle d'élongation $MM''M'$. Donc en nommant Π celle qui agit perpendiculairement au même rayon vecteur, il viendra

$$(3) \ldots\ldots \Pi = P - P' \cos \overline{E} = \frac{M+M''}{r^2} + \frac{M'r}{\Delta^3} - \left(\frac{M'r'}{\Delta^3} - \frac{M'}{r'^2}\right) \cos \overline{E} \,;$$

$$(4) \ldots\ldots \Pi' = P' \sin \overline{E} = \left(\frac{M'r'}{\Delta^3} - \frac{M'}{r'^2}\right) \sin \overline{E}.$$

Ces forces rectangulaires sont censées placées à chaque instant dans le plan du triangle $MM'M''$.

Maintenant, imaginons un plan parallèle au plan de l'Écliptique passant à chaque instant par le centre de la Lune : ce plan contiendra la force P'. Décomposons la force P en deux autres, dont une soit perpendiculaire au plan de l'Écliptique et l'autre lui soit parallèle : les composantes de cette force seront,

Comp.e perpend.e au plan de l'Éclip.e $= P \cdot \frac{z}{r}$,

Comp.e parallèle au plan de l'Éclip.e $= P \cdot \frac{r_1}{r}$;

où z désigne la perpendiculaire abaissée du centre de la Lune sur le plan de l'Écliptique ; et r_1 la projection du rayon vecteur r sur le même plan.

Soit $v - v'$ la projection de l'angle $\overline{E}$: les composantes de la force P' suivant r_1, et perpendiculairement à r_1, sont $P' \cos(v-v')$, $P' \sin(v-v')$. Donc les deux forces P et P' sont réduites à trois rectangulaires, telles qu'en les nommant $\overline{\Pi}$, $\overline{\Pi}'$, $\overline{\Pi}''$, on a

$$(5) \ldots \overline{\Pi} = P \cdot \frac{r_1}{r} - P' \cos(v-v') = \frac{(M+M'')r_1}{r^3} + \frac{M'r_1}{\Delta^3} - \left(\frac{M'r'}{\Delta^3} - \frac{M'}{r'^2}\right) \cos(v-v');$$

$$(6) \ldots \overline{\Pi}' = P' \cdot \sin(v-v') = \left(\frac{M'r'}{\Delta^3} - \frac{M'}{r'^2}\right) \sin(v-v');$$

$$(7) \ldots \overline{\Pi}'' = P \cdot \frac{z}{r} = \frac{(M+M'')z}{r^3} + \frac{M'z}{\Delta^3}.$$

Pour développer ces différentes formules on remarquera, que

$$(8) \ldots\ldots r^2 = z^2 + r_1^2 = r_1^2 (1 + s^2),$$

$$(9) \ldots\ldots \Delta^2 = r^2 + r'^2 - 2rr' \cos \overline{E} = r^2 + r'^2 - 2r_1 r' \cos(v-v');$$

et qu'on peut y faire

$$(10) \ldots\ldots \quad s = \gamma \sin(v - \theta),$$

pourvu que γ et θ soient considérées comme quantités variables.

En développant les formules (1), (2), (3), (4) et négligeant les termes multipliés par $\frac{r_1}{r'}$, il est évident qu'on obtient

$$(N) \ldots\ldots \left\{ \begin{array}{l} P = \frac{M + M''}{r^2} + \frac{M' r_1}{r'^3}, \\ P' = \frac{3M' r_1}{r'^3} \cos(v - v'), \end{array} \right\};$$

$$(N') \ldots\ldots \left\{ \begin{array}{l} \Pi = \frac{M + M''}{r^2} - \frac{M' r_1}{2r'^3} - \frac{3M' r_1}{2r'^3} \cos(2v - 2v'), \\ \Pi' = \frac{3M' r_1}{2r'^3} \sin(2v - 2v'). \end{array} \right\}.$$

En supprimant dans ces formules la force $\frac{M + M''}{r^2}$, les composantes de la force perturbatrice du Soleil que NEWTON considérait, seront

$$(N'') \ldots\ldots \quad F = \frac{M' r_1}{r'^3}; \qquad F'' = \frac{3M' r_1}{r'^3} \cos(v - v');$$

ou bien,

$$(N''') \ldots\ldots \left\{ \begin{array}{l} F_1 = -\frac{M' r_1}{2r'^3} - \frac{3M' r_1}{2r'^3} \cos(2v - 2v'), \\ F''_1 = \frac{3M' r_1}{2r'^3} \sin(2v - 2v') \end{array} \right\}:$$

et il ne faudra pas perdre de vue que les forces F_1, F''_1 sont rectangulaires, et que celles désignées par F, F'' ne le sont pas.

16. Cela posé remarquons, que les deux formules

$$F = \frac{M' r_1}{r'^3}, \qquad F'' = \frac{3M' r_1}{r'^3} \cos(v - v')$$

sont applicables, non seulement au centre de gravité de la Lune; mais aussi à tout autre point qui se meut *librement* autour du centre de gravité de la Terre. Donc, en considérant une molécule de l'Océan, comme une petite Lune qui achève, dans un jour,

sa révolution autour du centre de la Terre on pourra dire, que R' désignant sa distance à ce dernier centre, elle se trouve sans cesse soumise à l'action des deux forces

$$Q=\frac{M'R'}{r'^3}, \qquad Q'=\frac{3M'R'}{r'^3}\cos(v-v');$$

dont la première est dirigée vers le centre de la Terre et la seconde suivant une ligne parallèle à la ligne r', qui joint les centres de la Terre et du Soleil. De là Newton concluait que, relativement à la molécule fluide placée directement sous le Soleil (pour laquelle l'angle $v-v'$ devient nul) on devait avoir

$$Q=\frac{M'R'}{r'^3}, \qquad Q'=\frac{3M'R'}{r'^3}.$$

Et comme ces deux forces sont ici opposées et dirigées suivant la même ligne, il est clair que $Q'-Q=\frac{2M'R'}{r'^3}$ exprime la pesanteur de la molécule fluide vers le Soleil: ce qui revient à dire, que sa gravité naturelle produite par l'attraction de la Terre se trouve diminuée par une force égale à $\frac{2M'R'}{r'^3}$.

En considérant maintenant une autre molécule fluide placée en quadrature par rapport à la première, on aura, à l'égard de celle-ci,

$$Q=\frac{M'R'}{r'^3}, \qquad Q'=\frac{3M'R'}{r'^3}\cos 90^\circ=0.$$

Actuellement, Newton, transforme par la pensée les deux rayons rectangulaires représentés chacun par R' en deux colonnes fluides appuyées sur le centre de la Terre, et il observe, que la première doit s'allonger et la seconde se raccourcir, jusqu'à ce que les deux pressions exercées sur leurs bases deviennent égales.

Soient $R'+\delta R'$ et $R'-\Delta R'$, les longueurs de ces deux colonnes fluides dans l'état d'equilibre: la différence $(R'+\delta R')-(R'-\Delta R')$, qu'il s'agit de trouver, demeurera la même en supprimant la

force centripète $\frac{M'R'}{r'^3}$, pourvu qu'on ajoute la même force à celle qui agit vers le centre du Soleil, et qui tend à allonger la colonne fluide. Par cette considération fort simple, NEWTON simplifie la question, en regardant la colonne fluide R' qui est dirigée vers le Soleil comme soumise à l'action d'une force répulsive (par rapport au centre de la Terre) exprimée par $\frac{2M'R'}{r'^3}+\frac{M'R'}{r'^3}=\frac{3M'R'}{r'^3}$; et l'autre colonne fluide, qui la coupe à angle droit, comme soumise à la seule gravité de la Terre.

Maintenant, si l'on nomme $K\sqrt{1-\lambda^2}$ la longueur que prend cette dernière colonne, et K celle que prend la première, dans l'état d'équilibre ; NEWTON regarde ces deux lignes comme le demi petit-axe et le demi grand-axe d'un ellipsoïde de révolution allongé, qui étant fluide et homogène serait en équilibre, en vertu de l'attraction mutuelle de ses molécules, et d'un système de forces parallèles à son grand-axe, dont l'intensité serait exprimée, pour une molécule quelconque, par $\frac{3M'x'}{r'^3}$; x' désignant la perpendiculaire abaissée de la molécule sur le plan de l'équateur de l'ellipsoïde allongé.

NEWTON, en résolvant le problème de la figure de la Terre homogène avait trouvé, que l'aplatissement devait être égal à $\frac{5}{4}.2\Psi.K$; 2Ψ désignant le rapport de la force centrifuge à la gravité et $2K$ l'axe de révolution. Tout autre que NEWTON aurait douté, si ce théorème pouvait être appliqué au cas qu'il considérait dans la proposition XXXVI, où les forces centrifuges perpendiculaires à l'axe de révolution sont remplacées par des forces qui lui sont parallèles, lesquelles tendent à allonger l'ellipsoïde au lieu de l'aplatir. Mais l'esprit éminemment pénétrant de NEWTON ne vit en cela qu'un changement de forme provenant du changement d'un signe, qui ne pouvait pas affecter la formule $\frac{5}{4}.2\Psi.K$, considerée comme la différence des axes dans l'un et l'autre cas. Il avait raison ; mais il faut avouer, que son raisonnement n'était pas satisfaisant, et on

doit admirer MACLAURIN, qui démontra le premier cet apperçu de NEWTON.

Cela posé on conçoit, que la comparaison de la force centrifuge $\frac{1}{289}$ avec la force $\frac{3M'K}{r'^3}$ était juste, et que NEWTON pouvait évaluer la différence des demi-axes de l'ellipsoïde allongé, en disant qu'on a l'équation

$$K - K\sqrt{1-\lambda^2} = \frac{K\lambda^2}{2} = \frac{5}{4} \cdot \frac{\frac{3M'K}{r'^3}}{\frac{M''}{K^2}} \cdot K = \frac{15}{4} \frac{M'}{M''} \left(\frac{K}{r'}\right)^3 . K\,;$$

où $\frac{3M'K}{r'^3} : \frac{M''}{K^2}$ exprime le rapport de la force du Soleil pour une molécule placée sur la surface de l'Océan à la gravité terrestre. Ici NEWTON a remarqué qu'on pouvait écrire

$$\frac{K\lambda^2}{2} = \frac{15}{4} \cdot \frac{M'}{M''} \left(\frac{r}{r'}\right)^3 \left(\frac{K}{r}\right)^3 . K,$$

et prendre pour r, r' les moyennes distances du Soleil et de la Lune au centre de la Terre. Alors on peut remplacer $\frac{M'}{M''}\left(\frac{r}{r'}\right)^3$ par $\left(\frac{n'}{n}\right)^2 = m^2 = \frac{1}{178\frac{29}{40}}$. Après cela, il faisait $r = (60\frac{1}{2})K$; ce qui lui donnait

$$\frac{M'}{M''}\left(\frac{r}{r'}\right)^3 \left(\frac{K}{r}\right)^3 = \frac{1}{178\frac{29}{40}\left(60\frac{1}{2}\right)^3} = \frac{1}{38604600}\,;$$

et par conséquent

$$\frac{3M'}{M''}\left(\frac{r}{r'}\right)^3 \left(\frac{K}{r}\right)^3 = \frac{3M'K}{r'^3} : \frac{M''}{K^2} = \frac{1}{12868200},$$

pour le rapport de la force totale du Soleil à la force de la gravité terrestre.

17. Pour apprécier le degré de justesse de ce procédé de NEWTON, il faut observer, que

$$(11) \quad \ldots\ldots \quad a^2 + \frac{(b^2+c^2)}{1-\lambda^2} = K^2$$

étant l'équation de la surface d'un ellipsoïde de révolution autour de l'axe $2K$, on a, après avoir fait;

$$(12)\ldots A' = -\frac{4\pi\rho}{\lambda^2}(1-\lambda^2)\left\{1 - \frac{arc.tang.\lambda\sqrt{-1}}{\lambda\sqrt{-1}}\right\} = \frac{4\pi\rho}{3}\left(1 - \frac{2}{5}\lambda^2 - \frac{6}{35}\lambda^4 - \frac{2}{21}\lambda^6 - etc.\right),$$

$$(13)\ldots B' = -\frac{4\pi\rho}{2\lambda^2}\left\{(1-\lambda^2)\frac{arc.tang.\lambda\sqrt{-1}}{\lambda\sqrt{-1}} - 1\right\} = \frac{4\pi\rho}{3}\left(1 + \frac{1}{5}\lambda^2 + \frac{9}{35}\lambda^4 + \frac{1}{21}\lambda^6 + etc.\right);$$

$$A = A'x, \qquad B = B'y, \qquad C = B'z,$$

pour les composantes parallèles à ses axes de la force produite par son attraction mutuelle sur un point quelconque de sa masse, déterminé par les coordonnées x, y, z; ρ désignant la densité de l'ellipsoïde censé homogène. Donc, en retranchant de la force A une force exprimée par $\frac{3M'x}{r'^3}$, et laissant les forces B, C telles qu'elles sont, on aura

$$\int\left(A' - \frac{3M'}{r'^3}\right)x\,dx = \left(A' - \frac{3M'}{r'^3}\right)\frac{x^2}{2}$$

pour la pression exercée par la colonne fluide dont la longueur est x; et $\int B'y\,dy = B'\frac{y^2}{2}$ pour la pression exercée par la colonne fluide dont la longueur est y. Donc, en faisant $x=K$, $y=K\sqrt{1-\lambda^2}$, et égalant ensuite ces deux pressions, il viendra l'équation transcendante

$$A' - \frac{3M'}{r'^3} = B'(1-\lambda^2),$$

qui donne

$$(14)\ \ldots\ 0 = \frac{3(1-\lambda^2) + \frac{2}{3}q\lambda^2}{(1-\lambda^2)(3-\lambda^2)} - \frac{arc.tang.\lambda\sqrt{-1}}{\lambda\sqrt{-1}},$$

en posant, pour plus de simplicité, $q = \frac{3M'K}{r'^3} : \frac{4}{3}\pi\rho K$.

Maintenant, si l'on développe cette équation on obtient

$$q = \frac{2}{5}\lambda^2 - \frac{2}{35}\lambda^4 + etc.;$$

d'où on conclut

$$(15)\ \ldots\ \lambda^2 = \frac{5}{2}q + \frac{25}{28}q^2 + etc.$$

Dans le cas de l'ellipsoïde applati on obtient

$$(16) \ldots\ldots \lambda^2 = \tfrac{5}{2} q + \tfrac{75}{14} q^2 + etc.,$$

pourvu que la lettre q soit ici considérée comme le rapport de la force centrifuge à la gravité sur l'équateur (Voyez tome 2 de la Me C.^{e} p. 56).

La petitesse de la fraction exprimée par q permet de négliger son carré ; et alors les deux théorèmes sont concentrés dans un seul, qui s'énonce, en disant qu'on a, dans l'un comme dans l'autre cas, $\lambda^2 = \frac{5}{2} q$. On voit par là, que le procédé de NEWTON, sans être juste dans le sens absolu, était certainement exact dans la limite de l'approximation qu'il envisageait.

L'équation (14), trouvée par l'égalité des pressions des deux colonnes fluides rectangulaires, peut être obtenue plus directement d'après le principe général, que la résultante des forces doit être normale à la surface. En effet, cette propriété fournit l'équation différentielle

$$\left(A' - \frac{3M'}{r^3}\right) a\,da + B'(b\,db + c\,dc) = 0,$$

laquelle étant intégrée et comparée à l'équation (11) donne

$$A' - \frac{3M'}{r^3} = B'(1 - \lambda^2).$$

Je dois faire observer ici, qu'en négligeant, comme EULER, l'attraction de la couche aqueuse, qui constitue la différence entre l'ellipsoïde et la sphère, on aurait $A' = B'$; ce qui donne

$$A' - \frac{3M'}{r^3} = A'(1 - \lambda^2) \quad \text{au lieu de} \quad A' - \frac{3M'}{r^3} = B'(1 - \lambda^2);$$

et par conséquent $\lambda^2 = q$, au lieu de $\lambda^2 = \frac{5}{2} q$. Ainsi, dans le cas de l'homogénéité, l'attraction de la couche aqueuse augmente de $\frac{5}{2}$ l'applatissement. Mais s'il est question d'une couche fluide en équilibre

sur un noyeau solide homogène de figure sphérique, dont la densité ρ' soit différente que celle du fluide : alors il faudra changer

$$A' \text{ en } A'+\tfrac{4\pi}{3}(\rho'-\rho),$$

$$B' \text{ en } B'+\tfrac{4\pi}{3}(\rho'-\rho);$$

ce qui donnera l'équation

$$(17)\ldots\ldots \tfrac{4}{3}\pi(\rho'-\rho)+A'-\tfrac{3M'}{r'^3}=(1-\lambda^2)\left\{\tfrac{4\pi}{3}(\rho'-\rho)+B'\right\}.$$

Maintenant, si l'on néglige les termes multipliés par λ^4 il suffira de prendre $A'=\frac{4\pi}{3}\rho(1-\frac{2}{5}\lambda^2)$, $B'=\frac{4\pi}{3}\rho(1+\frac{1}{5}\lambda^2)$; et alors l'équation (17) deviendra

$$1-\tfrac{\rho}{\rho'}\cdot\tfrac{2}{5}\lambda^2-q'=(1-\lambda^2)(1+\tfrac{\rho}{\rho'}\cdot\tfrac{1}{5}\lambda^2),$$

en y faisant $q'=\frac{3M'K}{r'^3}:\frac{4}{3}\pi\rho'$; d'où on tire

$$(18)\ldots\ldots\ \lambda^2=\frac{q'}{1-\frac{3}{5}\cdot\frac{\rho}{\rho'}}.$$

Cette formule démontre qu'il suffit de prendre, comme EULER, $\lambda^2=q'$, lorsque la densité ρ' du noyau est beaucoup plus grande que celle du fluide.

18. Si l'on objectait, que l'idée d'un système de forces parallèles appliquées aux molécules de l'ellipsoïde, censé fluide, n'est pas en réalité conforme aux deux forces $Q=\frac{3M'R'}{r'^3}$, $Q'=\frac{3M'R'}{r'^3}\cos(v-v')$, qui naissent de l'attraction du Soleil, on pourrait faire tomber l'objection par l'analyse suivante.

Il est d'abord évident, que $\frac{Q.x}{R'}=\frac{M'x}{r'^3}$, $\frac{Q.y}{R'}=\frac{M'y}{r'^3}$, $\frac{Q.z}{R'}=\frac{M'z}{r'^3}$, sont les composantes de la force Q parallèle aux axes : et que $x=R'\cos(v-v')$, puisque l'ellipsoïde est allongé suivant la ligne r' qui contient l'axe des x. Donc, la masse fluide étant sollicitée par les trois forces rectangulaires

$$A'x-\left(\frac{3M'x}{r'^3}-\frac{M'x}{r'^3}\right);\quad B'y+\frac{M'y}{r'^3};\quad B'z+\frac{M'z}{r'^3};$$

l'équation différentielle de sa surface, censée en équilibre, sera

$$\left(A'-\frac{2M'}{r'^3}\right)ada+\left(B'+\frac{M'}{r'^3}\right)(bdb+cdc)=0.$$

En intégrant cette équation, et désignant par K^2 la constante arbitraire, on obtient;

$$a^2+\frac{\left(B'+\frac{M'}{r'^3}\right)}{A'-\frac{2M'}{r'^3}}(b^2+c^2)=K^2.$$

Maintenant si l'on observe que

$$\frac{A'-\frac{2M'}{r'^3}}{B'+\frac{M'}{r'^3}}=\frac{A'}{B'}\left(1-\frac{2M'}{r'^3}\cdot\frac{1}{A'}\right)\left(1+\frac{M'}{r'^3}\cdot\frac{1}{B'}\right)^{-1};$$

et que la petitesse du facteur $\frac{M'}{r'^3}$ permet de faire $\frac{1}{A'}=\frac{1}{B'}$; et même de négliger le carré de $\frac{M'}{r'^3}\cdot\frac{1}{A'}$, on en conclura qu'on peut réduire l'équation précédente à celle-ci

$$\frac{A'-\frac{2M'}{r'^3}}{B'+\frac{M'}{r'^3}}=\frac{A'-\frac{3M'}{r'^3}}{B'};$$

ce qui nous fait rentrer dans le cas directement considéré par Newton. Ceci achève de prouver, que son ellipsoïde était conforme aux forces qui sollicitent la masse fluide; et que sa théorie était juste, dès qu'on admettait comme vraie l'hypothèse qu'il faisait, soit à l'égard de l'homogénéité de la Terre, soit à l'égard de l'équilibre mobile de l'Océan, en vertu du quel sa figure deviendrait à chaque instant celle d'un ellipsoïde, dont le grand axe passe par le centre de l'astre attirant.

Newton avait encore raison de dire, que relativement aux points de la Terre, qui ne sont pas sous le zénith du Soleil, la force de

cet astre pour y mouvoir les molécules de l'Océan est directement comme le *sinus verse* du double de sa hauteur sur l'horizon du lieu, et inversement comme le cube de la distance du Soleil à la Terre. C'est ce que nous allons démontrer en partant des idées modernes sur la manière de traiter les questions de ce genre.

19. Soient M la masse d'un astre qui agit sur la Terre ; x, y, z les coordonnées de son centre rapportées au centre de gravité de la Terre ; $r=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$; et x', y', z' les coordonnées d'une molécule quelconque dm qui fait partie de la masse de la Terre. Si l'on fait

$$V=-\frac{M(xx'+yy'+zz')}{r^3}+\frac{M}{\sqrt{(x'-x)^2+(y'-y)^2+(z'-z)^2}},$$

les forces attractives de l'astre M sur la molécule dm seront exprimées par $-\left(\frac{dV}{dx'}\right)$, $-\left(\frac{dV}{dy'}\right)$, $-\left(\frac{dV}{dz'}\right)$; en se rappellant, que le signe de ces forces sera négatif ou positif, suivant qu'elles tendront à augmenter ou à diminuer les coordonnées x', y', z' de la molécule attirée. Cela revient à regarder la Terre comme immobile, puisqu'on applique, en sens contraire, à chaque molécule, la force accélératrice qui fait mouvoir le centre de gravité de la Terre. Le système de ces dernières forces étant, à chaque instant, parallèle à la ligne r, n'a aucune influence sur le mouvement relatif de la molécule dm ; c'est-à-dire sur le mouvement qu'elle peut avoir autour du centre de gravité de la Terre, qui est celui qu'il s'agit de déterminer.

Comme, par rapport au centre de gravité on a,

$$x'=0,\ y'=0,\ z'=0\quad -\left(\frac{dV}{dx'}\right)=0,\ -\left(\frac{dV}{dy'}\right)=0,\ -\left(\frac{dV}{dz'}\right)=0;$$

et que l'expression précédente de V donne pour ce point, $V=\frac{M}{r}$; il vaudra mieux retrancher de V la quantité $\frac{M}{r}$, et poser

$$(19) \ldots\ldots V = -\frac{M}{r} - \frac{M(xx'+yy'+zz')}{r^3} + \frac{M}{\sqrt{(x'-x)^2+(y'-y)^2+(z'-z)^2}},$$

afin de rendre nulle cette fonction de x', y', z' avec les forces qui en dérivent pour le centre de gravité de la Terre.

Les coordonnées x', y', z' étant en général fort petites en comparaison de x, y, z, si l'on écrit

$$V = -\frac{M}{r} - \frac{M(xx'+yy'+zz')}{r^3} + \frac{M}{r}\left\{1 - \frac{2(xx'+yy'+zz')}{r^2} + \frac{x'^2+y'^2+z'^2}{r^2}\right\}^{-\frac{1}{2}};$$

on aura, en développant le radical suivant les puissances de $\frac{1}{r}$,

$$(20) \ldots\ldots V = -\frac{M}{2}\,\frac{(x'^2+y'^2+z'^2)}{r^3} + \frac{3}{2}\,\frac{M(xx'+yy'+zz')^2}{r^5} + \text{etc.}$$

Comme les quantités x, y, z sont de l'ordre de r, les termes qui suivent ces deux-ci sont censés multipliés par $\frac{1}{r^4}$, $\frac{1}{r^5}$ etc.

La valeur précédente de V a donc lieu lorsqu'on convient de négliger les termes multipliés par $\frac{1}{r^4}$. Alors on en tire

$$(21) \ldots\ldots \begin{cases} -\left(\frac{dV}{dx'}\right) = \frac{Mx'}{r^3} - \frac{3Mx}{r^5}(xx'+yy'+zz'), \\ -\left(\frac{dV}{dy'}\right) = \frac{My'}{r^3} - \frac{3My}{r^5}(xx'+yy'+zz'), \\ -\left(\frac{dV}{dz'}\right) = \frac{Mz'}{r^3} - \frac{3Mz}{r^5}(xx'+yy'+zz'), \end{cases}$$

ou bien,

$$(22) \ldots\ldots \begin{cases} -\left(\frac{dV}{dx'}\right) = \frac{M}{r^3}\left\{\left(1-\frac{3x^2}{r^2}\right)x' - \frac{3xy}{r^2}.y' - \frac{3xz}{r^2}.z'\right\}; \\ -\left(\frac{dV}{dy'}\right) = \frac{M}{r^3}\left\{\left(1-\frac{3y^2}{r^2}\right)y' - \frac{3xy}{r^2}.x' - \frac{3yz}{r^2}.z'\right\}; \\ -\left(\frac{dV}{dz'}\right) = \frac{M}{r^3}\left\{\left(1-\frac{3z^2}{r^2}\right)z' - \frac{3xz}{r^2}.x' - \frac{3yz}{r^2}.y'\right\}. \end{cases}$$

Introduisons maintenant les coordonnées polaires dans l'expression de V. Si l'on fait

$$x'=R'\cos\theta\,,\qquad y'=R'\sin\theta.\cos\varpi\,,\qquad z'=R'\sin\theta.\sin\varpi\,;$$
$$x=r\sin v\,,\qquad y=r\cos v.\cos\psi\,,\qquad z=r\cos v.\sin\psi\,;$$
$$(23)\;\ldots\ldots\;\delta=\sin v.\cos\theta+\sin\theta\cos v.\cos(\varpi-\psi)$$

on aura

$$(24)\;\ldots\;V=-\frac{M}{r}-\frac{MR'}{r^2}.\delta+\frac{M}{\sqrt{r^2+R'^2-2rR'.\delta}}.$$

Les composantes rectangulaires de la force de l'astre M seront ici exprimées par

$$-\left(\frac{dV}{dR'}\right),\qquad -\left(\frac{dV}{d\theta}\right)\frac{1}{R'},\qquad -\left(\frac{dV}{d\varpi}\right).\frac{1}{R'\sin\theta}.$$

La première est dirigée suivant le rayon R'; la seconde est située dans le plan qui mesure l'angle θ perpendiculairement au même rayon; la troisième est normale à ce dernier plan.

La première de ces composantes, savoir

$$-\left(\frac{dV}{dR'}\right)=-\frac{M\delta}{r^2}-\frac{M(R'-r\delta)}{(R'^2+r^2-2rR'.\delta)^{\frac{3}{2}}},$$

est celle que NEWTON nomme force pour soulever les eaux de la mer.

En développant le radical on obtient

$$V=-\frac{M}{r}-\frac{MR'.\delta}{r^2}+\frac{M}{r}\left\{1+\frac{R'.\delta}{r}-\frac{1}{2}.\frac{R'^2}{r^2}+\frac{3}{2}.\frac{R'^2.\delta^2}{r^2}+\text{etc.}\right\}.$$

Donc en négligeant les termes multipliés par $\frac{1}{r^4}$ il viendra

$$(25)\;\ldots\;V=\frac{3MR'^2}{2r^3}\left\{\delta^2-\frac{1}{3}\right\};$$

d'où on tire

$$(26)\;\ldots\;\begin{cases}-\left(\frac{dV}{dR'}\right)=-\frac{3MR'}{r^3}\left(\delta^2-\frac{1}{3}\right);\\ -\left(\frac{dV}{d\theta}\right)\frac{1}{R'}=\frac{3MR'}{r^3}.\delta.\left\{\sin v.\sin\theta-\cos\theta.\cos v.\cos(\varpi-\psi)\right\};\\ -\left(\frac{dV}{d\varpi}\right)\frac{1}{R'\sin\theta}=\frac{3MR'}{r^3}.\delta.\sin\theta.\cos v.\sin(\varpi-\psi).\end{cases}$$

Jusqu'ici la situation des axes est arbitraire; ils doivent seulement passer par le centre de gravité de la Terre. Mais si nous convenons que l'axe des x' soit l'axe même de la rotation diurne de la Terre; dès lors l'angle θ sera le complément de la latitude géographique de la molécule dm; et l'angle ϖ sera, à chaque instant, sa longitude. Donc, en nommant $\varpi_{,}$ la longitude du méridien du lieu par rapport à un méridien fixe, il faudra changer ϖ en $\varpi_{,}+nt$, si l'on veut que les trois formules précédentes soient l'expression des forces, pour un instant quelconque, compté depuis l'origine du temps t.

Par la même raison l'angle v sera, dans cette Théorie, la déclinaison de l'astre M, et l'arc ψ un arc de l'équateur terrestre qui aurait la même origine que l'angle $\varpi_{,}$, qui mesure la longitude géographique. Mais si, pour nous conformer à l'usage des Astronomes, nous plaçons le premier méridien au point même qui sert d'origine au temps sidéral et à l'ascension droite des astres : alors l'arc $\varpi-\psi=\varpi_{,}+nt-\psi$ sera la différence entre le temps sidéral et l'ascension droite de l'astre; c'est-à-dire l'angle horaire vrai compté depuis le passage de l'astre par le méridien du lieu. Or en examinant le second membre de l'équation

$$\delta=\sin v.\cos\theta+\sin\theta.\cos v.\cos(\varpi-\psi),$$

on reconnaît, que si PZM désigne un triangle sphérique dans lequel P, Z, M soient respectivement le pôle, le zénith, et le lieu de l'astre, on a

$$PZ=90^\circ-\mathit{latitude}=\theta;\qquad PM=90^\circ-\mathit{déclinaison}=90^\circ-v;$$

$$ang.\,ZPM=\mathit{angle\ horaire}=\varpi-\psi.$$

Donc, en nommant H la hauteur de l'astre au-dessus de l'horizon, il est clair qu'on a $\cos ZM=\sin H=\delta$.

Il suit de là, que la première des équations (26) donne

$$-\left(\frac{dV}{dR'}\right)=\frac{MR'}{r^3}-\frac{3MR'}{2r^3}.2\sin^2 H=\frac{MR'}{r^3}-\frac{3M'R'}{2r^3}(1-\cos 2H).$$

En faisant abstraction, dans cette formule, du premier terme $\frac{M'R'}{r'^3}$, qui est commun à toutes les molécules de l'Océan, on voit que le second terme $-\frac{3M'R'}{2r'^3}(1-\cos 2H)$ n'est que l'expression analytique de l'énoncé de NEWTON. Mais dans les recherches sur cette matière il conviendra souvent de retenir la valeur de δ sous sa forme primitive.

20. Lorsqu'on voudra introduire la longitude et la latitude de l'astre attirant à la place de son ascension droite et de sa déclinaison on remarquera d'abord, que relativement au Soleil on a,

$$\sin v = \sin\omega . \sin v'\,; \qquad \cos v . \cos\psi = \cos v'\,; \qquad \cos v . \sin\psi = \cos\omega . \sin v'\,;$$

où ω désigne l'obliquité de l'Écliptique, et v' la longitude du Soleil. Donc en désignant par V' ce que devient V par rapport au Soleil, on a, d'après la formule (25);

$$(27)\ldots V' = -\frac{M'R'^2}{2r'^3} + \frac{3M'R'^2}{2r'^3}\left\{\sin\omega.\cos\theta.\sin v' + \sin\theta(\cos\varpi.\cos v' + \cos\omega.\sin\varpi.\sin v')\right\}^2.$$

Pour former l'expression de V qui se rapporte à la Lune, observons qu'en nommant X, Y, Z les coordonnées de la Lune on a,

$$\begin{aligned} x &= Y.\sin\omega + Z.\cos\omega\,, \\ y &= X\,, \\ z &= Y.\cos\omega - Z.\sin\omega\,, \end{aligned}$$

pourvu que l'intersection de l'Équateur avec l'Écliptique soit prise pour l'axe des X, et que l'axe des Y soit placé dans le plan de l'Écliptique. Mais dans la Théorie de la Lune, on a

$$X = \frac{\cos v}{u}, \qquad Y = \frac{\sin v}{u}, \qquad Z = \frac{s}{u}\,; \qquad r^2 = \frac{1+s^2}{u^2}.$$

Donc en substituant ces valeurs dans la formule (20) il viendra

$$(28)\ldots\ldots V = -\frac{MR^2.u^3}{2(1+ss)^{\frac{3}{2}}} + \frac{3MR^2.u^3}{2(1+ss)^{\frac{5}{2}}}\left\{\begin{array}{l} \quad\cos v.\sin\theta.\cos\varpi \\ +\sin v(\sin\omega.\cos\theta + \cos\omega.\sin\theta.\sin\varpi) \\ +\quad s(\cos\omega.\cos\theta - \sin\omega.\sin\theta.\sin\varpi) \end{array}\right\}^2.$$

Les formules (27) et (28) donnent lieu à plusieurs conséquences importantes, dont on peut voir le développement dans la Mécanique Céleste, après avoir acquis les idées élémentaires de la Théorie des Marées dans les trois pièces de D. Bernoulli, Euler et Maclaurin. Je finirai cette digression en tâchant d'expliquer en peu de mots la nécessité d'avoir égard au mouvement de rotation de la Terre, même dans le cas où l'hypothèse de l'équilibre mobile adoptée par Newton serait admissible.

21. Soient P, Q, R les composantes rectangulaires de la force due à l'attraction mutuelle de la Terre sur la molécule dm de l'Océan. Si de plus on nomme g la force centrifuge due à la rotation de la Terre, qui a lieu à l'unité de distance de l'axe; les composantes de cette force seront exprimées par $-gy'$, $-gz'$. Alors, les composantes totales qui agissent sur la molécule dm seront exprimées par

$$P-\left(\frac{dV}{dx'}\right); \qquad Q-\left(\frac{dV}{dy'}\right)-gy'; \qquad R-\left(\frac{dV}{dz'}\right)-gz'.$$

Or, une surface fluide qui serait en équilibre sous l'action de ces forces devrait satisfaire à l'équation

$$0=\left[P-\left(\frac{dV}{dx'}\right)\right]dx'+\left[Q-\left(\frac{dV}{dy'}\right)-gy'\right]dy'+\left[R-\left(\frac{dV}{dz'}\right)-gz'\right]dz',$$

laquelle étant intégrée donne

$$K'=-V-\tfrac{1}{2}g(y'^2+z'^2)-\int(Pdx'+Qdy'+Rdz');$$

K' désignant une constante arbitraire.

Supposons maintenant, que sans l'action de l'astre M, la surface de l'Océan soit en équilibre. Alors on aura l'équation

$$K''=-\tfrac{1}{2}g\left\{(y'-\delta y')^2+(z'-\delta z')^2\right\}+\int\left\{(P-\delta P)dx'+(Q-\delta Q)dy'+(R-\delta R)dz'\right\};$$

où δP, δQ, δR, $\delta y'$, $\delta z'$ sont les modifications que reçoivent respectivement $P-\delta P$, $Q-\delta Q$, $R-\delta R$, $y'-\delta y'$, $z'-\delta z'$ par la couche aqueuse qui se dispose sur cette surface, en vertu de l'action de l'astre M: K'' est la nouvelle constante arbitraire.

Il suit de là que, en négligeant le carré $\delta y'$ et $\delta z'$, on a;

$$K^2-K''^2=-V+g(y'\delta y'+z'\delta z')+\int(\delta P.dx'+\delta Q.dy'+\delta R.dz').$$

Admettons maintenant, que les forces δP, δQ, δR sont proportionnelles à la masse M'' de la Terre, et aux coordonnées x', y', z', et faisons

$$\delta P=M''.px', \qquad \delta Q=M''.p'y', \qquad \delta R=M''.p''z'.$$

En substituant ces valeurs il viendra

$$\frac{K^2-K''^2}{M''}=p\frac{x'^2}{2}+p'\frac{y'^2}{2}+p''\frac{z'^2}{2}-\frac{V}{M''}+\frac{g}{M''}(y'\delta y'+z'\delta z');$$

et en remplaçant V par sa valeur donnée par la formule (20) on aura;

$$\frac{K^2-K''^2}{M''}=p\frac{x'^2}{2}+p'\frac{y'^2}{2}+p''\frac{z'^2}{2}+\frac{M}{2M''r^3}(x'^2+y'^2+z'^2)-\frac{3}{2}\cdot\frac{M}{M''r^5}(xx'+yy'+zz')^2$$
$$+\frac{g}{M''}\left(y'^2\cdot\frac{\delta y'}{y'}+z'^2\cdot\frac{\delta z'}{z'}\right).$$

Or il faut observer, qu'en posant $\frac{g}{M''}=\frac{1}{289}$, les produits $\frac{1}{289}\cdot\frac{\delta y'}{y'}$, $\frac{1}{289}\cdot\frac{\delta z'}{z'}$ ne laissent pas d'être comparables avec les facteurs $\frac{M}{M''r^3}$, p, p', p'' qui dépendent de l'action de l'astre attirant, et de l'action de la couche aqueuse disposée sur la surface primitive d'équilibre. Donc on ne peut pas faire abstraction du terme $\frac{g}{M''}\left(y'^2\frac{\delta y'}{y'}+z'^2\frac{\delta z'}{z'}\right)$, dont l'existence est due au mouvement de rotation de la Terre. Ce motif n'est pas le seul qui exige la considération du mouvement diurne; mais ici, où je ne me propose pas d'exposer la théorie des oscillations de la Mer, il suffit d'avoir exprimé par le calcul la première objection qui a été faite par MACLAURIN contre l'hypothèse qu'il avait lui-même adoptée.

CHAPITRE SEPTIÈME.

INTÉGRATION PARTICULIÈRE DES ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES JUSQU'AUX QUANTITÉS DU SIXIÈME ET DU SEPTIÈME ORDRE, INCLUSIVEMENT.

---

§ 1.

Intégration ultérieure de l'équation différentielle en δs, relativement aux sept argumens $gv+cv$, $gv+c'mv$, $gv-c'mv$, $2Ev-gv$, $2Ev+gv$, $2Ev-gv-cv$, $2Ev+gv+cv$.

22. Les coefficiens de ces argumens ont été déjà développés dans le cinquième Chapitre jusqu'aux quantités du cinquième ordre inclusivement. Mais il importe de les développer ultérieurement, moins pour eux-mêmes, qu'à cause de l'intime connexion qu'ils ont avec les mouvemens du noeud et du périgée ; et avec les trois principales inégalités de la longitude de la Lune. Par cette raison, nous allons développer cette partie de la fonction δs ; de manière que, le coefficient de l'argument $gv+cv$ sera connu jusqu'aux quantités du septième ordre inclusivement, et les coefficiens des six autres argumens se trouveront, de même, développés jusqu'aux quantités du sixième ordre. Alors, on pourra pousser le coefficient de la *variation* jusqu'au huitième ordre, et ceux de l'*évection* et de l'équation *annuelle* jusqu'au septième.

A l'égard de cette dernière, nous bornerons la recherche des coefficiens des deux argumens $gv+c'mv$, $gv-c'mv$ (avec lesquels

son coefficient est lié), à la seule partie de la forme

$$\varepsilon'\gamma(B'm+B''m^2+B'''m^3+B^{IV}m^4);$$

B', B'', B''', B^{IV} étant des coefficiens numériques absolus. A la vérité, on néglige par là la partie de la forme

$$\varepsilon'\gamma(Am^2e^2+A'm^2\gamma^2+A''m^2\varepsilon'^2),$$

qui est du sixième ordre, aussi bien que le terme $A^{IV}m^4\varepsilon'\gamma$. Mais en considérant la grandeur relative et numérique de ces deux parties, on peut s'en tenir au calcul du seul terme de la forme $\varepsilon'\gamma.A^{IV}.m^4$, qui est, à leur égard, le principal, parmi ceux du sixième ordre.

Les coefficiens des argumens $gv+cv$, $2Ev+gv+cv$ sont nécessaires pour le développement ultérieur du coefficient de l'argument cv, qui appartient à l'équation différentielle en δu: et sans doute on remarquera, que le même motif subsiste pour les coefficiens des argumens $gv-cv$, $2Ev-gv+cv$. Mais sur cela il suffira de rappeler ici, que ces derniers coefficiens ont déjà reçu l'extension convenable dans le cinquième Chapitre (Voyez p. 221 et 268 du second Volume); où leur considération était indispensable pour pouvoir former le second terme du coefficient de l'inégalité en longitude ayant pour argument $2gv-2cv$.

Le sujet de ce paragraphe étant ainsi suffisamment indiqué, je vais exposer le développement spécial des différentes fonctions qui concourent à la formation de l'équation différentielle en δs, propre à donner les termes en question, en imitant le procédé suivi dans le premier paragraphe du cinquième Chapitre. La citation des pages du second Volume où l'on prend les différens termes dont on a besoin ici, rend raison des combinaisons auxquelles il faut avoir égard pour ne laisser échapper aucun terme compris parmi ceux qui viennent d'être définis.

23. Produits partiels de $-6q.\frac{(a'u')^3}{u_i^4}.\frac{\delta u}{u_i}$.

On prendra les termes du multiplicateur dans les pages 351-352 du I.er vol., et ceux de $\frac{\delta u}{u_s}$ dans les pages 752-760 du second vol.

Multiplicateur . . . . $\cos 0v\ (-6-12.e^2-9.\varepsilon'^2)$

$$\text{Produit}\begin{cases} \cos 2Ev & \begin{Bmatrix} -6.m^2-19.m^3+\frac{9}{8}m\gamma^2+\frac{45}{8}me^2-\frac{128}{3}m^4+15.m^2\varepsilon'^2 \\ +\frac{471}{32}m^3e^2+\frac{105}{32}m^3\gamma^2-12.m^2e^2-9.m^2\varepsilon'^2 \end{Bmatrix}. \\ \cos 2Ev-cv & e\left(-\frac{45}{4}m-\frac{771}{16}m^2\right) \\ \cos 2Ev+cv & e\left(\ \frac{27}{4}m^2\right) \\ \cos 2Ev-2gv & \gamma^2\left(-\frac{9}{8}m+\frac{183}{32}m^2\right) \end{cases}$$

Multiplicateur Produit

$$2\cos cv\quad e(\ 12)\ldots\ldots\begin{cases} \cos 2Ev+cv & e\left(\ 12.m^2\right) \\ \cos 2Ev-cv & e\left(\ 12.m^2\right) \\ \cos 2Ev & \left(\ \frac{45}{2}me^2+\frac{771}{8}m^2e^2\right) \\ \cos 2Ev & \left(-\frac{27}{2}m^2e^2\right) \end{cases}$$

$$2\cos c'mv\quad \varepsilon'(-9)\ldots\ldots\begin{cases} \cos 2Ev & \left(\ \frac{9}{2}m^2\varepsilon'^2\right) \\ \cos 2Ev & \left(-\frac{63}{2}m^2\varepsilon'^2\right) \end{cases}$$

$$2\cos 2gv\quad \gamma^2(-3)\ldots\ldots\left\{\ \cos 2Ev-2gv\quad \gamma^2\left(-3.m^2\right).\right.$$

Il suit de là qu'on a ;

$$R_2 =$$

$$\cos 2gv + cv \qquad e\gamma^2\left(-\frac{15}{4}\right)\ (^*)$$

$$\cos c'mv \qquad \varepsilon'\left(\frac{9}{2} + 9.m^2\right)\ (^{**})$$

$$\cos cv \qquad e\left(-6 - \frac{9}{2}e^2 + \frac{3}{2}\gamma^2 - 9.\varepsilon'^2 + \frac{225}{8}m^3\right)\ (^{***})$$

$$\cos 2Ev \qquad \left\{\begin{array}{l} -6.m^2 - 19.m^3 + \frac{9}{8}m\gamma^2 + \left(\frac{45}{2} + \frac{45}{8} = \frac{225}{8}\right)me^2 \\ -\frac{128}{3}m^4 + \frac{105}{32}m^2\gamma^2 + \left(\frac{471}{32} + \frac{771}{8} - \frac{27}{2} - 12 = \frac{2739}{32}\right)m^2e^2 \\ -\left(\frac{63}{2} - \frac{9}{2} + 9 - 15 = 21\right)m^2\varepsilon'^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev - cv \qquad e\left\{-\frac{45}{4}m - \left(\frac{771}{16} - 12 = \frac{579}{16}\right)m^2\right\}$$

$$\cos 2Ev + cv \qquad e\left\{\frac{27}{4} + 12 = \frac{75}{4}\right\}m^2$$

$$\cos 2Ev - 2gv \qquad \gamma^2\left\{-\frac{9}{8}m + \left(\frac{183}{32} - 3 = \frac{87}{32}\right)m^2\right\}.$$

$$(1) \ldots\ldots R_2.\gamma \sin gv =$$

$$\sin gv + cv \qquad e\gamma\left\{-3 - \frac{9}{4}e^2 + \left(\frac{3}{4} + \frac{15}{8} = \frac{21}{8}\right)\gamma^2 - \frac{9}{2}\varepsilon'^2 + \frac{225}{16}m^3\right\}$$

$$\sin gv + c'mv \qquad \varepsilon'\gamma\left(\frac{9}{4} + \frac{9}{2}m^2\right)$$

$$\sin gv - c'mv \qquad \varepsilon'\gamma\left(\frac{9}{4} + \frac{9}{2}m^2\right)$$

$$\sin 2Ev - gv \qquad \gamma\left\{\begin{array}{l} 3.m^2 + \frac{19}{2}m^3 - \frac{225}{16}me^2 - \left(\frac{9}{16} + \frac{9}{16} = \frac{9}{8}\right)m\gamma^2 + \frac{64}{3}m^4 \\ + \frac{21}{2}m^2\varepsilon'^2 - \frac{2739}{64}m^2e^2 - \left(\frac{105}{64} - \frac{87}{64} = \frac{9}{32}\right)m^2\gamma^2 \end{array}\right\}$$

$$\sin 2Ev + gv \qquad \gamma\left(-3.m^2 - \frac{19}{2}m^3 + \frac{9}{16}m\gamma^2 + \frac{225}{16}me^2\right)$$

$$\sin 2Ev - gv - cv \qquad e\gamma\left(\frac{45}{8}m + \frac{579}{32}m^2\right)$$

$$\sin 2Ev + gv + cv \qquad e\gamma\left(\frac{75}{8}m^2\right).$$

(*) Voyez p. 352 du Vol. 1. (**) Voyez p. 165 du Vol. 2. (***) Voyez p. 249 du Vol. 2.

24. Produits partiels de $\left(R_{1}-\frac{3}{2}\right)\delta s$.

On prendra les termes du multiplicateur $R_{1}-\frac{3}{2}$ dans les p. 164, 165 et 213; et ceux de δs dans les p. 204-207 du second Volume.

Multiplicateur		Produit	
$\cos 0v$	$\left(3.e^{2}+\frac{9}{4}\varepsilon'^{2}\right)\ldots$	$\sin 2Ev-gv$	$\gamma\left(\frac{9}{8}me^{2}+\frac{27}{32}m\varepsilon'^{2}+\frac{9}{32}m^{2}e^{2}+\frac{27}{128}m^{2}\varepsilon'^{2}\right)$
$2\cos cv$	$e\left(-3\right)\ldots\ldots$	$\sin 2Ev-gv-cv$	$e\gamma\left(-\frac{9}{8}m-\frac{9}{32}m^{2}\right)$
		$\sin 2Ev-gv$	$\gamma\left(-3.m^{2}e^{2}\right)$
		$\sin 2Ev-gv$	$\gamma\left(9.m^{2}e^{2}\right)$
$2\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{9}{4}\right)\ldots\ldots$	$\sin 2Ev-gv$	$\gamma\left(-\frac{27}{32}m\varepsilon'^{2}-\frac{513}{256}m^{2}\varepsilon'^{2}\right)$
		$\sin 2Ev-gv$	$\gamma\left(\frac{63}{32}m\varepsilon'^{2}+\frac{585}{256}m^{2}\varepsilon'^{2}\right)$
$2\cos 2gv$	$\gamma^{2}\left(\frac{3}{4}\right)\ldots\ldots$	$\sin 2Ev+gv$	$\gamma\left(\frac{9}{32}m\gamma^{2}\right)$
$2\cos 2Ev$	$\left(-3.m^{2}\right)\ldots$	$\sin gv-c'mv$	$\varepsilon'\gamma\left(-\frac{9}{8}m^{3}\right)$
		$\sin gv+c'mv$	$\varepsilon'\gamma\left(\frac{21}{8}m^{3}\right)$
$2\cos 2Ev-c'mv$	$\varepsilon'\left(-15.m^{2}\right)\ldots$	$\sin gv-c'mv$	$\varepsilon'\gamma\left(\frac{45}{8}m^{3}\right)$
$2\cos 2Ev+c'mv$	$\varepsilon'\left(-3.m^{2}\right)\ldots$	$\sin gv+c'mv$	$\varepsilon'\gamma\left(\frac{9}{8}m^{3}\right)$
$2\cos 2Ev+cv$	$e\left(\frac{75}{8}m^{2}\right)\ldots$	$\sin gv+cv$	$e\gamma\left(-\frac{225}{64}m^{3}\right)$.

$$(2) \ldots\ldots \left(R_2 - \frac{3}{2}\right)\delta s =$$

$\sin gv + cv$	$e\gamma\left(-\frac{225}{64}m^3\right)$
$\sin gv + c'mv$	$\varepsilon'\gamma\left\{\frac{9}{8}+\frac{21}{8}=\frac{15}{4}\right\}m^3$
$\sin gv - c'mv$	$\varepsilon'\gamma\left\{\frac{45}{8}-\frac{9}{8}=\frac{9}{2}\right\}m^3$
$\sin 2Ev - gv$	$\gamma\left\{\begin{array}{l}\frac{9}{8}me^2+\left(\frac{27}{32}-\frac{27}{32}+\frac{63}{32}=\frac{63}{32}\right)m\varepsilon'^2\\ +\left(9-3+\frac{9}{32}=\frac{201}{32}\right)m^2e^2+\left(\frac{27}{128}-\frac{513}{256}+\frac{585}{256}=\frac{63}{128}\right)m^2\varepsilon'^2\end{array}\right\}$
$\sin 2Ev + gv$	$\gamma\left(\frac{9}{32}m\gamma^2\right)$
$\sin 2Ev - gv - cv$	$e\gamma\left(-\frac{9}{8}m-\frac{9}{32}m^2\right)$.

25. Avant d'aller plus loin il faut chercher les termes du quatrième ordre, qui dans le développement des deux fonctions $\delta R'$, $\delta R'''$ affectent l'argument $2Ev$, et l'argument $2gv+cv$.

Produits partiels de $-6q.\frac{(a'u')^3}{u_1^4}\frac{\sin}{\cos}(2v-2v').\frac{\delta u}{u_1}$.

On prendra les termes du multiplicateur dans la page 336 du Vol. 1 ; et ceux de $\frac{\delta u}{u_1}$ dans les pages 445 et 315 du Vol. 2.

Multiplicateur		Produit	
$2\frac{\sin}{\cos}2Ev$	$(-3)\ldots\ldots$	$\frac{\sin}{\cos}-2Ev$	$\left(\frac{3}{2}m^4\right)$
		$2gv+cv$	$e\gamma^2\left(\frac{117}{64}m\right)$
$2\frac{\sin}{\cos}2Ev-c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{21}{2}\right)\ldots\ldots$	$2Ev$	$\left(\frac{63}{4}m^2\varepsilon'^2\right)$
$2\frac{\sin}{\cos}2Ev+c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{3}{2}\right)\ldots\ldots$	$2Ev$	$\left(-\frac{9}{4}m^2\varepsilon'^2\right)$
$2\frac{\sin}{\cos}2Ev+cv$	$e\left(6\right)\ldots\ldots$	$2gv+cv$	$e\gamma^2\left(\frac{9}{8}m\right)$
$2\frac{\sin}{\cos}2Ev+2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{3}{2}\right)\ldots\ldots$	$2gv+cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{45}{16}m\right)$.

$$-6q.\frac{(\alpha'u')^3}{u_1^4}\genfrac{}{}{0pt}{}{\sin}{\cos}(2v-2v').\frac{\delta u}{u_1}=$$

$$\begin{array}{lll} \genfrac{}{}{0pt}{}{\sin}{\cos} \; 2gv+cv & e'^2 & \left\{\frac{117}{64}+\frac{9}{8}-\frac{45}{16}=\frac{9}{64}\right\} m \\ 2Ev & & \left\{\frac{63}{4}-\frac{9}{4}=\frac{27}{2}\right\} m^2\epsilon'^2 \\ -2Ev & & \left(\frac{3}{2}m^4\right). \end{array}$$

En prenant $\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2 = \cos 0v\,\left(\frac{1}{2}m^4+\frac{225}{128}m^2\right) + \cos 4Ev\,\left(\frac{1}{2}m^4\right)$ (Voyez p. 770 et 773 du Vol. 2) il viendra

$$15q.\frac{(\alpha'u')^3}{u_1^4}\genfrac{}{}{0pt}{}{\sin}{\cos}(2v-2v')\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2 = \genfrac{}{}{0pt}{}{\sin}{\cos}\; 2Ev\left(\frac{15}{2}m^4+\frac{3375}{128}m^2e^2\right)$$
$$-2Ev\left(\frac{15}{4}m^4\right).$$

Produits partiels de $\delta[(\alpha'u')^3\genfrac{}{}{0pt}{}{\sin}{\cos}(2v-2v')]$

(Voyez p. 107, 284, 285 du second volume, où l'on trouve les termes des deux facteurs).

Multiplicateur	Produit
$-2\genfrac{}{}{0pt}{}{\sin}{\cos}-(2Ev+c'mv)\;\epsilon'\left(-\frac{m}{4}\right)\ldots\ldots$	$\genfrac{}{}{0pt}{}{\sin}{\cos}2Ev\;\left(-\frac{3}{4}m^2\epsilon'^2\right)$
$-2\genfrac{}{}{0pt}{}{\sin}{\cos}-(2Ev-c'mv)\;\epsilon'\left(\frac{21}{4}m\right)\ldots\ldots$	$2Ev\;\left(-\frac{63}{4}m^2\epsilon'^2\right).$

partant on a ;

$$\delta[(\alpha'u')^3\genfrac{}{}{0pt}{}{\sin}{\cos}(2v-2v')] = \genfrac{}{}{0pt}{}{\sin}{\cos}2Ev\;\left(-\frac{3}{4}-\frac{63}{4}=-\frac{33}{2}\right)m^2\epsilon'^2$$

$$\frac{3}{2}q.\frac{\delta[(\alpha'u')^3\genfrac{}{}{0pt}{}{\sin}{\cos}(2v-2v')]}{u_1^4} = \genfrac{}{}{0pt}{}{\sin}{\cos}2Ev\;\left(-\frac{99}{4}m^2\epsilon'^2\right).$$

La réunion de ces parties donne

$$\delta R' = \sin 2gv + cv \quad e\gamma^2\left(\frac{9}{64}m\right)$$

$$\sin 2Ev \quad \left\{\left(-\frac{3}{2}+\frac{15}{2}-\frac{15}{4}=\frac{9}{4}\right)m^2+\frac{3375}{128}m^2e^2+\left(\frac{27}{2}-\frac{99}{4}=-\frac{45}{4}\right)m^2\varepsilon'^2\right\};$$

$$\delta R'' = \cos 2gv + cv \quad e\gamma^2\left(\frac{9}{64}m\right)$$

$$\cos 2Ev \quad \left\{\left(\frac{3}{2}+\frac{15}{2}+\frac{15}{4}=\frac{51}{4}\right)m^2+\frac{3375}{128}m^2e^2+\left(\frac{27}{2}-\frac{99}{4}=-\frac{45}{4}\right)m^2\varepsilon'^2\right\}.$$

Cela posé, on trouve (Voyez p. 266 et 336 du I.er vol., et p. 288, 251, 369, 370 du vol. 2).

$$R_1 =$$

$$\sin c'mv \qquad \varepsilon'\left(-\frac{357}{32}m^2\right)$$

$$\sin 2gv + cv \qquad e\gamma^2\left(\frac{9}{64}m\right)$$

$$\sin cv \qquad e\left\{-\frac{45}{8}m-\frac{1059}{32}m^2-\frac{63721}{512}m^3+\frac{675}{32}me^2-\frac{165}{8}m\varepsilon'^2+\frac{153}{32}m\gamma^2\right\}$$

$$\sin 2Ev \qquad \left\{\begin{array}{l}\frac{3}{2}+3.e^2-\frac{15}{4}\varepsilon'^2+\frac{9}{4}m^2-\frac{45}{4}m^2\varepsilon'^2+\left(\frac{3375}{128}-6=\frac{2607}{128}\right)m^2e^2\\ -\frac{15}{2}e^2\varepsilon'^2-\frac{3}{2}e^2\gamma^2+\frac{39}{32}\varepsilon'^4+\frac{3}{16}\gamma^4+\frac{27}{16}e^4+\frac{5}{8}b^4\end{array}\right\}$$

$$\sin 2Ev - cv \qquad e\left(-3-3.m-\frac{9}{4}e^2+\frac{3}{4}\gamma^2+\frac{15}{2}\varepsilon'^2\right)$$

$$\sin 2Ev + cv \qquad e\left(-3+3.m-\frac{9}{4}e^2+\frac{3}{4}\gamma^2+\frac{15}{2}\varepsilon'^2\right)$$

$$\sin 2Ev + 2gv \qquad \gamma^2\left(\frac{3}{4}-\frac{3}{8}m\right)$$

$$\sin 2Ev - 2gv \qquad \gamma^2\left(\frac{3}{4}+\frac{3}{8}m-\frac{411}{256}m^2-\frac{51}{16}e^2-\frac{3}{8}\gamma^2-\frac{15}{8}\varepsilon'^2\right)$$

$$\sin 2Ev - 2gv - cv \quad e\gamma^2\left(-\frac{15}{8}\right).$$

On formera l'expression correspondante de R_2 à l'aide de l'expression précédente de $\delta R''$, et en ayant sous les yeux les pages 266,

274, 336-338 du I.er vol., et les pages 282, 286, 253, 356 du second volume; ce qui donnera,

$$R_3 =$$

$$\cos c'mv \qquad \varepsilon' \left\{ -\left(9+9=18\right) m^2 - \left(\frac{361}{8}+\frac{247}{8}+\frac{429}{64}+\frac{627}{64}=\frac{185}{2}\right) m^3 \right\}$$

$$\cos 2gv + cv \qquad e\gamma^2 \left(\frac{9}{64} m \right)$$

$$\cos cv \qquad e \left\{ -\frac{45}{8} m - \frac{459}{32} m^2 - \frac{24189}{512} m^3 - \frac{165}{8} m \varepsilon'^2 - \frac{675}{32} m e^2 + \frac{63}{32} m \gamma^2 \right\}$$

$$\cos 2Ev \qquad \left\{ \begin{array}{l} \frac{3}{2} + 3.e^2 - \frac{15}{4}\varepsilon'^2 + \frac{51}{4} m^2 - \frac{45}{4} m^2 \varepsilon'^2 + \left(\frac{3375}{128} - 6 = \frac{2607}{128}\right) m^2 e^2 \\ -\frac{15}{2} e^2 \varepsilon'^2 - \frac{3}{2} e^2 \gamma^2 + \frac{39}{32} \varepsilon'^4 + \frac{3}{16}\gamma^4 + \frac{27}{16} e^4 + 5.b^4 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - cv \qquad e \left\{ -3 - 3.m - \frac{9}{4} e^2 + \frac{3}{4}\gamma^2 + \frac{15}{2}\varepsilon'^2 \right\}$$

$$\cos 2Ev + cv \qquad e \left\{ -3 + 3.m - \frac{9}{4} e^2 + \frac{3}{4}\gamma^2 + \frac{15}{2}\varepsilon'^2 \right\}$$

$$\cos 2Ev + 2gv \qquad \gamma^2 \left(\frac{3}{4} - \frac{3}{8} m \right)$$

$$\cos 2Ev - 2gv \qquad \gamma^2 \left\{ \frac{3}{4} + \frac{3}{8} m - \left(\frac{3}{2} - \frac{27}{256} = \frac{357}{256}\right) m^2 - \left(\frac{105}{16} - \frac{27}{8} = \frac{51}{16}\right) e^2 - \frac{3}{8}\gamma^2 - \frac{15}{8}\varepsilon'^2 \right\}$$

$$\cos 2Ev - 2gv - cv \qquad e\gamma^2 \left(-\frac{15}{8} \right);$$

d'où on tire

$$(3) \ \ldots\ldots \ R_3 . \gamma \sin gv =$$

$$\sin gv + cv \qquad e\gamma \left\{ \begin{array}{l} -\frac{45}{16} m - \frac{459}{64} m^2 - \frac{24189}{1024} m^3 - \frac{165}{16} m \varepsilon'^2 - \frac{675}{64} m e^2 \\ + \left(\frac{63}{64} - \frac{9}{128} = \frac{117}{128}\right) m \gamma^2 \end{array} \right\}$$

$$\sin gv + c'mv \qquad \varepsilon'\gamma \left(-9.m^2 - \frac{185}{4} m^3 \right)$$

$$\sin gv - c'mv \qquad \varepsilon'\gamma \left(-9.m^2 - \frac{185}{4} m^3 \right)$$

$$
\begin{array}{lll}
\sin 2Ev-gv & \gamma & \left\{\begin{array}{l} -\frac{3}{4}-\frac{3}{2}e^2+\frac{3}{8}\gamma^2+\frac{15}{8}\varepsilon'^2+\frac{3}{16}m\gamma^2-\frac{51}{8}m^4+\frac{45}{8}m^2\varepsilon'^2 \\ -\frac{2607}{256}m^2e^2-\frac{357}{512}m^2\gamma^2+\frac{15}{4}e^2\varepsilon'^2-\frac{15}{16}\varepsilon'^2\gamma^2-\left(\frac{51}{32}-\frac{3}{4}=\frac{27}{32}\right)e^2\gamma^2 \\ -\left(\frac{3}{32}+\frac{3}{16}=\frac{9}{32}\right)\gamma^4-\frac{27}{32}e^4-\frac{39}{64}\varepsilon'^4-\frac{5}{2}b^4 \end{array}\right\} \\
\sin 2Ev+gv & \gamma & \left\{\frac{3}{4}+\frac{3}{2}e^2-\frac{3}{8}\gamma^2-\frac{15}{8}\varepsilon'^2+\frac{3}{16}m\gamma^2\right\} \\
\sin 2Ev-gv-cv & e\gamma & \left\{\frac{3}{2}+\frac{3}{2}m+\frac{9}{8}e^2-\frac{15}{4}\varepsilon'^2-\left(\frac{3}{8}+\frac{15}{16}=\frac{21}{16}\right)\gamma^2\right\} \\
\sin 2Ev+gv+cv & e\gamma & \left\{-\frac{3}{2}+\frac{3}{2}m-\frac{9}{8}e^2+\frac{3}{8}\gamma^2+\frac{15}{4}\varepsilon'^2\right\}.
\end{array}
$$

Rappelons nous maintenant, qu'on a (Voyez p. 255 du I.[er] vol.)

$$-\frac{ds_1}{dv}=-\left(g-\int\theta\,dv\right)\gamma\cos gv:$$

donc, en substituant pour g et $\int\theta\,dv$ leurs valeurs données dans la page 183 du second volume, il viendra;

$$-\frac{ds_1}{dv}=2\cos gv\;\gamma\left(-\frac{1}{2}-\frac{3}{8}m^2+\frac{9}{64}m^3+\frac{273}{256}m^4-\frac{3}{4}m^2e^2+\frac{3}{16}m^2\gamma^2-\frac{9}{16}m^2\varepsilon'^2\right).$$

En faisant le produit de ce terme par la valeur précédente de R_1, on aura;

$$(4)\;\ldots\ldots -R_1\frac{ds_1}{dv}=$$

$$
\begin{array}{lll}
\sin gv+cv & e\gamma & \left\{\begin{array}{l} \frac{45}{16}m+\frac{1059}{64}m^2+\left(\frac{63721}{1024}+\frac{135}{64}=\frac{65881}{1024}\right)m^3-\frac{675}{64}me^2 \\ +\frac{165}{16}m\varepsilon'^2+\frac{135}{64}m^3-\left(\frac{153}{64}+\frac{9}{128}=\frac{315}{128}\right)m\gamma^2 \end{array}\right\} \\
\sin gv+c'mv & \varepsilon'\gamma & \left(\frac{357}{64}m^3\right) \\
\sin gv-c'mv & \varepsilon'\gamma & \left(-\frac{357}{64}m^3\right)
\end{array}
$$

$$\sin 2Ev - gv \qquad \gamma \left\{ \begin{array}{l} -\frac{3}{4} - \frac{3}{2}e^2 - \frac{3}{8}\gamma^2 + \frac{15}{8}\epsilon'^2 - \frac{9}{16}m^2 - \frac{3}{16}m\gamma^2 + \frac{27}{128}m^3 \\ + \left(\frac{819}{512} - \frac{9}{8} = \frac{243}{512}\right)m^4 - \left(\frac{2607}{256} + \frac{9}{8} + \frac{9}{8} = \frac{3183}{256}\right)m^2e^2 \\ + \left(\frac{411}{512} + \frac{9}{32} - \frac{9}{32} = \frac{411}{512}\right)m^2\gamma^2 + \left(\frac{45}{32} - \frac{27}{32} + \frac{45}{8} = \frac{99}{16}\right)m^2\epsilon'^2 \\ + \frac{15}{4}e^2\epsilon'^2 + \frac{15}{16}\epsilon'^2\gamma^2 + \left(\frac{3}{4} + \frac{51}{32} = \frac{75}{32}\right)e^2\gamma^2 - \frac{27}{32}e^4 \\ - \frac{39}{64}\epsilon'^4 + \left(\frac{3}{16} - \frac{3}{16} = \frac{3}{32}\right)\gamma^4 - \frac{5}{16}b^4 \end{array} \right\}$$

$$\sin 2Ev + gv \qquad \gamma \left\{ -\frac{3}{4} - \frac{3}{2}e^2 - \frac{3}{8}\gamma^2 + \frac{15}{8}\epsilon'^2 - \frac{9}{16}m^2 + \frac{3}{16}m\gamma^2 + \frac{27}{128}m^3 \right\}$$

$$\sin 2Ev - gv - cv \qquad e\gamma \left\{ \frac{3}{2} + \frac{3}{2}m + \frac{9}{8}e^2 - \frac{15}{4}\epsilon'^2 + \frac{9}{8}m^2 + \left(\frac{15}{16} - \frac{3}{8} = \frac{9}{16}\right)\gamma^2 \right\}$$

$$\sin 2Ev + gv + cv \qquad e\gamma \left\{ \frac{3}{2} - \frac{3}{2}m + \frac{9}{8}e^2 - \frac{3}{8}\gamma^2 - \frac{15}{4}\epsilon'^2 + \frac{9}{8}m^2 \right\}.$$

26. Produits partiels de $R_1 \delta s$.

On prendra les termes du multiplicateur R_1 dans les pages 171, 214, 253, 358, 283 du second volume, et dans les pages 337, 338 du I.er volume. Les termes de δs se trouvent dans les pages 204-207 du second volume.

Multiplicateur .... $\cos 0v \left(-3.m^2 - \frac{185}{16}m^3 + \frac{9}{16}m\gamma^2 + \frac{225}{16}me^2\right)$

Produit
$$\left\{ \begin{array}{lll} \sin gv + c'mv & \epsilon'\gamma & \left(-\frac{27}{8}m^3\right) \\ \sin gv - c'mv & \epsilon'\gamma & \left(\frac{27}{8}m^3\right) \\ \sin 2Ev - gv & \gamma & \left(-\frac{9}{8}m^3 - \frac{9}{32}m^4 - \frac{555}{128}m^4 + \frac{27}{128}m^3\gamma^2 + \frac{675}{128}m^3e^2\right) \end{array} \right.$$

Multiplicateur .... $2\cos 2Ev + cv \quad e\left(-\frac{3}{2} + \frac{3}{2}m - \frac{9}{8}e^2 + \frac{3}{8}\gamma^2 + \frac{15}{4}\epsilon'^2\right)$

Produit
$$\left\{ \sin gv + cv \qquad e\gamma \left\{ \begin{array}{l} \frac{9}{16}m + \frac{9}{64}m^2 - \frac{819}{1024}m^3 + \frac{9}{8}me^2 - \frac{45}{32}m\epsilon'^2 - \frac{9}{16}m^2 \\ - \frac{9}{64}m^3 + \frac{27}{64}me^2 - \frac{9}{64}m\gamma^2 - \frac{45}{32}m\epsilon'^2 \end{array} \right\} \right.$$

Multiplicateur		Produit	
$2\cos cv$	$e\left(-\frac{45}{16}m\right)$	$\sin 2Ev-gv-cv$	$e\gamma\left(-\frac{135}{128}m^2\right)$
$2\cos 2Ev$	$\left(\frac{3}{4}\right)$	$\sin gv+cv$	$e\gamma\left(\frac{9}{4}m^2+\frac{45}{8}m^3\right)$
		$\sin 2Ev-gv-cv$	$e\gamma\left(\frac{3}{4}m^2\right)$
		$\sin 2Ev+gv+cv$	$e\gamma\left(-\frac{3}{4}m^2\right)$
		$\sin gv-c'mv$	$\varepsilon'\gamma\left(\frac{9}{32}m+\frac{171}{256}m^2+\frac{981}{1024}m^3\right)$
		$\sin gv+c'mv$	$\varepsilon'\gamma\left(-\frac{21}{32}m-\frac{195}{256}m^2+\frac{15}{1024}m^3\right)$
		$\sin 2Ev-gv$	$\gamma\left(\frac{225}{512}m^4\right)$
$2\cos 2Ev+c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{3}{8}\right)$	$\sin 2Ev-gv$	$\gamma\left(\frac{27}{64}m\varepsilon'^2-\frac{207}{512}m^2\varepsilon'^2\right)$
		$\sin 2Ev+gv$	$\gamma\left(\frac{27}{64}m\varepsilon'^2\right)$
		$\sin gv+c'mv$	$\varepsilon'\gamma\left(\frac{9}{64}m+\frac{9}{256}m^2-\frac{819}{4096}m^3\right)$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev-c'mv$ $\varepsilon'\left(\frac{21}{8}+\frac{9}{2}m^2\right)$

Produit	
$\sin gv-c'mv$	$\varepsilon'\gamma\left(-\frac{63}{64}m-\frac{63}{256}m^2+\frac{5733}{4096}m^3-\frac{27}{16}m^3\right)$
$\sin 2Ev-gv$	$\gamma\left(\frac{189}{64}m\varepsilon'^2-\frac{189}{512}m^2\varepsilon'^2\right)$
$\sin 2Ev+gv$	$\gamma\left(\frac{189}{64}m\varepsilon'^2\right)$

Multiplicateur		Produit	
$2\cos 2Ev+c'mv+cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{3}{4}\right)$	$\sin gv+cv$	$e\gamma\left(\frac{9}{32}m\varepsilon'^2\right)$
$2\cos 2Ev-c'mv+cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{21}{4}\right)$	$\sin gv+cv$	$e\gamma\left(\frac{147}{32}m\varepsilon'^2\right)$

$2\cos 2Ev-2gv-cv \quad e\gamma^2\left(-\frac{15}{16}\right)\ldots\ldots\{ \sin gv+cv \qquad e\gamma\left(-\frac{45}{128}m\gamma^2\right)$

$2\cos 4Ev \qquad \left(-\frac{3}{2}m^2\right)\ldots\ldots\ldots\{ \sin 2Ev+gv \qquad \gamma\left(\frac{9}{16}m^3\right)$

$2\cos 4Ev-2gv \quad \gamma^2\left(-\frac{9}{32}m\right)\ldots\ldots\ldots\{ \sin 2Ev-gv \qquad \gamma\left(\frac{27}{256}m^2\gamma^2\right).$

$$(5)\ \ldots\ldots\ R_3\partial s =$$

$$\sin gv+cv \qquad e\gamma\left\{\begin{array}{l}\frac{9}{16}m+\left(\frac{9}{64}+\frac{9}{4}-\frac{9}{16}=\frac{117}{64}\right)m^2+\left(\frac{45}{8}-\frac{819}{1024}-\frac{9}{64}=\frac{4797}{1024}\right)m^3\\+\left(\frac{9}{8}+\frac{27}{64}=\frac{99}{64}\right)me^2-\left(\frac{45}{128}+\frac{9}{64}=\frac{63}{128}\right)m\gamma^2\\+\left(\frac{147}{32}+\frac{9}{32}-\frac{45}{32}-\frac{45}{32}=\frac{33}{16}\right)m\varepsilon'^2\end{array}\right\}.$$

$$\sin gv+c'mv \quad \varepsilon'\gamma\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{9}{64}-\frac{21}{32}=-\frac{33}{64}\right)m-\left(\frac{195}{16}-\frac{9}{256}=\frac{93}{128}\right)m^2\\-\left(\frac{819}{4096}+\frac{27}{8}-\frac{15}{1024}=\frac{14583}{4096}\right)m^3\end{array}\right\}$$

$$\sin gv-c'mv \quad \varepsilon'\gamma\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{9}{32}-\frac{63}{64}=-\frac{45}{64}\right)m+\left(\frac{171}{256}-\frac{63}{256}=\frac{27}{64}\right)m^2\\+\left(\frac{5733}{4096}+\frac{27}{8}+\frac{981}{1024}-\frac{27}{16}=\frac{16569}{4096}\right)m^3\end{array}\right\}$$

$$\sin 2Ev-gv \quad \gamma\left\{\begin{array}{l}-\frac{9}{8}m^3+\left(\frac{27}{64}+\frac{189}{64}=\frac{27}{8}\right)m\varepsilon'^2-\left(\frac{9}{32}+\frac{555}{128}-\frac{225}{512}=\frac{2139}{512}\right)m^4\\+\left(\frac{27}{128}+\frac{27}{256}=\frac{81}{256}\right)m^2\gamma^2+\frac{675}{128}m^2e^2-\left(\frac{207}{512}+\frac{189}{512}=\frac{99}{128}\right)m^2\varepsilon'^2\end{array}\right\}$$

$$\sin 2Ev+gv \quad \gamma\left\{\frac{9}{16}m^3+\left(\frac{27}{64}+\frac{189}{64}=\frac{27}{8}\right)m\varepsilon'^2\right\}$$

$$\sin 2Ev-gv-cv \quad e\gamma\left\{-\frac{135}{128}+\frac{3}{4}=-\frac{39}{128}\right\}m^2$$

$$\sin 2Ev+gv+cv \quad e\gamma\left(-\frac{3}{4}m^2\right).$$

Produits partiels de $-R_{,}\frac{d.\delta s}{dv}$.

On prendra les termes du multiplicateur $R_{,}$ dans les pages 60, 368, 369, 370, 372 et 289 du second volume. Et à l'égard de la valeur de $-\frac{d.\delta s}{dv}$ on pourra employer celle donnée dans la page 177 du second volume après y avoir ajouté cette partie; savoir

$$\cos gv + cv \qquad e\gamma\left(\ 2.m^{3}\right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv - gv \qquad e'\gamma\left\{\frac{327}{256}-\frac{57}{64}-\frac{9}{32}=\frac{27}{256}\right\}m^{3}$$

$$\cos 2Ev - c'mv - gv \qquad e'\gamma\left\{\frac{5}{256}+\frac{195}{64}+\frac{21}{32}=\frac{953}{256}\right\}m^{3}$$

$$\cos 2Ev - gv - cv \qquad e\gamma\left(-\ 6.m^{3}\right)$$

$$\cos 4Ev - gv \qquad \gamma\left(-\frac{225}{128}m^{4}\right).$$

Multiplicateur Produit

$$2\sin cv \quad e\left(-\frac{45}{16}m\right)\ldots\left\{\sin 2Ev - gv - cv \quad e\gamma\left(-\frac{135}{128}m^{3}\right)\right.$$

$$2\sin 2Ev \quad \left(\ \frac{3}{4}\ \right)\ldots\left\{\begin{array}{ll}\sin gv + cv & e\gamma\left(-\frac{9}{2}\ m^{3}\right)\\ \sin 2Ev - gv - cv & e\gamma\left(\ \frac{3}{2}\ m^{3}\right)\\ \sin 2Ev + gv + cv & e\gamma\left(\ \frac{3}{2}\ m^{3}\right)\\ \sin gv - c'mv & e'\gamma\left(\ \frac{9}{32}m+\frac{99}{256}m^{2}+\frac{81}{1024}m^{3}\right)\\ \sin gv + c'mv & e'\gamma\left(-\frac{21}{32}m+\frac{300}{256}m^{2}+\frac{2859}{1024}m^{3}\right)\\ \sin 2Ev - gv & \gamma\left(\ \frac{675}{512}m^{4}\right)\end{array}\right.$$

Multiplicateur.... $2\sin 2Ev+cv \quad e\left(-\frac{3}{2}+\frac{3}{2}m-\frac{9}{8}e^2+\frac{3}{8}\gamma^2+\frac{15}{4}\varepsilon'^2\right)$

Produit $\left\{ \sin gv+cv \quad e\gamma \left\{ \begin{array}{l} \frac{9}{16}m-\frac{63}{64}m^2-\frac{1539}{1024}m^3+\frac{9}{8}me^2-\frac{45}{32}m\varepsilon'^2-\frac{9}{16}m^2 \\ +\frac{63}{64}m^3+\frac{27}{64}me^2-\frac{9}{64}m\gamma^2-\frac{45}{32}m\varepsilon'^2 \end{array} \right\} \right.$

Multiplicateur .... $2\sin 2Ev+c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{3}{8}\right)$

Produit $\left\{ \begin{array}{lll} \sin gv+c'mv & \varepsilon'\gamma & \left(\frac{9}{64}m-\frac{63}{256}m^2-\frac{1539}{4096}m^3\right) \\ \sin 2Ev-gv & \gamma & \left(\frac{27}{64}m\varepsilon'^2+\frac{9}{512}m^2\varepsilon'^2\right) \\ \sin 2Ev+gv & \gamma & \left(-\frac{27}{64}m\varepsilon'^2\right) \end{array} \right.$

Multiplicateur .... $2\sin 2Ev-c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{21}{8}+\frac{9}{2}m^2\right)$

Produit $\left\{ \begin{array}{lll} \sin gv-c'mv & \varepsilon'\gamma & \left(-\frac{63}{64}m+\frac{441}{256}m^2+\frac{10773}{4096}m^3-\frac{27}{16}m^3\right) \\ \sin 2Ev-gv & \gamma & \left(\frac{189}{64}m\varepsilon'^2-\frac{1701}{512}m^2\varepsilon'^2\right) \\ \sin 2Ev+gv & \gamma & \left(-\frac{189}{64}m\varepsilon'^2\right) \end{array} \right.$

Multiplicateur			Produit	
$2\sin 2Ev+c'mv+cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{3}{4}\right)$	....	$\sin gv+cv$	$e\gamma\left(\frac{9}{32}m\varepsilon'^2\right)$
$2\sin 2Ev-c'mv+cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{21}{4}\right)$	....	$\sin gv+cv$	$e\gamma\left(\frac{147}{32}m\varepsilon'^2\right)$
$2\sin 2Ev-2gv-cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{15}{16}\right)$	....	$\sin gv+cv$	$e\gamma\left(-\frac{45}{128}m\gamma^2\right)$
$2\sin 4Ev$	$\left(-\frac{3}{2}m^2\right)$	....	$\sin 2Ev+gv$	$\gamma\left(\frac{9}{16}m^3\right)$
$2\sin 4Ev-2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{9}{32}m\right)$	....	$\sin 2Ev-gv$	$\gamma\left(\frac{27}{256}m^2\gamma^2\right)$.

$$(6) \ldots\ldots -R_{,}\frac{d.\delta s}{dv}=$$

$$\sin gv+cv \quad e\gamma\left\{\begin{array}{l} \frac{9}{16}m-\left(\frac{63}{64}+\frac{9}{16}=\frac{99}{64}\right)m^2-\left(\frac{9}{2}+\frac{1539}{1024}-\frac{63}{64}=\frac{5139}{1024}\right)m^3 \\ +\left(\frac{9}{8}+\frac{27}{64}=\frac{99}{64}\right)me^2-\left(\frac{45}{128}+\frac{9}{64}=\frac{63}{128}\right)m\gamma^2 \\ +\left(\frac{147}{32}+\frac{9}{32}-\frac{45}{32}-\frac{45}{32}=\frac{33}{16}\right)m\varepsilon'^2 \end{array}\right\}$$

$$\sin gv+c'mv \quad \varepsilon'\gamma\left\{\begin{array}{l} -\left(\frac{21}{32}-\frac{9}{64}=\frac{33}{64}\right)m+\left(\frac{309}{256}-\frac{63}{256}=\frac{123}{128}\right)m^2 \\ +\left(\frac{2859}{1024}-\frac{1539}{4096}=\frac{9897}{4096}\right)m^3 \end{array}\right\}$$

$$\sin gv-c'mv \quad \varepsilon'\gamma\left\{\begin{array}{l} -\left(\frac{63}{64}-\frac{9}{32}=\frac{45}{64}\right)m+\left(\frac{99}{256}+\frac{441}{256}=\frac{135}{64}\right)m^2 \\ +\left(\frac{81}{1024}+\frac{10773}{4096}-\frac{27}{16}=\frac{4185}{4096}\right)m^3 \end{array}\right\}$$

$$\sin 2Ev-gv \quad \gamma\left\{\begin{array}{l} \left(\frac{27}{64}+\frac{189}{64}=\frac{27}{8}\right)m\varepsilon'^2+\frac{675}{512}m^4+\frac{27}{256}m^2\gamma^2 \\ -\left(\frac{1701}{512}-\frac{9}{512}=\frac{423}{128}\right)m^2\varepsilon'^2 \end{array}\right\}$$

$$\sin 2Ev+gv \quad \gamma\left\{\ \frac{9}{16}m^3-\left(\frac{27}{64}+\frac{189}{64}=\frac{27}{8}\right)m\varepsilon'^2\right\}$$

$$\sin 2Ev-gv-cv \quad e\gamma\left\{-\frac{135}{128}+\frac{3}{2}=\frac{57}{128}\right\}m^2$$

$$\sin 2Ev+gv+cv \quad e\gamma\left(\ \frac{3}{2}m^2\right).$$

27. Maintenant si l'on fait (Voyez pag. 183 du second volume)

$$P=\frac{3}{2}m^2-\frac{9}{16}m^3-\frac{237}{64}m^4+3.m^2e^2-\frac{3}{4}m^2\gamma^2+\frac{9}{4}m^2\varepsilon'^2$$

on trouvera, à l'aide de la valeur de $-\int R_{,}dv$ donnée dans la page 61 du second volume;

$$(7) \ldots\ldots \gamma \sin gv \,.\, 2P\int R_1\, dv =$$

$\sin gv + cv$	$e\gamma\left(\frac{135}{16}m^3\right)$
$\sin 2Ev - gv$	$\gamma\left\{\begin{array}{l}\frac{9}{8}m^2 - \frac{27}{64}m^3 - \frac{711}{256}m^4 + \frac{9}{4}m^2e^2 - \frac{9}{16}m^2\gamma^2 + \frac{27}{16}m^2\varepsilon'^2 \\ + \frac{9}{8}m^3 - \frac{27}{64}m^4 + \frac{9}{8}m^4 + \frac{9}{4}m^2e^2 - \frac{45}{16}m^2\varepsilon'^2\end{array}\right\}$
$\sin 2Ev - gv$	$\gamma\left(\frac{9}{16}m\gamma^2 - \frac{27}{128}m^2\gamma^2 - \frac{9}{64}m^2\gamma^2\right)$
$\sin 2Ev + gv$	$\gamma\left(-\frac{9}{8}m^2 + \frac{27}{64}m^3 - \frac{9}{8}m^3\right)$
$\sin 2Ev - gv - cv$	$e\gamma\left(-\frac{9}{2}m^2\right)$
$\sin 2Ev + gv + cv$	$e\gamma\left(\frac{3}{2}m^2\right)$.

28. Produits partiels de $-2\left(\frac{d^2 . \delta s}{dv^2} + \delta s\right)\int R_1\, dv$.

(Voyez les pages 61 et 200-204 du second volume, où l'on trouve les termes des deux facteurs).

Multiplicateur		Produit	
$2\cos 2Ev$	$\left(-\frac{3}{4} - \frac{3}{4}m\right)\ldots$	$\sin gv + cv$	$e\gamma\left(\frac{9}{4}m^2 + \frac{45}{8}m^3 + \frac{9}{4}m^3\right)$
		$\sin 2Ev - gv - cv$	$e\gamma\left(-\frac{9}{4}m^2\right)$
		$\sin 2Ev + gv + cv$	$e\gamma\left(\frac{9}{4}m^2\right)$
		$\sin gv - c'mv$	$\varepsilon'\gamma\left(\frac{9}{16}m^2 + \frac{189}{128}m^3 + \frac{9}{16}m^3\right)$
		$\sin gv + c'mv$	$\varepsilon'\gamma\left(-\frac{63}{16}m^2 + \frac{45}{128}m^3 - \frac{63}{16}m^3\right)$
		$\sin 2Ev - gv$	$\gamma\left(-\frac{225}{64}m^4\right)$

$$2\cos 2Ev-cv \quad e\left(3 \right)\ldots\ldots\left\{ \sin 2Ev-gv \quad \gamma\left(9.m^2e^2 \right) \right.$$

$$2\cos 2Ev-2gv \quad \gamma^2\left(\tfrac{3}{8}.m^{-1} \right)\ldots\left\{ \sin gv+cv \quad e\gamma\left(\tfrac{9}{8}\, m\gamma^2 \right) \right.$$

$$2\cos 2Ev+cv \quad e\left(1-\tfrac{1}{3}m \right)\ldots\left\{ \begin{array}{l} \sin 2Ev-gv \quad \gamma\left(3.m^2e^2 \right) \\ \sin gv+cv \quad e\gamma\left(\tfrac{3}{2}m^2-\tfrac{9}{16}m^3-\tfrac{1}{2}m^3 \right) \end{array} \right.$$

$$2\cos 2Ev+c'mv \quad \epsilon'\left(\tfrac{3}{8}+\tfrac{3}{16}m \right)\ldots\left\{ \begin{array}{l} \sin gv+c'mv \quad \epsilon'\gamma\left(\tfrac{9}{16}m^2+\tfrac{9}{32}m^3-\tfrac{27}{128}m^3 \right) \\ \sin 2Ev-gv \quad \gamma\left(-\tfrac{27}{32}m^2\epsilon'^2 \right) \end{array} \right.$$

$$2\cos 2Ev-c'mv \quad \epsilon'\left(-\tfrac{21}{8}-\tfrac{63}{16}m \right)\ldots\left\{ \begin{array}{l} \sin gv-c'mv \quad \epsilon'\gamma\left(-\tfrac{63}{16}m^2-\tfrac{189}{32}m^3+\tfrac{189}{128}m^3 \right) \\ \sin 2Ev-gv \quad \gamma\left(\tfrac{189}{32}m^2\epsilon'^2 \right) \end{array} \right.$$

$$(8)\ \ldots\ldots\ldots -2\left(\frac{d^2.\delta s}{dv^2}+\delta s \right)\int R_1 dv =$$

$$\sin gv+cv \quad e\gamma\left\{ \left(\tfrac{9}{4}+\tfrac{3}{2}=\tfrac{15}{4} \right)m^2+\left(\tfrac{9}{4}+\tfrac{45}{8}-\tfrac{9}{16}-\tfrac{1}{2}=\tfrac{109}{16} \right)m^3+\tfrac{9}{8}m\gamma^2 \right\}$$

$$\sin gv+c'mv \quad \epsilon'\gamma\left\{ -\left(\tfrac{63}{16}-\tfrac{9}{16}=\tfrac{27}{8} \right)m^2-\left(\tfrac{27}{128}+\tfrac{63}{16}-\tfrac{9}{32}-\tfrac{45}{128}=\tfrac{225}{64} \right)m^3 \right\}$$

$$\sin gv-c'mv \quad \epsilon'\gamma\left\{ -\left(\tfrac{63}{16}-\tfrac{9}{16}=\tfrac{27}{8} \right)m^2-\left(\tfrac{189}{32}-\tfrac{9}{16}-\tfrac{189}{128}-\tfrac{189}{128}=\tfrac{153}{64} \right)m^3 \right\}$$

$$\sin 2Ev-gv \quad \gamma\left\{ -\tfrac{225}{64}m^4+\left(\tfrac{189}{32}-\tfrac{27}{32}=\tfrac{81}{16} \right)m^2\epsilon'^2+\left(9+3=12 \right)m^2e^2 \right\}$$

$$\sin 2Ev-gv-cv \quad e\gamma\left(-\tfrac{9}{4}m^2 \right)$$

$$\sin 2Ev+gv+cv \quad e\gamma\left(\tfrac{9}{4}m^2 \right).$$

:

29. La réunion des termes compris dans la fonction

$$\mu^2 \{ (1) + (2) \; . \; . \; . \; . \; . \; + (8) \}$$

donnera l'équation différentielle en δs qu'il s'agissait de former ; et en observant que $\mu^2 = m^2 - \frac{171}{32} m^4 - \frac{675}{64} m^4 e^2 + 3 . m^4 (\varepsilon'^2 - E'^2)$ (Voyez p. 242 et 244 du second volume), il viendra

$$-\frac{d^2 . \delta s}{dv^2} - \left(1 + \frac{3}{2}\mu^2\right)\delta s =$$

$$\sin gv + cv \quad e\gamma \left\{ \begin{array}{l} -3.m^2 + \left(\frac{45}{16} - \frac{45}{16} + \frac{9}{16} + \frac{9}{16} = \frac{9}{8}\right) m^3 \\ + \left(\frac{1059}{64} - \frac{459}{64} + \frac{117}{64} - \frac{99}{64} + \frac{15}{4} = \frac{429}{32}\right) m^4 \\ - \frac{9}{4} m^2 e^2 + \frac{21}{8} m^2 \gamma^2 - \frac{9}{2} m^2 \varepsilon'^2 \\ + \left\{ \begin{array}{l} \frac{65881}{1024} - \frac{225}{64} + \frac{225}{16} - \frac{24489}{1024} + \frac{4797}{1024} \\ - \frac{5139}{1024} + \frac{135}{16} + \frac{109}{16} = \frac{33733}{512} \end{array} \right\} m^5 \\ + \left(\frac{99}{64} + \frac{99}{64} - \frac{675}{64} - \frac{675}{64} = -18\right) m^3 e^2 \\ + \left(\frac{165}{16} - \frac{165}{16} + \frac{33}{16} + \frac{33}{16} = \frac{33}{8}\right) m^3 \varepsilon'^2 \\ + \left(\frac{117}{128} - \frac{315}{128} - \frac{63}{128} - \frac{63}{128} + \frac{9}{8} = -\frac{45}{32}\right) m^3 \gamma^2 \end{array} \right\}$$

$$\sin gv + c'mv \quad \varepsilon'\gamma \left\{ \begin{array}{l} \frac{9}{4} m^2 - \left(\frac{33}{64} + \frac{33}{64} = \frac{33}{32}\right) m^3 + \left(\frac{9}{2} - 9 - \frac{93}{128} + \frac{123}{128} - \frac{27}{8} = -\frac{489}{64}\right) m^4 \\ + \left(\frac{15}{4} - \frac{185}{4} + \frac{357}{64} - \frac{14583}{4096} + \frac{9897}{4096} - \frac{225}{64} = -\frac{85159}{2048}\right) m^5 \end{array} \right\}$$

$$\sin gv - c'mv \quad \varepsilon'\gamma \left\{ \begin{array}{l} \frac{9}{4} m^2 - \left(\frac{45}{64} + \frac{45}{64} = \frac{45}{32}\right) m^3 + \left(\frac{9}{2} - 9 + \frac{27}{64} + \frac{135}{64} - \frac{27}{8} = -\frac{171}{32}\right) m^4 \\ + \left(\frac{9}{2} - \frac{185}{4} - \frac{357}{64} + \frac{16569}{4096} + \frac{4185}{4096} - \frac{153}{64} = -\frac{91447}{2048}\right) m^5 , \end{array} \right\}$$

$$
\sin 2Ev - gv \quad \gamma \left\{
\begin{array}{l}
-\left(\frac{3}{4}+\frac{3}{4}=\frac{3}{2}\right)m^2+\left(3-\frac{9}{16}+\frac{9}{8}=\frac{57}{16}\right)m^4+\left(\frac{3}{8}-\frac{3}{8}=0\right)m^2\gamma^2 \\
-\left(\frac{3}{2}+\frac{3}{2}=3\right)m^2e^2+\left(\frac{19}{2}+\frac{27}{128}-\frac{9}{8}-\frac{27}{64}+\frac{9}{8}=\frac{1189}{128}\right)m^5 \\
+\left(\frac{15}{8}+\frac{15}{8}=\frac{15}{4}\right)m^2\varepsilon'^2-\left(\frac{225}{16}-\frac{9}{8}=\frac{207}{16}\right)m^3e^2 \\
+\left(\frac{63}{32}+\frac{27}{8}+\frac{27}{8}=\frac{279}{32}\right)m^3\varepsilon'^2+\left(\frac{3}{16}-\frac{3}{16}-\frac{9}{8}+\frac{9}{16}=-\frac{9}{16}\right)m^3\gamma^2 \\
+\left\{\begin{array}{l}\frac{64}{3}-\frac{51}{8}+\frac{243}{512}-\frac{2139}{512}+\frac{675}{512}-\frac{711}{256} \\ -\frac{27}{64}+\frac{9}{8}-\frac{225}{64}+\frac{513}{64}=\frac{23039}{1536}\end{array}\right\}m^6 \\
+\left(\frac{21}{2}+\frac{63}{128}+\frac{45}{8}+\frac{99}{16}-\frac{99}{128}-\frac{423}{128}+\frac{27}{16}-\frac{45}{16}+\frac{81}{16}=\frac{2901}{128}\right)m^4\varepsilon'^2 \\
+\left\{\begin{array}{l}\frac{201}{32}-\frac{2739}{64}-\frac{2607}{256}-\frac{3183}{256}+\frac{675}{128} \\ +\frac{9}{4}+\frac{9}{4}+12+\frac{2025}{128}=-\frac{2757}{128}\end{array}\right\}m^4e^2 \\
+\left(\frac{411}{512}-\frac{9}{32}-\frac{357}{512}+\frac{81}{256}+\frac{27}{256}-\frac{9}{16}-\frac{27}{128}-\frac{9}{64}=-\frac{171}{256}\right)m^4\gamma^2 \\
+\left(\frac{15}{4}+\frac{15}{4}=\frac{15}{2}\right)m^2e^2\varepsilon'^2+\left(\frac{15}{16}-\frac{15}{16}=0\right)m^2\varepsilon'^2\gamma^2 \\
+\left(\frac{75}{32}-\frac{27}{32}=\frac{3}{2}\right)m^2e^2\gamma^2+\left(\frac{3}{32}-\frac{9}{32}=-\frac{3}{16}\right)m^2\gamma^4 \\
-\left(\frac{27}{32}+\frac{27}{32}=\frac{27}{16}\right)m^2e^4-\left(\frac{39}{64}+\frac{39}{64}=\frac{39}{32}\right)m^2\varepsilon'^4 \\
-\left(\frac{5}{2}+\frac{5}{16}=\frac{45}{16}\right)m^2b^2-\frac{9}{2}m^4\left(\varepsilon'^2-E'^2\right)
\end{array}
\right\}
$$

$$
\sin 2Ev + gv \quad \gamma \left\{
\begin{array}{l}
\left(\frac{3}{4}-\frac{3}{4}=0\right)m^2+\left(\frac{3}{2}-\frac{3}{2}=0\right)m^2e^2-\left(\frac{3}{8}+\frac{3}{8}=\frac{3}{4}\right)m^2\gamma^2 \\
+\left(\frac{15}{8}-\frac{15}{8}=0\right)m^2\varepsilon'^2-\left(3+\frac{9}{16}+\frac{9}{8}=\frac{75}{16}\right)m^4+\frac{225}{16}m^3e^2 \\
+\left(\frac{27}{8}-\frac{27}{8}=0\right)m^3\varepsilon'^2+\left(\frac{9}{16}+\frac{9}{32}+\frac{3}{16}+\frac{3}{16}=\frac{39}{32}\right)m^3\gamma^2 \\
+\left(\frac{27}{128}-\frac{19}{2}+\frac{9}{16}+\frac{9}{16}+\frac{27}{64}-\frac{9}{8}=-\frac{1135}{128}\right)m^5
\end{array}
\right\}
$$

$$\sin 2Ev-gv-cv \quad e\gamma \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{3}{2}+\frac{3}{2}=3\right)m^2+\left(\frac{3}{2}+\frac{3}{2}-\frac{9}{8}+\frac{45}{8}=\frac{15}{2}\right)m^3 \\ +\left(\frac{9}{8}+\frac{9}{8}=\frac{9}{4}\right)m^2e^2-\left(\frac{15}{4}+\frac{15}{4}=\frac{15}{2}\right)m^2\epsilon'^2-\left(\frac{21}{16}-\frac{9}{16}=\frac{3}{4}\right)m^2\gamma^2 \\ +\left(\frac{9}{8}-\frac{9}{32}-\frac{39}{128}+\frac{57}{128}-\frac{9}{2}-\frac{9}{4}+\frac{579}{32}=\frac{789}{64}\right)m^4 \end{array} \right\}$$

$$\sin 2Ev+gv+cv \quad e\gamma \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{3}{2}-\frac{3}{2}=0\right)m^2+\left(\frac{3}{2}-\frac{3}{2}=0\right)m^3+\left(\frac{9}{8}-\frac{9}{8}=0\right)m^2e^2 \\ +\left(\frac{3}{8}-\frac{3}{8}=0\right)m^2\gamma^2+\left(\frac{15}{4}-\frac{15}{4}=0\right)m^2\epsilon'^2 \\ +\left(\frac{75}{8}-\frac{3}{4}+\frac{3}{2}+\frac{3}{2}+\frac{9}{4}+\frac{9}{8}=15\right)m^4 \end{array} \right\}$$

Pour intégrer cette équation, on multipliera chaque terme par le facteur correspondant que voici (formé à la manière ordinaire; c'est-à-dire en développant la fraction qui l'exprime):

Argument	Facteur pour l'intégration
$gv+cv$	$\frac{1}{8}\left(1+\frac{1}{2}m^2+\frac{39}{4}m^3\right)$
$gv+c'mv$	$\frac{1}{2m}\left(1-\frac{1}{2}m-\frac{7}{32}m^2+\frac{317}{128}m^3\right)$
$gv-c'mv$	$-\frac{1}{2m}\left(1+\frac{1}{2}m-\frac{25}{32}m^2-\frac{317}{128}m^3\right)$
$2Ev-gv$	$-\frac{1}{4m}\left\{\begin{array}{l}1+\frac{1}{4}m+\frac{61}{64}m^2+\frac{355}{256}m^3-\frac{3}{4}me^2-\frac{9}{16}m\epsilon'^2 \\ +\frac{3}{16}m\gamma^2+\frac{3287}{2048}m^4-\frac{117}{64}m^2e^2+\frac{87}{64}m^2\epsilon'^2-\frac{63}{128}m^2\gamma^2\end{array}\right\}$
$2Ev+gv$	$\frac{1}{8}\left(1+\frac{3}{2}m\right)$
$2Ev-gv-cv$ . . .	$-1-\frac{5}{2}m^2$
$2Ev+gv+cv$ . . .	$\frac{1}{15}$;

ce qui donnera;

$$\delta s =$$

$$\sin gv + cv \quad e\gamma \left\{ \begin{array}{l} -m^2 + \frac{3}{8}m^3 + \left(\frac{143}{32} - \frac{1}{2} = \frac{127}{32}\right)m^4 - \frac{3}{4}m^2e^2 + \frac{7}{8}m^2\gamma^2 - \frac{3}{2}m^2\varepsilon'^2 \\ + \left(\frac{33733}{1536} + \frac{3}{16} - \frac{39}{4} = \frac{19045}{1536}\right)m^5 - 6.m^3e^2 - \frac{15}{32}m^3\gamma^2 + \frac{11}{8}m^3\varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$\sin gv + c'mv \quad \varepsilon'\gamma \left\{ \begin{array}{l} \frac{9}{8}m - \left(\frac{33}{64} + \frac{9}{16} = \frac{69}{64}\right)m^2 - \left(\frac{489}{128} - \frac{33}{128} + \frac{63}{256} = \frac{975}{256}\right)m^3 \\ - \left(\frac{85159}{4096} - \frac{489}{256} - \frac{231}{2048} - \frac{2853}{1024} = \frac{65461}{4096}\right)m^4 \end{array} \right\}$$

$$\sin gv - c'mv \quad \varepsilon'\gamma \left\{ \begin{array}{l} -\frac{9}{8}m + \left(\frac{45}{64} - \frac{9}{16} = \frac{9}{64}\right)m^2 + \left(\frac{171}{64} + \frac{45}{128} + \frac{225}{256} = \frac{999}{256}\right)m^3 \\ + \left(\frac{91447}{4096} + \frac{171}{128} - \frac{1125}{2048} + \frac{2853}{1024} = \frac{106081}{4096}\right)m^4 \end{array} \right\}$$

$$\sin 2Ev - gv \quad \gamma \left\{ \begin{array}{l} \frac{3}{8}m + \frac{3}{32}m^2 - \left(\frac{57}{64} - \frac{183}{512} = \frac{273}{512}\right)m^3 + \frac{3}{4}me^2 - \frac{15}{16}m\varepsilon'^2 \\ - \left(\frac{1189}{512} + \frac{57}{256} - \frac{1065}{2048} = \frac{4147}{2048}\right)m^4 + \left(\frac{9}{64} + \frac{9}{128} = \frac{27}{128}\right)m^2\gamma^2 \\ + \left(\frac{207}{64} + \frac{3}{16} - \frac{9}{32} = \frac{201}{64}\right)m^2e^2 - \left(\frac{279}{128} + \frac{15}{64} + \frac{27}{128} = \frac{21}{8}\right)m^2\varepsilon'^2 \\ - \left(\frac{23039}{6144} + \frac{1180}{2048} + \frac{8477}{4096} - \frac{9711}{16384} = \frac{225489}{49152}\right)m^5 - \frac{15}{8}me^2\varepsilon'^2 \\ + \left(\frac{2757}{512} + \frac{207}{256} + \frac{183}{256} - \frac{351}{512} = \frac{1593}{256}\right)m^3e^2 - \frac{3}{8}me^2\gamma^2 + \frac{3}{64}m\gamma^4 \\ - \left(\frac{2901}{512} + \frac{279}{512} + \frac{915}{1024} - \frac{261}{512} = \frac{6753}{1024}\right)m^3\varepsilon'^2 + \frac{27}{64}me^4 + \frac{89}{128}m\varepsilon'^4 \\ + \left(\frac{171}{1024} + \frac{9}{256} - \frac{180}{1024} = \frac{9}{512}\right)m^3\gamma^2 + \frac{45}{64}mb^4 + \frac{9}{8}m^3(\varepsilon'^2 - E'^2) \end{array} \right\}$$

$$\sin 2Ev + gv \quad \gamma \left\{ \begin{array}{l} -\frac{8}{32}m^2\gamma^2 - \frac{75}{128}m^4 - \left(\frac{1135}{1024} + \frac{225}{256} = \frac{2035}{1024}\right)m^5 \\ + \frac{225}{128}m^3e^2 + \left(\frac{39}{256} - \frac{9}{64} = \frac{3}{256}\right)m^3\gamma^2 \end{array} \right\}$$

$$\sin 2Ev - gv - cv \quad e\gamma \left\{ \begin{array}{l} -3.m^2 - \frac{15}{2}m^3 - \left(\frac{789}{64} + \frac{15}{2} = \frac{1269}{64}\right)m^4 \\ - \frac{9}{4}m^2e^2 + \frac{15}{2}m^2\varepsilon'^2 + \frac{3}{4}m^2\gamma^2 \end{array} \right\}$$

$$\sin 2Ev + gv + cv \quad e\gamma\,(m^4);$$

§ 2.

Intégration ultérieure de l'équation différentielle en δu relativement aux coefficiens des argumens $cv + c'mv$, $cv - c'mv$, $2Ev$, $2Ev - cv$, $2Ev + cv$, $2Ev + 2cv$, $2Ev + c'mv$, $2Ev - c'mv$, $2Ev + c'mv - cv$, $2Ev - c'mv - cv$, $2Ev + c'mv + cv$, $2Ev - c'mv + cv$.

30. L'équation différentielle en δu qu'il s'agit de former dans ce paragraphe doit comprendre les coefficiens de ces douze argumens, développés avec les restrictions suivantes. 1.° On retiendra toutes les quantités du septième ordre, et celles des ordres inférieurs, à l'égard des deux argumens $2Ev$, $2Ev - cv$. 2.° Dans le coefficient de l'argument $2Ev + cv$ on conservera, parmi les quantités du septième ordre, seulement celles qui sont comprises dans une de ces quatre formes, savoir $A'.em^6$, $A''.e\epsilon'^2m^4$, $A'''.e^3m^4$, $A^{IV}.e\gamma^2m^4$. 3.° Le coefficient de l'argument $2Ev + 2cv$ doit être développé de manière qu'on puisse avoir dans δu le terme du sixième ordre de la forme $A.e^2m^4$. 4.° Dans le développement des coefficiens des deux argumens $2Ev + c'mv$, $2Ev - c'mv$, nous conserverons les seules quantités du septième ordre qui sont de la forme $B.\epsilon'm^6$, ou $B'.\epsilon'e^2m^4$, et toutes celles des ordres inférieurs. 5.° Le coefficient de chacun des six argumens $cv + c'mv$, $cv - c'mv$, $2Ev + c'mv - cv$, $2Ev - c'mv - cv$, $2Ev + c'mv + cv$, $2Ev - c'mv + cv$, doit être développé de manière qu'on puisse avoir dans l'expression de δu la partie de ces coefficiens, qui est de la forme

$$e\epsilon'(C'm + C''m^2 + C'''m^3 + C^{IV}m^4).$$

Nous connaissons déjà les trois coefficiens numériques C', C'', C'''; mais il est nécessaire d'avoir, à l'égard de ces argumens, le terme du sixième ordre représenté par $C^{IV}.e\epsilon'm^4$.

On verra par la suite, que le choix de ces termes est déterminé par la nature des séries qui composent les coefficiens de ces argumens dans l'expression de δnt; et par la nature des séries appartenantes à d'autres argumens liés avec ceux-ci, comme cela a lieu pour le coefficient de l'équation annuelle, et l'expression qui détermine le mouvement du périgée.

Les argumens, dont il est ici question, ayant été déjà considérés; en partie dans le septième paragraphe, et en partie dans le huitième paragraphe du cinquième Chapitre, il faudra avoir sous les yeux ces deux paragraphes, afin de mieux comprendre la marche tout-à-fait analogue que nous allons suivre dans celui-ci; où il s'agit de pousser plus loin le développement des mêmes fonctions, relativement aux douze argumens sur lesquels porte la recherche actuelle.

31. Les termes de δs posés dans les pages 204-207, 221 du second volume, et ceux de la même fonction qui viennent d'être déterminés dans le paragraphe précédent donnent;

$$2s_{,}\delta s =$$

$$\cos 2Ev \;\gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} -\frac{3}{8}m - \frac{3}{32}m^2 + \frac{273}{512}m^3 - \frac{3}{4}me^2 + \frac{15}{16}m\varepsilon'^2 + \frac{4147}{2048}m^4 - \frac{27}{128}m^2\gamma^2 - \frac{204}{64}m^2e^2 \\ + \frac{21}{8}m^2\varepsilon'^2 + \frac{225439}{49152}m^5 - \frac{1593}{256}m^3e^2 - \frac{9}{512}m^3\gamma^2 + \frac{6753}{1024}m^3\varepsilon'^2 + \frac{15}{8}me^2\varepsilon'^2 \\ + \frac{3}{8}me^2\gamma^2 - \frac{3}{64}m\gamma^4 - \frac{27}{64}me^4 - \frac{39}{128}m\varepsilon'^4 - \frac{45}{64}mb^4 - \frac{9}{8}m^3(\varepsilon'^2 - E'^2) \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev \qquad \gamma^2 \left\{ -\frac{3}{32}m^2\gamma^2 - \frac{75}{128}m^4 - \frac{2035}{1024}m^5 + \frac{225}{128}m^3e^2 + \frac{3}{256}m^3\gamma^2 \right\}$$

$$\cos 2Ev - cv \qquad e\gamma^2 \left\{ 3.\,m^2 + \frac{15}{2}m^3 + \frac{1269}{64}m^4 + \frac{9}{4}m^2e^2 - \frac{15}{2}m^2\varepsilon'^2 - \frac{3}{4}m^2\gamma^2 \right\}$$

$$\cos 2Ev - cv \qquad e\gamma^2 \left\{ -\frac{15}{8}m^3 - \frac{445}{64}m^4 + \frac{5}{8}m^2e^2 - \frac{1}{4}m^2\gamma^2 \right\}$$

$$\cos 2Ev + cv \qquad e\gamma^2 \left\{ -m^2 - \frac{81}{24}m^3 + \frac{67}{288}m^4 \right\}$$

$$\cos 2Ev + cv \qquad e\gamma^2 \left(m^4 \right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\gamma^2 \left\{ \tfrac{8}{8} m + \tfrac{57}{64} m^2 + \tfrac{827}{256} m^3 + \tfrac{8}{4} me^2 - \tfrac{3}{64} m\varepsilon'^2 \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\gamma^2 \left\{ -\tfrac{7}{8} m - \tfrac{65}{64} m^2 + \tfrac{5}{256} m^3 - \tfrac{7}{4} me^2 + \tfrac{123}{64} m\varepsilon'^2 \right\}.$$

En faisant le carré de δs on y trouvera les termes suivans :

Produits partiels de la fonction $(\delta s)^2$.

Multiplicateur	Produit
$2 \sin 2Ev - gv \quad \gamma\left(\frac{3}{8} m + \frac{3}{32} m^2\right)$ ..	$\cos 2Ev + cv \quad e\gamma^2 \left(\frac{8}{8} m^3 + \frac{3}{32} m^4 - \frac{9}{64} m^4 \right)$
	$\cos 2Ev - cv \quad e\gamma^2 \left(-\frac{9}{8} m^3 - \frac{9}{32} m^4 - \frac{27}{16} m^4 \right)$
	$\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\gamma^2 \left(-\frac{27}{64} m^2 + \frac{207}{512} m^3 - \frac{27}{256} m^3 \right)$
	$\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\gamma^2 \left(\frac{27}{64} m^2 - \frac{27}{512} m^3 + \frac{27}{256} m^3 \right)$
	$\cos 2Ev \quad \gamma^2 \left(\frac{225}{1024} m^3 \right)$
	$\cos 2Ev - cv \quad e\gamma^2 \left(\frac{45}{64} m^4 \right)$
$2 \sin 2Ev + c'mv - gv \quad \varepsilon'\gamma\left(-\frac{8}{8} m - \frac{57}{64} m^2\right)$ ..	$\cos 2Ev \quad \gamma^2 \left(-\frac{27}{64} m^2\varepsilon'^2 + \frac{27}{512} m^3\varepsilon'^2 - \frac{518}{512} m^3\varepsilon'^2 \right)$
$2 \sin 2Ev - c'mv - gv \quad \varepsilon'\gamma\left(\frac{7}{8} m + \frac{65}{64} m^2\right)$ ..	$\cos 2Ev \quad \gamma^2 \left(-\frac{63}{64} m^2\varepsilon'^2 + \frac{483}{512} m^3\varepsilon'^2 - \frac{585}{512} m^3\varepsilon'^2 \right),$
$2 \sin 2Ev + cv - gv \quad e\gamma\left(m^2 \right)$	$\cos 2Ev - cv \quad e\gamma^2 \left(\frac{5}{8} m^2 e^2 \right)$
$2 \sin 2Ev - 2cv + gv \quad e^2\gamma\left(\frac{15}{64} m \right)$	$\cos 2Ev \quad \gamma^2 \left(-\frac{75}{512} me^4 \right).$

Donc en réunissant ces deux parties, on aura

$$(a') \;.\;.\;.\;.\;.\; 2s_{,}\partial s+(\partial s)^2=$$

$$\cos 2Ev\;\gamma^2\left\{\begin{array}{l}
-\frac{3}{8}m-\frac{3}{32}m^2+\frac{273}{512}m^3-\frac{3}{4}me^2+\frac{15}{16}m\varepsilon'^2+\left(\frac{4147}{2048}-\frac{75}{128}=\frac{2947}{2048}\right)m^4 \\
-\frac{201}{64}m^2e^2-\left(\frac{27}{128}+\frac{3}{32}=\frac{39}{128}\right)m^2\gamma^2+\left(\frac{21}{8}-\frac{27}{64}-\frac{63}{64}=\frac{39}{32}\right)m^2\varepsilon'^2 \\
-\left(\frac{9}{512}-\frac{3}{256}=\frac{3}{512}\right)m^3\gamma^2+\left(\frac{225139}{49152}-\frac{2035}{1024}+\frac{225}{1024}=\frac{138559}{49152}\right)m^5 \\
-\left(\frac{1593}{256}-\frac{225}{128}=\frac{1143}{256}\right)m^3e^2+\left(\frac{6753}{1024}+\frac{27}{512}-\frac{513}{512}+\frac{483}{512}-\frac{585}{512}=\frac{5577}{1024}\right)m^3\varepsilon'^2 \\
+\frac{15}{8}me^2\varepsilon'^2+\frac{3}{8}me^2\gamma^2-\frac{3}{64}m\gamma^4-\frac{39}{128}m\varepsilon'^4-\frac{45}{64}mb^4 \\
-\left(\frac{27}{64}+\frac{75}{512}=\frac{291}{512}\right)me^4-\frac{9}{8}m^3(\varepsilon'^2-E'^2)
\end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev-cv\quad e\gamma^2\left\{\begin{array}{l}
3.m^2+\left(\frac{15}{2}-\frac{15}{8}-\frac{9}{8}=\frac{9}{2}\right)m^3 \\
+\left(\frac{1269}{64}+\frac{45}{64}-\frac{445}{64}-\frac{9}{32}-\frac{27}{16}=\frac{743}{64}\right)m^4 \\
+\left(\frac{9}{4}+\frac{5}{8}+\frac{5}{8}=\frac{7}{2}\right)m^2e^2-\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{4}=1\right)m^2\gamma^2-\frac{15}{2}m^2\varepsilon'^2
\end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev+cv\quad e\gamma^2\left\{-m^2-\left(\frac{31}{24}-\frac{3}{8}=\frac{11}{12}\right)m^3+\left(\frac{67}{288}+\frac{3}{32}-\frac{9}{64}+1=\frac{683}{576}\right)m^4\right\}$$

$$\cos 2Ev+c'mv\;\varepsilon'\gamma^2\left\{\begin{array}{l}
\frac{3}{8}m+\left(\frac{57}{64}-\frac{27}{64}=\frac{15}{32}\right)m^2+\left(\frac{327}{256}+\frac{207}{512}-\frac{27}{256}=\frac{807}{512}\right)m^3 \\
+\frac{3}{4}me^2-\frac{3}{64}m\varepsilon'^2
\end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev-c'mv\;\varepsilon'\gamma^2\left\{\begin{array}{l}
-\frac{7}{8}m-\left(\frac{65}{64}-\frac{27}{64}=\frac{19}{32}\right)m^2+\left(\frac{5}{256}-\frac{27}{512}+\frac{27}{256}=\frac{37}{512}\right)m^3 \\
-\frac{7}{4}me^2+\frac{123}{64}m\varepsilon'^2
\end{array}\right\}$$

En multipliant la valeur de $2s_{,}\partial s+(\partial s)^2$, posée dans les pages 331-334 du vol. 2, par $2\cos 2gv\;\gamma^2\left(-\frac{15}{16}+\frac{105}{64}\gamma^2\right)$ (Voyez tome I.er p. 275 et 277), on aura

(b') . . . . . . $[2s_1\delta s+(\delta s)^2]\,2\cos 2gv\ \gamma^2\left(-\frac{15}{16}+\frac{105}{64}\gamma^2\right)=$

$$\cos 2Ev \qquad \gamma^2\left\{\begin{array}{l}-\frac{45}{128}m\gamma^2-\frac{45}{512}m^2\gamma^2+\frac{4095}{8192}m^3\gamma^2-\frac{45}{64}me^2\gamma^2\\+\frac{225}{256}me'^2\gamma^2-\frac{45}{256}m\gamma^4+\frac{315}{512}m\gamma^4\end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev-cv \quad e\gamma^2\left(\frac{45}{16}m^2\gamma^2\right)$$

$$\cos 2Ev+c'mv \quad e'\gamma^2\left(\frac{45}{128}m\gamma^2\right)$$

$$\cos 2Ev-c'mv \quad e'\gamma^2\left(-\frac{105}{128}m\gamma^2\right).$$

En prenant (Voyez p. 223, 331, 333 du vol. 2)

$$2s_1\delta s+(\delta s)^2=\cos 0v \quad \left(\frac{9}{128}m^2\gamma^2\right)+\cos 2Ev \quad \gamma^2\left(-\frac{3}{8}\,m\right)$$
$$+\cos 2Ev-2gv\ \gamma^2\left(\frac{3}{8}\,m\right)+\cos 4Ev-2gv\ \gamma^2\left(-\frac{9}{128}m^2\right),$$

et faisant le carré on aura le terme

$$[2s_1\delta s+(\delta s)^2]^2=\cos 2Ev\ \gamma^2\left(-\frac{27}{512}-\frac{27}{1024}=-\frac{81}{1024}\right)m^2\gamma^2,$$

qui donne

(c') . . . . . . $\frac{15}{8}[2s_1\delta s+(\delta s)^2]^2=\cos 2Ev\ \gamma^2\left(-\frac{1215}{8192}m^2\gamma^2\right).$

Les trois fonctions (a'), (b'), (c'), que nous venons de développer, donnent (Voyez p. 275 du I.er vol.)

$$\delta T=\left(-\frac{3}{2}+\frac{15}{8}\gamma^2-\frac{315}{128}\gamma^4\right).(a')+(b')+(c').$$

Cette fonction entre dans l'équation différentielle en δu multipliée par $-q\left(\frac{a}{a_1}\right)$ (Voyez p. 277 du I.er vol.). Or, nous avons

$$-q\left(\frac{a}{a_1}\right)=-\left(1+e^2+\gamma^2+e^4+\frac{1}{2}e^2\gamma^2\right)\left(1+\frac{1}{2}m^2-3.m^4+\frac{3}{4}m^2\varepsilon'^2+\frac{27}{256}m^2\gamma^2\right)$$

(Voyez tome I.er page 278, et tome second page 243); partant

$$-q\left(\frac{a}{a_1}\right)\delta T=(a')\left\{\begin{array}{l}\frac{3}{2}+\frac{3}{2}e^2+\frac{3}{4}m^2-\frac{3}{8}\gamma^2+\frac{3}{2}e^4-\frac{9}{2}m^4+\frac{3}{4}m^2e^2\\+\frac{9}{8}m^2\varepsilon'^2-\frac{15}{512}m^2\gamma^2-\frac{9}{8}e^2\gamma^2+\frac{75}{128}\gamma^4\end{array}\right\}$$

$$-(b')\left\{1+e^2+\gamma^2+\frac{1}{2}m^2\right\}-(c').$$

En substituant au lieu des fonctions (a'), (b'), (c') leurs valeurs, il viendra

$$(1)\ \ldots\ldots -q\left(\frac{a}{a_1}\right)\delta T=$$

$$\cos 2Ev\quad \gamma^2\left\{\begin{array}{l}-\frac{9}{16}m-\frac{9}{64}m^2+\frac{531}{1024}m^3+\frac{45}{32}m\varepsilon'^2-\frac{27}{16}me^2+\frac{63}{128}m\gamma^2+\frac{117}{64}m^2\varepsilon'^2\\+\left(\frac{8811}{4096}-\frac{9}{128}=\frac{8553}{4096}\right)m^4-\left(\frac{603}{128}+\frac{9}{64}=\frac{621}{128}\right)m^2e^2\\-\left(\frac{117}{256}-\frac{9}{256}-\frac{45}{256}=\frac{171}{512}\right)m^2\gamma^2+\left(\frac{138559}{32768}+\frac{819}{2048}+\frac{27}{16}=\frac{206959}{32768}\right)m^5\\+\left(\frac{16731}{2048}-\frac{27}{64}+\frac{45}{64}=\frac{17307}{2048}\right)m^3\varepsilon'^2\\+\left(\frac{1215}{8192}-\frac{4095}{8192}+\frac{45}{256}-\frac{819}{4096}-\frac{9}{1024}+\frac{45}{4096}=-\frac{765}{2048}\right)m^3\gamma^2\\+\left(\frac{819}{1024}-\frac{9}{32}-\frac{9}{16}-\frac{3429}{512}=-\frac{6903}{1024}\right)m^3e^2+\left(\frac{45}{32}+\frac{45}{16}=\frac{135}{32}\right)me^2\varepsilon'^2\\-\left(\frac{225}{256}+\frac{45}{128}=\frac{315}{256}\right)m\varepsilon'^2\gamma^2+\left(\frac{45}{64}+\frac{45}{128}+\frac{27}{64}+\frac{9}{32}+\frac{9}{16}=\frac{297}{128}\right)me^2\gamma^2\\-\left(\frac{873}{1024}+\frac{9}{8}+\frac{9}{16}=\frac{2601}{1024}\right)me^4-\frac{117}{256}m\varepsilon'^4-\frac{135}{128}mb^4\\+\left(\frac{45}{256}+\frac{45}{128}-\frac{225}{1024}-\frac{315}{512}-\frac{9}{128}=-\frac{387}{1024}\right)m\gamma^4-\frac{27}{16}m^3(\varepsilon'^2-E'^2)\end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev-cv\quad e\gamma^2\left\{\begin{array}{l}\frac{9}{2}m^2+\frac{27}{4}m^3+\left(\frac{2229}{128}+\frac{9}{4}=\frac{2517}{128}\right)m^4\\+\left(\frac{21}{4}+\frac{9}{4}=\frac{39}{4}\right)m^2e^2-\left(\frac{3}{2}+\frac{45}{16}+\frac{9}{8}=\frac{87}{16}\right)m^2\gamma^2-\frac{45}{4}m^2\varepsilon'^2\end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev + cv \quad e\gamma^2 \left\{ -\tfrac{3}{2}m^2 - \tfrac{11}{8}m^3 + \left(\tfrac{683}{384} - \tfrac{3}{4} = \tfrac{395}{384}\right)m^4 \right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv \quad e'\gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} \tfrac{9}{16}m + \tfrac{45}{64}m^2 + \left(\tfrac{2421}{1024} + \tfrac{9}{32} = \tfrac{2709}{1024}\right)m^3 \\ + \left(\tfrac{9}{8} + \tfrac{9}{16} = \tfrac{27}{16}\right)me^2 - \tfrac{9}{128}m\,e'^2 - \left(\tfrac{45}{128} + \tfrac{9}{64} = \tfrac{63}{128}\right)m\gamma^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv \quad e'\gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} -\tfrac{21}{16}m - \tfrac{57}{64}m^2 + \left(\tfrac{111}{1024} - \tfrac{21}{32} = -\tfrac{561}{1024}\right)m^3 \\ -\left(\tfrac{21}{8} + \tfrac{21}{16} = \tfrac{63}{16}\right)me^2 + \tfrac{369}{128}m\,e'^2 + \left(\tfrac{105}{128} + \tfrac{21}{64} = \tfrac{147}{128}\right)m\gamma^2 \end{array} \right\}.$$

32. Développons maintenant les différens termes qui composent la fonction $R_4 + \frac{3}{2}\delta u$. Pour cela on fera d'abord

$$\tfrac{q}{2}\left(\tfrac{a'u'}{u_1}\right)^3 = \cos cv + c'mv \quad ee'\left(-\tfrac{9}{4} - \tfrac{3}{2}m - \tfrac{9}{8}m^2\right)$$
$$\cos cv - c'mv \quad ee'\left(-\tfrac{9}{4} + \tfrac{3}{2}m + \tfrac{9}{8}m^2\right)$$

(Voyez la page 348 du I.er volume).

Ensuite on formera les produits partiels suivans, en observant qu'on doit prendre les termes du multiplicateur dans la page 350 du I.er volume, et ceux de $\frac{\delta u}{u_1}$ dans les pages 752-755 du vol. 2.

Produits partiels de $\left[\frac{3}{2}u_1 - \frac{3}{2}q\left(\frac{a'u'}{u_1}\right)^3\right] \cdot \frac{\delta u}{u_1}$

Multiplicateur — Produit

$$\cos 0v \quad \left(-\tfrac{9}{4}e'^2\right) \ldots \left\{ \begin{array}{ll} \cos 2Ev & \left(-\tfrac{9}{4}m^2e'^2 - \tfrac{57}{8}m^3e'^2 + \tfrac{27}{64}m\gamma^2e'^2 + \tfrac{135}{64}me^2e'^2\right) \\ \cos 2Ev - cv & e\left(-\tfrac{135}{32}me'^2 - \tfrac{2313}{128}m^2e'^2\right) \\ \cos 2Ev + cv & e\left(\tfrac{81}{32}m^2e'^2\right) \end{array} \right.$$

Multiplicateur . . . . $2\cos cv \quad e\left(3+\frac{15}{8}e^2+\frac{27}{8}\varepsilon'^2\right)$

Produit

$\cos cv+c'mv$	$e\varepsilon'$	$\left(-\frac{9}{2}m^2\right)$
$\cos cv-c'mv$	$e\varepsilon'$	$\left(-\frac{9}{2}m^2\right)$
$\cos 2Ev-cv$	e	$\left\{\begin{array}{l} 3.m^2+\frac{19}{2}m^3-\frac{9}{16}m\gamma^2-\frac{45}{16}me^2+\frac{64}{3}m^4 \\ -\frac{15}{2}m^2\varepsilon'^2-\frac{471}{64}m^2e^2-\frac{105}{64}m^2\gamma^2+\frac{15}{8}m^2e^2+\frac{27}{8}m^2\varepsilon'^2 \end{array}\right\}$
$\cos 2Ev+cv$	e	$\left\{\begin{array}{l} 3.m^2+\frac{19}{2}m^3-\frac{9}{16}m\gamma^2-\frac{45}{16}me^2+\frac{64}{3}m^4 \\ -\frac{15}{2}m^2\varepsilon'^2-\frac{471}{64}m^2e^2-\frac{105}{64}m^2\gamma^2+\frac{15}{8}m^2e^2+\frac{27}{8}m^2\varepsilon'^2 \end{array}\right\}$
$\cos 2Ev$		$\left\{\begin{array}{l} \frac{45}{8}me^2+\frac{771}{32}m^2e^2+\frac{39193}{512}m^3e^2-\frac{9}{2}me^2\gamma^2 \\ -\frac{225}{16}me^2\varepsilon'^2+\frac{225}{64}me^4+\frac{405}{64}me^2\varepsilon'^2 \end{array}\right\}$
$\cos 2Ev$		$\left(-\frac{27}{8}m^2e^2-\frac{99}{16}m^3e^2+\frac{9}{32}me^2\gamma^2+\frac{45}{32}me^4\right)$
$\cos 2Ev-cv$	e	$\left(\frac{135}{16}me^2+\frac{993}{64}m^2e^2\right)$
$\cos 2Ev+cv$	e	$\left(\frac{45}{16}m^2e^2\right)$
$\cos 2Ev+2cv$	e^2	$\left(-\frac{27}{8}m^2\right)$
$\cos 2Ev+c'mv$	ε'	$\left(-\frac{45}{8}me^2+\frac{39}{64}m^2e^2\right)$
$\cos 2Ev+c'mv$	ε'	$\left(\frac{27}{16}m^2e^2\right)$
$\cos 2Ev-c'mv$	ε'	$\left(\frac{105}{8}me^2+\frac{4737}{64}m^2e^2\right)$
$\cos 2Ev-c'mv$	ε'	$\left(-\frac{189}{16}m^2e^2\right)$
$\cos 2Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon'$	$\left(-\frac{3}{2}m^2-\frac{19}{8}m^3\right)$
$\cos 2Ev+c'mv+cv$	$e\varepsilon'$	$\left(-\frac{3}{2}m^2\right)$
$\cos 2Ev-c'mv-cv$	$e\varepsilon'$	$\left(\frac{21}{2}m^2+\frac{399}{8}m^3\right)$
$\cos 2Ev-c'mv+cv$	$e\varepsilon'$	$\left(\frac{21}{2}m^2\right)$

Multiplicateur . . . . $2\cos c'mv \;\; \varepsilon'\left(-\frac{9}{4}-\frac{9}{4}e^2\right)$

Produit

$\cos 2Ev+c'mv$	$\varepsilon'\left\{-\frac{9}{4}m^2-\frac{57}{8}m^3+\frac{27}{64}m\gamma^2+\frac{135}{64}me^2 -16.m^4+\frac{1413}{256}m^2e^2-\frac{9}{4}m^2e^2\right\}$
$\cos 2Ev-c'mv$	$\varepsilon'\left\{-\frac{9}{4}m^2-\frac{57}{8}m^3+\frac{27}{64}m\gamma^2+\frac{135}{64}me^2 -16.m^4+\frac{1413}{256}m^2e^2-\frac{9}{4}m^2e^2\right\}$
$\cos 2Ev$	$\left(\frac{9}{8}m^2\varepsilon'^2+\frac{57}{32}m^3\varepsilon'^2-\frac{135}{64}me^2\varepsilon'^2-\frac{27}{64}m\varepsilon'^2\gamma^2\right)$
$\cos 2Ev$	$\left(-\frac{63}{8}m^2\varepsilon'^2-\frac{1197}{32}m^3\varepsilon'^2+\frac{63}{64}m\varepsilon'^2\gamma^2+\frac{815}{64}me^2\varepsilon'^2\right)$
$\cos 2Ev-cv$	$e\left(\frac{135}{32}m\varepsilon'^2-\frac{117}{256}m^2\varepsilon'^2\right)$
$\cos 2Ev+cv$	$e\left(-\frac{81}{64}m^2\varepsilon'^2\right)$
$\cos 2Ev-cv$	$e\left(-\frac{815}{32}m\varepsilon'^2-\frac{14211}{256}m^2\varepsilon'^2\right)$
$\cos 2Ev+cv$	$e\left(\frac{567}{64}m^2\varepsilon'^2\right)$
$\cos 2Ev-c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{135}{32}m-\frac{2313}{64}m^2-\frac{117579}{2048}m^3\right)$
$\cos 2Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{135}{32}m-\frac{2313}{64}m^2-\frac{117579}{2048}m^3\right)$
$\cos 2Ev+c'mv+cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{81}{32}m^2\right)$
$\cos 2Ev-c'mv+cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{81}{32}m^2\right)$

Multiplicateur	Produit	
$2\cos 2gv \;\; \gamma^2\left(-\frac{3}{4}\right)$	$\cos 2Ev$	$\left(-\frac{9}{64}m\gamma^4\right)$
$2\cos 2cv \;\; e^2\left(-\frac{9}{4}\right)$	$\cos 2Ev+2cv$	$e^2\left(-\frac{9}{4}m^2\right)$
	$\cos 2Ev+cv$	$e\left(-\frac{135}{32}me^2-\frac{2313}{128}m^2e^2\right)$
	$\cos 2Ev-cv$	$e\left(\frac{81}{32}m^2e^2\right)$
	$\cos 2Ev$	$\left(-\frac{405}{64}me^4\right)$

Multiplicateur . . . . $2\cos cv+c'mv \quad e\varepsilon'\left(\frac{27}{8}+\frac{9}{4}m\right)$

$$
\text{Produit}\left\{\begin{array}{ll}
\cos 2Ev+c'mv & \varepsilon'\left(\frac{405}{64}me^2+\frac{6939}{256}m^2e^2+\frac{135}{32}m^2e^2\right)\\
\cos 2Ev-c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{243}{64}m^2e^2\right)\\
\cos 2Ev-cv & e\left(-\frac{27}{16}m^2\varepsilon'^2\right)\\
\cos 2Ev+cv & e\left(\frac{189}{16}m^2\varepsilon'^2\right)\\
\cos 2Ev & \left(\frac{945}{64}me^2\varepsilon'^2\right)\\
\cos 2Ev+c'mv+cv & e\varepsilon'\left(\frac{27}{8}m^2\right)\\
\cos 2Ev-c'mv-cv & e\varepsilon'\left(\frac{27}{8}m^2+\frac{171}{16}m^3+\frac{9}{4}m^3\right)
\end{array}\right.
$$

Multiplicateur . . . . $2\cos cv-c'mv \quad e\varepsilon'\left(\frac{27}{8}-\frac{9}{4}m\right)$

$$
\text{Produit}\left\{\begin{array}{ll}
\cos 2Ev-c'mv & \varepsilon'\left(\frac{405}{64}me^2+\frac{6939}{256}m^2e^2-\frac{135}{32}m^2e^2\right)\\
\cos 2Ev+c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{243}{64}m^2e^2\right)\\
\cos 2Ev+cv & e\left(-\frac{27}{16}m^2\varepsilon'^2\right)\\
\cos 2Ev-cv & e\left(\frac{189}{16}m^2\varepsilon'^2\right)\\
\cos 2Ev & \left(-\frac{405}{64}me^2\varepsilon'^2\right)\\
\cos 2Ev-c'mv+cv & e\varepsilon'\left(\frac{27}{8}m^2\right)\\
\cos 2Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'\left(\frac{27}{8}m^2+\frac{171}{16}m^3-\frac{9}{4}m^3\right)
\end{array}\right.
$$

Actuellement, si l'on fait (Voyez vol. 2 p. 340)

$$\delta[(\alpha'u')^3] = \delta nt \,.\, 2\sin c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{3}{2}m\right)$$

on obtiendra, à l'aide des termes de δnt posés dans les pages 840-842 du second volume.

$$\delta[(\alpha' u')^3] = \begin{array}{ll} \cos 2Ev + c'mv & \epsilon'\left(-\frac{33}{16}m^3 - \frac{59}{8}m^4 + \frac{135}{32}m^2e^2\right) \\ \cos 2Ev - c'mv & \epsilon'\left(\frac{33}{16}m^3 + \frac{59}{8}m^4 - \frac{135}{32}m^2e^2\right) \\ \cos 2Ev & \left(-\frac{33}{32}m^3\epsilon'^2\right) \\ \cos 2Ev & \left(-\frac{231}{32}m^3\epsilon'^2\right) \\ \cos 2Ev - cv & e\left(-\frac{45}{8}m^2\epsilon'^2\right) \\ \cos 2Ev - cv & e\left(-\frac{105}{8}m^2\epsilon'^2\right) \\ \cos 2Ev + c'mv - cv & e\epsilon'\left(-\frac{45}{8}m^2 - \frac{855}{32}m^3\right) \\ \cos 2Ev - c'mv - cv & e\epsilon'\left(\frac{45}{8}m^2 + \frac{855}{32}m^3\right). \end{array}$$

En faisant le produit de ces termes par

$$\frac{q}{2u_1^3} = \frac{1}{2} + 2\cos cv \quad e\left(-\frac{3}{4}\right)$$

on aura

$$\frac{q}{2}\frac{\delta[(\alpha'u')^3]}{u_1^3} =$$

$$\begin{array}{ll} \cos 2Ev & \left\{-\frac{231}{64} - \frac{33}{64} = -\frac{33}{8}\right\} m^3\epsilon'^2 \\ \cos 2Ev - cv & e\left\{-\frac{45}{16} - \frac{105}{16} = -\frac{75}{8}\right\} m^2\epsilon'^2 \\ \cos 2Ev + c'mv & \epsilon'\left\{-\frac{33}{32}m^3 - \frac{59}{16}m^4 + \left(\frac{135}{64} + \frac{135}{32} = \frac{405}{64}\right)m^2e^2\right\} \\ \cos 2Ev - c'mv & \epsilon'\left\{\frac{33}{32}m^3 + \frac{59}{16}m^4 - \left(\frac{135}{64} + \frac{135}{32} = \frac{405}{64}\right)m^2e^2\right\} \\ \cos 2Ev + c'mv - cv & e\epsilon'\left\{-\frac{45}{16}m^2 - \left(\frac{855}{64} - \frac{99}{64} = \frac{189}{16}\right)m^3\right\} \\ \cos 2Ev - c'mv - cv & e\epsilon'\left\{\frac{45}{16}m^2 + \left(\frac{855}{64} - \frac{99}{64} = \frac{189}{16}\right)m^3\right\}. \end{array}$$

Enfin, si l'on fait

$$3q\left(\frac{a'u'}{u_1}\right)^3\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2 = 3(1+3\varepsilon' \cos c'mv)\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2,$$

on trouvera, au moyen des différens termes qui composent l'expression de $\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$ (Voyez p. 770, 771 du second volume);

$$\begin{aligned}
3q\left(\frac{a'u'}{u_1}\right)^3\cdot\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2 = \; & \cos cv + c'mv && e\varepsilon'\left\{\frac{165}{16}+\frac{135}{16}=\frac{75}{4}\right\}m^2 \\
& \cos cv - c'mv && e\varepsilon'\left\{\frac{225}{16}+\frac{135}{16}=\frac{45}{2}\right\}m^2 \\
& \cos 2Ev + c'mv - cv && e\varepsilon'\left(-\frac{81}{16}m^3\right) \\
& \cos 2Ev - c'mv - cv && e\varepsilon'\left(-\frac{189}{16}m^3\right) \\
& \cos 2Ev + c'mv && \varepsilon'\left(-\frac{9}{2}m^4-\frac{405}{64}m^2e^2\right) \\
& \cos 2Ev - c'mv && \varepsilon'\left(-\frac{9}{2}m^4+\frac{405}{64}m^2e^2\right).
\end{aligned}$$

Cela posé, si l'on observe qu'il suffit ici de prendre

$$\begin{aligned}
R_4+\frac{3}{2}\delta u = \; & \frac{q}{2}\left(\frac{a'u'}{u_1}\right)^3+\left[\frac{3}{2}u_1-\frac{3}{2}q\left(\frac{a'u'}{u_1}\right)^3\right]\frac{\delta u}{u_1} \\
& +\frac{q}{2}\frac{\delta[(a'u')^3]}{-u_1^3}+3q\left(\frac{a'u'}{u_1}\right)^3\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2,
\end{aligned}$$

il viendra

$$(2) \quad \ldots\ldots \quad R_4+\frac{3}{2}\delta u =$$

$$\begin{aligned}
& \cos cv + c'mv \quad e\varepsilon'\left\{-\frac{9}{4}-\frac{3}{2}m-\frac{9}{2}m^2+\left(\frac{75}{4}-\frac{9}{8}=\frac{141}{8}\right)m^2\right\} \\
& \cos cv - c'mv \quad e\varepsilon'\left\{-\frac{9}{4}+\frac{3}{2}m-\frac{9}{2}m^2+\left(\frac{45}{2}+\frac{9}{8}=\frac{189}{8}\right)m^2\right\}
\end{aligned}$$

$$\cos 2Ev \left\{\begin{aligned}
&\tfrac{45}{8}me^2+\left(\tfrac{771}{32}-\tfrac{27}{8}=\tfrac{663}{32}\right)m^2e^2+\left(\tfrac{9}{8}-\tfrac{9}{4}-\tfrac{63}{8}=-9\right)m^2\varepsilon'^2\\
&+\left(\tfrac{39193}{512}-\tfrac{99}{16}=\tfrac{36025}{512}\right)m^3e^2+\left(\tfrac{57}{32}-\tfrac{57}{8}-\tfrac{1197}{32}-\tfrac{83}{8}=-\tfrac{375}{8}\right)m^3\varepsilon'^2\\
&+\left(\tfrac{27}{64}-\tfrac{27}{64}+\tfrac{63}{64}=\tfrac{63}{64}\right)m\varepsilon'^2\gamma^2-\tfrac{9}{64}m\gamma^4+\left(\tfrac{225}{64}+\tfrac{45}{32}-\tfrac{405}{64}=-\tfrac{45}{32}\right)me^4\\
&+\left(\tfrac{135}{64}-\tfrac{225}{16}+\tfrac{405}{64}-\tfrac{135}{64}+\tfrac{315}{64}+\tfrac{945}{64}-\tfrac{405}{64}=\tfrac{45}{8}\right)me^2\varepsilon'^2\\
&-\left(\tfrac{9}{2}-\tfrac{9}{32}=\tfrac{135}{32}\right)me^2\gamma^2
\end{aligned}\right\}$$

$$\cos 2Ev-cv\quad e\left\{\begin{aligned}
&3.m^2+\tfrac{19}{2}m^3-\tfrac{9}{16}m\gamma^2+\left(\tfrac{135}{16}-\tfrac{45}{16}=\tfrac{45}{8}\right)me^2\\
&-\left(\tfrac{135}{32}-\tfrac{135}{32}+\tfrac{315}{32}=\tfrac{315}{32}\right)m\varepsilon'^2+\tfrac{64}{3}m^4-\tfrac{105}{64}m^2\gamma^2\\
&+\left(\tfrac{15}{8}+\tfrac{81}{32}-\tfrac{471}{64}+\tfrac{993}{64}=\tfrac{201}{16}\right)m^2e^2\\
&+\left(\tfrac{27}{8}-\tfrac{2313}{128}-\tfrac{15}{2}-\tfrac{117}{256}-\tfrac{14211}{256}-\tfrac{27}{16}+\tfrac{189}{16}-\tfrac{75}{8}=-\tfrac{9909}{128}\right)m^2\varepsilon'^2
\end{aligned}\right\}$$

$$\cos 2Ev+cv\quad e\left\{\begin{aligned}
&3.m^2+\tfrac{19}{2}m^3-\tfrac{9}{16}m\gamma^2-\left(\tfrac{45}{16}+\tfrac{135}{32}=\tfrac{225}{32}\right)me^2\\
&+\tfrac{64}{3}m^4-\tfrac{105}{64}m^2\gamma^2-\left(\tfrac{471}{64}-\tfrac{15}{8}+\tfrac{2313}{128}-\tfrac{45}{16}=\tfrac{2655}{128}\right)m^2e^2\\
&+\left(\tfrac{81}{32}-\tfrac{15}{2}+\tfrac{27}{8}-\tfrac{81}{64}+\tfrac{567}{64}+\tfrac{189}{16}-\tfrac{27}{16}=\tfrac{129}{8}\right)m^2\varepsilon'^2
\end{aligned}\right\}$$

$$\cos 2Ev+c'mv\quad \varepsilon'\left\{\begin{aligned}
&-\tfrac{9}{4}m^2-\left(\tfrac{57}{8}+\tfrac{83}{32}=\tfrac{261}{32}\right)m^3+\tfrac{27}{64}m\gamma^2\\
&+\left(\tfrac{135}{64}-\tfrac{45}{8}+\tfrac{405}{64}=\tfrac{45}{16}\right)me^2-\left(16+\tfrac{59}{16}+\tfrac{9}{2}=\tfrac{387}{16}\right)m^4\\
&+\left(\tfrac{39}{64}+\tfrac{27}{16}+\tfrac{1413}{256}-\tfrac{9}{4}+\tfrac{6939}{256}+\tfrac{135}{32}-\tfrac{243}{64}+\tfrac{405}{64}-\tfrac{405}{64}=\tfrac{1059}{32}\right)m^2e^2
\end{aligned}\right\}$$

$$\cos 2Ev-c'mv\quad \varepsilon'\left\{\begin{aligned}
&-\tfrac{9}{4}m^2-\left(\tfrac{57}{8}-\tfrac{88}{32}=\tfrac{195}{32}\right)m^3+\tfrac{27}{64}m\gamma^2\\
&+\left(\tfrac{105}{8}+\tfrac{135}{64}+\tfrac{405}{64}=\tfrac{845}{16}\right)me^2-\left(16+\tfrac{9}{2}-\tfrac{59}{16}=\tfrac{269}{16}\right)m^4\\
&+\left\{\begin{aligned}&\tfrac{4737}{64}-\tfrac{135}{32}-\tfrac{189}{16}+\tfrac{1413}{256}-\tfrac{9}{4}\\ &+\tfrac{6939}{256}-\tfrac{243}{64}-\tfrac{405}{64}+\tfrac{405}{64}=\tfrac{1353}{16}\end{aligned}\right\}m^2e^2
\end{aligned}\right\}$$

$$\cos 2Ev + 2cv \quad e^2 \left\{ -\frac{27}{8} - \frac{9}{4} = -\frac{45}{8} \right\} m^2$$

$$\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\epsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\frac{135}{32} m - \left(\frac{3}{2} + \frac{2313}{64} - \frac{27}{8} + \frac{45}{16} = \frac{2433}{128} \right) m^2 \\ -\left(\frac{117579}{2048} + \frac{19}{8} - \frac{171}{16} + \frac{9}{4} + \frac{189}{16} + \frac{81}{16} = \frac{139723}{2048} \right) m^3 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\epsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\frac{135}{32} m + \left(\frac{21}{2} - \frac{2313}{64} + \frac{27}{8} + \frac{45}{16} = -\frac{177}{128} \right) m^2 \\ +\left(\frac{399}{8} - \frac{117579}{2048} + \frac{171}{16} + \frac{9}{4} + \frac{189}{16} - \frac{189}{16} = \frac{11061}{2048} \right) m^3 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv + cv \quad e\epsilon' \left\{ \frac{81}{32} + \frac{27}{8} - \frac{3}{2} = \frac{141}{32} \right\} m^2$$

$$\cos 2Ev - c'mv + cv \quad e\epsilon' \left\{ \frac{21}{2} + \frac{81}{32} + \frac{27}{8} = \frac{525}{32} \right\} m^2.$$

33. Comme nous suivons ici la marche déjà tracée dans le paragraphe 8 du cinquième Chapitre, nous passerons maintenant au développement des différens termes qui composent les fonctions $R_1 = R' + \delta R'$, $R_3 = R'' + \delta R''$. Et à cet effet, voici les valeurs de R' et R'' qu'il convient d'employer ici ;

$$R' =$$

$$\sin 2Ev \quad \left\{ \frac{3}{2} + 3.e^2 - \frac{15}{4}\epsilon'^2 - \frac{15}{2}e^2\epsilon'^2 - \frac{3}{2}e^2\gamma^2 + \frac{39}{32}\epsilon'^4 + \frac{3}{16}\gamma^4 + \frac{27}{16}e^4 - 6.m^2e^2 + \frac{5}{8}b^4 \right\}$$

$$\sin 2Ev - cv \quad e \left\{ \begin{array}{l} -3 - 3.m - \frac{9}{4}e^2 + \frac{15}{2}\epsilon'^2 + \frac{3}{4}\gamma^2 - \frac{9}{4}m^3 - \frac{3}{4}me^2 \\ + \frac{15}{2}m\epsilon'^2 + \frac{3}{4}m\gamma^2 - \frac{675}{32}m^4 + \frac{33}{4}m^2e^2 - \frac{75}{64}\gamma^4 \\ - \frac{39}{16}\epsilon'^4 - \frac{15}{8}\epsilon'^2\gamma^2 + \frac{45}{8}e^2\epsilon'^2 - \frac{3}{2}e^4 + \frac{27}{16}e^2\gamma^2 - \frac{15}{8}b^4 \end{array} \right\}$$

$$\sin 2Ev + cv \quad e \left\{ \begin{array}{l} -3 + 3.m - \frac{9}{4}e^2 + \frac{15}{2}\epsilon'^2 + \frac{3}{4}\gamma^2 + \frac{9}{4}m^3 + \frac{3}{4}me^2 \\ - \frac{15}{2}m\epsilon'^2 - \frac{3}{4}m\gamma^2 + \frac{675}{32}m^4 + \frac{33}{4}m^2e^2 \end{array} \right\}$$

$$\sin 2Ev + c'mv \quad \epsilon' \left(-\frac{3}{4} - \frac{3}{2}e^2 + \frac{3}{32}\epsilon'^2 + \frac{3}{4}m^2e^2 \right)$$

$$\sin 2Ev - c'mv \quad \epsilon' \left(\frac{21}{4} + \frac{21}{2}e^2 - \frac{369}{32}\epsilon'^2 - \frac{189}{4}m^2e^2 \right).$$

$\sin 2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{3}{2} + \frac{3}{4}m + \frac{9}{16}m^2\right)$
$\sin 2Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{21}{2} - \frac{63}{4}m - \frac{189}{16}m^2\right)$
$\sin 2Ev + c'mv + cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{3}{2} - \frac{3}{4}m\right)$
$\sin 2Ev - c'mv + cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{21}{2} + \frac{63}{4}m\right)$
$\sin 2Ev + 2cv$	$e^2\left(\frac{15}{4} - \frac{57}{8}m + 3.m^2\right)$.

(3) . . . . . . $R' =$

$\cos 2Ev$	$\left\{\begin{array}{l}\frac{3}{2} + \frac{3}{2}e^2 - \frac{15}{4}\varepsilon'^2 + \frac{3}{8}\gamma^2 - \frac{15}{4}e^2\varepsilon'^2 - \frac{3}{8}e^2\gamma^2 + \frac{39}{32}\varepsilon'^4 \\ -\frac{9}{128}\gamma^4 + \frac{15}{16}e^4 - \frac{15}{16}\varepsilon'^2\gamma^2 - 6.m^2e^2 + \frac{5}{4}b^4\end{array}\right\}$
$\cos 2Ev - cv$	$e\left\{\begin{array}{l}-\frac{9}{4} - 3.m - \frac{9}{8}e^2 + \frac{45}{8}\varepsilon'^2 - \frac{9}{4}m^2 - \frac{3}{16}me^2 + \frac{15}{2}m\varepsilon'^2 - \frac{675}{32}m^4 \\ +\frac{27}{4}m^2e^2 - \frac{27}{32}e^4 + \frac{45}{16}e^2\varepsilon'^2 - \frac{9}{32}\gamma^4 + \frac{9}{16}e^2\gamma^2 - \frac{117}{64}\varepsilon'^4 - \frac{25}{8}b^4\end{array}\right\}$
$\cos 2Ev + cv$	$e\left\{\begin{array}{l}-\frac{9}{4} + 3.m - \frac{9}{8}e^2 + \frac{45}{8}\varepsilon'^2 + \frac{9}{4}m^2 \\ +\frac{3}{16}me^2 - \frac{15}{2}m\varepsilon'^2 + \frac{675}{32}m^4 + \frac{27}{4}m^2e^2\end{array}\right\}$
$\cos 2Ev + c'mv$	$\varepsilon'\left\{-\frac{3}{4} - \frac{3}{4}e^2 + \frac{3}{32}\varepsilon'^2 - \frac{3}{16}\gamma^2 + \frac{3}{4}m^2e^2\right\}$
$\cos 2Ev - c'mv$	$\varepsilon'\left\{\frac{21}{4} + \frac{21}{4}e^2 - \frac{369}{32}\varepsilon'^2 + \frac{21}{16}\gamma^2 - \frac{189}{4}m^2e^2\right\}$
$\cos 2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{9}{8} + \frac{3}{4}m + \frac{9}{16}m^2\right)$
$\cos 2Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{63}{8} - \frac{63}{4}m - \frac{189}{16}m^2\right)$
$\cos 2Ev + c'mv + cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{9}{8} - \frac{3}{4}m\right)$
$\cos 2Ev - c'mv + cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{63}{8} + \frac{63}{4}m\right)$
$\cos 2Ev + 2cv$	$e^2\left(\frac{9}{4} - \frac{45}{8}m + 3.m^2\right)$.

En jetant les yeux sur les pages 260, 336, 337 du I.er volume on reconnaîtra l'origine des termes qui composent cette expression de R'; pourvu qu'on ait soin de développer les termes multipliés par $\frac{m}{c}$, après y avoir fait $c = 1 - \frac{3}{4}m^2 - \frac{225}{32}m^3$. A l'égard de l'expression de R^V, il faudra consulter les pages 267, 353 et 354 du I.er volume; et de plus observer, que les termes du cinquième ordre qui ne se trouvent pas dans les pages 353, 354 dérivent du développement de la fonction $\frac{3}{2}q\left(\frac{\alpha' u'}{u_1}\right)^3 \cos(2v - 2v')$.

Produits partiels de $-6q \cdot \frac{(\alpha' u')^3}{u_1^4} \begin{smallmatrix} \sin \\ \cos \end{smallmatrix} (2v - 2v') \cdot \frac{\delta u}{u_1}$

On prendra les termes du multiplicateur dans les pages 336, 337 du I.er volume; et ceux de $\frac{\delta u}{u_1}$ dans les pages 752-760 du vol. 2.

Multiplicateur . . . . $2 \begin{smallmatrix} \sin \\ \cos \end{smallmatrix} 2Ev \left(-3 - 6e^2\right)$

Produit $\begin{smallmatrix} \sin \\ \cos \end{smallmatrix}$	$2Ev - cv$	$e\left(\frac{3}{4}m^2e^2 - \frac{15}{32}e^2\gamma^2 + \frac{21}{64}\gamma^4\right)$
	$2Ev + cv$	$e\left(\frac{3}{4}m^2e^2\right)$
	$2Ev + c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{9}{2}m^2 - \frac{1755}{16}m^4 - \frac{1521}{32}m^2e^2 + 9.m^2e'^2\right)$
	$2Ev - c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{9}{2}m^2 - \frac{1755}{16}m^4 - \frac{1521}{32}m^2e^2 + 9.m^2e'^2\right)$
	$2Ev + 2cv$	$e^2\left(-\frac{3}{2}m^2\right)$
	$2Ev + c'mv + cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{27}{8}m + \frac{2367}{64}m^2\right)$
	$2Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{27}{8}m + \frac{2367}{64}m^2 + \frac{52299}{256}m^3\right)$
	$2Ev - c'mv + cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{27}{8}m - \frac{3483}{64}m^2\right)$
	$2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{27}{8}m - \frac{3483}{64}m^2 - \frac{106659}{256}m^3\right)$

Produit

$$\begin{array}{lll}
\sin\ \cos & cv - c'mv & e\varepsilon'\left(\frac{45}{8} m - \frac{89}{64} m^2 - \frac{58971}{256} m^3 \right) \\
 & -(cv + c'mv) & e\varepsilon'\left(-\frac{27}{16} m^2 - \frac{117}{32} m^3 \right) \\
 & cv + c'mv & e\varepsilon'\left(-\frac{105}{8} m - \frac{4737}{64} m^2 - \frac{62961}{256} m^3 \right) \\
 & -(cv - c'mv) & e\varepsilon'\left(\frac{189}{16} m^2 + \frac{1107}{32} m^3 \right) \\
 & -2Ev & \left(\frac{3}{2} m^4 + \frac{1053}{160} m^5 - \frac{765}{128} m^3 e^2 - \frac{9}{32} m^3 \gamma^2 \right) \\
 & -(2Ev - cv) & e\left(\frac{225}{64} m^3 + \frac{3453}{256} m^4 \right) \\
 & -(2Ev + cv) & e\left(-\frac{453}{128} m^4 \right) \\
 & -(2Ev + c'mv) & \varepsilon'\left(-\frac{3}{2} m^4 \right) \\
 & -(2Ev - c'mv) & \varepsilon'\left(\frac{21}{2} m^4 \right) \\
 & -(2Ev + c'mv - cv) & e\varepsilon'\left(-\frac{675}{128} m^3 \right) \\
 & -(2Ev - c'mv - cv) & e\varepsilon'\left(\frac{2625}{128} m^3 \right)
\end{array}$$

Multiplicateur	Produit
$2 \begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix} 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{21}{2}\right) \ldots$	$\begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}\ 2Ev \quad \left(\frac{63}{4} m^2 \varepsilon'^2 \right)$
	$2Ev + cv \quad e\left(\frac{189}{16} m\varepsilon'^2 + \frac{16569}{128} m^2 \varepsilon'^2 \right)$
	$2Ev - cv \quad e\left(-\frac{189}{16} m\varepsilon'^2 - \frac{24381}{128} m^2 \varepsilon'^2 \right)$
	$cv - c'mv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{315}{16} m - \frac{5897}{64} m^2 - \frac{274351}{1024} m^3 \right)$
	$-(cv + c'mv) \quad e\varepsilon'\left(\frac{189}{16} m^2 + \frac{693}{32} m^3 \right)$
	$-(2Ev + c'mv) \quad \varepsilon'\left(\frac{21}{4} m^4 \right)$
	$-(2Ev + c'mv - cv) \quad e\varepsilon'\left(\frac{1575}{128} m^3 \right)$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+c'mv \quad \varepsilon'\left(\tfrac{3}{2}\right)\ldots\left\{\begin{array}{lll} {}^{\sin}_{\cos}\; 2Ev & & \left(-\tfrac{9}{4}m^2\varepsilon'^2\right) \\ \quad 2Ev-cv & e & \left(-\tfrac{27}{16}m\varepsilon'^2-\tfrac{2867}{128}m^2\varepsilon'^2\right) \\ \quad 2Ev+cv & e & \left(\tfrac{27}{16}m\varepsilon'^2+\tfrac{3483}{128}m^2\varepsilon'^2\right) \\ \quad cv+c'mv & e\varepsilon' & \left(\tfrac{45}{16}m+\tfrac{771}{64}m^2+\tfrac{39193}{1024}m^3\right) \\ -(cv-c'mv) & e\varepsilon' & \left(-\tfrac{27}{16}m^2-\tfrac{99}{32}m^3\right) \\ -(2Ev-c'mv) & \varepsilon' & \left(-\tfrac{3}{4}m^4\right) \\ -(2Ev-c'mv-cv) & e\varepsilon' & \left(-\tfrac{225}{128}m^3\right) \end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . . $2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-cv \quad e\left(6+6.m\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll} {}^{\sin}_{\cos}\; 2Ev+c'mv & \varepsilon' & \left(-\tfrac{27}{4}me^2-\tfrac{2867}{32}m^2e^2-\tfrac{27}{4}m^2e^2\right) \\ \quad 2Ev-c'mv & \varepsilon' & \left(\tfrac{27}{4}me^2+\tfrac{3483}{32}m^2e^2+\tfrac{27}{4}m^2e^2\right) \\ \quad 2Ev+cv & e & \left(3.m^2e^2\right) \\ \quad 2Ev+c'mv-cv & e\varepsilon' & \left(-9.m^2-9.m^3\right) \\ \quad 2Ev-c'mv-cv & e\varepsilon' & \left(-9.m^2-9.m^3\right) \\ -(cv+c'mv) & e\varepsilon' & \left(-3.m^2-\tfrac{19}{4}m^3-3.m^3\right) \\ -(cv-c'mv) & e\varepsilon' & \left(21.m^2+\tfrac{399}{4}m^3+21.m^3\right) \\ -(2Ev+cv) & e & \left(-3.m^4\right) \\ -2Ev & & \left(-\tfrac{225}{32}m^3e^2\right) \end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . . $2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+cv \quad e\left(6-6m\right)$

Produit

$$
\left\{
\begin{array}{lll}
{}^{\sin}_{\cos} & 2Ev-c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{27}{4}me^2-\frac{2367}{32}m^2e^2+\frac{27}{4}m^2e^2\right) \\
 & 2Ev+c'mv & \varepsilon'\left(\ \frac{27}{4}me^2+\frac{3483}{32}m^2e^2-\frac{27}{4}m^2e^2\right) \\
 & 2Ev-cv & e\left(\ 3.m^2e^2-\frac{15}{8}\gamma^2e^2\right) \\
 & 2Ev+c'mv+cv & e\varepsilon'\left(-9.m^2\right) \\
 & 2Ev-c'mv+cv & e\varepsilon'\left(-9.m^2\right) \\
 & cv-c'mv & e\varepsilon'\left(-3.m^2-\frac{19}{4}m^3+3.m^3\right) \\
 & cv+c'mv & e\varepsilon'\left(\ 21.m^2+\frac{399}{4}m^3-21.m^3\right) \\
 & -(2Ev-cv) & e\left(-3.m^4\right)
\end{array}
\right.
$$

Multiplicateur . . . . $2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left(-3-\frac{3}{2}m\right)$

Produit

$$
\left\{
\begin{array}{lll}
{}^{\sin}_{\cos} & 2Ev-cv & e\left(\ \frac{9}{2}m^2\varepsilon'^2\right) \\
 & 2Ev & \left(-\frac{27}{8}me^2\varepsilon'^2\right) \\
 & -(cv-c'mv) & e\varepsilon'\left(-3.m^2-\frac{19}{2}m^3-\frac{3}{2}m^3\right)
\end{array}
\right.
$$

Multiplicateur . . . . $2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left(21+\frac{63}{2}m\right)$

Produit

$$
\left\{
\begin{array}{lll}
{}^{\sin}_{\cos} & 2Ev-cv & e\left(-\frac{63}{2}m^2\varepsilon'^2\right) \\
 & 2Ev & \left(-\frac{189}{8}me^2\varepsilon'^2\right) \\
 & -(cv+c'mv) & e\varepsilon'\left(\ 21.m^2+\frac{133}{2}m^3+\frac{63}{2}m^3\right)
\end{array}
\right.
$$

Multiplicateur . . . . $2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev + c'mv + cv \quad e\epsilon'\left(-3 + \frac{3}{2}m\right)$

Produit
$$\left\{\begin{array}{ll} {}^{\sin}_{\cos}\,2Ev + cv & e\left(\frac{9}{2}m^2\epsilon'^2\right) \\ 2Ev & \left(\frac{27}{8}me^2\epsilon'^2\right) \\ cv + c'mv & e\epsilon'\left(-3.m^2 - \frac{19}{2}m^3 + \frac{3}{2}m^3\right) \end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . . $2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev - c'mv + cv \quad e\epsilon'\left(21 - \frac{63}{2}m\right)$

Produit
$$\left\{\begin{array}{ll} {}^{\sin}_{\cos}\,2Ev + cv & e\left(-\frac{63}{2}m^2\epsilon'^2\right) \\ 2Ev & \left(\frac{189}{8}me^2\epsilon'^2\right) \\ cv - c'mv & e\epsilon'\left(21.m^2 + \frac{133}{2}m^3 - \frac{63}{2}m^3\right) \end{array}\right.$$

Multiplicateur — Produit

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev - 2gv \quad \gamma^2\left(-\frac{3}{2}\right) \;\ldots\ldots\; \left\{{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev - cv \quad e\left(\frac{21}{16}\gamma^4\right).\right.$$

La réunion de ces produits partiels donne,

$$(a) \;\ldots\ldots\; -6q.\frac{(a'u')^3}{u_1^4}\,{}^{\sin}_{\cos}\,(2v - 2v').\frac{\delta u}{u_1} =$$

$${}^{\sin}_{\cos} \quad cv + c'mv \quad e\epsilon'\left\{\begin{array}{l} -\left(\frac{105}{8} - \frac{45}{16} = \frac{165}{16}\right)m - \left(\frac{4737}{64} - \frac{771}{64} - 21 + 3 = \frac{1407}{32}\right)m^2 \\ -\left(\frac{62961}{256} - \frac{39193}{1024} - \frac{399}{4} + 21 + \frac{19}{2} - \frac{3}{2} = \frac{140208}{1024}\right)m^3 \end{array}\right\}$$

$$-(cv + c'mv) \quad ev\left\{\begin{array}{l} \left(\frac{189}{16} - \frac{27}{16} - 3 + 21 = \frac{225}{8}\right)m^2 \\ +\left(\frac{693}{32} - \frac{117}{32} - \frac{19}{4} - 3 + \frac{133}{2} + \frac{63}{2} = \frac{433}{4}\right)m^3 \end{array}\right\}$$

$$\begin{array}{lll}
\begin{array}{l}\sin\\ \cos\end{array}\ cv-c'mv & e\varepsilon' & \left\{\begin{array}{l} -\left(\frac{315}{16}-\frac{45}{8}=\frac{225}{16}\right)m-\left(\frac{39}{64}+\frac{5397}{64}+3-21=\frac{1071}{16}\right)m^2 \\ -\left(\frac{53971}{256}+\frac{274351}{1024}+\frac{19}{4}-3-\frac{133}{2}+\frac{63}{2}=\frac{456187}{1024}\right)m^3 \end{array}\right\} \\
-(cv-c'mv) & e\varepsilon' & \left\{\begin{array}{l} \left(\frac{189}{16}-\frac{27}{16}+21-3=\frac{225}{8}\right)m^2 \\ +\left(\frac{1107}{32}-\frac{99}{32}+\frac{399}{4}+21-\frac{19}{2}-\frac{3}{2}=\frac{565}{4}\right)m^3 \end{array}\right\} \\
2Ev & & \left\{ \left(\frac{63}{4}-\frac{9}{4}=\frac{27}{2}\right)m^2\varepsilon'^2+\left(\frac{27}{8}-\frac{27}{8}+\frac{189}{8}-\frac{189}{8}=0\right)me^2\varepsilon'^2 \right\} \\
-2Ev & & \left\{ \frac{3}{2}m^4+\frac{1053}{160}m^5-\frac{9}{32}m^3\gamma^2-\left(\frac{765}{128}+\frac{225}{32}=\frac{1665}{128}\right)m^3e^2 \right\} \\
2Ev-cv & e & \left\{\begin{array}{l} -\left(\frac{189}{16}+\frac{27}{16}=\frac{27}{2}\right)m\varepsilon'^2 \\ -\left(\frac{24381}{128}+\frac{2367}{128}-\frac{9}{2}+\frac{63}{2}=\frac{7551}{32}\right)m^2\varepsilon'^2+\left(3+\frac{3}{4}=\frac{15}{4}\right)m^2e^2 \\ -\left(\frac{15}{32}+\frac{15}{8}=\frac{75}{32}\right)e^2\gamma^2+\left(\frac{21}{64}+\frac{21}{16}=\frac{105}{64}\right)\gamma^4 \end{array}\right\} \\
-(2Ev-cv) & e & \left\{ \frac{225}{64}m^3+\left(\frac{3453}{256}-3=\frac{2685}{256}\right)m^4 \right\} \\
2Ev+cv & e & \left\{\begin{array}{l} \left(\frac{189}{16}+\frac{27}{16}=\frac{27}{2}\right)m\varepsilon'^2 \\ +\left(\frac{16569}{128}+\frac{3483}{128}+\frac{9}{2}-\frac{63}{2}=\frac{4149}{32}\right)m^2\varepsilon'^2+\left(3+\frac{3}{4}=\frac{15}{4}\right)m^2e^2 \end{array}\right\} \\
-(2Ev+cv) & e & \left\{ -\left(\frac{453}{128}+3=\frac{837}{128}\right)m^4 \right\} \\
2Ev+c'mv & \varepsilon' & \left\{\begin{array}{l} \frac{9}{2}m^2+\left(\frac{27}{4}-\frac{27}{4}=0\right)me^2-\frac{1755}{16}m^3 \\ +\left(9-\frac{1521}{32}-\frac{2367}{32}-\frac{27}{4}+\frac{3483}{32}-\frac{27}{4}=-\frac{549}{32}\right)m^2e^2 \end{array}\right\} \\
-(2Ev+c'mv) & \varepsilon' & \left\{ \frac{21}{4}-\frac{3}{2}=\frac{15}{4} \right\} m^3 \\
2Ev-c'mv & \varepsilon' & \left\{\begin{array}{l} \frac{9}{2}m^2+\left(\frac{27}{4}-\frac{27}{4}=0\right)me^2-\frac{1755}{16}m^3 \\ +\left(9-\frac{1521}{32}+\frac{3483}{32}+\frac{27}{4}-\frac{2367}{32}+\frac{27}{4}=\frac{315}{32}\right)m^2e^2 \end{array}\right\} \\
-(2Ev-c'mv) & \varepsilon' & \left\{ \frac{21}{2}-\frac{3}{4}=\frac{39}{4} \right\} m^3
\end{array}$$

$\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}$ $2Ev + 2cv$ $\quad e^2\left(-\frac{3}{2}m^2\right)$

$2Ev + c'mv + cv \quad ee'\left\{\frac{27}{8}m + \left(\frac{2367}{64} - 9 = \frac{1791}{64}\right)m^2\right\}$

$2Ev - c'mv + cv \quad ee'\left\{-\frac{27}{8}m - \left(\frac{3483}{64} + 9 = \frac{4059}{64}\right)m^2\right\}$

$2Ev + c'mv - cv \quad ee'\left\{\begin{matrix} -\frac{27}{8}m - \left(\frac{3483}{64} + 9 = \frac{4059}{64}\right)m^2 \\ -\left(\frac{106659}{256} + 9 = \frac{108963}{256}\right)m^3 \end{matrix}\right\}$

$-(2Ev + c'mv - cv) \quad ee'\left\{\frac{1575}{128} - \frac{675}{128} = \frac{225}{32}\right\}m^3$

$2Ev - c'mv - cv \quad ee'\left\{\begin{matrix} \frac{27}{8}m + \left(\frac{2367}{64} - 9 = \frac{1791}{64}\right)m^2 \\ +\left(\frac{52299}{256} - 9 = \frac{49995}{256}\right)m^3 \end{matrix}\right\}$

$-(2Ev - c'mv - cv) \quad ee'\left\{\frac{2625}{128} - \frac{225}{128} = \frac{75}{4}\right\}m^3.$

Produits partiels de $15q \cdot \frac{(a'u')^3}{u_1^4} \begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix} (2v - 2v') \cdot \left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$

On prendra les termes de $\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$ dans les pages 770-774 du second volume.

Multiplicateur . . . . $2 \begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix} 2Ev \left(\frac{15}{2}\right)$

Produit

$\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}$ $cv - c'mv \quad ee'\left(-\frac{405}{32}m^3\right)$

$cv + c'mv \quad ee'\left(-\frac{945}{32}m^3\right)$

$-(cv + c'mv) \quad ee'\left(-\frac{135}{16}m^3\right)$

$-(cv - c'mv) \quad ee'\left(\frac{135}{16}m^3\right)$

$2Ev \quad \left(\frac{15}{2}m^2 + \frac{3375}{128}m^2e^2 + \frac{95}{2}m^3 - \frac{45}{16}m^2\gamma^2 + \frac{54225}{256}m^2e'^2\right)$

$2Ev - cv \quad e\left(\frac{225}{16}m^2 + \frac{6165}{64}m^3 - \frac{675}{256}m^2\gamma^2 + \frac{3375}{128}m^2e^2\right)$

Produit

$\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}$	$2Ev+cv$	$e\left(\frac{225}{16}m^3+\frac{6165}{64}m^4-\frac{675}{256}m^2\gamma^2+\frac{3375}{128}m^2e^2\right)$
	$2Ev+c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{45}{2}m^4+\frac{1125}{32}m^2e^2\right)$
	$2Ev-c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{45}{2}m^4+\frac{1125}{32}m^2e^2\right)$
	$2Ev-c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{825}{32}m^3\right)$
	$2Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{1125}{32}m^3\right)$
	$-2Ev$	$\left(\frac{15}{4}m^4+\frac{95}{4}m^5-\frac{45}{32}m^3\gamma^2-\frac{2025}{128}m^3e^2\right)$
	$-(2Ev-cv)$	$e\left(\frac{225}{16}m^3+\frac{6705}{64}m^4-\frac{675}{256}m^2\gamma^2-\frac{3375}{256}m^2e^2\right)$
	$-(2Ev+cv)$	$e\left(-\frac{135}{16}m^4\right)$
	$-(2Ev+c'mv)$	$\varepsilon'\left(-\frac{15}{4}m^4\right)$
	$-(2Ev-c'mv)$	$\varepsilon'\left(\frac{105}{4}m^4\right)$
	$-(2Ev+c'mv-cv)$	$e\varepsilon'\left(-\frac{675}{32}m^3\right)$
	$-(2Ev-c'mv-cv)$	$e\varepsilon'\left(\frac{2625}{32}m^3\right)$

Multiplicateur		Produit		
$2\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}2Ev-cv$	$e(-15)\ldots$	$\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}$	$2Ev-cv$	$e\left(-15.m^4-\frac{3375}{64}m^2e^2\right)$
			$2Ev$	$\left(-\frac{225}{8}m^3e^2\right)$
			$-(2Ev+cv)$	$e\left(-\frac{15}{2}m^4\right)$
			$-2Ev$	$\left(-\frac{225}{8}m^3e^2\right)$
			$-(2Ev-cv)$	$e\left(-\frac{3375}{128}m^2e^2\right)$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+cv \quad e\left(-15\right)\ldots\begin{cases} {}^{\sin}_{\cos}\quad 2Ev+cv & e\left(-15.m^4-\frac{3375}{64}m^2e^2\right)\\ \quad 2Ev & \left(-\frac{225}{8}m^2e^2\right)\\ -(2Ev-cv) & e\left(-\frac{15}{2}\,m^4\right)\end{cases}$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{15}{4}\right)\ldots\begin{cases} 2Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'\left(-\frac{225}{32}m^3\right)\\ 2Ev+c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{15}{4}m^4-\frac{3375}{256}m^2e^2\right)\\ -(2Ev-c'mv) & \varepsilon'\left(-\frac{15}{8}\,m^4\right)\\ -(2Ev-c'mv-cv) & e\varepsilon'\left(-\frac{225}{32}m^3\right)\end{cases}$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{105}{4}\right)\ldots\begin{cases} 2Ev-c'mv-cv & e\varepsilon'\left(\frac{1575}{32}m^3\right)\\ 2Ev-c'mv & \varepsilon'\left(\frac{105}{4}m^4+\frac{23625}{256}m^2e^2\right)\\ -(2Ev+c'mv) & \varepsilon'\left(\frac{105}{8}m^4\right)\\ -(2Ev+c'mv-cv) & e\varepsilon'\left(\frac{1575}{32}m^3\right).\end{cases}$$

La réunion de ces produits partiels donne

$$(b)\;\ldots\ldots\; 15.q\,\frac{(a'u')^3}{u_1^4}\,{}^{\sin}_{\cos}(2v-2v').\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2=$$

$$\begin{array}{lll} {}^{\sin}_{\cos} & cv+c'mv & e\varepsilon'\left(-\frac{945}{32}m^3\right)\\ & -(cv+c'mv) & e\varepsilon'\left(-\frac{135}{16}m^3\right)\\ & cv-c'mv & e\varepsilon'\left(-\frac{405}{32}m^3\right)\\ & -(cv-c'mv) & e\varepsilon'\left(\frac{135}{16}m^3\right)\end{array}$$

$$\begin{array}{lll}
\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix} & 2Ev & \left\{ \frac{15}{2}m^4 + \frac{3375}{128}m^2e^2 + \frac{95}{2}m^5 - \frac{45}{16}m^3\gamma^2 + \left(\frac{54225}{256} - \frac{225}{8} - \frac{225}{8} = \frac{39825}{256}\right)m^3e^2 \right\} \\
& -2Ev & \left\{ \frac{15}{4}m^4 + \frac{95}{4}m^5 - \frac{45}{32}m^3\gamma^2 - \left(\frac{2925}{128} + \frac{225}{8} = \frac{6525}{128}\right)m^3e^2 \right\} \\
& 2Ev - cv & e\left\{ \begin{array}{l} \frac{225}{16}m^3 + \left(\frac{6165}{64} - 15 = \frac{5205}{64}\right)m^4 - \frac{675}{256}m^2\gamma^2 \\ -\left(\frac{3375}{64} - \frac{3375}{128} = \frac{3375}{128}\right)m^2e^2 \end{array} \right\} \\
& -(2Ev - cv) & e\left\{ \begin{array}{l} \frac{225}{16}m^3 + \left(\frac{6705}{64} - \frac{15}{2} = \frac{6225}{64}\right)m^4 - \frac{675}{256}m^2\gamma^2 \\ -\left(\frac{3375}{128} + \frac{3375}{128} = \frac{10125}{256}\right)m^2e^2 \end{array} \right\} \\
& 2Ev + cv & e\left\{ \begin{array}{l} \frac{225}{16}m^3 + \left(\frac{6105}{64} - 15 = \frac{5205}{64}\right)m^4 - \frac{675}{256}m^2\gamma^2 \\ -\left(\frac{3375}{64} - \frac{3375}{128} = \frac{3375}{128}\right)m^2e^2 \end{array} \right\} \\
& -(2Ev + cv) & e\left\{ -\frac{135}{16} - \frac{15}{2} = -\frac{255}{16} \right\} m^4 \\
& 2Ev + c'mv & \epsilon'\left\{ \left(\frac{45}{2} - \frac{15}{4} = \frac{75}{4}\right)m^4 + \left(\frac{1125}{32} - \frac{3375}{256} = \frac{5625}{256}\right)m^2e^2 \right\} \\
& -(2Ev + c'mv) & \epsilon'\left\{ \frac{105}{8} - \frac{15}{4} = \frac{75}{8} \right\} m^4 \\
& 2Ev - c'mv & \epsilon'\left\{ \left(\frac{45}{2} + \frac{105}{4} = \frac{195}{4}\right)m^4 + \left(\frac{1125}{32} + \frac{23625}{256} = \frac{32625}{256}\right)m^2e^2 \right\} \\
& -(2Ev - c'mv) & \epsilon'\left\{ \frac{105}{4} - \frac{15}{8} = \frac{195}{8} \right\} m^4 \\
& 2Ev + c'mv - cv & e\epsilon'\left\{ \frac{1125}{32} - \frac{225}{32} = \frac{225}{8} \right\} m^3 \\
& -(2Ev + c'mv - cv) & e\epsilon'\left\{ -\frac{675}{32} + \frac{1575}{32} = \frac{225}{8} \right\} m^3 \\
& 2Ev - c'mv - cv & e\epsilon'\left\{ \frac{825}{32} + \frac{1575}{32} = 75 \right\} m^3 \\
& -(2Ev - c'mv - cv) & e\epsilon'\left\{ \frac{2625}{32} - \frac{225}{32} = 75 \right\} m^3.
\end{array}$$

Produits partiels de $\delta\left[(\alpha' u')^3 \,{}^{sin}_{cos}(2v-2v')\right]$

On prendra les termes du multiplicateur dans la page 331 du I.er volume ; et ceux de δnt dans les pages 838-846 du second vol.

Multiplicateur		Produit
$-2\,{}^{sin}_{cos}-2Ev\;(m)\ldots$	${}^{sin}_{cos}\; cv+c'mv$	$e\epsilon'\left(-\frac{35}{4}m^2-\frac{1775}{32}m^3\right)$
	$cv-c'mv$	$e\epsilon'\left(\frac{15}{4}m^2+\frac{15}{32}m^3\right)$
	$-(cv-c'mv)$	$e\epsilon'\left(7.m^3\right)$
	$-(cv+c'mv)$	$e\epsilon'\left(-m^3\right)$
	$2Ev-cv$	$e\left(\frac{405}{32}m^4\right)$
	$2Ev+cv$	$e\left(-\frac{405}{32}m^4\right)$
	$2Ev+c'mv$	$\epsilon'\left(-3.m^2+\frac{735}{16}m^4-\frac{27}{8}m^2e^2\right)$
	$2Ev-c'mv$	$\epsilon'\left(3.m^2-\frac{735}{16}m^4+\frac{27}{8}m^2e^2\right)$
	$2Ev-c'mv+cv$	$e\epsilon'\left(\frac{9}{4}m^2\right)$
	$2Ev+c'mv-cv$	$e\epsilon'\left(-\frac{9}{4}m^2-\frac{1329}{32}m^3\right)$
	$2Ev+c'mv+cv$	$e\epsilon'\left(-\frac{9}{4}m^2\right)$
	$2Ev-c'mv-cv$	$e\epsilon'\left(\frac{9}{4}m^2+\frac{621}{32}m^3\right)$
	$-2Ev$	$\left(\frac{283}{256}m^5\right)$
	$-(2Ev-cv)$	$e\left(\frac{15}{4}m^4\right)$

$$-2\,{}^{\sin}_{\cos}-(2Ev+c'mv)\ \varepsilon'\left(-\tfrac{1}{4}m\right)\ldots\left\{\begin{array}{lll} {}^{\sin}_{\cos}\ cv+c'mv & e\varepsilon'\left(\frac{15}{16}m^2+\frac{285}{64}m^3\right)\\ -(cv-c'mv) & e\varepsilon'\left(-\frac{1}{2}m^3\right)\\ -2Ev & \left(-\frac{3}{4}m^3\varepsilon'^2\right)\\ 2Ev+cv & e\left(-\frac{9}{16}m^3\varepsilon'^2\right)\\ 2Ev-cv & e\left(-\frac{9}{16}m^3\varepsilon'^2\right)\end{array}\right.$$

$$-2\,{}^{\sin}_{\cos}-(2Ev-c'mv)\ \varepsilon'\left(\tfrac{21}{4}m\right)\ldots\left\{\begin{array}{lll} cv-c'mv & e\varepsilon'\left(-\frac{315}{16}m^2-\frac{5985}{64}m^3\right)\\ -(cv+c'mv) & e\varepsilon'\left(\frac{21}{2}m^3\right)\\ 2Ev & \left(-\frac{63}{4}m^3\varepsilon'^2\right)\\ 2Ev-cv & e\left(-\frac{189}{16}m^3\varepsilon'^2\right)\\ 2Ev+cv & e\left(-\frac{189}{16}m^3\varepsilon'^2\right)\end{array}\right.$$

$$-2\,{}^{\sin}_{\cos}-(2Ev-cv)\quad e\left(-2.m^2\right)\ldots\left\{\begin{array}{ll} 2Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'\left(6.m^3\right)\\ 2Ev-c'mv-cv & e\varepsilon'\left(-6.m^3\right).\end{array}\right.$$

La réunion de ces produits partiels donne

$$\delta.\left[(\alpha'u')^3\,{}^{\sin}_{\cos}\,(2v-2v')\right]=$$

$$\begin{array}{ll} {}^{\sin}_{\cos}\ c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{143}{32}m^3\right)\\ -c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{209}{32}m^3\right)\end{array}\Bigg\}(*)$$

$$cv+c'mv\qquad e\varepsilon'\left\{\left(-\frac{35}{4}+\frac{15}{16}=-\frac{125}{16}\right)m^2+\left(-\frac{1775}{32}+\frac{285}{64}=-\frac{3265}{64}\right)m^3\right\}$$

(*) Ces deux termes sont nécessaires pour la formation du produit suivant : pour connaître leur origine, consultez la page 285 du second volume.

$\begin{smallmatrix}\sin\\\cos\end{smallmatrix}\ -(cv+c'mv)$	$e\varepsilon'\left\{-\ 1+\frac{21}{2}=\frac{19}{2}\right\}m^3$
$cv-c'mv$	$e\varepsilon'\left\{\left(\frac{15}{4}-\frac{315}{16}=-\frac{255}{16}\right)m^2+\left(\frac{15}{32}-\frac{5985}{64}=-\frac{5955}{64}\right)m^3\right\}$
$-(cv-c'mv)$	$e\varepsilon'\left\{\ \ 7-\frac{1}{2}\ =\ \frac{13}{2}\right\}m^3$
$2Ev$	$\left\{-\frac{63}{4}-\frac{3}{4}=-\frac{33}{2}\right\}m^2\varepsilon'^2$
$-2Ev$	$\left(\ \frac{283}{256}m^5\right)$
$2Ev-cv$	$e\left\{\ \frac{405}{32}m^4-\left(\frac{189}{16}+\frac{9}{16}=\frac{99}{8}\right)m^2\varepsilon'^2\right\}$
$-(2Ev-cv)$	$e\left(\ \frac{15}{4}m^4\right)$
$2Ev+cv$	$e\left\{-\frac{405}{32}m^4-\left(\frac{9}{16}+\frac{189}{16}=\frac{99}{8}\right)m^2\varepsilon'^2\right\}$
$2Ev+c'mv$	$\varepsilon'\left\{-\ 3.m^2+\frac{735}{16}m^4-\frac{27}{8}m^2e^2\right\}$
$2Ev-c'mv$	$\varepsilon'\left\{\ \ 3.m^2-\frac{785}{16}m^4+\frac{27}{8}m^2e^2\right\}$
$2Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left\{-\ \frac{9}{4}m^2-\left(\frac{1329}{32}-6=\frac{1137}{32}\right)m^3\right\}$
$2Ev-c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left\{\ \ \frac{9}{4}m^2+\left(\frac{621}{32}-6=\frac{429}{32}\right)m^3\right\}$
$2Ev+c'mv+cv$	$e\varepsilon'\left(-\ \frac{9}{4}m^2\right)$
$2Ev-c'mv+cv$	$e\varepsilon'\left(\ \ \frac{9}{4}m^2\right).$

Le produit de cette fonction par $2\cos cv\ e(-3)$ donne les termes suivans ;

$\begin{smallmatrix}\sin\\\cos\end{smallmatrix}\ cv+c'mv$	$e\varepsilon'\left(\ \frac{429}{32}m^3\right)$
$-(cv-c'mv)$	$e\varepsilon'\left(\ \frac{429}{32}m^3\right)$
$cv-c'mv$	$e\varepsilon'\left(\ \frac{627}{32}m^3\right)$
$-(cv+c'mv)$	$e\varepsilon'\left(\ \frac{627}{32}m^3\right)$

$\begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}$	$2Ev - cv$	$e\left(\frac{99}{2}m^2\varepsilon'^2\right)$
	$2Ev + cv$	$e\left(\frac{99}{2}m^2\varepsilon'^2\right)$
	$2Ev + c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{27}{4}m^2e^2\right)$
	$2Ev - c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{27}{4}m^2e^2\right)$
	$2Ev + c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{27}{4}m^2e^2\right)$
	$2Ev - c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{27}{4}m^2e^2\right)$
	$2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(9.\ m^2\right)$
	$2Ev + c'mv + cv$	$e\varepsilon'\left(9.\ m^2\right)$
	$2Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(-9.\ m^2\right)$
	$2Ev - c'mv + cv$	$e\varepsilon'\left(-9.\ m^2\right)$;

partant on a ;

$$(c) \ldots\ldots \frac{3}{2}q.\frac{\partial\left[(\alpha'u')^3 {}^{\sin}_{\cos}(2v-2v')\right]}{u_1^4} =$$

$\begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}$	$cv + c'mv$	$e\varepsilon'\left\{-\frac{373}{32}m^2 - \left(\frac{9795}{128} - \frac{429}{32} = \frac{8079}{128}\right)m^3\right\}$
	$-(cv + c'mv)$	$e\varepsilon'\left\{\frac{57}{4} + \frac{627}{32} = \frac{1083}{32}\right\}m^3$
	$cv - c'mv$	$e\varepsilon'\left\{-\frac{765}{32}m^2 - \left(\frac{17865}{128} - \frac{627}{32} = \frac{15357}{128}\right)m^3\right\}$
	$-(cv - c'mv)$	$e\varepsilon'\left\{\frac{39}{4} + \frac{429}{32} = \frac{741}{32}\right\}m^3$
	$2Ev$	$\left(-\frac{99}{4}m^2\varepsilon'^2\right)$
	$-2Ev$	$\left(\frac{849}{512}m^5\right)$

$$
\begin{array}{lll}
{}^{\sin}_{\cos}\ 2Ev - cv & e\left\{ \frac{1215}{64}m^4 + \left(\frac{99}{2} - \frac{297}{16} = \frac{495}{16}\right) m^2 \varepsilon'^2 \right\} \\
-(2Ev - cv) & e\left(\frac{45}{8}m^3 \right) \\
2Ev + cv & e\left\{ -\frac{1215}{64}m^4 + \left(\frac{99}{2} - \frac{297}{16} = \frac{495}{16}\right) m^2 \varepsilon'^2 \right\} \\
2Ev + c'mv & \varepsilon'\left\{ -\frac{9}{2}m^2 + \frac{2205}{32}m^4 + \left(\frac{27}{4} + \frac{27}{4} - \frac{81}{16} = \frac{135}{16}\right) m^2 e^2 \right\} \\
2Ev - c'mv & \varepsilon'\left\{ \frac{9}{2}m^2 - \frac{2205}{32}m^4 - \left(\frac{27}{4} + \frac{27}{4} - \frac{81}{16} = \frac{135}{16}\right) m^2 e^2 \right\} \\
2Ev + c'mv - cv & e\varepsilon'\left\{ \left(-\frac{27}{8} + 9 = \frac{45}{8}\right) m^2 - \frac{3411}{64}m^3 \right\} \\
2Ev - c'mv - cv & e\varepsilon'\left\{ \left(\frac{27}{8} - 9 = -\frac{45}{8}\right) m^2 + \frac{1287}{64}m^3 \right\} \\
2Ev + c'mv + cv & e\varepsilon'\left\{ -\frac{27}{8} + 9 = \frac{45}{8} \right\} m^2 \\
2Ev - c'mv + cv & e\varepsilon'\left\{ \frac{27}{8} - 9 = -\frac{45}{8} \right\} m^2 .
\end{array}
$$

Cette même fonction renferme les termes suivans (Voyez p. 232, 368 du second volume),

$$
\begin{array}{llllll}
{}^{\sin}_{\cos}\ 0v & \left(-\frac{33}{16}m^3\right) & + & {}^{\sin}_{\cos}\ cv & e\left(-\frac{45}{8}m^2\right) \\
2Ev + c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{9}{2}m^2\right) & + & 2Ev - c'mv & \varepsilon'\left(\frac{9}{2}m^2\right) \\
4Ev & \left(\frac{33}{16}m^3\right) & + & 4Ev - cv & e\left(\frac{45}{8}m^2\right).
\end{array}
$$

Donc en multipliant ces termes par la valeur de $-4\frac{\delta u}{u_1}$ on aura ceux-ci ;

Multiplicateur		Produit	
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,0v$	$\left(\frac{33}{8}m^3\right)\ldots$	${}^{\sin}_{\cos}\;2Ev$	$\left(\frac{33}{8}\,m^5\right)$
		$-2Ev$	$\left(\frac{33}{8}\,m^3\right)$
		$2Ev-cv$	$e\left(\frac{495}{64}\,m^4\right)$
		$-(2Ev-cv)$	$e\left(\frac{495}{64}\,m^4\right)$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,cv$	$e\left(\frac{45}{4}m^2\right)\ldots$	$2Ev+cv$	$e\left(\frac{45}{4}\,m^4\right)$
		$-(2Ev-cv)$	$e\left(\frac{45}{4}\,m^4\right)$
		$2Ev$	$\left(\frac{675}{32}\,m^3e^2\right)$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+c'mv$	$\epsilon'\left(9.m^2\right)\ldots$	$cv+c'mv$	$e\epsilon'\left(\frac{135}{8}\,m^3\right)$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-c'mv$	$\epsilon'\left(-9.m^2\right)\ldots$	$cv-c'mv$	$e\epsilon'\left(-\frac{135}{8}\,m^3\right)$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,4Ev$	$\left(-\frac{33}{8}m^3\right)\ldots$	$2Ev$	$\left(-\frac{33}{8}\,m^3\right)$
		$2Ev+cv$	$e\left(-\frac{495}{64}\,m^4\right)$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,4Ev-cv$	$e\left(-\frac{45}{4}m^2\right)\ldots$	$2Ev-cv$	$e\left(-\frac{45}{4}\,m^4\right)$
		$2Ev$	$\left(-\frac{675}{32}\,m^3e^2\right)$.

$$(d)\;\ldots\ldots\; -4\,\frac{\partial u}{u_1}\cdot\frac{8}{2}\,q\cdot\frac{\partial\left[(\alpha'u')^3\,{}^{\sin}_{\cos}\,(2v-2v')\right]}{u_1^4} =$$

$$\begin{array}{lll}
{}^{\sin}_{\cos}\;\; cv+c'mv & e\epsilon'\left(\frac{135}{8}m^3\right) & \\
cv-c'mv & e\epsilon'\left(-\frac{135}{8}m^3\right) & \\
2Ev & \left\{\left(\frac{33}{8}-\frac{33}{8}=0\right)m^3+\left(\frac{675}{32}-\frac{675}{32}=0\right)m^3e^2\right\} &
\end{array}$$

$$\begin{array}{lll}
{}^{\sin}_{\cos} - 2Ev & & \left(\frac{33}{8} m^5\right) \\
2Ev - cv & e & \left\{ \frac{495}{64} - \frac{45}{4} = - \frac{225}{64} \right\} m^4 \\
-(2Ev - cv) & e & \left\{ \frac{495}{64} + \frac{45}{4} = \frac{1215}{64} \right\} m^4 \\
2Ev + cv & e & \left\{ - \frac{495}{64} + \frac{45}{4} = \frac{225}{64} \right\} m^4.
\end{array}$$

Enfin il est clair qu'on a ;

$$(e) \ldots - \frac{15}{8} q b^2 . \frac{(a'u')^4}{u_1^5} {}^{\sin}_{\cos} (v - v') . \frac{\delta u}{u_1} = - \frac{15}{8} b^2 {}^{\sin}_{\cos} Ev \times \cos Ev \;\; b^2 \left(- \frac{15}{16} m\right)$$

$$= {}^{\sin}_{\cos} 2Ev \;\; \left(\frac{225}{256} m b^4\right).$$

$$(f) \ldots - \frac{75}{8} q b^2 . \frac{(a'u')^4}{u_1^5} {}^{\sin}_{\cos} (3v - 3v') . \frac{\delta u}{u_1} = - \frac{75}{8} b^2 {}^{\sin}_{\cos} 3Ev \times \cos Ev \;\; b^2 \left(- \frac{15}{16} m\right)$$

$$= {}^{\sin}_{\cos} 2Ev \;\; \left(\frac{1125}{256} m b^4\right).$$

La réunion des termes compris dans les fonctions (a), (b), (c), (d), (e), (f), prises avec le signe *sinus*, donne

$$R_1 = R' + \delta R' =$$

$$\sin cv + c'mv \quad e\epsilon' \left\{ \begin{array}{l} - \frac{165}{16} m - \left(\frac{1407}{32} + \frac{225}{8} + \frac{375}{32} = \frac{1341}{16} \right) m^2 \\ - \left(\frac{140203}{1024} + \frac{433}{4} + \frac{945}{32} - \frac{135}{16} + \frac{8079}{128} + \frac{1083}{32} - \frac{135}{8} = \frac{354659}{1024} \right) m^3 \end{array} \right\}$$

$$\sin cv - c'mv \quad e\epsilon' \left\{ \begin{array}{l} - \frac{225}{16} m - \left(\frac{1071}{16} + \frac{225}{8} + \frac{765}{32} = \frac{3807}{32} \right) m^2 \\ - \left(\frac{456187}{1024} + \frac{565}{4} + \frac{405}{32} + \frac{135}{16} + \frac{15357}{128} + \frac{741}{32} + \frac{135}{8} = \frac{786275}{1024} \right) m^3 \end{array} \right\}$$

$$\sin 2Ev \left\{\begin{array}{l} \frac{3}{2}+3.e^2-\frac{15}{4}{\varepsilon'}^2-\frac{15}{2}e^2{\varepsilon'}^2-\frac{3}{2}e^2\gamma^2+\frac{39}{32}{\varepsilon'}^4+\frac{3}{16}\gamma^4+\frac{27}{16}e^4+\frac{5}{8}b^2 \\ +\left(\frac{15}{2}-\frac{15}{4}-\frac{3}{2}=\frac{9}{4}\right)m^2-\left(\frac{99}{4}-\frac{27}{2}=\frac{45}{4}\right)m^2{\varepsilon'}^2+\left(\frac{3375}{128}-6=\frac{2607}{128}\right)m^2e^2 \\ +\left(\frac{95}{2}-\frac{95}{4}-\frac{33}{8}-\frac{849}{512}-\frac{1053}{160}=\frac{29147}{2560}\right)m^3+\left(\frac{1125}{256}+\frac{225}{256}=\frac{675}{128}\right)mb^2 \\ +\left(\frac{39825}{256}+\frac{6525}{128}+\frac{1665}{128}=\frac{56205}{256}\right)m^3e^2+\left(\frac{45}{32}+\frac{9}{32}-\frac{45}{16}=-\frac{9}{8}\right)m^3\gamma^2 \end{array}\right\}$$

$$\sin 2Ev-cv \quad e\left\{\begin{array}{l} -3-3.m-\frac{9}{4}e^2+\frac{15}{2}{\varepsilon'}^2+\frac{3}{4}\gamma^2+\left(\frac{225}{16}-\frac{9}{4}-\frac{225}{64}-\frac{225}{16}=-\frac{369}{64}\right)m^2 \\ -\frac{3}{4}me^2-\left(\frac{27}{2}-\frac{15}{2}=6\right)m{\varepsilon'}^2+\frac{3}{4}m\gamma^2+\left(\frac{675}{256}-\frac{675}{256}=0\right)m^2\gamma^2 \\ +\left\{\begin{array}{l} \frac{5205}{64}-\frac{675}{32}-\frac{2685}{256}-\frac{6225}{64}+\frac{1215}{64} \\ -\frac{45}{8}-\frac{225}{64}-\frac{1215}{64}=-\frac{14505}{256} \end{array}\right\}m^3 \\ +\left(\frac{33}{4}+\frac{15}{4}-\frac{3375}{128}+\frac{10125}{256}=\frac{6447}{256}\right)m^2e^2 \\ -\left(\frac{7551}{32}-\frac{495}{16}=\frac{6561}{32}\right)m^2{\varepsilon'}^2-\left(\frac{75}{32}-\frac{27}{16}=\frac{21}{32}\right)e^2\gamma^2 \\ +\left(\frac{105}{64}-\frac{75}{64}=\frac{15}{32}\right)\gamma^4-\frac{39}{16}{\varepsilon'}^4-\frac{15}{8}b^2-\frac{15}{8}{\varepsilon'}^2\gamma^2-\frac{3}{2}e^4+\frac{45}{8}e^2{\varepsilon'}^2 \end{array}\right\}$$

$$\sin 2Ev+cv \quad e\left\{\begin{array}{l} -3+3.m-\frac{9}{4}e^2+\frac{15}{2}{\varepsilon'}^2+\frac{3}{4}\gamma^2+\left(\frac{225}{16}+\frac{9}{4}=\frac{261}{16}\right)m^2 \\ +\frac{3}{4}me^2-\frac{3}{4}m\gamma^2+\left(\frac{27}{2}-\frac{15}{2}=6\right)m{\varepsilon'}^2-\frac{675}{256}m^2\gamma^2 \\ +\left(\frac{675}{32}+\frac{837}{128}+\frac{5205}{64}+\frac{255}{16}-\frac{1215}{64}+\frac{225}{64}=\frac{14007}{128}\right)m^3 \\ -\left(\frac{3375}{128}-\frac{15}{4}-\frac{33}{4}=\frac{1839}{128}\right)m^2e^2+\left(\frac{4149}{32}+\frac{495}{16}=\frac{5139}{32}\right)m^2{\varepsilon'}^2 \end{array}\right\}$$

$$\sin 2Ev+2cv \quad e^2\left\{\frac{15}{4}-\frac{57}{8}m+\left(3-\frac{3}{2}=\frac{3}{2}\right)m^2\right\}$$

$$\sin 2Ev+c'mv \quad \varepsilon'\left\{\begin{array}{l} -\frac{3}{4}-\frac{3}{2}e^2+\frac{3}{32}{\varepsilon'}^2+\left(\frac{9}{2}-\frac{9}{2}=0\right)m^2 \\ -\left(\frac{1755}{16}+\frac{15}{4}-\frac{75}{4}+\frac{75}{8}-\frac{2205}{32}=\frac{1125}{32}\right)m^3 \\ +\left(\frac{5625}{256}-\frac{549}{32}+\frac{135}{16}+\frac{3}{4}=\frac{3585}{256}\right)m^2e^2 \end{array}\right\}$$

$$\sin 2Ev - c'mv \qquad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \frac{21}{4} + \frac{21}{2}e^2 - \frac{369}{32}\varepsilon'^2 + \left(\frac{9}{2} + \frac{9}{2} = 9\right)m^2 \\ -\left(\frac{1755}{16} + \frac{39}{4} - \frac{195}{4} + \frac{195}{8} + \frac{2205}{32} = \frac{5247}{32}\right)m^4 \\ +\left(\frac{315}{32} + \frac{32625}{256} - \frac{135}{16} - \frac{189}{4} = \frac{20889}{256}\right)m^2e^2 \end{array} \right\}$$

$$\sin 2Ev + c'mv - cv \; e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \frac{3}{2} - \left(\frac{27}{8} - \frac{3}{4} = \frac{21}{8}\right)m - \left(\frac{4059}{64} - \frac{45}{8} = \frac{3699}{64}\right)m^2 \\ -\left(\frac{108963}{256} + \frac{225}{32} + \frac{3411}{64} + \frac{225}{8} - \frac{225}{8} - \frac{9}{16} = \frac{124263}{256}\right)m^3 \end{array} \right\}$$

$$\sin 2Ev - c'mv - cv \; e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\frac{21}{2} + \left(\frac{27}{8} - \frac{63}{4} = -\frac{99}{8}\right)m + \left(\frac{1791}{64} - \frac{45}{8} = \frac{1431}{64}\right)m^2 \\ +\left(\frac{49995}{256} - \frac{75}{4} + \frac{1287}{64} + 75 - 75 - \frac{189}{16} = \frac{47319}{256}\right)m^3 \end{array} \right\}$$

$$\sin 2Ev + c'mv + cv \; e\varepsilon' \left\{ \frac{3}{2} + \left(\frac{27}{8} - \frac{3}{4} = \frac{21}{8}\right)m + \left(\frac{1791}{64} + \frac{45}{8} = \frac{2151}{64}\right)m^2 \right\}$$

$$\sin 2Ev - c'mv + cv \; e\varepsilon' \left\{ -\frac{21}{2} + \left(\frac{63}{4} - \frac{27}{8} = \frac{99}{8}\right)m - \left(\frac{4059}{64} + \frac{45}{8} = \frac{4419}{64}\right)m^2 \right\}.$$

34. Cette expression de $R_{,}$ donne la suivante de $-\int R_{,}dv$, en multipliant chaque terme par le facteur correspondant qui naît de la division de l'unité par le coefficient de v : de sorte que on a ;

Argument	Facteur pour l'intégration
$cv + c'mv$.	$1 - m + \frac{7}{4}m^2$
$cv - c'mv$.	$1 + m + \frac{7}{4}m^2$
$2Ev$	$\frac{1}{2}(1 + m + m^2 + m^3 + m^4 + m^5)$
$2Ev - cv$.	$1 + 2 \cdot m + \frac{13}{4}m^2 - \frac{65}{32}m^3 - \frac{6703}{128}m^4 - \frac{9}{8}m^2\varepsilon'^2 + \frac{3}{8}m^2e^2 + \frac{3}{2}m^2\gamma^2$
$2Ev + cv$.	$\frac{1}{3}\left(1 + \frac{2}{3}m + \frac{25}{36}m^2 + \frac{2569}{864}m^3 + \frac{148469}{10368}m^4 + \frac{3}{8}m^2\varepsilon'^2 - \frac{1}{8}m^2e^2 - \frac{1}{2}m^2\gamma^2\right)$
$2Ev + 2cv$.	$\frac{1}{4}\left(1 + \frac{1}{2}m + \frac{5}{8}m^2\right)$

$$\begin{array}{l|l}
2Ev+c'mv \ \ldots\ldots & \frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{2}m+\frac{1}{4}m^2+\frac{1}{8}m^3+\frac{1}{16}m^4\right) \\
2Ev-c'mv \ \ldots\ldots & \frac{1}{2}\left(1+\frac{3}{2}m+\frac{9}{4}m^2+\frac{27}{8}m^3+\frac{81}{16}m^4\right) \\
2Ev+c'mv-cv \ \ldots & 1+m+\frac{1}{4}m^2-\frac{241}{32}m^3 \\
2Ev-c'mv-cv \ \ldots & 1+3.m+\frac{33}{4}m^2+\frac{495}{32}m^3 \\
2Ev+c'mv+cv \ \ldots & \frac{1}{3}\left(1+\frac{1}{3}m+\frac{13}{36}m^2\right) \\
2Ev-c'mv+cv \ \ldots & \frac{1}{3}\left(1+m+\frac{5}{4}m^2\right);
\end{array}$$

et

$$(4) \ldots\ldots -\int R_1 dv =$$

$$\cos cv+c'mv \quad e\varepsilon' \left\{\begin{array}{l} -\frac{165}{16}m-\left(\frac{1341}{16}-\frac{165}{16}=\frac{147}{2}\right)m^2 \\ -\left(\frac{354659}{1024}-\frac{1341}{16}+\frac{1155}{64}=\frac{287315}{1024}\right)m^3 \end{array}\right\}$$

$$\cos cv-c'mv \quad e\varepsilon' \left\{\begin{array}{l} -\frac{225}{16}m-\left(\frac{3807}{32}+\frac{225}{16}=\frac{4257}{32}\right)m^2 \\ -\left(\frac{786275}{1024}+\frac{3807}{32}+\frac{1575}{64}=\frac{933299}{1024}\right)m^3 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev \left\{\begin{array}{l} \frac{3}{4}+\frac{3}{4}m+\frac{3}{4}m^2+\frac{3}{2}e^2-\frac{15}{8}\varepsilon'^2+\frac{3}{4}m^3+\frac{3}{2}me^2-\frac{15}{8}m\varepsilon'^2 \\ +\left(\frac{9}{8}+\frac{3}{4}=\frac{15}{8}\right)m^4-\left(\frac{45}{8}+\frac{15}{8}=\frac{15}{2}\right)m^2\varepsilon'^2+\left(\frac{2607}{256}+\frac{3}{2}=\frac{2991}{256}\right)m^2e^2 \\ -\frac{15}{4}e^2\varepsilon'^2-\frac{3}{4}e^2\gamma^2+\frac{39}{64}\varepsilon'^4+\frac{3}{32}\gamma^4+\frac{27}{32}e^4+\frac{5}{16}b^4-\frac{9}{16}m^2\gamma^2 \\ +\left(\frac{29147}{5120}+\frac{3}{4}+\frac{9}{8}=\frac{38747}{5120}\right)m^5-\left(\frac{45}{8}+\frac{15}{8}=\frac{15}{2}\right)m^3\varepsilon'^2 \\ +\left(\frac{56205}{512}+\frac{2607}{256}+\frac{3}{2}=\frac{62187}{512}\right)m^3e^2-\frac{15}{4}me^2\varepsilon'^2-\frac{3}{4}me^2\gamma^2 \\ +\frac{39}{64}m\varepsilon'^4+\frac{3}{32}m\gamma^4+\frac{27}{32}me^4+\left(\frac{675}{256}+\frac{5}{16}=\frac{755}{256}\right)mb^4 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev - cv \quad e \left\{ \begin{aligned} & -3-\left(6+3=9\right)m-\left(6+\frac{39}{4}=\frac{63}{4}\right)m^2-\frac{9}{4}e^2+\frac{15}{2}\varepsilon'^2+\frac{3}{4}\gamma^2 \\ & -\left(\frac{369}{64}+\frac{39}{4}-\frac{195}{32}=\frac{603}{64}\right)m^3-\left(\frac{3}{4}+\frac{9}{2}=\frac{21}{4}\right)me^2 \\ & +\left(15-6=9\right)m\varepsilon'^2+\left(\frac{3}{4}+\frac{3}{2}=\frac{9}{4}\right)m\gamma^2 \\ & +\left(-\frac{14505}{256}-\frac{369}{32}+\frac{195}{32}+\frac{20109}{128}=\frac{21321}{256}\right)m^4 \\ & +\left(\frac{6447}{256}-\frac{3}{2}-\frac{117}{16}-\frac{9}{8}=\frac{3903}{256}\right)m^2e^2+\frac{15}{32}\gamma^4-\frac{15}{8}\varepsilon'^2\gamma^2 \\ & -\left(\frac{6561}{32}+12-\frac{195}{8}-\frac{27}{8}=\frac{6057}{32}\right)m^2\varepsilon'^2-\frac{3}{2}e^4+\frac{45}{8}e^2\varepsilon'^2 \\ & +\left(\frac{3}{2}+\frac{39}{16}-\frac{9}{2}=-\frac{9}{16}\right)m^2\gamma^2-\frac{21}{32}e^2\gamma^2-\frac{15}{8}b^4-\frac{39}{16}\varepsilon'^4 \end{aligned} \right\}$$

$$\cos 2Ev + cv \quad e \left\{ \begin{aligned} & -1+\left(1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}\right)m-\frac{3}{4}e^2+\frac{5}{2}\varepsilon'^2+\frac{1}{4}\gamma^2-\left(\frac{25}{36}-\frac{2}{3}=\frac{1}{36}\right)m^2 \\ & +\left(\frac{87}{16}+\frac{25}{36}-\frac{2569}{864}=\frac{2729}{864}\right)m^3-\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}=\frac{1}{4}\right)me^2-\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{6}=\frac{1}{12}\right)m\gamma^2 \\ & +\left(2+\frac{5}{3}=\frac{11}{3}\right)m\varepsilon'^2+\left(\frac{4669}{128}+\frac{29}{8}+\frac{2569}{864}-\frac{148169}{10368}=\frac{74533}{2592}\right)m^4 \\ & -\left(\frac{225}{256}-\frac{1}{2}-\frac{25}{14}+\frac{1}{46}=\frac{857}{2304}\right)m^2\gamma^2 \\ & -\left(\frac{613}{128}-\frac{1}{6}+\frac{25}{48}-\frac{1}{8}=\frac{1927}{384}\right)m^2e^2 \\ & +\left(\frac{1713}{32}+\frac{4}{3}+\frac{125}{72}-\frac{3}{8}=\frac{16193}{288}\right)m^2\varepsilon'^2 \end{aligned} \right\}$$

$$\cos 2Ev + 2cv \quad e^2 \left\{ \frac{15}{16}-\left(\frac{57}{32}-\frac{15}{32}=\frac{21}{16}\right)m+\left(\frac{3}{8}-\frac{57}{64}+\frac{75}{128}=\frac{9}{128}\right)m^2 \right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{aligned} & -\frac{3}{8}-\frac{3}{16}m-\frac{3}{32}m^2-\frac{3}{4}e^2+\frac{3}{64}\varepsilon'^2-\frac{3}{64}m^3-\frac{3}{8}me^2+\frac{3}{128}m\varepsilon'^2 \\ & -\left(\frac{1125}{64}+\frac{3}{128}=\frac{2253}{128}\right)m^4+\left(\frac{3585}{512}-\frac{3}{16}=\frac{3489}{512}\right)m^2e^2 \end{aligned} \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{aligned} & \frac{21}{8}+\frac{63}{16}m+\frac{21}{4}e^2-\frac{369}{64}\varepsilon'^2+\left(\frac{189}{32}+\frac{9}{2}=\frac{333}{32}\right)m^2 \\ & +\frac{63}{8}me^2-\frac{1107}{128}m\varepsilon'^2+\left(\frac{27}{4}+\frac{567}{64}=\frac{999}{64}\right)m^3 \\ & -\left(\frac{5247}{64}-\frac{81}{8}-\frac{1701}{128}=\frac{7497}{128}\right)m^4+\left(\frac{20889}{512}+\frac{189}{16}=\frac{26937}{512}\right)m^2e^2 \end{aligned} \right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ \begin{aligned} & \tfrac{3}{2} - \left(\tfrac{21}{8} - \tfrac{3}{2} = \tfrac{9}{8}\right) m - \left(\tfrac{3699}{64} + \tfrac{21}{8} - \tfrac{3}{8} = \tfrac{3843}{64}\right) m^2 \\ & - \left(\tfrac{124263}{256} + \tfrac{3699}{64} + \tfrac{21}{32} + \tfrac{723}{64} = \tfrac{142119}{256}\right) m^3 \end{aligned} \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ \begin{aligned} & - \tfrac{21}{2} - \left(\tfrac{99}{8} + \tfrac{63}{2} = \tfrac{351}{8}\right) m - \left(\tfrac{297}{8} + \tfrac{693}{8} + \tfrac{1431}{64} = \tfrac{6489}{64}\right) m^2 \\ & + \left(\tfrac{47319}{256} + \tfrac{4293}{64} - \tfrac{3267}{32} - \tfrac{10395}{64} = - \tfrac{3225}{256}\right) m^3 \end{aligned} \right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv + cv \quad e\varepsilon' \left\{ \tfrac{1}{2} + \left(\tfrac{7}{8} + \tfrac{1}{6} = \tfrac{25}{24}\right) m + \left(\tfrac{717}{64} + \tfrac{7}{24} + \tfrac{13}{72} = \tfrac{6725}{576}\right) m^2 \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv + cv \quad e\varepsilon' \left\{ - \tfrac{7}{2} + \left(\tfrac{33}{8} - \tfrac{7}{2} = \tfrac{5}{8}\right) m - \left(\tfrac{1473}{64} - \tfrac{33}{8} + \tfrac{85}{8} = \tfrac{1489}{64}\right) m^2 \right\}.$$

Comme on a, $q = 1 + e^2 + \gamma^2 + e^4 + \frac{1}{2} e^2 \gamma^2$ (Voyez tome I.er p. 278); et par conséquent

$$q\left(1 - \tfrac{3}{4}\gamma^2 + \tfrac{45}{64}\gamma^4\right) = 1 + e^2 + \tfrac{1}{4}\gamma^2 + e^4 - \tfrac{1}{4} e^2 \gamma^2 - \tfrac{3}{64}\gamma^4,$$

il est clair que l'expression précédente de $-\int R_1 dv$, donne

$$(5) \;\ldots\ldots\; -\left(2.e^2 + \tfrac{1}{2}\gamma^2 - \tfrac{1}{2} e^2\gamma^2 + 2.e^4 - \tfrac{3}{32}\gamma^4\right) \int R_1 dv =$$

$$\cos 2Ev \left\{ \begin{aligned} & \tfrac{3}{2} e^2 + \tfrac{3}{8}\gamma^2 + \tfrac{3}{2} m e^2 + \tfrac{3}{8} m\gamma^2 + \tfrac{3}{2} m^2 e^2 + \tfrac{3}{8} m^2\gamma^2 + \left(3 + \tfrac{3}{2} = \tfrac{9}{2}\right) e^4 - \tfrac{9}{128}\gamma^4 \\ & + \left(\tfrac{3}{4} - \tfrac{3}{8} = \tfrac{3}{8}\right) e^2\gamma^2 - \tfrac{15}{4} e^2 \varepsilon'^2 - \tfrac{15}{16} \varepsilon'^2 \gamma^2 + \left(3 + \tfrac{3}{2} = \tfrac{9}{2}\right) m e^4 - \tfrac{9}{128} m \gamma^4 \\ & + \tfrac{3}{2} m^3 e^2 + \tfrac{3}{8} m^3 \gamma^2 + \left(\tfrac{3}{4} - \tfrac{3}{8} = \tfrac{3}{8}\right) m e^2 \gamma^2 - \tfrac{15}{4} m e^2 \varepsilon'^2 - \tfrac{15}{16} m \varepsilon'^2 \gamma^2 \end{aligned} \right\}$$

$$\cos 2Ev - cv \quad e \left\{ \begin{aligned} & -6.e^2 - \tfrac{3}{2}\gamma^2 - 18.me^2 - \tfrac{9}{2} m\gamma^2 - \left(\tfrac{9}{2} + 6 = \tfrac{21}{2}\right) e^4 + \left(\tfrac{9}{32} + \tfrac{3}{8} = \tfrac{21}{32}\right)\gamma^4 \\ & - \tfrac{63}{2} m^2 e^2 - \tfrac{63}{8} m^2 \gamma^2 + 15.e^2 \varepsilon'^2 + \tfrac{15}{4} \varepsilon'^2 \gamma^2 + \left(\tfrac{3}{2} + \tfrac{3}{2} - \tfrac{9}{8} = \tfrac{15}{8}\right) e^2 \gamma^2 \end{aligned} \right\}$$

$$\cos 2Ev + cv \quad e \left\{ -2.e^2 - \tfrac{1}{2}\gamma^2 + \tfrac{2}{3} me^2 + \tfrac{1}{6} m\gamma^2 - \tfrac{1}{18} m^2 e^2 - \tfrac{1}{72} m^2 \gamma^2 \right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon' \left\{ -\tfrac{3}{4} e^2 - \tfrac{3}{16}\gamma^2 - \tfrac{3}{8} me^2 - \tfrac{3}{32} m\gamma^2 - \tfrac{3}{16} m^2 e^2 \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \tfrac{21}{4} e^2 + \tfrac{21}{16}\gamma^2 + \tfrac{63}{8} me^2 + \tfrac{63}{32} m\gamma^2 + \tfrac{333}{16} m^2 e^2 \right\}.$$

Maintenant, si l'on fait

$$\frac{Q'q}{1+\gamma^2} = Q'(1+e^2+\gamma^2)(1-\gamma^2) = Q'(1+e^2),$$

et

$$Q' = -\frac{3}{2}m^2 - \frac{225}{16}m^3 - \frac{4035}{64}m^4 + \frac{3}{4}m^2e^2 + 3.m^2\gamma^2 - \frac{9}{4}m^2\varepsilon'^2$$

(Voyez p. 245 du second volume), on aura;

$$-\frac{Q'q}{1+\gamma^2} = \frac{3}{2}m^2 + \frac{225}{16}m^3 + \frac{4035}{64}m^4 + \frac{9}{4}m^2\varepsilon'^2 + \frac{3}{4}m^2e^2 - 3.m^2\gamma^2.$$

Donc, en faisant le produit de $-\frac{2Q'q}{1+\gamma^2}.e\cos cv$ par la valeur de $-\int R_1 dv$, qui occupe les pages 375-379 du second volume, on y trouvera les termes suivans, savoir :

$$(6) \;\ldots\ldots\; \frac{2Q'q}{1+\gamma^2}.e\cos cv.\int R_1 dv =$$

$$\cos 2Ev \qquad \left\{-\left(\frac{3}{4}+\frac{9}{2}=6\right)m^2e^2 - \left(\frac{675}{16}+\frac{225}{16}+\frac{27}{2}-\frac{1}{2}=\frac{277}{4}\right)m^3e^2\right\}$$

$$\cos 2Ev - cv \quad e\left\{\begin{aligned}&\frac{9}{8}m^2 + \left(\frac{675}{64}+\frac{9}{8}=\frac{747}{64}\right)m^3 - \frac{45}{16}me^2\\ &+\left(\frac{12105}{256}+\frac{675}{64}+\frac{9}{8}=\frac{15093}{256}\right)m^4 - \frac{9}{4}m^2\gamma^2 - \left(\frac{45}{16}-\frac{27}{16}=\frac{9}{8}\right)m^2\varepsilon'^2\\ &-\left(\frac{3375}{128}+\frac{477}{64}-\frac{9}{4}-\frac{9}{16}=\frac{3969}{128}\right)m^2e^2\end{aligned}\right\}$$

$$\cos 2Ev + cv \quad e\left\{\begin{aligned}&\frac{9}{8}m^2 + \left(\frac{675}{64}+\frac{9}{8}=\frac{747}{64}\right)m^3 + \left(\frac{12105}{256}+\frac{675}{64}+\frac{9}{8}=\frac{15093}{256}\right)m^4\\ &-\frac{9}{4}m^2\gamma^2 - \left(\frac{45}{16}-\frac{27}{16}=\frac{9}{8}\right)m^2\varepsilon'^2 + \left(\frac{9}{16}+\frac{9}{4}+\frac{45}{32}=\frac{135}{32}\right)m^2e^2\end{aligned}\right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv \qquad \varepsilon'\left\{\frac{3}{4}+\frac{9}{4} = 3\right\}m^2e^2$$

$$\cos 2Ev - c'mv \qquad \varepsilon'\left\{-\frac{21}{4}-\frac{63}{4} = -21\right\}m^2e^2$$

$$\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left\{-\frac{9}{16}m^2 - \left(\frac{675}{128}+\frac{9}{32}=\frac{711}{128}\right)m^3\right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv + cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{9}{16}m^2\right)$$

$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad ee' \left\{ \frac{63}{16} m^2 + \left(\frac{4725}{128} + \frac{189}{32} = \frac{5481}{128} \right) m^3 \right\}$

$\cos 2Ev - c'mv + cv \quad ee' \left(\frac{63}{16} m^2 \right)$

$\cos 2Ev + 2cv \quad e^2 \left(- \frac{3}{2} m^2 \right).$

La même valeur de $-\int R_1 dv$, qui vient d'être citée, donne, en faisant

$$q\left(\frac{3}{4} - \frac{15}{32}\gamma^2 + P\right) = \frac{3}{4} + \frac{3}{4}e^2 - \frac{3}{16}\gamma^2 + \frac{3}{2}m^2$$

(Voyez p. 381 du second volume)

$$(7) \ldots\ldots -2q\left(\frac{3}{4} - \frac{15}{32}\gamma^2 + P\right)\gamma^2 \cos 2gv . \int R_1 dv =$$

$\cos 2Ev \quad \left\{ \begin{array}{l} -\frac{9}{32}\gamma^4 . m^{-1} + \left(\frac{9}{64} + \frac{9}{128} = \frac{27}{128}\right)\gamma^4 - \left(\frac{9}{16} - \frac{963}{2048} = \frac{189}{2048}\right) m\gamma^4 \\ + \frac{45}{64} \epsilon'^2 \gamma^4 . m^{-1} + \left(\frac{153}{128} - \frac{9}{32} = \frac{117}{128}\right) e^2 \gamma^4 . m^{-1} \end{array} \right\}$

$\cos 2Ev - cv \quad e \left\{ \frac{45}{32} + \frac{3}{16} = \frac{51}{32} \right\} \gamma^4$

$\cos 2Ev + c'mv \quad \epsilon' \left\{ \frac{9}{32}\gamma^4 . m^{-1} \right\}$

$\cos 2Ev - c'mv \quad \epsilon' \left\{ -\frac{21}{32}\gamma^4 . m^{-1} \right\}.$

35. Maintenant, pour obtenir les termes de la fonction $\frac{\delta R'}{u_1}$, on preudra avec le signe *cosinus* les différens termes des fonctions désignées par (*a*), (*b*) . . . (*f*) dans le n.° 33; de manière qu'on a (Voyez p. 273 et 274 du I.er volume);

$$\frac{\delta R^{v}}{u_{1}} = \frac{3}{4}(a) + \frac{3}{5}(b) + (c) + \frac{3}{4}(d) + \frac{12}{5}(e) + \frac{4}{5}(f) =$$

$$\cos c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \left(-\frac{27}{4} - \frac{27}{4} = -\frac{27}{2}\right) m^{2} + \left(-\frac{1083}{32} - \frac{741}{32} - \frac{429}{64} - \frac{627}{64} = -\frac{147}{2}\right) m^{3} \right\} (^{*})$$

$$\cos cv + c'mv \quad e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\frac{495}{64} m - \left(\frac{4221}{128} + \frac{375}{32} - \frac{675}{32} = \frac{3021}{128}\right) m^{2} \\ -\left(\frac{420609}{4096} - \frac{1299}{16} + \frac{567}{32} + \frac{81}{16} + \frac{8079}{128} - \frac{1083}{32} - \frac{405}{32} = \frac{249441}{4096}\right) m^{3} \end{array} \right\}$$

$$\cos cv - c'mv \quad e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\frac{675}{64} m - \left(\frac{3213}{64} + \frac{765}{32} - \frac{675}{32} = \frac{3393}{64}\right) m^{2} \\ -\left(\frac{1368561}{4096} - \frac{1695}{16} + \frac{243}{32} - \frac{81}{16} + \frac{15357}{128} - \frac{741}{32} + \frac{405}{32} = \frac{1393425}{4096}\right) m^{3} \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev \quad \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{9}{8} + \frac{9}{2} + \frac{9}{4} = \frac{63}{8}\right) m^{4} - \left(\frac{99}{4} - \frac{81}{8} = \frac{117}{8}\right) m^{2} \varepsilon'^{2} + \frac{2025}{128} m^{2} e^{2} \\ + \left(\frac{3159}{640} + \frac{57}{2} + \frac{57}{4} + \frac{849}{512} + \frac{99}{32} = \frac{134241}{2560}\right) m^{5} \\ + \left(-\frac{4995}{512} + \frac{23895}{256} - \frac{3915}{128} = \frac{27135}{512}\right) m^{3} e^{2} \\ - \left(\frac{27}{128} + \frac{27}{16} + \frac{27}{32} = \frac{351}{128}\right) m^{3} \gamma^{2} + \left(\frac{135}{64} + \frac{225}{64} = \frac{45}{8}\right) m b^{4} \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - cv \quad e \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{675}{256} + \frac{135}{16} + \frac{135}{16} = \frac{4995}{256}\right) m^{3} - \frac{81}{8} m \varepsilon'^{2} - \left(\frac{405}{256} + \frac{405}{256} = \frac{405}{128}\right) m^{2} \gamma^{2} \\ + \left(\frac{8055}{1024} + \frac{3123}{64} + \frac{3735}{64} + \frac{1215}{64} + \frac{45}{8} - \frac{675}{256} + \frac{3645}{256} = \frac{154863}{1024}\right) m^{4} \\ - \left(\frac{6075}{256} + \frac{2025}{128} - \frac{45}{16} = \frac{9405}{256}\right) m^{2} e^{2} - \frac{225}{128} e^{2} \gamma^{2} + \frac{315}{256} \gamma^{4} \\ - \left(\frac{22653}{128} - \frac{495}{16} = \frac{18693}{128}\right) m^{2} \varepsilon'^{2} \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + cv \quad e \left\{ \begin{array}{l} \frac{135}{16} m^{3} + \frac{81}{8} m \varepsilon'^{2} + \left(\frac{3123}{64} - \frac{2511}{512} - \frac{153}{16} - \frac{1215}{64} + \frac{675}{256} = \frac{9207}{512}\right) m^{4} \\ -\frac{405}{256} m^{2} \gamma^{2} - \left(\frac{2025}{128} - \frac{45}{16} = \frac{1665}{128}\right) m^{2} e^{2} + \left(\frac{12447}{128} + \frac{495}{16} = \frac{16407}{128}\right) m^{2} \varepsilon'^{2} \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + 2cv \quad e^{2} \left(-\frac{9}{8} m^{2}\right)$$

(*) Ce terme est formé à l'aide des équations (a) et (b) posées dans les pages 282 et 286 du second volume.

$$\cos 2Ev+c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{aligned} &-\left(\frac{9}{2}-\frac{27}{8}=\frac{9}{8}\right)m^2+\left(-\frac{5265}{64}+\frac{45}{16}+\frac{45}{4}+\frac{45}{8}+\frac{2205}{32}=\frac{405}{64}\right)m^4 \\ &+\left(\frac{3375}{256}+\frac{135}{16}-\frac{1647}{128}=\frac{2241}{256}\right)m^2e^2 \end{aligned} \right\}$$

$$\cos 2Ev-c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{aligned} &\left(\frac{9}{2}+\frac{27}{8}=\frac{63}{8}\right)m^2+\left(\frac{117}{16}-\frac{5265}{64}+\frac{117}{4}+\frac{117}{8}-\frac{2205}{32}=-\frac{6399}{64}\right)m^4 \\ &+\left(\frac{945}{128}+\frac{19575}{256}-\frac{135}{16}=\frac{19305}{256}\right)m^2e^2 \end{aligned} \right\}$$

$$\cos 2Ev+c'mv-cv \quad e\varepsilon' \left\{ \begin{aligned} &-\frac{81}{32}m-\left(\frac{12177}{256}-\frac{45}{8}=\frac{10737}{256}\right)m^2 \\ &-\left(\frac{326889}{1024}-\frac{675}{128}-\frac{135}{8}-\frac{135}{8}+\frac{3411}{64}=\frac{341505}{1024}\right)m^3 \end{aligned} \right\}$$

$$\cos 2Ev-c'mv-cv \quad e\varepsilon' \left\{ \begin{aligned} &\frac{81}{32}m+\left(\frac{5373}{256}-\frac{45}{8}=\frac{3933}{256}\right)m^2 \\ &+\left(\frac{149985}{1024}+\frac{225}{16}+45+45+\frac{1287}{64}=\frac{277137}{1024}\right)m^3 \end{aligned} \right\}$$

$$\cos 2Ev+c'mv+cv \quad e\varepsilon' \left\{ \frac{81}{32}m+\left(\frac{5373}{256}+\frac{45}{8}=\frac{6813}{256}\right)m^2 \right\}$$

$$\cos 2Ev-c'mv+cv \quad e\varepsilon' \left\{ -\frac{81}{32}m-\left(\frac{12177}{256}+\frac{45}{8}=\frac{13617}{256}\right)m^2 \right\}.$$

Produits partiels de $\frac{\delta R^{V}}{u_{,}}.(u_{,}-1)$

Multiplicateur	Produit
$\cos 0v \quad (e^2)\ldots$	$\cos 2Ev+c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{9}{8}m^2e^2\right)$ $\cos 2Ev-c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{63}{8}m^2e^2\right)$
$2\cos 2gv \quad \gamma^2\left(-\frac{1}{8}\right)\ldots$	$\cos 2Ev-cv \quad e\left(-\frac{63}{256}\gamma^4\right)$ (*)

(*) Ce terme est donné par la combinaison des deux argumens $2Ev+2gv-cv$ et $2gv$ (Voyez p. 384 du second volume).

$$
2\cos cv \quad e\left(\tfrac{1}{2}\right)\ldots\ldots \left\{
\begin{array}{ll}
\cos cv + c'mv & e\epsilon'\left(-\frac{27}{4}m^2-\frac{147}{4}m^3\right) \\
\cos cv - c'mv & e\epsilon'\left(-\frac{27}{4}m^2-\frac{147}{4}m^3\right) \\
\cos 2Ev - cv & e\left(\frac{63}{16}m^4-\frac{117}{16}m^2\epsilon'^2+\frac{2025}{256}m^2e^2\right) \\
\cos 2Ev + cv & e\left(\frac{63}{16}m^4-\frac{117}{16}m^2\epsilon'^2+\frac{2025}{256}m^2e^2\right) \\
\cos 2Ev & \left(\frac{4995}{512}m^3e^2-\frac{81}{16}me^2\epsilon'^2\right) \\
\cos 2Ev & \left(\frac{135}{32}m^3e^2+\frac{81}{16}me^2\epsilon'^2\right) \\
\cos 2Ev + cv & e\left(-\frac{9}{16}m^2e^2\right) \\
\cos 2Ev + c'mv - cv & e\epsilon'\left(-\frac{9}{16}m^2\right) \\
\cos 2Ev + c'mv + cv & e\epsilon'\left(-\frac{9}{16}m^2\right) \\
\cos 2Ev - c'mv - cv & e\epsilon'\left(\frac{63}{16}m^2\right) \\
\cos 2Ev - c'mv + cv & e\epsilon'\left(\frac{63}{16}m^2\right) \\
\cos 2Ev + c'mv & \epsilon'\left(-\frac{81}{64}me^2-\frac{10737}{512}m^2e^2\right) \\
\cos 2Ev - c'mv & \epsilon'\left(\frac{81}{64}me^2+\frac{3933}{512}m^2e^2\right) \\
\cos 2Ev + c'mv & \epsilon'\left(\frac{81}{64}me^2+\frac{6813}{512}m^2e^2\right) \\
\cos 2Ev - c'mv & \epsilon'\left(-\frac{81}{64}me^2-\frac{13617}{512}m^2e^2\right) \\
\cos 2Ev - cv & e\left(\frac{1737}{512}m^2e^2+\frac{45}{128}e^2\gamma^2\right) (^*)
\end{array}\right.
$$

La réunion de ces produits partiels avec la valeur précédente de $\frac{\delta R^{v}}{u_1}$ donne l'expression cherchée de δR^{v}, savoir ;

(*) Ce terme est donné par la combinaison des deux argumens cv, $2Ev - 2cv$ (Voyez p. 383 du second volume).

$$(8) \ldots\ldots\ \delta R^{v} =$$

$$\cos cv + c'mv \quad e\varepsilon' \left\{ -\frac{495}{64} m - \left(\frac{3021}{128} + \frac{27}{4} = \frac{3885}{128} \right) m^2 - \left(\frac{249441}{4096} + \frac{147}{4} = \frac{399969}{4096} \right) m^3 \right\}$$

$$\cos cv - c'mv \quad e\varepsilon' \left\{ -\frac{675}{64} m - \left(\frac{3393}{64} + \frac{27}{4} = \frac{3825}{64} \right) m^2 - \left(\frac{1393425}{4096} + \frac{147}{4} = \frac{1543953}{4096} \right) m^3 \right\}$$

$$\cos 2Ev \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{63}{8} m^2 - \frac{117}{8} m^2 \varepsilon'^2 + \frac{2025}{128} m^2 e^2 + \frac{134241}{2560} m^5 - \frac{351}{128} m^3 \gamma^2 + \frac{45}{8} m b^2 \\ + \left(\frac{27135}{512} + \frac{4995}{512} + \frac{135}{32} = \frac{17145}{256} \right) m^3 e^2 + \left(\frac{81}{16} - \frac{81}{16} = 0 \right) m e^2 \varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - cv \quad e \left\{ \begin{array}{l} \frac{4995}{256} m^3 - \frac{81}{8} m \varepsilon'^2 - \frac{405}{128} m^2 \gamma^2 + \left(\frac{154863}{1024} + \frac{63}{16} = \frac{158895}{1024} \right) m^4 \\ - \left(\frac{9405}{256} - \frac{2025}{256} - \frac{1737}{512} = \frac{13023}{512} \right) m^2 e^2 - \left(\frac{18693}{128} + \frac{117}{16} = \frac{19629}{128} \right) m^2 \varepsilon'^2 \\ - \left(\frac{225}{128} - \frac{45}{128} = \frac{45}{32} \right) e^2 \gamma^2 + \left(\frac{315}{256} - \frac{63}{256} = \frac{63}{64} \right) \gamma^4 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + cv \quad e \left\{ \begin{array}{l} \frac{135}{16} m^3 + \frac{81}{8} m \varepsilon'^2 + \left(\frac{9207}{512} + \frac{63}{16} = \frac{11223}{512} \right) m^4 - \frac{405}{256} m^2 \gamma^2 \\ - \left(\frac{1665}{128} + \frac{9}{16} - \frac{2025}{256} = \frac{1449}{256} \right) m^2 e^2 + \left(\frac{16407}{128} - \frac{117}{16} = \frac{15471}{128} \right) m^2 \varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + 2cv \quad e^2 \left(-\frac{9}{8} m^2 \right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\frac{9}{8} m^3 + \left(\frac{81}{64} - \frac{81}{64} = 0 \right) m e^2 + \frac{405}{64} m^4 \\ + \left(\frac{2211}{256} - \frac{9}{8} - \frac{10737}{512} + \frac{6813}{512} = -\frac{9}{256} \right) m^2 e^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \frac{63}{8} m^2 + \left(\frac{81}{64} - \frac{81}{64} = 0 \right) m e^2 - \frac{6399}{64} m^4 \\ + \left(\frac{19305}{256} + \frac{63}{8} + \frac{3933}{512} - \frac{13617}{512} = \frac{16179}{256} \right) m^2 e^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ -\frac{81}{32} m - \left(\frac{10737}{256} + \frac{9}{16} = \frac{10881}{256} \right) m^2 - \frac{341505}{1024} m^3 \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ \frac{81}{32} m + \left(\frac{3933}{256} + \frac{63}{16} = \frac{4915}{256} \right) m^2 + \frac{277137}{1024} m^3 \right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv + cv \quad e\varepsilon' \left\{ \frac{81}{32} m + \left(\frac{6813}{256} - \frac{9}{16} = \frac{6669}{256} \right) m^2 \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv + cv \quad e\varepsilon' \left\{ -\frac{81}{32} m - \left(\frac{13617}{256} - \frac{63}{16} = \frac{12609}{256} \right) m^2 \right\}.$$

36. En prenant (Voyez page 307 du Ier volume, et page 245 du second volume).

$$-\frac{du_{,}}{dv} = \quad 2\sin cv \quad e\left\{\begin{array}{l} \frac{1}{2}+\frac{1}{2}e^2-\frac{3}{8}m^2-\frac{225}{64}m^3-\frac{4071}{256}m^4-\frac{3}{16}m^2e^2 \\ +\frac{3}{4}m^2\gamma^2-\frac{9}{16}m^2\epsilon'^2+\frac{1}{2}e^4-\frac{1}{4}e^2\gamma^2 \end{array}\right\}$$

$$2\sin 2gv \quad \gamma^2\left(-\frac{1}{4}\right),$$

on trouvera, à l'aide de la valeur précédente de $R_{,}$, et de celle posée dans les pages 288, 368-373 du second volume, les termes suivans ;

$$(9) \;\ldots\ldots\; -R_{,}\frac{du_{,}}{dv} =$$

$$\cos cv + c'mv \quad e\epsilon'\left(\frac{357}{64}m^3\right)$$

$$\cos cv - c'mv \quad e\epsilon'\left(-\frac{357}{64}m^3\right)$$

$$\cos 2Ev \quad \left\{\begin{array}{l} \left(\frac{3}{2}-\frac{3}{2}=0\right)e^2+\left(\frac{3}{2}+\frac{3}{2}=3\right)me^2+\left(\frac{9}{8}-\frac{9}{8}=0\right)m^2e^2 \\ +\left(\frac{15}{4}-\frac{15}{4}=0\right)e^2\epsilon'^2+\left(\frac{9}{8}+\frac{3}{2}-\frac{9}{8}-\frac{3}{2}=0\right)e^4+\left(\frac{3}{8}-\frac{3}{8}=0\right)e^2\gamma^2 \\ +\left(\frac{3}{16}-\frac{3}{16}=0\right)\gamma^4+\left(\frac{369}{128}-\frac{9}{8}-\frac{675}{64}+\frac{261}{32}-\frac{9}{8}+\frac{675}{64}=\frac{1125}{128}\right)m^3e^2 \\ +\left(\frac{3}{8}+\frac{3}{2}+\frac{3}{8}+\frac{3}{2}=\frac{15}{4}\right)me^4+\left(3+3=6\right)me^2\epsilon'^2 \\ -\left(\frac{3}{8}+\frac{3}{8}=\frac{3}{4}\right)me^2\gamma^2+\left(\frac{3}{32}+\frac{3}{32}=\frac{3}{16}\right)m\gamma^4 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev - cv \quad e\left\{\begin{array}{l} \frac{3}{4}+\left(\frac{3}{2}+\frac{3}{4}-\frac{15}{8}=\frac{3}{8}\right)e^2-\frac{15}{8}\epsilon'^2-\frac{9}{16}m^2-\frac{675}{128}m^3-\frac{57}{16}me^2 \\ -\left(\frac{15}{4}+\frac{15}{8}-\frac{75}{16}=\frac{15}{16}\right)e^2\epsilon'^2-\left(\frac{3}{4}+\frac{3}{8}-\frac{15}{32}=\frac{21}{32}\right)e^2\gamma^2 \\ +\left(\frac{27}{32}+\frac{3}{2}-\frac{15}{8}+\frac{3}{4}-\frac{15}{16}=\frac{9}{32}\right)e^4+\left(\frac{3}{32}-\frac{15}{32}-\frac{3}{16}=-\frac{9}{16}\right)\gamma^4 \\ +\frac{39}{64}\epsilon'^4+\frac{5}{16}b^4-\left(\frac{12213}{512}-\frac{9}{8}=\frac{11637}{512}\right)m^4+\frac{9}{8}m^2\gamma^2 \\ -\left(\frac{45}{8}+\frac{27}{32}-\frac{45}{32}=\frac{81}{16}\right)m^2\epsilon'^2+\left(\frac{2607}{256}-\frac{9}{8}-\frac{9}{32}+\frac{2991}{512}+\frac{45}{32}=\frac{8205}{512}\right)m^2e^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev + cv \qquad e\left\{\begin{array}{l} -\frac{3}{4}-\left(\frac{3}{2}+\frac{3}{4}-\frac{15}{8}=\frac{3}{8}\right)e^2+\frac{15}{8}\varepsilon'^2+\frac{9}{16}m^2 \\ +\frac{675}{128}m^3-\frac{57}{16}me^2+\left(\frac{12213}{512}-\frac{9}{8}=\frac{11637}{512}\right)m^4 \\ -\frac{9}{8}m^2\gamma^2+\left(\frac{45}{8}+\frac{27}{32}-\frac{45}{32}=\frac{81}{16}\right)m^2\varepsilon'^2 \\ -\left(\frac{2607}{256}-\frac{9}{8}-\frac{9}{32}+\frac{45}{32}-\frac{3}{4}=\frac{2415}{256}\right)m^2e^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv \qquad \varepsilon'\left\{\begin{array}{l} \left(\frac{3}{4}-\frac{3}{4}=0\right)e^2+\left(\frac{21}{16}+\frac{21}{16}=\frac{21}{8}\right)me^2 \\ +\left(\frac{3699}{128}+\frac{2151}{128}+\frac{9}{16}-\frac{9}{16}=\frac{2925}{64}\right)m^2e^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv \qquad \varepsilon'\left\{\begin{array}{l} \left(\frac{21}{4}-\frac{21}{4}=0\right)e^2+\left(\frac{99}{16}+\frac{99}{16}=\frac{99}{8}\right)me^2 \\ -\left(\frac{1431}{128}+\frac{4419}{128}+\frac{63}{16}-\frac{63}{16}=\frac{2925}{64}\right)m^2e^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv - cv \qquad e\varepsilon'\left(-\frac{3}{8}+\frac{9}{32}m^2+\frac{675}{256}m^3\right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv + cv \qquad e\varepsilon'\left(\frac{3}{8}-\frac{9}{32}m^2\right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv - cv \qquad e\varepsilon'\left\{\frac{21}{8}+\left(\frac{9}{2}-\frac{63}{32}=\frac{81}{32}\right)m^2-\frac{4725}{256}m^3\right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv + cv \qquad e\varepsilon'\left\{-\frac{21}{8}-\left(\frac{9}{2}-\frac{63}{32}=\frac{81}{32}\right)m^2\right\}$$

$$\cos 2Ev + 2cv \qquad e^2\left(\frac{3}{2}-\frac{3}{2}m-\frac{9}{8}m^2\right).$$

37. Pour avoir le développement de la fonction $-R_{,}\frac{d.\delta u}{dv}$, il faut employer la valeur suivante de $-\frac{d.\delta u}{dv}$, qu'on obtient en différentiant les termes convenables de δu donnés dans les pages 76, 77, 309, 416-421 du second volume.

$$-\frac{d.\delta u}{dv}=$$

$$\sin c'mv \qquad \varepsilon'\left(-\frac{3}{2}m^3\right)$$

$$\sin cv-c'mv \qquad e\varepsilon'\left\{\frac{9}{8}m+\frac{1041}{64}m^2+\left(\frac{35553}{256}-\frac{1113}{64}-\frac{27}{32}=\frac{30885}{256}\right)m^3\right\}$$

$$\sin cv+c'mv \qquad e\varepsilon'\left\{-\frac{9}{8}m-\frac{909}{64}m^2-\left(\frac{17433}{256}+\frac{837}{64}-\frac{27}{32}=\frac{20565}{256}\right)m^3\right\}$$

$$\sin 2cv \qquad e^2\left(m^2-\frac{5}{8}\gamma^2\right)$$

$$\sin 2gv-cv \qquad e\gamma^2\left(-\frac{7}{8}\right)$$

$$\sin 2Ev \qquad \left(2.m^2+\frac{13}{3}m^3-\frac{3}{8}m\gamma^2\right)$$

$$\sin 2Ev-cv \qquad e\left\{\frac{15}{8}m+\frac{153}{32}m^2+\left(\frac{13875}{512}-\frac{273}{16}+\frac{45}{32}=\frac{5859}{512}\right)m^3\right\}$$

$$\sin 2Ev+cv \qquad e\left\{-\frac{15}{8}m^2-\left(\frac{23}{16}-\frac{5}{4}=\frac{3}{16}\right)m^3\right\}$$

$$\sin 2Ev+c'mv \qquad \varepsilon'\left\{-m^2-\left(\frac{19}{12}-\frac{1}{2}=\frac{13}{12}\right)m^3\right\}$$

$$\sin 2Ev-c'mv \qquad \varepsilon'\left\{7.m^2+\left(\frac{133}{4}-\frac{21}{2}=\frac{91}{4}\right)m^3\right\}$$

$$\sin 2Ev+c'mv-cv \qquad e\varepsilon'\left\{\begin{array}{l}-\frac{15}{8}m+\left(\frac{15}{8}-\frac{3}{64}=\frac{117}{64}\right)m^2\\+\left(\frac{17889}{256}+\frac{3}{64}-\frac{45}{32}=\frac{17541}{256}\right)m^3\end{array}\right\}$$

$$\sin 2Ev-c'mv-cv \qquad e\varepsilon'\left\{\begin{array}{l}\frac{35}{8}m+\left(\frac{1691}{64}-\frac{105}{8}=\frac{851}{64}\right)m^2\\+\left(\frac{23115}{256}-\frac{5073}{64}+\frac{105}{32}=\frac{3663}{256}\right)m^3\end{array}\right\}$$

$$\sin 2Ev+c'mv+cv \qquad e\varepsilon'\left\{\frac{15}{16}m^2+\left(\frac{79}{32}-\frac{5}{16}=\frac{69}{32}\right)m^3\right\}$$

$$\sin 2Ev-c'mv+cv \qquad e\varepsilon'\left\{-\frac{105}{16}m^2-\left(\frac{309}{32}-\frac{105}{16}=\frac{99}{32}\right)m^3\right\}$$

$$\sin Ev \qquad b^2\left(-\frac{15}{16}m\right)$$

$\sin 4Ev$	$\left\{-2.m^4-\left(\frac{351}{40}-2=\frac{271}{40}\right)m^5+\frac{45}{8}m^3e^2+\frac{3}{8}m^3\gamma^2\right\}$
$\sin 4Ev-cv$	$e\left\{-\frac{225}{64}m^3-\left(\frac{3645}{256}-\frac{75}{16}=\frac{2445}{256}\right)m^4\right\}$
$\sin 4Ev+cv$	$e\left(\frac{595}{128}m^4\right)$
$\sin 4Ev+c'mv$	$\varepsilon'\left(2.m^4\right)$
$\sin 4Ev-c'mv$	$\varepsilon'\left(-14.m^4\right)$
$\sin 4Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{675}{128}m^3\right)$
$\sin 4Ev-c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{2625}{128}m^3\right)$.

Cela posé voici les

Produits partiels de $-R_{,}\frac{d.\delta u}{dv}$.

On prendra les termes du multiplicateur $R_{,}$ dans les pages 60, 61, 288, 289, 368-372 du second volume.

Multiplicateur . . . . $2\sin cv\ e\left(-\frac{45}{16}m-\frac{1059}{64}m^2\right)$

Produit		
	$\cos 2Ev-cv$	$e\left(-\frac{45}{8}m^3-\frac{1059}{32}m^4-\frac{195}{16}m^4+\frac{135}{128}m^3\gamma^2\right)$
	$\cos 2Ev+cv$	$e\left(\frac{45}{8}m^3+\frac{1059}{32}m^4+\frac{195}{16}m^4-\frac{135}{128}m^3\gamma^2\right)$
	$\cos 2Ev$	$\left(\frac{675}{128}m^2e^2+\frac{15885}{512}m^3e^2+\frac{6885}{512}m^3e^2\right)$
	$\cos 2Ev$	$\left(\frac{675}{128}m^3e^2\right)$
	$\cos 2Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{45}{16}m^3\right)$
	$\cos 2Ev-c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{315}{16}m^3\right)$
	$\cos 2Ev+c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{675}{128}m^3e^2\right)$
	$\cos 2Ev-c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{1575}{128}m^3e^2\right)$

Multiplicateur		Produit	
$2\sin 2cv$	$e^2\left(\frac{45}{32}m\right)\ldots.$	$\cos 2Ev+cv$	$e\left(-\frac{675}{256}m^2e^2\right)$
$2\sin cv+c'mv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{165}{32}m\right)\ldots.$	$\cos 2Ev-c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{165}{16}m^2\right)$
		$\cos 2Ev+c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{2475}{256}m^2e^2\right)$
$2\sin cv-c'mv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{225}{32}m\right)\ldots.$	$\cos 2Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{225}{16}m^2\right)$
		$\cos 2Ev-c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{3375}{256}m^2e^2\right)$

Multiplicateur . . . . $2\sin 2Ev\ \left(\frac{3}{4}\right)$

Produit	
$\cos cv-c'mv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{45}{32}m+\frac{351}{256}m^2+\frac{52623}{1024}m^3\right)$
$\cos cv+c'mv$	$e\varepsilon'\left(\frac{105}{32}m+\frac{2553}{256}m^2+\frac{10989}{1024}m^3\right)$
$\cos cv+c'mv$	$e\varepsilon'\left(\frac{45}{64}m^2+\frac{207}{128}m^3\right)$
$\cos cv-c'mv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{315}{64}m^2-\frac{297}{128}m^3\right)$
$\cos 2Ev+c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{9}{8}m^3\right)$
$\cos 2Ev-c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{9}{8}m^3\right)$
$\cos 2Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{27}{32}m+\frac{3123}{256}m^2+\frac{92655}{1024}m^3\right)$
$\cos 2Ev-c'mv+cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{27}{32}m-\frac{3123}{256}m^2\right)$
$\cos 2Ev-c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{27}{32}m-\frac{2727}{256}m^2-\frac{61695}{1024}m^3\right)$
$\cos 2Ev+c'mv+cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{27}{32}m+\frac{2727}{256}m^2\right)$
$\cos 2Ev-cv$	$e\left(-\frac{675}{256}m^3-\frac{7385}{1024}m^4\right)$

Produit

$$\begin{cases} \cos 2Ev & \left(-\frac{3}{2}m^4-\frac{813}{160}m^3+\frac{185}{32}m^2e^2+\frac{9}{32}m^2\gamma^2\right) \\ \cos 2Ev+cv & e\left(\frac{1785}{512}m^4\right) \\ \cos 2Ev+c'mv & e'\left(\frac{3}{2}\ m^4\right) \\ \cos 2Ev-c'mv & e'\left(-\frac{21}{2}\ m^4\right) \\ \cos 2Ev+c'mv-cv & ee'\left(\frac{2025}{512}m^3\right) \\ \cos 2Ev-c'mv-cv & ee'\left(-\frac{7875}{512}m^3\right) \\ \cos 2Ev+2cv & e^2\left(-\frac{3}{4}\ m^2\right) \end{cases}$$

Multiplicateur . . . . $2\sin 2Ev-cv\ e\left(-\frac{3}{2}-\frac{3}{2}m\right)$

Produit

$$\begin{cases} \cos cv+c'mv & ee'\left(\frac{3}{2}m^2+\frac{13}{8}m^3+\frac{3}{2}m^3\right) \\ \cos cv-c'mv & ee'\left(-\frac{21}{2}m^2-\frac{273}{8}m^3-\frac{21}{2}m^3\right) \\ \cos 2Ev+cv & e\left(\frac{3}{2}m^2e^2\right) \\ \cos 2Ev+c'mv & e'\left(-\frac{27}{16}me^2-\frac{2727}{128}m^2e^2-\frac{27}{16}m^2e^2\right) \\ \cos 2Ev-c'mv & e'\left(\frac{27}{16}me^2+\frac{3123}{128}m^2e^2+\frac{27}{16}m^2e^2\right) \\ \cos 2Ev+c'mv-cv & ee'\left(-\frac{9}{4}\ m^3\right) \\ \cos 2Ev-c'mv-cv & ee'\left(\frac{9}{4}\ m^3\right) \\ \cos 2Ev+cv & e\left(3.\ m^4\right) \\ \cos 2Ev & \left(\frac{675}{128}m^3e^2\right) \end{cases}$$

Multiplicateur. . . . . $2 \sin 2Ev + cv \quad e\left(-\frac{3}{2}+\frac{3}{2}m\right)$

Produit		
	$\cos cv - c'mv$	$e\varepsilon'\left(\frac{3}{2}m^2+\frac{13}{8}m^3-\frac{3}{2}m^4\right)$
	$\cos cv + c'mv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{21}{2}m^2-\frac{273}{8}m^3+\frac{21}{2}m^4\right)$
	$\cos 2Ev + c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{27}{16}me^2-\frac{3123}{128}m^2e^2+\frac{27}{16}m^3e^2\right)$
	$\cos 2Ev - c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{27}{16}me^2+\frac{2727}{128}m^2e^2-\frac{27}{16}m^3e^2\right)$
	$\cos 2Ev - cv$	$e\left(-\frac{3}{2}m^2e^2+\frac{15}{16}e^2\gamma^2\right)$
	$\cos 2Ev - cv$	$e\left(3.m^4\right)$

Multiplicateur . . . . $2 \sin 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{21}{8}+\frac{9}{2}m^2\right)$

Produit		
	$\cos cv - c'mv$	$e\varepsilon'\left(\frac{315}{64}m+\frac{3213}{256}m^2+\frac{123089}{4096}m^3+\frac{135}{16}m^3\right)$
	$\cos cv + c'mv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{315}{64}m^2-\frac{63}{128}m^3\right)$
	$\cos 2Ev$	$\left(\frac{63}{16}m^3\varepsilon'^2\right)$
	$\cos 2Ev - cv$	$e\left(\frac{189}{64}m\varepsilon'^2+\frac{21861}{512}m^2\varepsilon'^2\right)$
	$\cos 2Ev + cv$	$e\left(\frac{189}{64}m\varepsilon'^2+\frac{19089}{512}m^2\varepsilon'^2\right)$
	$\cos 2Ev + c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{21}{4}m^4\right)$
	$\cos 2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{4725}{512}m^3\right)$

Multiplicateur . . . . $2 \sin 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{3}{8}\right)$

Produit		
	$\cos cv + c'mv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{45}{64}m-\frac{459}{256}m^2-\frac{17577}{4096}m^3\right)$
	$\cos cv - c'mv$	$e\varepsilon'\left(\frac{45}{64}m^2+\frac{9}{128}m^3\right)$

Produit
$$\left\{\begin{array}{lll} \cos 2Ev & & \left(\frac{9}{16}m^2\epsilon'^2\right) \\ \cos 2Ev + cv & e & \left(\frac{27}{64}m\epsilon'^2 + \frac{3123}{512}m^2\epsilon'^2\right) \\ \cos 2Ev - cv & e & \left(\frac{27}{64}m\epsilon'^2 + \frac{2727}{512}m^2\epsilon'^2\right) \\ \cos 2Ev - c'mv & \epsilon' & \left(\frac{3}{4}m^4\right) \\ \cos 2Ev - c'mv - cv & e\epsilon' & \left(\frac{675}{512}m^3\right) \end{array}\right.$$

Multiplicateur Produit

$$2\sin 2Ev - 2gv \quad \gamma^2\left(\frac{3}{8}\right) \ldots\ldots \left\{ \cos 2Ev - cv \quad e\left(\frac{21}{64}\gamma^4\right)\right.$$

Multiplicateur .... $2\sin 2Ev + c'mv - cv \quad e\epsilon'\left(\frac{3}{4} - \frac{21}{16}m\right)$

Produit
$$\left\{\begin{array}{ll} \cos cv - c'mv & e\epsilon'\left(\frac{3}{2}m^2 - \frac{21}{8}m^3 + \frac{13}{4}m^3\right) \\ \cos 2Ev & \left(-\frac{27}{32}me^2\epsilon'^2\right) \end{array}\right.$$

Multiplicateur .... $2\sin 2Ev - c'mv - cv \quad e\epsilon'\left(-\frac{21}{4} - \frac{99}{16}m\right)$

Produit
$$\left\{\begin{array}{ll} \cos cv + c'mv & e\epsilon'\left(-\frac{21}{2}m^2 - \frac{99}{8}m^3 - \frac{91}{4}m^3\right) \\ \cos 2Ev & \left(-\frac{189}{32}me^2\epsilon'^2\right) \end{array}\right.$$

Multiplicateur .... $2\sin 2Ev + c'mv + cv \quad e\epsilon'\left(\frac{3}{4} + \frac{21}{16}m\right)$

Produit
$$\left\{\begin{array}{ll} \cos cv + c'mv & e\epsilon'\left(\frac{3}{2}m^2 + \frac{21}{8}m^3 + \frac{13}{4}m^3\right) \\ \cos 2Ev & \left(-\frac{27}{32}me^2\epsilon'^2\right) \end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . . $2\sin 2Ev - c'mv + cv \quad e\epsilon'\left(-\frac{21}{4}+\frac{99}{16}m\right)$

Produit
$$\begin{cases} \cos cv - c'mv & e\epsilon'\left(-\frac{21}{2}m^2+\frac{99}{8}m^3-\frac{91}{4}m^3\right) \\ \cos 2Ev & \left(-\frac{189}{32}me^2\epsilon'^2\right) \end{cases}$$

Multiplicateur . . . . $2\sin 4Ev \quad \left(-\frac{3}{2}m^2-\frac{119}{32}m^3+\frac{225}{32}me^2+\frac{9}{32}m\gamma^2\right)$

Produit
$$\begin{cases} \cos 2Ev & \left(-3.m^4-\frac{119}{16}m^5+\frac{225}{16}m^3e^2+\frac{9}{16}m^3\gamma^2-\frac{13}{2}m^5+\frac{9}{16}m^3\gamma^2\right) \\ \cos 2Ev + cv & e\left(-\frac{45}{16}m^3-\frac{1785}{256}m^4+\frac{3375}{256}m^2e^2+\frac{135}{256}m^2\gamma^2-\frac{459}{64}m^4\right) \\ \cos 2Ev - cv & e\left(\frac{45}{16}m^4\right) \\ \cos 2Ev - c'mv & \epsilon'\left(\frac{3}{2}m^4\right) \\ \cos 2Ev + c'mv & \epsilon'\left(-\frac{21}{2}m^4\right) \end{cases}$$

Multiplicateur . . . . $2\sin 4Ev - cv \quad e\left(-\frac{45}{16}m-\frac{399}{64}m^2\right)$

Produit
$$\begin{cases} \cos 2Ev - cv & e\left(-\frac{45}{8}m^3-\frac{399}{32}m^4-\frac{195}{16}m^4+\frac{135}{128}m^2\gamma^2\right) \\ \cos 2Ev & \left(-\frac{675}{128}m^2e^2-\frac{5085}{512}m^3e^2-\frac{6885}{512}m^3e^2\right) \\ \cos 2Ev - c'mv & \epsilon'\left(\frac{675}{128}m^2e^2\right) \\ \cos 2Ev + c'mv & \epsilon'\left(-\frac{1575}{128}m^2e^2\right) \\ \cos 2Ev - c'mv - cv & e\epsilon'\left(\frac{45}{16}m^3\right) \\ \cos 2Ev + c'mv - cv & e\epsilon'\left(-\frac{315}{16}m^3\right) \end{cases}$$

Multiplicateur	Produit
$2\sin 4Ev + cv \quad e\left(\frac{75}{16}m^2\right)$	$\cos 2Ev + cv \quad e\left(\frac{75}{8}m^4\right)$

$$2\sin 4Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(\tfrac{3}{2}m^2\right)..\left\{\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(3.\,m^4\right)\right.$$

$$2\sin 4Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(-\tfrac{21}{2}m^2\right)..\left\{\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(-21.\,m^4\right)\right.$$

$$2\sin 4Ev - 2cv \quad e^2\left(\tfrac{45}{32}m\right)..\left\{\cos 2Ev - cv \quad e\left(\tfrac{675}{256}m^2e^2\right)\right.$$

$$2\sin 4Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(\tfrac{135}{32}m\right)..\left\{\begin{array}{ll}\cos 2Ev + c'mv - cv & e\varepsilon'\left(\tfrac{185}{16}m^3\right)\\ \cos 2Ev + c'mv & \varepsilon'\left(\tfrac{2025}{256}m^2e^2\right)\end{array}\right.$$

$$2\sin 4Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(-\tfrac{525}{32}m\right)..\left\{\begin{array}{ll}\cos 2Ev - c'mv - cv & e\varepsilon'\left(-\tfrac{525}{16}m^3\right)\\ \cos 2Ev - c'mv & \varepsilon'\left(-\tfrac{7875}{256}m^2e^2\right)\end{array}\right.$$

$$2\sin Ev \quad b^2\left(\tfrac{8}{16}\right)..\left\{\cos 2Ev \quad \left(\tfrac{45}{256}mb^4\right)\right.$$

$$2\sin 3Ev \quad b^2\left(\tfrac{15}{16}\right)..\left\{\cos 2Ev \quad \left(-\tfrac{225}{256}mb^4\right).\right.$$

La réunion de ces produits partiels donne

$$(10) \; \ldots\ldots\ldots -R_1\frac{d.\delta u}{dv} =$$

$$\cos cv + c'mv \quad e\varepsilon'\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{105}{32}-\frac{45}{64}=\frac{165}{64}\right)m\\ +\left(\frac{2553}{256}+\frac{45}{64}+\frac{3}{2}-\frac{21}{2}-\frac{21}{2}+\frac{3}{2}-\frac{315}{64}-\frac{459}{256}=-\frac{1797}{128}\right)m^2\\ +\left\{\begin{array}{l}\frac{10989}{1024}+\frac{207}{128}+\frac{13}{8}+\frac{3}{2}-\frac{273}{8}+\frac{21}{2}-\frac{99}{8}\\ -\frac{91}{4}+\frac{21}{8}+\frac{13}{4}-\frac{63}{128}-\frac{17577}{4096}=-\frac{172789}{4096}\end{array}\right\}m^3\end{array}\right\}$$

$$\cos cv - c'mv \quad e\varepsilon'\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{315}{64}-\frac{45}{32}=\frac{225}{64}\right)m\\ +\left(\frac{351}{256}-\frac{315}{64}-\frac{21}{2}+\frac{3}{2}+\frac{3}{2}-\frac{21}{2}+\frac{3213}{256}+\frac{45}{64}=-\frac{531}{64}\right)m^2\\ +\left\{\begin{array}{l}\frac{52623}{1024}-\frac{297}{128}-\frac{273}{8}-\frac{21}{2}+\frac{13}{8}-\frac{3}{2}-\frac{21}{8}\\ +\frac{13}{4}+\frac{99}{8}-\frac{91}{4}+\frac{123039}{4096}+\frac{135}{16}+\frac{9}{128}=\frac{136667}{4096}\end{array}\right\}m^3\end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev \quad \left\{\begin{array}{l} -\left(\frac{3}{2}+3=\frac{9}{2}\right)m^4+\left(\frac{675}{128}-\frac{675}{128}=0\right)m^2e^2 \\ +\left(\frac{63}{16}+\frac{9}{16}=\frac{9}{2}\right)m^3\varepsilon'^2-\left(\frac{813}{160}+\frac{119}{16}+\frac{13}{2}=\frac{3043}{160}\right)m^5 \\ +\left(\frac{9}{32}+\frac{9}{16}+\frac{9}{16}=\frac{45}{32}\right)m^3\gamma^2 \\ +\left\{\begin{array}{l} \frac{15885}{512}+\frac{6885}{512}+\frac{675}{128}+\frac{135}{32}+\frac{675}{128} \\ +\frac{225}{16}-\frac{5985}{512}-\frac{6885}{512}=\frac{6165}{128} \end{array}\right\}m^3e^2 \\ -\left(\frac{189}{32}+\frac{189}{32}+\frac{27}{32}+\frac{27}{32}=\frac{27}{2}\right)me^2\varepsilon'^2-\left(\frac{225}{256}-\frac{45}{256}=\frac{45}{64}\right)mb^4 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev-cv \quad e\left\{\begin{array}{l} -\left(\frac{45}{8}+\frac{675}{256}+\frac{45}{8}=\frac{3555}{256}\right)m^3+\left(\frac{189}{64}+\frac{27}{64}=\frac{27}{8}\right)m\varepsilon'^2 \\ -\left(\frac{1059}{32}+\frac{195}{16}+\frac{7335}{1024}-3-\frac{45}{16}+\frac{399}{32}+\frac{195}{16}=\frac{72999}{1024}\right)m^4 \\ +\left(\frac{135}{128}+\frac{135}{128}=\frac{135}{64}\right)m^2\gamma^2+\left(\frac{675}{256}-\frac{3}{2}=\frac{291}{256}\right)m^2e^2 \\ +\left(\frac{21861}{512}+\frac{2727}{512}=\frac{6147}{128}\right)m^2\varepsilon'^2+\frac{21}{64}\gamma^4+\frac{15}{16}e^2\gamma^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev+cv \quad e\left\{\begin{array}{l} \left(\frac{45}{8}-\frac{45}{16}=\frac{45}{16}\right)m^3+\left(\frac{189}{64}+\frac{27}{64}=\frac{27}{8}\right)m\varepsilon'^2 \\ +\left(\frac{1059}{32}+\frac{195}{16}+\frac{1785}{512}+3-\frac{1785}{256}-\frac{459}{64}+\frac{75}{8}=\frac{24063}{512}\right)m^4 \\ +\left(\frac{19089}{512}+\frac{3123}{512}=\frac{5553}{128}\right)m^2\varepsilon'^2 \\ -\left(\frac{135}{128}-\frac{135}{256}=\frac{135}{256}\right)m^2\gamma^2+\left(\frac{3}{2}-\frac{675}{256}+\frac{3875}{256}=\frac{771}{64}\right)m^2e^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev+2cv \quad e^2\left(-\frac{3}{4}m^2\right)$$

$$\cos 2Ev+c'mv \quad \varepsilon'\left\{\begin{array}{l} \frac{9}{8}m^3-\left(\frac{27}{16}+\frac{27}{16}=\frac{27}{8}\right)me^2-\left(\frac{21}{4}+\frac{21}{2}-\frac{3}{2}-3=\frac{45}{4}\right)m^4 \\ +\left\{\begin{array}{l} \frac{2475}{256}-\frac{675}{128}-\frac{2727}{128}-\frac{27}{16}-\frac{3123}{128} \\ +\frac{27}{16}+\frac{2025}{256}-\frac{1575}{128}=-\frac{2925}{64} \end{array}\right\}m^2e^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv \quad \iota' \left\{ \begin{array}{l} -\frac{9}{8}m^3 + \left(\frac{27}{16}+\frac{27}{16}=\frac{27}{8}\right)me^2 - \left(\frac{21}{2}+21-\frac{3}{4}-\frac{3}{2}=\frac{117}{4}\right)m^4 \\ + \left\{ \begin{array}{l} \frac{1575}{128}+\frac{3375}{256}+\frac{3123}{128}+\frac{27}{16}+\frac{2727}{128} \\ -\frac{27}{16}+\frac{675}{128}-\frac{7875}{256}=\frac{2925}{64} \end{array} \right\} m^2e^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\iota' \left\{ \begin{array}{l} \frac{27}{32}m + \frac{3123}{256}m^2 \\ + \left\{ \begin{array}{l} \frac{45}{16}-\frac{225}{16}+\frac{92655}{1024}+\frac{2025}{512}-\frac{9}{4} \\ -\frac{4725}{512}-\frac{315}{16}+\frac{135}{16}=\frac{61911}{1024} \end{array} \right\} m^3 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\iota' \left\{ \begin{array}{l} -\frac{27}{32}m - \frac{2727}{256}m^2 \\ - \left\{ \begin{array}{l} \frac{315}{16}+\frac{165}{16}+\frac{61695}{1024}+\frac{7875}{512}-\frac{9}{4} \\ -\frac{675}{512}-\frac{45}{16}+\frac{525}{16}=\frac{135231}{1024} \end{array} \right\} m^3 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv + cv \quad e\iota' \left(\frac{27}{32}m + \frac{2727}{256}m^2 \right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv + cv \quad e\iota' \left(-\frac{27}{32}m - \frac{3123}{256}m^2 \right).$$

38. Formons maintenant les

$$\text{Produits partiels de } -2\left(\frac{d^2.\delta u}{dv^2}+\delta u\right)\int R_{,}dv.$$

Pour cela on prendra les termes du multiplicateur $\int R_{,}dv$ dans les pages 61, 62, 289, 375-379 du second volume, et on fera

$$-\left(\frac{d^2.\delta u}{dv^2}+\delta u\right) =$$

$$\cos c'mv \qquad \iota' \left\{ \frac{3}{2}m^2 - \left(\frac{645}{16}-\frac{9}{4}=\frac{609}{16}\right)m^4 - \frac{69}{4}m^2e^2 \right\}$$

$$\cos cv - c'mv \qquad e\iota' \left\{ -\frac{9}{4}m^2 - \left(\frac{1077}{32}+\frac{27}{16}=\frac{1131}{32}\right)m^3 \right\}$$

$$\cos cv + c'mv \qquad e\iota' \left\{ -\frac{9}{4}m^2 - \left(\frac{873}{32}-\frac{27}{16}=\frac{819}{32}\right)m^3 \right\}$$

$\cos 2cv$	$e^2\left(\frac{3}{2}m^2-\frac{15}{16}\gamma^2\right)$
$\cos 2gv$	$\gamma^2\left(\frac{3}{2}m^2\right)$
$\cos 2Ev$	$\left(3.m^2+\frac{3}{2}m^3-\frac{9}{16}m\gamma^2\right)$
$\cos 2Ev-cv$	$e\left\{-\frac{15}{2}m^2-\left(21+\frac{45}{16}=\frac{381}{16}\right)m^3\right\}$
$\cos 2Ev+cv$	$e\left(-5.m^2+\frac{11}{3}m^3\right)$
$\cos 2Ev+c'mv$	$\epsilon'\left(-\frac{3}{2}m^2-\frac{3}{8}m^3\right)$
$\cos 2Ev-c'mv$	$\epsilon'\left(\frac{21}{2}m^2+\frac{63}{8}m^3\right)$
$\cos 2Ev+c'mv-cv$	$e\epsilon'\left\{\frac{15}{4}m^2-\left(\frac{237}{32}-\frac{45}{16}=\frac{147}{32}\right)m^3\right\}$
$\cos 2Ev-c'mv-cv$	$e\epsilon'\left\{-\frac{105}{4}m^2-\left(\frac{3393}{32}+\frac{105}{16}=\frac{3603}{32}\right)m^3\right\}$
$\cos 2Ev+c'mv+cv$	$e\epsilon'\left(\frac{5}{2}m^2+\frac{113}{24}m^3\right)$
$\cos 2Ev-c'mv+cv$	$e\epsilon'\left(-\frac{85}{2}m^2+\frac{109}{8}m^3\right)$
$\cos 2Ev-2cv$	$e^2\left(-\frac{15}{4}m\right)$
$\cos 4Ev$	$\left(-\frac{15}{2}m^4-\frac{541}{32}m^5+\frac{675}{32}m^3e^2+\frac{45}{32}m^3\gamma^2\right)$
$\cos 4Ev-cv$	$e\left(-\frac{75}{8}m^3-\frac{315}{32}m^4\right)$
$\cos 4Ev+cv$	$e\left(\frac{357}{16}m^4\right)$
$\cos 4Ev+c'mv$	$\epsilon'\left(\frac{15}{2}m^4\right)$
$\cos 4Ev-c'mv$	$\epsilon'\left(-\frac{105}{2}m^4\right)$
$\cos 4Ev+c'mv-cv$	$e\epsilon'\left(\frac{225}{16}m^3\right)$
$\cos 4Ev-c'mv-cv$	$e\epsilon'\left(-\frac{875}{16}m^3\right)$
$\cos 4Ev-2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{27}{256}m^2\right)$.

On obtient ces termes à l'aide de ceux qui composent les valeurs de $-\frac{d^2.\delta u}{dv^2}-\left(1-\frac{3}{2}\mu^2\right)\delta u$, δu données dans les pages 303, 304, 305, 308, 309, 310, 406-413, 416-420 du second volume.

Multiplicateur . . . . $2\cos cv \quad e\left(\frac{45}{8}m+\frac{1069}{32}m^2\right)$

Produit

$\cos cv + c'mv$	$e\varepsilon'\left(\frac{135}{16}m^3\right)$
$\cos cv - c'mv$	$e\varepsilon'\left(\frac{185}{16}m^3\right)$
$\cos 2Ev - cv$	$e\left(\frac{185}{8}m^3+\frac{3177}{32}m^4+\frac{135}{16}m^4-\frac{405}{128}m^2\gamma^2\right)$
$\cos 2Ev + cv$	$e\left(\frac{135}{8}m^3+\frac{3177}{32}m^4+\frac{135}{16}m^4-\frac{405}{128}m^2\gamma^2\right)$
$\cos 2Ev$	$\left(-\frac{675}{16}m^3e^2\right)$
$\cos 2Ev$	$\left(-\frac{225}{8}m^3e^2\right)$
$\cos 2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{135}{16}m^3\right)$
$\cos 2Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{945}{16}m^3\right)$
$\cos 2Ev - cv$	$e\left(-\frac{675}{32}m^3e^2\right)$

Multiplicateur		Produit	
$2\cos c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{357}{32}m^2+\frac{75}{8}e^2\right)$ ...	$\cos 2Ev + c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{1071}{32}m^4+\frac{225}{8}m^2e^2\right)$
	$\cos 2Ev - c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{1071}{32}m^4+\frac{225}{8}m^2e^2\right)$
$2\cos cv + c'mv \quad e\varepsilon'\left(\frac{165}{16}m\right)$ ...	$\cos 2Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{495}{16}m^3\right)$
$2\cos cv - c'mv \quad e\varepsilon'\left(\frac{225}{16}m\right)$ ...	$\cos 2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{675}{16}m^3\right)$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev \left(-\frac{3}{4}-\frac{3}{4}m-\frac{3}{4}m^2-\frac{3}{2}e^2\right)$

Produit

$\cos cv - c'mv$	$e\epsilon'$	$\left(-\frac{45}{16}m^2+\frac{441}{128}m^3-\frac{45}{16}m^3\right)$
$\cos cv + c'mv$	$e\epsilon'$	$\left(\frac{315}{16}m^2+\frac{10809}{128}m^3+\frac{315}{16}m^3\right)$
$\cos cv + c'mv$	$e\epsilon'$	$\left(-\frac{15}{8}m^2-\frac{113}{32}m^3-\frac{15}{8}m^3\right)$
$\cos cv - c'mv$	$e\epsilon'$	$\left(\frac{105}{8}m^2-\frac{327}{32}m^3+\frac{105}{8}m^3\right)$
$\cos 2Ev + c'mv$	ϵ'	$\left(-\frac{9}{8}m^2-\frac{9}{8}m^3-\frac{9}{8}m^4-\frac{9}{4}m^2e^2+\frac{1827}{64}m^4+\frac{207}{16}m^2e^2\right)$
$\cos 2Ev - c'mv$	ϵ'	$\left(-\frac{9}{8}m^2-\frac{9}{8}m^3-\frac{9}{8}m^4-\frac{9}{4}m^2e^2+\frac{1827}{64}m^4+\frac{207}{16}m^2e^2\right)$
$\cos 2Ev - c'mv + cv$	$e\epsilon'$	$\left(\frac{27}{16}m^2\right)$
$\cos 2Ev + c'mv - cv$	$e\epsilon'$	$\left(\frac{27}{16}m^2+\frac{27}{16}m^3+\frac{3393}{128}m^3\right)$
$\cos 2Ev + c'mv + cv$	$e\epsilon'$	$\left(\frac{27}{16}m^2\right)$
$\cos 2Ev - c'mv - cv$	$e\epsilon'$	$\left(\frac{27}{16}m^2+\frac{27}{16}m^3+\frac{2457}{128}m^3\right)$
$\cos 2Ev$		$\left(\frac{45}{8}m^4+\frac{1623}{128}m^3-\frac{2025}{128}m^3e^2-\frac{135}{128}m^3\gamma^2+\frac{45}{8}m^5\right)$
$\cos 2Ev - cv$	e	$\left(\frac{225}{32}m^3+\frac{915}{128}m^4+\frac{225}{32}m^4\right)$
$\cos 2Ev + cv$	e	$\left(-\frac{1071}{64}m^4\right)$
$\cos 2Ev + c'mv$	ϵ'	$\left(-\frac{45}{8}m^4\right)$
$\cos 2Ev - c'mv$	ϵ'	$\left(\frac{315}{8}m^4\right)$
$\cos 2Ev + c'mv - cv$	$e\epsilon'$	$\left(-\frac{675}{64}m^3\right)$
$\cos 2Ev - c'mv - cv$	$e\epsilon'$	$\left(\frac{2625}{64}m^3\right)$
$\cos 2Ev + 2cv$	e^2	$\left(-\frac{9}{8}m^2\right)$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev - cv \quad e\left(3 + 9.m\right)$

Produit	$\cos cv - c'mv$	$e\varepsilon'\left(\frac{63}{2}m^2 + \frac{189}{8}m^3 + \frac{189}{2}m^3\right)$
	$\cos cv + c'mv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{9}{2}m^2 - \frac{9}{8}m^3 - \frac{27}{2}m^3\right)$
	$\cos 2Ev + cv$	$e\left(\frac{9}{2}m^2e^2\right)$
	$\cos 2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{9}{2}m^2 + \frac{27}{2}m^3\right)$
	$\cos 2Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{9}{2}m^2 + \frac{27}{2}m^3\right)$
	$\cos 2Ev - c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{27}{4}m^2e^2\right)$
	$\cos 2Ev + c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{27}{4}m^2e^2\right)$
	$\cos 2Ev + cv$	$e\left(-\frac{45}{2}m^4\right)$
	$\cos 2Ev$	$\left(-\frac{225}{8}m^3e^2\right)$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev + cv \quad e\left(1 - \frac{1}{8}m\right)$

Produit	$\cos cv + c'mv$	$e\varepsilon'\left(\frac{21}{2}m^2 + \frac{63}{8}m^3 - \frac{7}{2}m^3\right)$
	$\cos cv - c'mv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{3}{2}m^2 - \frac{3}{8}m^3 + \frac{1}{2}m^3\right)$
	$\cos 2Ev - cv$	$e\left(\frac{3}{2}m^2e^2 - \frac{15}{16}e^2\gamma^2\right)$
	$\cos 2Ev + c'mv + cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{3}{2}m^2\right)$
	$\cos 2Ev - c'mv + cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{3}{2}m^2\right)$
	$\cos 2Ev + c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{9}{4}m^2e^2\right)$
	$\cos 2Ev - c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{9}{4}m^2e^2\right)$
	$\cos 2Ev - cv$	$e\left(-\frac{15}{2}m^4\right)$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{21}{8} - \frac{63}{16}m\right)$

Produit

$\cos cv - c'mv$	$e\varepsilon'\left(\frac{315}{16}m^2 + \frac{8001}{128}m^3 + \frac{945}{32}m^3\right)$
$\cos cv + c'mv$	$e\varepsilon'\left(\frac{105}{8}m^2 + \frac{315}{16}m^3 - \frac{77}{8}m^3\right)$
$\cos 2Ev$	$\left(-\frac{63}{16}m^2\varepsilon'^2 - \frac{189}{32}m^3\varepsilon'^2\right)$
$\cos 2Ev + cv$	$e\left(\frac{189}{32}m^2\varepsilon'^2\right)$
$\cos 2Ev - cv$	$e\left(\frac{189}{32}m^2\varepsilon'^2\right)$
$\cos 2Ev + c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{315}{16}m^4\right)$
$\cos 2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{1575}{64}m^3\right)$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{3}{8} + \frac{3}{16}m\right)$

Produit

$\cos cv + c'mv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{45}{16}m^2 - \frac{1143}{128}m^3 - \frac{45}{32}m^3\right)$
$\cos cv - c'mv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{15}{8}m^2 + \frac{11}{8}m^3 - \frac{15}{16}m^3\right)$
$\cos 2Ev$	$\left(\frac{9}{16}m^2\varepsilon'^2 + \frac{9}{32}m^3\varepsilon'^2\right)$
$\cos 2Ev + cv$	$e\left(-\frac{27}{32}m^2\varepsilon'^2\right)$
$\cos 2Ev - cv$	$e\left(-\frac{27}{32}m^2\varepsilon'^2\right)$
$\cos 2Ev - c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{45}{16}m^4\right)$
$\cos 2Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{225}{64}m^3\right)$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{3}{2} + \frac{9}{8}m\right)$

Produit

$\cos cv - c'mv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{9}{2}m^2 + \frac{27}{8}m^3 - \frac{9}{4}m^3\right)$
$\cos 2Ev - cv$	$e\left(-\frac{9}{4}m^2\varepsilon'^2\right)$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\epsilon'\left(\frac{21}{2} + \frac{851}{8}m\right)$

Produit $\begin{cases} \cos cv + c'mv & e\epsilon'\left(\frac{63}{2}m^2 + \frac{1053}{8}m^3 + \frac{63}{4}m^3\right) \\ \cos 2Ev - cv & e\left(\frac{63}{4}m^2\epsilon'^2\right) \end{cases}$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev + c'mv + cv \quad e\epsilon'\left(-\frac{1}{2} - \frac{25}{24}m\right)$

Produit $\begin{cases} \cos cv + c'mv & e\epsilon'\left(-\frac{3}{2}m^2 - \frac{25}{8}m^3 - \frac{3}{4}m^3\right) \\ \cos 2Ev + cv & e\left(-\frac{3}{4}m^2\epsilon'^2\right) \end{cases}$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev - c'mv + cv \quad e\epsilon'\left(\frac{7}{2} - \frac{5}{8}m\right)$

Produit $\begin{cases} \cos cv - c'mv & e\epsilon'\left(\frac{21}{2}m^2 - \frac{15}{8}m^3 + \frac{21}{4}m^3\right) \\ \cos 2Ev + cv & e\left(\frac{21}{4}m^2\epsilon'^2\right) \end{cases}$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left(\frac{15}{8}.m^{-1}\right)$

Produit $\begin{cases} \cos 2Ev & \left(\frac{45}{16}me^4 - \frac{225}{128}e^4\gamma^2.m^{-1}\right) \\ \cos 2Ev + cv & e\left(-\frac{1125}{64}m^2e^2\right) \end{cases}$

Multiplicateur — Produit

$2\cos 2Ev - 2gv \quad \gamma^2\left(\frac{3}{8}.m^{-1}\right) \ldots \begin{cases} \cos 2Ev & \left(\frac{9}{16}m\gamma^4\right) \\ \cos 2Ev & \left(-\frac{81}{2048}m\gamma^4\right) \end{cases}$

Multiplicateur . . . . $2\cos 4Ev \left(\frac{3}{4}m^2+\frac{167}{64}m^3-\frac{225}{64}me^2-\frac{9}{64}m\gamma^2\right)$

Produit

$$\begin{cases} \cos 2Ev & \left(\frac{9}{4}m^4+\frac{501}{64}m^5-\frac{675}{64}m^3e^2-\frac{27}{64}m^3\gamma^2+\frac{9}{8}m^6-\frac{27}{64}m^3\gamma^2\right) \\ \cos 2Ev+cv & e\left(-\frac{45}{8}m^4\right) \\ \cos 2Ev-cv & e\left(-\frac{15}{4}m^4\right) \\ \cos 2Ev-c'mv & e'\left(-\frac{9}{8}m^4\right) \\ \cos 2Ev+c'mv & e'\left(\frac{63}{8}m^4\right) \end{cases}$$

Multiplicateur . . . . $2\cos 4Ev-cv \quad e\left(\frac{15}{8}m+\frac{213}{32}m^2\right)$

Produit

$$\begin{cases} \cos 2Ev-cv & e\left(\frac{45}{8}m^3+\frac{639}{32}m^4+\frac{45}{16}m^4-\frac{135}{128}m^2\gamma^2\right) \\ \cos 2Ev+cv & e\left(-\frac{225}{32}m^3e^2\right) \\ \cos 2Ev & \left(-\frac{225}{16}m^3e^2\right) \\ \cos 2Ev-c'mv-cv & ee'\left(-\frac{45}{16}m^3\right) \\ \cos 2Ev+c'mv-cv & ee'\left(\frac{315}{16}m^3\right) \end{cases}$$

Multiplicateur		Produit	
$2\cos 4Ev+cv$	$e\left(-\frac{15}{8}m^2\right)$	$\cos 2Ev+cv$	$e\left(-\frac{45}{8}m^4\right)$
$2\cos 4Ev+c'mv$	$e'\left(-\frac{3}{4}m^2\right)$	$\cos 2Ev+c'mv$	$e'\left(-\frac{9}{4}m^4\right)$
$2\cos 4Ev-c'mv$	$e'\left(\frac{21}{4}m^2\right)$	$\cos 2Ev-c'mv$	$e'\left(\frac{63}{4}m^4\right)$
$2\cos 4Ev+c'mv-cv$	$ee'\left(-\frac{45}{16}m\right)$	$\cos 2Ev+c'mv-cv$	$ee'\left(-\frac{135}{16}m^3\right)$
$2\cos 4Ev-c'mv-cv$	$ee'\left(\frac{175}{16}m\right)$	$\cos 2Ev-c'mv-cv$	$ee'\left(\frac{525}{16}m^3\right)$.

La réunion de ces produits partiels donne

$$(11) \ldots\ldots -2\left(\frac{d^2.\delta u}{dv^2}+\delta u\right)\int R_{,}dv =$$

$$\cos cv + c'mv \quad e\varepsilon' \left\{\begin{aligned} &\left(\frac{315}{16}-\frac{15}{8}-\frac{9}{2}+\frac{63}{2}-\frac{3}{2}+\frac{21}{2}+\frac{105}{8}-\frac{45}{16}=\frac{513}{8}\right)m^2 \\ &+\left\{\begin{aligned} &\frac{10809}{128}+\frac{315}{16}-\frac{113}{32}-\frac{15}{8}-\frac{9}{8}-\frac{27}{2}+\frac{1053}{8}+\frac{63}{4}+\frac{135}{16} \\ &-\frac{25}{8}-\frac{3}{4}+\frac{63}{8}-\frac{7}{2}+\frac{315}{16}-\frac{77}{8}-\frac{1143}{128}-\frac{45}{32}=\frac{15369}{64}\end{aligned}\right\}m^3\end{aligned}\right\}$$

$$\cos cv - c'mv \quad e\varepsilon' \left\{\begin{aligned} &\left(\frac{105}{8}-\frac{45}{16}+\frac{63}{2}-\frac{9}{2}+\frac{21}{2}-\frac{3}{2}+\frac{315}{16}-\frac{15}{8}=\frac{513}{8}\right)m^2 \\ &+\left\{\begin{aligned} &\frac{441}{128}-\frac{45}{16}-\frac{327}{32}+\frac{105}{8}+\frac{189}{8}+\frac{189}{2}+\frac{27}{8}-\frac{9}{4}-\frac{15}{8} \\ &+\frac{21}{4}-\frac{3}{8}+\frac{1}{2}+\frac{8001}{128}+\frac{945}{32}+\frac{11}{8}-\frac{15}{16}+\frac{135}{16}=\frac{14541}{64}\end{aligned}\right\}m^3\end{aligned}\right\}$$

$$\cos 2Ev \quad \left\{\begin{aligned} &\left(\frac{45}{8}+\frac{9}{4}=\frac{63}{8}\right)m^4-\left(\frac{63}{16}-\frac{9}{16}=\frac{27}{8}\right)m^2\varepsilon'^2 \\ &+\left(\frac{1623}{128}+\frac{45}{8}+\frac{501}{64}+\frac{9}{8}=\frac{3189}{128}\right)m^5 \\ &-\left(\frac{675}{16}+\frac{225}{8}+\frac{2025}{128}+\frac{225}{8}+\frac{675}{64}+\frac{225}{16}=\frac{17775}{128}\right)m^3e^2 \\ &-\left(\frac{189}{32}-\frac{9}{32}=\frac{45}{8}\right)m^3\varepsilon'^2-\left(\frac{135}{128}+\frac{27}{64}+\frac{27}{64}=\frac{243}{128}\right)m^3\gamma^2 \\ &+\frac{45}{16}me^4-\frac{225}{128}e^4\gamma^2.m^{-1}+\left(\frac{9}{16}-\frac{81}{2048}=\frac{1071}{2048}\right)m\gamma^4\end{aligned}\right\}$$

$$\cos 2Ev - cv \quad e\left\{\begin{aligned} &\left(\frac{135}{8}+\frac{225}{32}+\frac{45}{8}=\frac{945}{32}\right)m^3-\left(\frac{405}{128}+\frac{135}{128}=\frac{135}{32}\right)m^2\gamma^2 \\ &+\left(\frac{3177}{32}+\frac{185}{16}+\frac{945}{128}+\frac{225}{32}-\frac{15}{2}-\frac{15}{4}+\frac{639}{32}+\frac{45}{16}=\frac{17109}{128}\right)m^4 \\ &-\left(\frac{675}{32}-\frac{3}{2}=\frac{627}{32}\right)m^2e^2+\left(\frac{189}{32}+\frac{63}{4}-\frac{9}{4}-\frac{27}{32}=\frac{297}{16}\right)m^2\varepsilon'^2-\frac{15}{16}e^2\gamma^2\end{aligned}\right\}$$

$$\cos 2Ev + cv \quad e\left\{\begin{aligned} &\frac{135}{8}m^3+\left(\frac{3177}{32}+\frac{185}{16}-\frac{1071}{64}-\frac{45}{2}-\frac{45}{8}-\frac{45}{8}=\frac{3663}{64}\right)m^4 \\ &-\frac{405}{128}m^2\gamma^2-\left(\frac{1125}{64}+\frac{225}{32}-\frac{9}{2}=\frac{1287}{64}\right)m^2e^2 \\ &+\left(\frac{189}{32}+\frac{21}{4}-\frac{3}{4}-\frac{27}{32}=\frac{153}{16}\right)m^2\varepsilon'^2\end{aligned}\right\}$$

$\cos 2Ev + 2cv \quad e^2\left(-\frac{9}{8}m^2\right)$

$\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\frac{9}{8}m^2 - \frac{9}{8}m^3 + \left(\frac{225}{8} - \frac{9}{4} - \frac{27}{4} - \frac{9}{4} + \frac{207}{16} = \frac{477}{16}\right)m^2e^2 \\ + \left(\frac{1071}{32} - \frac{9}{8} - \frac{45}{8} + \frac{315}{16} + \frac{63}{8} - \frac{9}{4} + \frac{1827}{64} = \frac{5157}{64}\right)m^4 \end{array} \right\}$

$\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\frac{9}{8}m^2 - \frac{9}{8}m^3 + \left(\frac{225}{8} - \frac{9}{4} - \frac{27}{4} - \frac{9}{4} + \frac{207}{16} = \frac{477}{16}\right)m^2e^2 \\ + \left(\frac{1071}{32} - \frac{9}{8} + \frac{315}{8} - \frac{45}{16} - \frac{9}{8} + \frac{63}{4} + \frac{1827}{64} = \frac{7173}{64}\right)m^4 \end{array} \right\}$

$\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{27}{16} + \frac{9}{2} = \frac{99}{16}\right)m^2 \\ + \left\{ \begin{array}{l} \frac{675}{16} - \frac{135}{16} + \frac{27}{16} + \frac{3393}{128} - \frac{675}{64} \\ + \frac{27}{2} + \frac{1575}{64} + \frac{315}{16} - \frac{135}{16} = \frac{12897}{128} \end{array} \right\} m^3 \end{array} \right\}$

$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{27}{16} + \frac{9}{2} = \frac{99}{16}\right)m^2 \\ + \left\{ \begin{array}{l} \frac{945}{16} + \frac{495}{16} + \frac{27}{16} + \frac{2457}{128} + \frac{2625}{64} \\ + \frac{27}{2} - \frac{225}{64} - \frac{45}{16} + \frac{525}{16} = \frac{24561}{128} \end{array} \right\} m^3 \end{array} \right\}$

$\cos 2Ev + c'mv + cv \quad e\varepsilon' \left\{ \frac{27}{16} + \frac{3}{2} = \frac{51}{16} \right\} m^2$

$\cos 2Ev - c'mv + cv \quad e\varepsilon' \left\{ \frac{27}{16} + \frac{3}{2} = \frac{51}{16} \right\} m^2.$

39. Maintenant, si l'on fait la réunion des termes compris dans la fonction

$$\mu^2 \{(1) + (2) + (3) + 2.(4) + (5) \; . \; . \; . \; . \; (11)\}$$

on obtiendra le résultat suivant, en observant qu'on a remplacé μ^2 par sa valeur, savoir (Voyez p. 242, 244, 822, 852 du second vol.)

$$\mu^2 = (1 + \zeta')\left(m^2 - \frac{171}{32}m^4 - \frac{675}{64}m^4e^2 - \frac{431}{16}m^5 + \frac{45}{32}m^4\gamma^2 - \frac{5985}{128}m^4e'^2\right),$$

$$\zeta' = 3.m^2(\varepsilon'' - E''),$$

dans la partie

$\cos 2Ev \left(3.\mu^2 + \frac{3}{2}m.\mu^2\right)$, $\cos 2Ev - cv \; e\left(-\frac{15}{2}\mu^2\right)$, $\cos 2Ev + cv \; e\left(-5.\mu^2\right)$.

$$-\frac{d^2.\delta u}{dv^2}-\left(1-\frac{3}{2}\mu^2\right)\delta u=$$

$$\cos cv+c'mv \quad e\varepsilon' \left\{\begin{array}{l} -\frac{9}{4}m^2-\left(\frac{3}{2}+\frac{165}{8}+\frac{495}{64}-\frac{165}{64}=\frac{873}{32}\right)m^3 \\ -\left(\frac{9}{2}+147+\frac{3885}{128}+\frac{1797}{128}-\frac{513}{8}=\frac{8433}{64}\right)m^4 \\ -\left(\frac{287315}{512}-\frac{141}{8}+\frac{899969}{4096}-\frac{357}{64}+\frac{172789}{4096}-\frac{15369}{64}=\frac{896311}{2048}\right)m^5 \end{array}\right\}$$

$$\cos cv-c'mv \quad e\varepsilon' \left\{\begin{array}{l} -\frac{9}{4}m^2-\left(\frac{225}{8}-\frac{3}{2}+\frac{675}{64}-\frac{225}{64}=\frac{1077}{32}\right)m^3 \\ -\left(\frac{9}{2}+\frac{4257}{16}+\frac{3825}{64}+\frac{531}{64}-\frac{513}{8}=\frac{549}{2}\right)m^4 \\ -\left(\frac{933299}{512}-\frac{189}{8}+\frac{1543953}{4096}+\frac{357}{64}-\frac{136667}{4096}-\frac{14541}{64}=\frac{3981567}{2048}\right)m^5 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev \left\{\begin{array}{l} \left(\frac{3}{2}+\frac{3}{2}=3\right)m^2+\frac{3}{2}m^3-\frac{9}{16}m\gamma^2+\frac{3}{2}m^4+\left(\frac{3}{2}+\frac{3}{2}+3=6\right)m^2e^2 \\ -\left(\frac{15}{4}+\frac{15}{4}=\frac{15}{2}\right)m^2\varepsilon'^2+\left(\frac{3}{8}+\frac{3}{8}-\frac{9}{64}=\frac{39}{64}\right)m^2\gamma^2+\frac{3}{2}m^5-\frac{15}{4}m^3\varepsilon'^2 \\ +\left(3+3+\frac{3}{2}+\frac{45}{8}=\frac{105}{8}\right)m^3e^2+\left(\frac{531}{1024}+\frac{3}{8}=\frac{915}{1024}\right)m^3\gamma^2-\frac{27}{16}me^2\gamma^2 \\ +\left(\frac{63}{128}-\frac{9}{32}=\frac{27}{128}\right)m\gamma^4+\frac{45}{32}m\varepsilon'^2\gamma^2+\left(\frac{15}{4}+\frac{63}{8}-\frac{9}{2}+\frac{63}{8}-\frac{513}{32}=-\frac{33}{32}\right)m^6 \\ +\left(\frac{8553}{4096}+\frac{3}{8}=\frac{10089}{4096}\right)m^4\gamma^2+\left(\frac{2991}{128}+\frac{2025}{128}+\frac{663}{32}-6-6+\frac{3}{2}-\frac{2025}{64}=\frac{1137}{64}\right)m^4e^2 \\ -\left(9+15+\frac{117}{8}+\frac{27}{8}=42\right)m^4\varepsilon'^2+\left(\frac{5}{4}+\frac{5}{8}=\frac{15}{8}\right)m^2b^4 \\ +\left(\frac{39}{32}+\frac{39}{32}=\frac{39}{16}\right)m^2\varepsilon'^4+\left(\frac{15}{16}+\frac{27}{16}+\frac{9}{2}=\frac{57}{8}\right)m^2e^4 \\ -\left(\frac{15}{4}+\frac{15}{4}+\frac{15}{2}=15\right)m^2e^2\varepsilon'^2-\left(\frac{621}{128}-\frac{3}{8}+\frac{3}{2}+\frac{3}{8}=\frac{813}{128}\right)m^2e^2\gamma^2 \\ -\left(\frac{171}{512}+\frac{9}{128}-\frac{3}{16}-\frac{27}{128}+\frac{9}{128}=\frac{39}{512}\right)m^2\gamma^4+\left(\frac{117}{64}-\frac{15}{16}-\frac{15}{16}=-\frac{3}{64}\right)m^2\varepsilon'^2\gamma^2 \\ +\left(\frac{38717}{2560}+\frac{134241}{2560}-\frac{3013}{160}+\frac{3489}{128}-\frac{1293}{16}-\frac{513}{64}=-\frac{833}{64}\right)m^7 \\ -\left(\frac{375}{8}+15-\frac{9}{2}+\frac{45}{8}=63\right)m^5\varepsilon'^2+\frac{39}{32}m^3\varepsilon'^4 \end{array}\right\}$$

$+$

$$
\cos 2Ev \left\{
\begin{array}{l}
+\left\{\begin{array}{l}\frac{36025}{512}+\frac{62187}{256}+\frac{3}{2}-\frac{277}{4}+\frac{17145}{256}+\frac{1125}{128}\\ +\frac{6165}{128}-\frac{17775}{128}-\frac{17955}{128}-\frac{2025}{128}=\frac{38141}{512}\end{array}\right\} m^5 e^2 \\
-\left(\frac{15}{2}+\frac{15}{4}+\frac{27}{2}-6-\frac{45}{8}=\frac{105}{8}\right) m^3 e^2 \varepsilon'^2+\left(\frac{755}{128}+\frac{45}{8}-\frac{45}{64}=\frac{1385}{128}\right) m^3 b^4 \\
+\left(\frac{27}{16}-\frac{45}{32}+\frac{9}{2}+\frac{45}{16}+\frac{15}{4}=\frac{363}{32}\right) m^3 e^4+\frac{135}{32} m e^2 \varepsilon'^2 \gamma^2 \\
+\left(\frac{206959}{32768}-\frac{9}{8}+\frac{3}{8}+\frac{45}{32}-\frac{351}{128}-\frac{243}{128}+\frac{135}{32}=\frac{211639}{32768}\right) m^5 \gamma^2 \\
+\left(\frac{1071}{2048}+\frac{3}{16}-\frac{765}{2048}-\frac{9}{64}+\frac{3}{16}-\frac{189}{2048}-\frac{9}{128}=\frac{453}{2048}\right) m^3 \gamma^4 \\
+\left(\frac{17307}{2048}+\frac{63}{64}-\frac{15}{16}=\frac{17403}{2048}\right) m^3 \varepsilon'^2 \gamma^2-\left(\frac{315}{256}-\frac{45}{64}=\frac{135}{256}\right) m \varepsilon'^2 \gamma^4 \\
-\left(\frac{6903}{1024}+\frac{135}{32}+\frac{3}{2}+\frac{3}{4}-\frac{3}{8}=\frac{13143}{1024}\right) m^3 e^2 \gamma^2-\left(\frac{387}{1024}-\frac{27}{128}=\frac{171}{1024}\right) m \gamma^6 \\
-\frac{117}{256} m \varepsilon'^4 \gamma^2-\frac{135}{128} m \gamma^2 b^4+\left(\frac{297}{128}+\frac{117}{128}=\frac{207}{64}\right) m e^2 \gamma^4 \\
-\left(\frac{2601}{1024}+\frac{225}{128}=\frac{4401}{1024}\right) m e^4 \gamma^2+\left(9 . m^4+\frac{9}{2} m^5-\frac{27}{16} m^3 \gamma^2\right)\left(\varepsilon'^2-E'^2\right)
\end{array}
\right\}
$$

$$
\cos 2Ev-cv\ e \left\{
\begin{array}{l}
-\left(6+\frac{9}{4}-\frac{3}{4}=\frac{15}{2}\right) m^2-\left(3+18=21\right) m^3 \\
-\left(\frac{63}{2}+\frac{9}{16}-\frac{9}{8}-3=\frac{447}{16}\right) m^4-\left(\frac{9}{8}+\frac{9}{2}+6-\frac{3}{8}=\frac{45}{4}\right) m^2 e^2 \\
+\left(\frac{45}{8}+15-\frac{15}{8}=\frac{75}{4}\right) m^2 \varepsilon'^2+\left(\frac{9}{2}+\frac{3}{2}-\frac{3}{2}=\frac{9}{2}\right) m^2 \gamma^2 \\
+\left(\frac{27}{4}-\frac{9}{16}+\frac{9}{2}-\frac{9}{2}=\frac{99}{16}\right) m^3 \gamma^2 \\
+\left(\frac{19}{2}-\frac{9}{4}-\frac{603}{32}+\frac{747}{64}-\frac{675}{128}+\frac{4995}{256}-\frac{3555}{256}+\frac{945}{32}=\frac{3835}{128}\right) m^5 \\
+\left(\frac{45}{8}-\frac{3}{16}-\frac{21}{2}-18-\frac{45}{16}-\frac{57}{16}=-\frac{471}{16}\right) m^3 e^2 \\
+\left(\frac{15}{2}-\frac{315}{32}+18-\frac{81}{8}+\frac{27}{8}=\frac{285}{32}\right) m^3 \varepsilon'^2 \\
+\left\{\begin{array}{l}\frac{64}{3}-\frac{675}{32}+\frac{24321}{128}+\frac{15093}{256}-\frac{11637}{512}\\ +\frac{158895}{1024}-\frac{72999}{1024}+\frac{17109}{128}+\frac{2565}{64}=\frac{743579}{1536}\end{array}\right\} m^6 \\
+
\end{array}
\right\}
$$

$$\cos 2E\nu - c\nu\, e \left\{\begin{array}{l}
+\left\{\begin{array}{l}\frac{201}{16}+\frac{27}{4}+\frac{3903}{128}-\frac{63}{2}-\frac{3969}{128}+\frac{8205}{512}\\ -\frac{13023}{512}+\frac{201}{256}-\frac{627}{32}+\frac{10125}{128}=\frac{1233}{32}\end{array}\right\} m^4 e^2 \\
-\left(\frac{9909}{128}+\frac{6057}{16}+\frac{9}{8}+\frac{81}{16}+\frac{19629}{128}-\frac{6147}{128}-\frac{207}{16}=\frac{70263}{128}\right) m^4 \varepsilon'^2 \\
+\left(\frac{2517}{128}-\frac{105}{64}-\frac{9}{8}-\frac{63}{8}-\frac{9}{4}+\frac{9}{8}-\frac{405}{128}-\frac{135}{32}+\frac{135}{64}=\frac{21}{8}\right) m^4 \gamma^2 \\
+\left(\frac{39}{4}+\frac{9}{16}-\frac{21}{16}+\frac{15}{8}-\frac{21}{32}-\frac{45}{32}+\frac{15}{16}-\frac{15}{16}=\frac{141}{16}\right) m^2 e^2 \gamma^2 \\
-\left(\frac{45}{4}+\frac{15}{4}-\frac{15}{4}=\frac{45}{4}\right) m^2 \varepsilon'^2 \gamma^2 + \left(\frac{45}{16}+\frac{45}{4}+15-\frac{15}{16}=\frac{225}{8}\right) m^2 e^2 \varepsilon'^2 \\
-\left(\frac{117}{64}+\frac{39}{8}-\frac{39}{64}=\frac{195}{32}\right) m^2 \varepsilon'^4 - \left(\frac{27}{32}+3+\frac{21}{2}-\frac{9}{32}=\frac{225}{16}\right) m^2 e^4 \\
-\left(\frac{87}{16}+\frac{9}{32}-\frac{15}{16}-\frac{21}{32}-\frac{51}{32}+\frac{9}{16}-\frac{63}{64}-\frac{21}{64}=\frac{57}{32}\right) m^2 \gamma^4 \\
-\left(\frac{25}{8}+\frac{15}{4}-\frac{5}{16}=\frac{105}{16}\right) m^2 b^4 - \frac{45}{2} m^4 (\varepsilon'^2 - E'^2)
\end{array}\right.$$

$$\cos 2E\nu + c\nu\, e \left\{\begin{array}{l}
-\left(2+\frac{9}{4}+\frac{3}{4}=5\right) m^2 + \left(3+\frac{2}{3}=\frac{11}{3}\right) m^3 - \left(\frac{3}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}=\frac{3}{2}\right) m^2 \gamma^2 \\
+\left(3-\frac{1}{18}+\frac{9}{8}+\frac{9}{16}=\frac{667}{144}\right) m^4 - \left(\frac{9}{8}+\frac{3}{2}+2+\frac{3}{8}=5\right) m^2 e^2 \\
+\left(\frac{45}{8}+\frac{15}{8}+5=\frac{25}{2}\right) m^2 \varepsilon'^2 - \left(\frac{225}{32}-\frac{3}{16}+\frac{1}{2}-\frac{2}{3}+\frac{57}{16}=\frac{983}{96}\right) m^3 e^2 \\
+\left(\frac{19}{2}+\frac{9}{4}+\frac{2729}{432}+\frac{747}{64}+\frac{675}{128}+\frac{135}{16}+\frac{45}{16}+\frac{135}{8}=\frac{218203}{3456}\right) m^5 \\
+\left(\frac{22}{3}-\frac{15}{2}+\frac{81}{8}+\frac{27}{8}=\frac{40}{3}\right) m^3 \varepsilon'^2 - \left(\frac{11}{8}+\frac{9}{16}+\frac{1}{6}-\frac{1}{6}=\frac{31}{16}\right) m^3 \gamma^2 \\
+\left\{\begin{array}{l}\frac{64}{3}+\frac{675}{32}+\frac{74533}{1296}+\frac{15093}{256}+\frac{11637}{512}\\ +\frac{11223}{512}+\frac{24063}{512}+\frac{3663}{64}+\frac{855}{32}=\frac{13872125}{41472}\end{array}\right\} m^6 \\
+\left\{\begin{array}{l}\frac{27}{4}-\frac{2655}{128}-\frac{1927}{192}-\frac{1}{18}+\frac{135}{32}-\frac{2415}{256}\\ -\frac{1449}{256}+\frac{771}{64}-\frac{1287}{64}+\frac{3375}{64}=\frac{11189}{1152}\end{array}\right\} m^4 e^2 \\
+\left(\frac{129}{8}+\frac{16193}{144}-\frac{9}{8}+\frac{81}{16}+\frac{15471}{128}+\frac{5553}{128}+\frac{153}{16}=\frac{44111}{128}\right) m^4 \varepsilon'^2 \\
+\left(\frac{395}{384}-\frac{105}{64}-\frac{857}{1152}-\frac{1}{72}-\frac{9}{4}-\frac{9}{8}-\frac{405}{256}-\frac{135}{256}-\frac{405}{128}=-\frac{3847}{384}\right) m^4 \gamma^2 \\
-15 . m^4 (\varepsilon'^2 - E'^2)
\end{array}\right.$$

$$
\cos 2Ev+c'mv\ \varepsilon'\left\{\begin{array}{l}
-\left(\frac{3}{4}+\frac{3}{4}=\frac{3}{2}\right)m^2-\frac{3}{8}m^3+\frac{9}{16}m\gamma^2-\left(\frac{9}{4}+\frac{3}{16}+\frac{9}{8}+\frac{9}{8}=\frac{75}{16}\right)m^4\\
-\left(\frac{3}{4}+\frac{3}{2}+\frac{3}{4}=3\right)m^2e^2+\left(\frac{45}{64}-\frac{3}{16}-\frac{3}{16}=\frac{21}{64}\right)m^2\gamma^2\\
+\left(\frac{3}{32}+\frac{3}{32}=\frac{3}{16}\right)m^2\varepsilon'^2-\left(\frac{261}{32}+\frac{3}{32}+\frac{9}{8}-\frac{9}{8}=\frac{33}{4}\right)m^5\\
+\left(\frac{45}{16}-\frac{3}{4}-\frac{3}{8}+\frac{21}{8}-\frac{27}{8}=\frac{15}{16}\right)m^3e^2+\frac{3}{64}m^3\varepsilon'^2+\frac{27}{16}me^2\gamma^2\\
+\left(\frac{2709}{1024}+\frac{27}{64}-\frac{3}{32}=\frac{3045}{1024}\right)m^3\gamma^2-\frac{9}{128}m\varepsilon'^2\gamma^2-\left(\frac{63}{128}-\frac{9}{32}=\frac{27}{128}\right)m\gamma^4\\
+\left(\frac{405}{64}-\frac{387}{16}-\frac{2253}{64}-\frac{45}{4}+\frac{5157}{64}+\frac{513}{64}=\frac{777}{32}\right)m^6\\
+\left\{\begin{array}{l}\frac{1059}{32}+\frac{3}{4}+\frac{3489}{256}-\frac{9}{256}+\frac{2925}{64}\\ -\frac{3}{16}+3-\frac{2925}{64}+\frac{477}{16}+\frac{2025}{128}=\frac{12273}{128}\end{array}\right\}m^4e^2\\
-\frac{9}{2}m^4\left(\varepsilon'^2-E'^2\right)
\end{array}\right\}
$$

$$
\cos 2Ev-c'mv\ \varepsilon'\left\{\begin{array}{l}
\left(\frac{21}{4}+\frac{21}{4}=\frac{21}{2}\right)m^2+\frac{63}{8}m^3-\frac{21}{16}m\gamma^2+\left(\frac{333}{16}-\frac{9}{4}+\frac{63}{8}-\frac{9}{8}=\frac{405}{16}\right)m^4\\
+\left(\frac{21}{4}+\frac{21}{2}+\frac{21}{4}=21\right)m^2e^2+\left(\frac{21}{16}+\frac{21}{16}-\frac{57}{64}=\frac{111}{64}\right)m^2\gamma^2\\
-\left(\frac{369}{32}+\frac{369}{32}=\frac{369}{16}\right)m^2\varepsilon'^2+\left(\frac{999}{32}-\frac{195}{32}-\frac{9}{8}-\frac{9}{8}=\frac{183}{8}\right)m^5\\
+\left(\frac{345}{16}+\frac{63}{4}+\frac{63}{8}+\frac{99}{8}+\frac{27}{8}=\frac{975}{16}\right)m^3e^2-\frac{1107}{64}m^3\varepsilon'^2-\frac{63}{16}me^2\gamma^2\\
+\left(\frac{27}{64}+\frac{63}{32}-\frac{561}{1024}=\frac{1887}{1024}\right)m^3\gamma^2+\frac{369}{128}m\varepsilon'^2\gamma^2+\left(\frac{147}{128}-\frac{21}{32}=\frac{63}{128}\right)m\gamma^4\\
-\left(\frac{269}{16}+\frac{7497}{64}+\frac{6399}{64}+\frac{117}{4}-\frac{7173}{64}+\frac{3591}{64}=\frac{6631}{32}\right)m^6\\
+\left\{\begin{array}{l}\frac{1853}{16}-\frac{189}{4}+\frac{26937}{256}+\frac{333}{16}+\frac{16479}{256}-\frac{2925}{64}\\ -21+\frac{2925}{64}+\frac{477}{16}-\frac{14175}{128}=\frac{16101}{128}\end{array}\right\}m^4e^2\\
+\frac{63}{2}m^4\left(\varepsilon'^2-E'^2\right)
\end{array}\right\}
$$

$$\cos 2Ev + 2cv \qquad e^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{9}{4}+\frac{15}{8}+\frac{3}{2}=\frac{45}{8}\right)m^2-\left(\frac{45}{8}+\frac{21}{8}+\frac{3}{2}=\frac{39}{4}\right)m^3 \\ +\left(3-\frac{45}{8}+\frac{9}{64}-\frac{9}{8}-\frac{9}{8}-\frac{3}{2}-\frac{3}{4}-\frac{9}{8}=-\frac{519}{64}\right)m^4 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv - cv \quad ee' \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{9}{8}+3-\frac{3}{8}=\frac{15}{4}\right)m^2 \\ +\left(\frac{3}{4}-\frac{135}{32}-\frac{9}{4}-\frac{81}{32}+\frac{27}{32}=-\frac{287}{32}\right)m^3 \\ +\left(\frac{9}{32}-\frac{2433}{128}-\frac{3843}{32}-\frac{10881}{256}-\frac{9}{16}+\frac{3123}{256}+\frac{99}{16}=-\frac{327}{2}\right)m^4 \\ +\left\{ \begin{array}{l} \frac{9}{16}-\frac{139723}{2048}-\frac{142119}{128}-\frac{341505}{1024}+\frac{675}{256} \\ -\frac{711}{128}+\frac{61911}{1024}+\frac{12897}{128}=-\frac{2771287}{2048} \end{array} \right\} m^5 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad ee' \left\{ \begin{array}{l} -\left(\frac{63}{8}+21-\frac{21}{8}=\frac{105}{4}\right)m^2 \\ -\left(\frac{135}{32}+\frac{63}{4}+\frac{351}{4}+\frac{27}{32}-\frac{81}{32}=\frac{3393}{32}\right)m^3 \\ +\left(\frac{63}{16}-\frac{177}{128}-\frac{6489}{32}+\frac{4941}{256}+\frac{81}{32}-\frac{2727}{256}+\frac{99}{16}=-\frac{11703}{64}\right)m^4 \\ +\left\{ \begin{array}{l} \frac{11061}{2048}-\frac{189}{16}-\frac{3225}{128}+\frac{277137}{1024}-\frac{4725}{256} \\ +\frac{5181}{128}-\frac{135231}{1024}+\frac{24561}{128}=\frac{661953}{2048} \end{array} \right\} m^5 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv + cv \quad ee' \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{9}{8}+1+\frac{3}{8}=\frac{5}{2}\right)m^2+\left(\frac{25}{12}-\frac{3}{4}+\frac{81}{82}+\frac{27}{32}=\frac{113}{24}\right)m^3 \\ +\left(\frac{141}{32}+\frac{6725}{288}+\frac{6609}{256}-\frac{9}{32}-\frac{9}{16}+\frac{2727}{256}+\frac{51}{16}=\frac{38479}{576}\right)m^4 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv + cv \quad ee' \left\{ \begin{array}{l} -\left(\frac{63}{8}+7+\frac{21}{8}=\frac{35}{2}\right)m^2+\left(\frac{63}{4}+\frac{5}{4}-\frac{81}{32}-\frac{27}{32}=\frac{109}{8}\right)m^3 \\ +\left(\frac{525}{32}-\frac{1489}{32}-\frac{12609}{256}-\frac{81}{32}+\frac{63}{16}-\frac{3123}{256}+\frac{61}{16}=-\frac{5567}{64}\right)m^4 \end{array} \right\}$$

De là on tirera la valeur suivante de δu, en multipliant chaque terme par le facteur qui lui correspond dans l'intégrale.

Argument	Facteur pour l'intégration
$cv+c'mv$	$\frac{1}{2m}\left(1-\frac{1}{2}m+\frac{257}{32}m^2+\frac{3923}{128}m^3\right)$
$cv-c'mv$	$-\frac{1}{2m}\left(1+\frac{1}{2}m-\frac{193}{32}m^2-\frac{3923}{128}m^3\right)$
$2Ev$	$\frac{1}{3}\left(1+\frac{8}{3}m+\frac{95}{18}m^2+\frac{248}{27}m^3+\frac{4801}{324}m^4+\frac{5510}{243}m^5\right)$
$2Ev-cv$	$-\frac{1}{4m}\left\{\begin{array}{l}1+\frac{7}{4}m+\frac{373}{64}m^2+\frac{6157}{256}m^3+\frac{9}{16}m\varepsilon'^2-\frac{3}{16}me^2\\-\frac{3}{4}m\gamma^2+\frac{221517}{2048}m^4+\frac{879}{64}m^2\varepsilon'^2-\frac{711}{128}m^2e^2-\frac{261}{64}m^2\gamma^2\end{array}\right\}$
$2Ev+cv$	$\frac{1}{8}\left\{\begin{array}{l}1+\frac{3}{2}m+\frac{17}{8}m^2+\frac{1011}{128}m^3+\frac{20069}{512}m^4\\+\frac{27}{32}m^2\varepsilon'^2-\frac{9}{32}m^2e^2-\frac{9}{8}m^2\gamma^2\end{array}\right\}$
$2Ev+c'mv$	$\frac{1}{3}\left(1+\frac{4}{3}m+\frac{17}{18}m^2+\frac{4}{27}m^3-\frac{191}{324}m^4\right)$
$2Ev-c'mv$	$\frac{1}{3}\left(1+4.m+\frac{25}{2}m^2+36.m^3+\frac{401}{4}m^4\right)$
$2Ev+2cv$	$\frac{1}{15}\left(1+\frac{16}{15}m+\frac{707}{450}m^2\right)$
$2Ev+c'mv-cv$ . .	$-\frac{1}{2m}\left(1+2.m+\frac{829}{32}m^2+\frac{7447}{128}m^3\right)$
$2Ev-c'mv-cv$ . .	$-\frac{1}{6m}\left(1+2.m+\frac{179}{32}m^2+\frac{2309}{128}m^3\right)$
$2Ev+c'mv+cv$ . .	$\frac{1}{8}\left(1+\frac{3}{4}m+\frac{13}{16}m^2\right)$
$2Ev-c'mv+cv$ . .	$\frac{1}{8}\left(1+\frac{9}{4}m+\frac{69}{16}m^2\right)$;

$$\delta u =$$

$$\cos\, cv+c'mv\ \ e\varepsilon'\left\{\begin{array}{l}-\frac{9}{8}m-\left(\frac{873}{64}-\frac{9}{16}=\frac{837}{64}\right)m^2-\left(\frac{8433}{128}-\frac{873}{128}+\frac{2813}{256}=\frac{17433}{256}\right)m^3\\-\left(\frac{896311}{4096}-\frac{8433}{256}+\frac{224361}{2048}+\frac{35307}{1024}=\frac{1351333}{4096}\right)m^4\end{array}\right\}$$

$$\cos\, cv-c'mv\ \ e\varepsilon'\left\{\begin{array}{l}\frac{9}{8}m+\left(\frac{1077}{64}+\frac{9}{16}=\frac{1113}{64}\right)m^2+\left(\frac{549}{4}+\frac{1077}{128}-\frac{1737}{256}=\frac{35553}{256}\right)m^3\\+\left(\frac{3934567}{4096}+\frac{549}{8}-\frac{207861}{2048}-\frac{35307}{1024}=\frac{3658705}{4096}\right)m^4\end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev \left\{ \begin{array}{l}
m^2+\left(\frac{1}{2}+\frac{8}{3}=\frac{19}{6}\right)m^3-\frac{3}{16}m\gamma^2+\left(\frac{1}{2}+\frac{4}{3}+\frac{95}{18}=\frac{64}{9}\right)m^4+2.m^2e^2 \\
-\frac{5}{2}m^2\varepsilon'^2+\left(\frac{13}{64}-\frac{1}{2}=-\frac{19}{64}\right)m^2\gamma^2+\left(\frac{1}{2}+\frac{4}{3}+\frac{95}{36}+\frac{248}{27}=\frac{1475}{108}\right)m^5 \\
-\left(\frac{5}{4}+\frac{20}{3}=\frac{95}{12}\right)m^3\varepsilon'^2+\left(\frac{35}{8}+\frac{16}{3}=\frac{233}{24}\right)m^3e^2-\frac{9}{16}me^2\gamma^2 \\
+\left(\frac{305}{1024}+\frac{13}{24}-\frac{95}{96}=-\frac{461}{3072}\right)m^3\gamma^2+\frac{9}{128}m\gamma^4+\frac{15}{32}m\varepsilon'^2\gamma^2 \\
+\left(\frac{4}{3}-\frac{11}{32}+\frac{95}{36}+\frac{124}{27}+\frac{4801}{324}=\frac{59717}{2592}\right)m^6 \\
+\left(\frac{379}{64}+\frac{35}{3}+\frac{95}{9}=\frac{16211}{576}\right)m^4e^2-\left(14+\frac{10}{3}+\frac{475}{36}=\frac{1099}{36}\right)m^4\varepsilon'^2 \\
+\left(\frac{3363}{4096}+\frac{305}{384}+\frac{1235}{1152}-\frac{31}{18}=\frac{35579}{36864}\right)m^4\gamma^2+\frac{19}{8}m^2e^4 \\
+\frac{13}{16}m^2\varepsilon'^4+\left(\frac{3}{16}-\frac{13}{512}=\frac{83}{512}\right)m^2\gamma^4+\frac{5}{8}m^2b^4 \\
-3.m^2e^2\varepsilon'^2-\left(\frac{271}{128}+\frac{3}{2}=\frac{463}{128}\right)m^2e^2\gamma^2+\left(\frac{5}{4}-\frac{1}{64}=\frac{79}{64}\right)m^2\varepsilon'^2\gamma^2 \\
+\left(\frac{95}{36}-\frac{833}{192}-\frac{11}{12}+\frac{124}{27}+\frac{4801}{648}+\frac{5510}{243}=\frac{498599}{15552}\right)m^7 \\
+\left(\frac{38141}{1536}+\frac{379}{24}+\frac{3325}{144}+\frac{496}{27}=\frac{1184725}{13824}\right)m^5e^2 \\
+\left(\frac{214639}{98304}+\frac{1121}{512}+\frac{28975}{18432}+\frac{403}{216}-\frac{4801}{1728}=\frac{4452215}{884736}\right)m^5\gamma^2 \\
-\left(21+\frac{112}{3}+\frac{475}{72}+\frac{620}{27}=\frac{18985}{216}\right)m^3\varepsilon'^2+\left(\frac{13}{32}+\frac{13}{6}=\frac{247}{96}\right)m^3\varepsilon'^4 \\
+\left(\frac{121}{32}+\frac{19}{3}=\frac{971}{96}\right)m^3e^4+\left(\frac{151}{2048}-\frac{13}{192}+\frac{95}{256}=\frac{2317}{6144}\right)m^3\gamma^4 \\
+\left(\frac{1385}{384}+\frac{5}{3}=\frac{675}{128}\right)m^3b^4-\left(\frac{35}{8}+\frac{40}{3}=\frac{425}{24}\right)m^3e^2\varepsilon'^2 \\
+\left(\frac{5801}{2048}-\frac{1}{24}+\frac{475}{192}=\frac{32347}{6144}\right)m^3\varepsilon'^2\gamma^2-\left(\frac{4381}{1024}+\frac{271}{48}+\frac{95}{32}=\frac{39607}{3072}\right)m^3e^2\gamma^2 \\
-\frac{45}{256}m\varepsilon'^2\gamma^4+\frac{69}{64}me^2\gamma^4-\frac{45}{128}m\gamma^2b^4-\frac{39}{256}m\gamma^2\varepsilon'^4-\frac{1467}{1024}me^4\gamma^2 \\
-\frac{57}{1024}m\gamma^6+\frac{45}{32}me^2\varepsilon'^2\gamma^2+\left(3.m^4+\frac{3}{2}m^5-\frac{9}{16}m^3\gamma^2\right)\left(\varepsilon'^2-E'^2\right)
\end{array} \right.$$

$$\cos 2Ev - cv \quad e\left\{\begin{array}{l}
\frac{15}{8}m + \left(\frac{21}{4} + \frac{105}{32} = \frac{273}{32}\right)m^2 + \left(\frac{447}{64} + \frac{147}{16} + \frac{5595}{512} = \frac{13875}{512}\right)m^3 \\
+ \frac{45}{16}me^2 - \frac{9}{8}m\gamma^2 - \frac{75}{16}m\epsilon'^2 - \left(\frac{99}{64} + \frac{63}{32} + \frac{45}{32} = \frac{315}{64}\right)m^2\gamma^2 \\
+ \left(\frac{3129}{256} - \frac{8835}{512} + \frac{7833}{256} + \frac{92355}{2048} = \frac{164711}{2048}\right)m^4 \\
+ \left(\frac{471}{64} + \frac{315}{64} - \frac{45}{128} = \frac{1527}{128}\right)m^2e^2 - \left(\frac{285}{128} + \frac{525}{64} - \frac{135}{128} = \frac{75}{8}\right)m^2\epsilon'^2 \\
+ \left(\frac{166731}{4096} - \frac{713579}{6144} - \frac{26845}{2048} + \frac{129297}{1024} + \frac{3367755}{16384} = \frac{11717381}{49152}\right)m^5 \\
+ \left(\frac{8297}{256} - \frac{1233}{128} + \frac{16785}{1024} - \frac{63}{64} - \frac{10665}{1024} = \frac{2109}{256}\right)m^3e^2 \\
+ \left(\frac{70263}{512} - \frac{1995}{512} - \frac{27975}{1024} + \frac{189}{64} + \frac{13185}{512} = \frac{137955}{1024}\right)m^3\epsilon'^2 \\
- \left(\frac{21}{32} + \frac{693}{256} + \frac{3357}{512} + \frac{63}{16} + \frac{3915}{512} = \frac{5505}{256}\right)m^3\gamma^2 - \frac{141}{64}me^2\gamma^2 \\
+ \frac{45}{16}m\epsilon'^2\gamma^2 - \frac{225}{32}me^2\epsilon'^2 + \frac{195}{128}m\epsilon'^4 + \frac{225}{64}me^4 + \frac{57}{128}m\gamma^4 \\
+ \frac{105}{64}mb^4 + \frac{45}{8}m^3(\epsilon'^2 - E'^2)
\end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev + cv \quad e\left\{\begin{array}{l}
- \frac{5}{8}m^2 - \left(\frac{15}{16} - \frac{11}{21} = \frac{23}{48}\right)m^3 + \left(\frac{667}{1152} + \frac{11}{16} - \frac{85}{64} = -\frac{71}{1152}\right)m^4 \\
- \frac{3}{16}m^2\gamma^2 - \frac{5}{8}m^2e^2 + \frac{25}{16}m^2\epsilon'^2 - \left(\frac{983}{768} + \frac{15}{16} = \frac{1703}{768}\right)m^3e^2 \\
+ \left(\frac{218208}{27648} + \frac{667}{768} + \frac{187}{192} - \frac{5055}{1024} = \frac{66329}{13824}\right)m \\
+ \left(\frac{5}{3} + \frac{75}{32} = \frac{385}{96}\right)m^3\epsilon'^2 - \left(\frac{31}{128} + \frac{9}{32} = \frac{67}{128}\right)m^3\gamma^2 \\
+ \left(\frac{13872125}{331776} + \frac{218203}{18432} + \frac{11339}{9216} + \frac{3707}{1024} - \frac{100345}{4096} = \frac{5640553}{165888}\right)m^6 \\
+ \left(\frac{11189}{9216} - \frac{983}{512} - \frac{85}{64} + \frac{45}{256} = -\frac{17125}{9216}\right)m^4e^2 \\
+ \left(\frac{44111}{1152} + \frac{5}{2} + \frac{425}{128} - \frac{135}{256} = \frac{100117}{2304}\right)m^4\epsilon'^2 \\
- \left(\frac{3847}{3072} + \frac{93}{256} + \frac{51}{128} - \frac{45}{64} = \frac{4027}{3072}\right)m^4\gamma^2 \\
- \frac{15}{8}m^4(\epsilon'^2 - E'^2)
\end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\frac{1}{2}m^2 - \left(\frac{1}{8}+\frac{2}{3}=\frac{19}{24}\right)m^3 + \frac{3}{16}m\gamma^2 - \left(\frac{25}{16}+\frac{1}{6}+\frac{17}{36}=\frac{317}{144}\right)m^4 \\ -\ m^2e^2 + \frac{1}{16}m^2\varepsilon'^2 + \left(\frac{7}{64}+\frac{1}{4}=\frac{23}{64}\right)m^2\gamma^2 \\ -\left(\frac{11}{4}+\frac{25}{12}+\frac{17}{144}+\frac{2}{27}=\frac{2171}{432}\right)m^5 - \left(\frac{4}{3}-\frac{5}{16}=\frac{49}{48}\right)m^3e^2 \\ +\left(\frac{1}{64}+\frac{1}{12}=\frac{19}{192}\right)m^3\varepsilon'^2 + \left(\frac{1015}{1024}+\frac{7}{48}+\frac{17}{96}=\frac{4037}{3072}\right)m^3\gamma^2 \\ +\frac{9}{16}me^2\gamma^2 - \frac{3}{128}m\varepsilon'^2\gamma^2 - \frac{9}{128}m\gamma^4 \\ +\left(\frac{259}{32}-\frac{11}{3}-\frac{425}{288}-\frac{1}{54}+\frac{191}{648}=\frac{4183}{1296}\right)m^6 \\ +\left(\frac{4091}{128}+\frac{5}{12}-\frac{17}{18}=\frac{36211}{1152}\right)m^4e^2 - \frac{3}{2}m^4(\varepsilon'^2 - E'^2) \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \frac{7}{2}m^2 + \left(\frac{21}{8}+14=\frac{133}{8}\right)m^3 - \frac{7}{16}m\gamma^2 \\ +\left(\frac{135}{16}+\frac{21}{2}+\frac{175}{4}=\frac{1003}{16}\right)m^4 + 7.m^2e^2 - \left(\frac{7}{4}-\frac{37}{64}=\frac{75}{64}\right)m^2\gamma^2 \\ -\frac{123}{16}m^2\varepsilon'^2 + \left(\frac{61}{8}+\frac{135}{4}+\frac{525}{16}+126=\frac{3203}{16}\right)m^5 \\ +\left(28+\frac{325}{16}=\frac{773}{16}\right)m^3e^2 - \left(\frac{369}{64}+\frac{123}{4}=\frac{2337}{64}\right)m^3\varepsilon'^2 \\ +\left(\frac{629}{1524}+\frac{37}{16}-\frac{175}{32}=-\frac{2603}{1024}\right)m^3\gamma^2 - \frac{21}{16}me^2\gamma^2 + \frac{123}{128}m\varepsilon'^2\gamma^2 \\ +\frac{21}{128}m\gamma^4 + \left(\frac{61}{2}-\frac{6631}{96}+\frac{3375}{32}+\frac{189}{2}+\frac{2807}{8}=\frac{24589}{48}\right)m^6 \\ +\left(\frac{5367}{128}+\frac{325}{4}+\frac{175}{2}=\frac{26967}{128}\right)m^4e^2 + \frac{21}{4}m^4(\varepsilon'^2 - E'^2) \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + 2cv \quad e^2 \left\{ \frac{3}{8}m^2 - \left(\frac{13}{20}-\frac{2}{5}=\frac{1}{4}\right)m^3 - \left(\frac{173}{320}+\frac{52}{75}-\frac{707}{1200}=\frac{619}{960}\right)m^4 \right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\frac{15}{8}m - \left(\frac{15}{4}-\frac{237}{64}=\frac{3}{64}\right)m^2 \\ +\left(\frac{327}{4}+\frac{237}{32}-\frac{4935}{256}=\frac{17889}{256}\right)m^3 \\ +\left(\frac{2771287}{4096}+\frac{327}{2}+\frac{77973}{2048}-\frac{111705}{1024}=\frac{3150109}{4096}\right)m^4 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \frac{35}{8} m + \left(\frac{1131}{64} + \frac{35}{4} = \frac{1691}{64} \right) m^2 \\ + \left(\frac{3901}{128} + \frac{1131}{32} + \frac{6265}{256} = \frac{23115}{256} \right) m^3 \\ + \left(\frac{3901}{64} - \frac{220651}{4096} + \frac{202149}{2048} + \frac{80815}{1024} = \frac{757171}{4096} \right) m^4 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv + cv \quad e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \frac{5}{16} m^2 + \left(\frac{113}{192} + \frac{15}{64} = \frac{79}{96} \right) m^3 \\ + \left(\frac{38479}{4608} + \frac{113}{256} + \frac{65}{256} = \frac{41683}{4608} \right) m^4 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv + cv \quad e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\frac{35}{16} m^2 - \left(\frac{315}{64} - \frac{109}{64} = \frac{103}{32} \right) m^3 \\ - \left(\frac{5567}{512} - \frac{981}{256} + \frac{2415}{256} = \frac{8135}{512} \right) m^4 \end{array} \right\}.$$

40. Pour compléter ce paragraphe il nous reste à chercher la valeur de $\frac{\delta u}{u_1}$. Pour cela, on formera d'abord les produits partiels qui suivent.

Produits partiels de $\left(\frac{1}{u_1} - 1\right) \delta u$

On prendra les termes du multiplicateur dans la page 308 du I.er vol.; et à l'égard de l'autre facteur il faudra avoir sous les yeux la valeur précédente de δu, et celle posée dans les pages 416-421 du vol. 2.

Multiplicateur . . . . $\cos 0v \left(-\frac{1}{4}\gamma^2 - \frac{1}{2}e^2 - \frac{1}{8}e^4 + \frac{9}{64}\gamma^4 + \frac{3}{8}e^2\gamma^2 \right)$

$$\text{Produit} \left\{ \cos 2Ev \left\{ \begin{array}{l} -\frac{1}{4}m^2\gamma^2 - \frac{1}{2}m^2e^2 - \frac{1}{8}m^2e^4 + \frac{9}{64}m^2\gamma^4 + \frac{3}{8}m^2e^2\gamma^2 - \frac{19}{24}m^3\gamma^2 \\ -\frac{19}{12}m^3e^2 - \frac{19}{48}m^3e^4 + \frac{57}{128}m^3\gamma^4 + \frac{19}{16}m^3e^2\gamma^2 + \frac{3}{64}m\gamma^4 + \frac{3}{32}me^2\gamma^2 \\ +\frac{3}{128}me^4\gamma^2 - \frac{27}{1024}m\gamma^6 - \frac{9}{128}me^2\gamma^4 - \frac{16}{9}m^4\gamma^2 - \frac{32}{9}m^4e^2 \\ -\frac{1}{2}m^2e^2\gamma^2 - m^2e^4 + \frac{5}{8}m^2\varepsilon'^2\gamma^2 + \frac{5}{4}m^2e^2\varepsilon'^2 + \frac{19}{256}m^2\gamma^4 \\ +\frac{19}{128}m^2e^2\gamma^2 - \frac{1475}{432}m^5\gamma^2 - \frac{1475}{216}m^5e^2 + \frac{95}{48}m^3\varepsilon'^2\gamma^2 + \frac{95}{24}m^3e^2\varepsilon'^2 \\ -\frac{233}{96}m^3e^2\gamma^2 - \frac{233}{48}m^3e^4 + \frac{9}{64}me^2\gamma^4 + \frac{9}{32}me^4\gamma^2 + \frac{461}{12288}m^3\gamma^4 \\ +\frac{461}{6144}m^3e^2\gamma^2 - \frac{9}{512}m\gamma^6 - \frac{9}{256}me^2\gamma^4 - \frac{15}{128}m\varepsilon'^2\gamma^4 - \frac{15}{64}me^2\varepsilon'^2\gamma^2 \end{array} \right\} \right.$$

Produit

$$\cos 2Ev - cv \quad e\left\{\begin{array}{l} -\frac{15}{32}m\gamma^2 - \frac{15}{16}me^2 - \frac{15}{64}me^4 + \frac{135}{512}m\gamma^4 + \frac{45}{64}me^2\gamma^2 \\ -\frac{273}{128}m^2\gamma^2 - \frac{273}{64}m^2e^2 - \frac{13875}{2048}m^3\gamma^2 - \frac{13875}{1024}m^3e^2 - \frac{45}{64}me^2\gamma^2 \\ -\frac{45}{32}me^4 + \frac{9}{32}m\gamma^4 + \frac{9}{16}me^2\gamma^2 + \frac{75}{64}m\varepsilon'^2\gamma^2 + \frac{75}{32}me^2\varepsilon'^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev + cv \quad e\left\{\begin{array}{l} \frac{5}{32}m^2\gamma^2 + \frac{5}{16}m^2e^2 + \frac{23}{192}m^3\gamma^2 + \frac{23}{96}m^3e^2 \\ +\frac{71}{4608}m^4\gamma^2 + \frac{71}{2304}m^4e^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left\{\begin{array}{l} \frac{1}{8}m^2\gamma^2 + \frac{1}{4}m^2e^2 + \frac{19}{96}m^3\gamma^2 + \frac{19}{48}m^3e^2 \\ -\frac{3}{64}m\gamma^4 - \frac{8}{32}me^2\gamma^2 + \frac{817}{288}m^4e^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left\{\begin{array}{l} -\frac{7}{8}m^2\gamma^2 - \frac{7}{4}m^2e^2 - \frac{133}{32}m^3\gamma^2 - \frac{133}{16}m^3e^2 \\ +\frac{7}{64}m\gamma^4 + \frac{7}{32}me^2\gamma^2 - \frac{1003}{32}m^4e^2 \end{array}\right\}$$

Multiplicateur . . . . $2\cos cv \quad e\left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\gamma^2 + \frac{1}{8}e^2 + \frac{1}{16}e^4 - \frac{3}{16}\gamma^4 - \frac{1}{8}e^2\gamma^2\right)$

Produit

$$\cos 2Ev - cv \quad e\left\{\begin{array}{l} -\frac{1}{2}m^2 - \frac{19}{12}m^3 + \frac{3}{32}m\gamma^2 - \frac{32}{9}m^4 - m^2e^2 + \frac{5}{4}m^2\varepsilon'^2 \\ +\frac{19}{128}m^2\gamma^2 - \frac{1475}{216}m^5 + \frac{95}{24}m^3\varepsilon'^2 - \frac{238}{48}m^3e^2 + \frac{9}{32}me^2\gamma^2 \\ +\frac{461}{6144}m^3\gamma^2 - \frac{9}{256}m\gamma^4 - \frac{15}{64}m\varepsilon'^2\gamma^2 + \frac{1}{4}m^2\gamma^2 + \frac{19}{24}m^3\gamma^2 \\ -\frac{3}{64}m\gamma^4 + \frac{1}{8}m^2e^2 + \frac{19}{48}m^3e^2 - \frac{3}{128}me^2\gamma^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev + cv \quad e\left\{\begin{array}{l} -\frac{1}{2}m^2 - \frac{19}{12}m^3 + \frac{3}{32}m\gamma^2 - \frac{32}{9}m^4 - m^2e^2 + \frac{5}{4}m^2\varepsilon'^2 \\ +\frac{19}{128}m^2\gamma^2 - \frac{1475}{216}m^5 + \frac{95}{24}m^3\varepsilon'^2 - \frac{233}{48}m^3e^2 + \frac{9}{32}me^2\gamma^2 \\ +\frac{461}{6144}m^3\gamma^2 - \frac{9}{256}m\gamma^4 - \frac{15}{64}m\varepsilon'^2\gamma^2 + \frac{1}{4}m^2\gamma^2 + \frac{19}{24}m^3\gamma^2 \\ -\frac{3}{64}m\gamma^4 + \frac{1}{8}m^2e^2 + \frac{19}{48}m^3e^2 - \frac{3}{128}me^2\gamma^2 - \frac{59717}{5184}m^6 \\ -\frac{16211}{1152}m^4e^2 + \frac{1099}{72}m^4\varepsilon'^2 - \frac{35579}{78728}m^4\gamma^2 + \frac{16}{9}m^4\gamma^2 + \frac{8}{9}m^4e^2 \end{array}\right\}$$

Produit

$\cos cv + c'mv \qquad e\varepsilon'\left(\frac{3}{4}m^2 - \frac{585}{32}m^4\right)$

$\cos cv - c'mv \qquad e\varepsilon'\left(\frac{3}{4}m^2 - \frac{585}{32}m^4\right)$

$$\cos 2Ev \left\{\begin{array}{l} -\frac{15}{16}me^2 - \frac{273}{64}m^2e^2 - \frac{13875}{1024}m^3e^2 - \frac{45}{32}me^4 + \frac{9}{16}me^2\gamma^2 + \frac{75}{32}me^2\varepsilon'^2 \\ +\frac{315}{128}m^2e^2\gamma^2 - \frac{164711}{4096}m^4e^2 - \frac{1527}{256}m^2e^4 + \frac{75}{16}m^2e^2\varepsilon'^2 - \frac{11717381}{98304}m^5e^2 \\ -\frac{2109}{512}m^3e^4 - \frac{137955}{2048}m^3e^2\varepsilon'^2 + \frac{5505}{512}m^3e^2\gamma^2 + \frac{141}{128}me^4\gamma^2 - \frac{45}{32}me^2\varepsilon'^2\gamma^2 \\ +\frac{225}{64}me^4\varepsilon'^2 - \frac{195}{256}me^2\varepsilon'^4 - \frac{225}{128}me^6 + \frac{15}{128}me^6 - \frac{45}{128}me^2\gamma^4 \\ -\frac{15}{64}me^4\gamma^2 + \frac{15}{32}me^2\gamma^2 + \frac{273}{128}m^2e^2\gamma^2 + \frac{13875}{2048}m^3e^2\gamma^2 + \frac{45}{64}me^4\gamma^2 \\ -\frac{9}{32}me^2\gamma^4 - \frac{75}{64}me^2\varepsilon'^2\gamma^2 + \frac{15}{64}me^4 + \frac{273}{256}m^2e^4 + \frac{13875}{4096}m^3e^4 \\ +\frac{45}{128}me^6 - \frac{9}{64}me^4\gamma^2 - \frac{75}{128}me^4\varepsilon'^2 - \frac{39}{128}me^2\gamma^4 - \frac{105}{128}me^2b^4 \\ -\frac{45}{16}m^3e^2(\varepsilon'^2 - E'^2) \end{array}\right\}$$

$\cos 2Ev + 2cv \qquad e^2\left(\frac{5}{16}m^2 + \frac{23}{96}m^3 + \frac{71}{2304}m^4\right)$

$$\cos 2Ev \left\{\begin{array}{l} \frac{5}{16}m^2e^2 + \frac{23}{96}m^3e^2 + \frac{71}{2304}m^4e^2 + \frac{3}{32}m^2e^2\gamma^2 + \frac{5}{16}m^2e^4 - \frac{25}{32}m^2e^2\varepsilon'^2 \\ +\frac{1703}{1536}m^3e^4 - \frac{66329}{27648}m^5e^2 - \frac{385}{192}m^3e^2\varepsilon'^2 + \frac{67}{256}m^3e^2\gamma^2 - \frac{5}{32}m^2e^2\gamma^2 \\ -\frac{23}{192}m^3e^2\gamma^2 - \frac{5}{64}m^2e^4 - \frac{23}{384}m^3e^4 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev - cv \qquad e\left\{\begin{array}{l} -\frac{15}{8}me^2 - \frac{147}{32}m^2e^2 - \frac{8451}{512}m^3e^2 + \frac{75}{16}me^2\varepsilon'^2 \\ -\frac{45}{16}me^4 + \frac{135}{128}me^2\gamma^2 + \frac{15}{16}me^2\gamma^2 + \frac{15}{32}me^4 \end{array}\right\}$$

$\cos 2Ev + cv \qquad e\left(-\frac{3}{16}m^2e^2 + \frac{1}{8}m^3e^2 + \frac{619}{1920}m^4e^2\right)$

$\cos 2Ev + c'mv - cv \qquad e\varepsilon'\left(\frac{1}{4}m^2 + \frac{19}{48}m^3 + \frac{317}{288}m^4\right)$

$\cos 2Ev + c'mv + cv \qquad e\varepsilon'\left(\frac{1}{4}m^2 + \frac{19}{48}m^3 + \frac{317}{288}m^4\right)$

Produit	$\cos 2Ev - c'mv - cv$	$e\epsilon'\left(-\frac{7}{4}m^2 - \frac{133}{16}m^3 - \frac{1003}{32}m^4\right)$
	$\cos 2Ev - c'mv + cv$	$e\epsilon'\left(-\frac{7}{4}m^2 - \frac{133}{16}m^3 - \frac{1003}{32}m^4\right)$
	$\cos 2Ev + c'mv$	$\epsilon'\left\{\begin{array}{l} \frac{15}{16}me^2 + \frac{3}{128}m^2e^2 - \frac{17889}{512}m^3e^2 + \frac{45}{32}me^4 - \frac{15}{32}me^2\gamma^2 \\ -\frac{9}{16}me^2\gamma^2 - \frac{15}{128}me^2\epsilon'^2 - \frac{3150109}{8192}m^4e^2 - \frac{15}{64}me^4 \end{array}\right\}$
	$\cos 2Ev - c'mv$	$\epsilon'\left\{\begin{array}{l} -\frac{35}{16}me^2 - \frac{1691}{128}m^2e^2 - \frac{23115}{512}m^3e^2 - \frac{105}{32}me^4 + \frac{21}{16}me^2\gamma^2 \\ +\frac{615}{128}me^2\epsilon'^2 - \frac{757171}{8192}m^4e^2 + \frac{35}{32}me^2\gamma^2 + \frac{35}{64}me^4 \end{array}\right\}$
	$\cos 2Ev + c'mv$	$\epsilon'\left(-\frac{5}{32}m^2e^2 - \frac{79}{192}m^3e^2 - \frac{41683}{9216}m^4e^2\right)$
	$\cos 2Ev - c'mv$	$\epsilon'\left(\frac{35}{32}m^2e^2 + \frac{103}{64}m^3e^2 + \frac{8435}{1024}m^4e^2\right)$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2cv \quad e^2\left(\frac{1}{4} - \frac{3}{16}\gamma^2\right)$

Produit	$\cos 2Ev + 2cv$	$e^2\left(\frac{1}{4}m^2 + \frac{19}{24}m^3 + \frac{16}{9}m^4\right)$
	$\cos 2Ev + cv$	$e\left\{\begin{array}{l} \frac{15}{32}me^2 + \frac{273}{128}m^2e^2 + \frac{13875}{2048}m^3e^2 + \frac{46}{64}me^4 \\ -\frac{75}{64}me^2\epsilon'^2 - \frac{9}{32}me^2\gamma^2 + \frac{164711}{8192}m^4e^2 - \frac{45}{128}me^2\gamma^2 \end{array}\right\}$
	$\cos 2Ev - cv$	$e\left(-\frac{5}{32}m^2e^2 - \frac{23}{192}m^3e^2\right)$
	$\cos 2Ev$	$\left\{\begin{array}{l} \frac{15}{16}me^4 + \frac{147}{64}m^2e^4 + \frac{8451}{1024}m^3e^4 - \frac{75}{32}me^4\epsilon'^2 \\ +\frac{45}{32}me^6 - \frac{185}{256}me^4\gamma^2 - \frac{45}{64}me^4\gamma^2 \end{array}\right\}$
	$\cos 2Ev$	$\left(\frac{3}{32}m^2e^4 - \frac{1}{16}m^3e^4\right)$
	$\cos 2Ev - cv$	$e\left(\frac{15}{32}me^4\right)$
	$\cos 2Ev + c'mv$	$\epsilon'\left(-\frac{15}{16}me^4\right)$
	$\cos 2Ev - c'mv$	$\epsilon'\left(\frac{35}{16}me^4\right)$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2gv \quad \gamma^2\left(\frac{1}{8}-\frac{3}{32}\gamma^2+\frac{1}{16}e^2\right)$

Produit

$$\cos 2Ev \quad \left\{\begin{array}{l} \frac{3}{128}m\gamma^4-\frac{69}{512}m^2\gamma^4-\frac{657}{8192}m^3\gamma^4+\frac{3}{1024}m\gamma^6 \\ -\frac{33}{64}me^2\gamma^4-\frac{15}{256}m\gamma^4\varepsilon'^2-\frac{9}{512}m\gamma^6+\frac{3}{256}me^2\gamma^4 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev \quad \left(\frac{1}{64}m^2\gamma^4+\frac{7}{384}m^3\gamma^4-\frac{3}{1024}m\gamma^6\right)$$

$$\cos 2Ev-cv \quad e\left(-\frac{3}{32}m\gamma^4\right)$$

$$\cos 2Ev+cv \quad e\left(-\frac{45}{512}m\gamma^4\right)$$

$$\cos 2Ev+c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{3}{128}m\gamma^4\right)$$

$$\cos 2Ev-c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{7}{128}m\gamma^4\right)$$

Multiplicateur		Produit	
$2\cos 2gv+cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{1}{8}\right)\ldots$	$\cos 2Ev+cv$	$e\left(-\frac{3}{128}m\gamma^4\right)$
		$\cos 2Ev$	$\left(\frac{3}{32}me^2\gamma^4\right)$
$2\cos 2gv-cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{1}{8}\right)\ldots$	$\cos 2Ev-cv$	$e\left(-\frac{3}{128}m\gamma^4\right)$
		$\cos 2Ev$	$\left(\frac{45}{512}me^2\gamma^4\right)$
$2\cos 3cv$	$e^3\left(-\frac{1}{8}\right)\ldots$	$\cos 2Ev+cv$	$e\left(-\frac{15}{32}me^4\right)$
		$\cos 2Ev$	$\left(-\frac{15}{64}me^6\right)$.

Maintenant, il suffit de réunir ces produits partiels avec la valeur précédente de δu pour obtenir le résultat cherché, tel qu'il a été défini dans le n.° 30.

$$\frac{\delta u}{u_1} =$$

$$\cos cv + c'mv \quad e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\frac{9}{8}m - \left(\frac{837}{64} - \frac{3}{4} = \frac{789}{64}\right)m^2 - \frac{17433}{256}m^3 \\ -\left(\frac{1351333}{4096} + \frac{585}{32} = \frac{1426213}{4096}\right)m^4 \end{array} \right\}$$

$$\cos cv - c'mv \quad e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \frac{9}{8}m + \left(\frac{1113}{64} + \frac{3}{4} = \frac{1161}{64}\right)m^2 + \frac{35553}{256}m^3 \\ +\left(\frac{3658705}{4096} - \frac{585}{32} = \frac{3583825}{4096}\right)m^4 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev \left\{ \begin{array}{l} m^2 + \frac{19}{6}m^3 - \frac{3}{16}m\gamma^2 - \frac{15}{16}me^2 + \frac{64}{9}m^4 - \frac{5}{2}m^2\varepsilon'^2 \\ +\left(2 - \frac{1}{2} - \frac{273}{64} + \frac{5}{16} = -\frac{157}{64}\right)m^2e^2 - \left(\frac{19}{64} + \frac{1}{4} = \frac{35}{64}\right)m^2\gamma^2 \\ +\frac{1475}{108}m^5 - \frac{95}{12}m^3\varepsilon'^2 - \left(\frac{461}{3072} + \frac{19}{24} = \frac{2893}{3072}\right)m^3\gamma^2 + \frac{75}{32}me^2\varepsilon'^2 + \frac{15}{32}m\varepsilon'^2\gamma^2 \\ -\left(\frac{19}{12} - \frac{233}{24} + \frac{13875}{1024} - \frac{23}{96} = \frac{15929}{3072}\right)m^3e^2 + \left(\frac{15}{16} + \frac{15}{64} - \frac{45}{32} = -\frac{15}{64}\right)me^4 \\ +\left(\frac{3}{32} + \frac{9}{16} + \frac{15}{32} - \frac{9}{16} = \frac{9}{16}\right)me^2\gamma^2 + \left(\frac{9}{128} + \frac{3}{64} + \frac{3}{128} = \frac{9}{64}\right)m\gamma^4 \\ +\frac{59717}{2592}m^6 + \left(\frac{16211}{576} - \frac{32}{9} - \frac{164711}{4096} + \frac{71}{2304} = -\frac{574831}{36864}\right)m^4e^2 \\ -\frac{1099}{36}m^4\varepsilon'^2 + \left(\frac{35579}{36864} - \frac{16}{9} = -\frac{29957}{36864}\right)m^4\gamma^2 + \frac{13}{16}m^2\varepsilon'^4 \\ +\left(\frac{83}{512} + \frac{9}{64} + \frac{19}{256} - \frac{69}{512} + \frac{1}{64} = \frac{33}{128}\right)m^2\gamma^4 + \frac{5}{8}m^2b^4 \\ +\left(\frac{19}{8} - 1 - \frac{1}{8} + \frac{147}{64} + \frac{3}{32} + \frac{273}{256} - \frac{1527}{256} + \frac{5}{16} - \frac{5}{64} = -\frac{131}{128}\right)m^2e^4 \\ +\left(\frac{5}{4} + \frac{75}{16} - \frac{25}{32} - 5 = \frac{5}{32}\right)m^2e^2\varepsilon'^2 + \left(\frac{79}{64} + \frac{5}{8} = \frac{119}{64}\right)m^2\varepsilon'^2\gamma^2 \\ +\left(\frac{3}{8} - \frac{463}{128} - \frac{1}{2} + \frac{19}{128} + \frac{315}{128} + \frac{3}{32} - \frac{5}{32} + \frac{273}{128} = \frac{15}{16}\right)m^2e^2\gamma^2 \\ +\frac{498590}{15552}m^7 + \left(\frac{1134725}{13824} - \frac{1475}{216} - \frac{11717381}{98304} - \frac{66829}{27648} = -\frac{40998157}{884736}\right)m^5e^2 \\ +\left(\frac{4452215}{884736} - \frac{1475}{432} = \frac{1481415}{884736}\right)m^5\gamma^2 - \frac{18985}{216}m^5\varepsilon'^2 \\ +\left(\frac{971}{96} - \frac{23}{384} - \frac{19}{48} - \frac{233}{48} - \frac{2109}{512} + \frac{1703}{1536} + \frac{8451}{1024} - \frac{1}{16} + \frac{13875}{4096} = \frac{164317}{12288}\right)m^3e^4 \end{array} \right\}$$

$+$

$$
\cos 2Ev \left\{
\begin{array}{l}
+\frac{247}{96}m^3\varepsilon'^4+\left(\frac{2317}{6144}+\frac{57}{128}+\frac{7}{384}+\frac{461}{12288}-\frac{657}{8192}=\frac{6537}{8192}\right)m^3\gamma^4 \\
+\frac{675}{128}m^3b^4+\left(\frac{95}{24}-\frac{425}{24}-\frac{137955}{2048}-\frac{385}{192}=-\frac{510665}{6144}\right)m^3e^2\varepsilon'^2 \\
+\left(\frac{32347}{6144}+\frac{95}{48}=\frac{44507}{6144}\right)m^3\varepsilon'^2\gamma^2 \\
+\left(\frac{19}{16}-\frac{39607}{3072}-\frac{233}{96}+\frac{461}{6144}+\frac{5505}{512}+\frac{67}{256}-\frac{23}{192}+\frac{13875}{2048}=\frac{1849}{512}\right)m^3e^2\gamma^2 \\
-\left(\frac{45}{256}+\frac{15}{128}+\frac{15}{256}=\frac{45}{128}\right)m\varepsilon'^2\gamma^4-\frac{45}{128}m\gamma^2b^4 \\
+\left(\frac{69}{64}-\frac{39}{128}-\frac{45}{128}-\frac{33}{64}+\frac{8}{256}+\frac{3}{32}-\frac{9}{32}+\frac{45}{512}-\frac{9}{128}+\frac{9}{64}-\frac{9}{256}=-\frac{75}{512}\right)me^2\gamma^4 \\
-\frac{39}{256}m\gamma^2\varepsilon'^4-\frac{195}{256}me^2\varepsilon'^4+\left(\frac{225}{64}-\frac{75}{32}-\frac{75}{128}=\frac{75}{128}\right)me^4\varepsilon'^2 \\
+\left(\frac{3}{128}-\frac{1467}{1024}+\frac{9}{32}+\frac{141}{128}-\frac{15}{64}-\frac{135}{256}-\frac{45}{64}+\frac{45}{64}-\frac{9}{64}=-\frac{951}{1024}\right)me^4\gamma^2 \\
-\frac{105}{128}me^2b^4+\left(\frac{45}{32}-\frac{15}{64}-\frac{45}{32}-\frac{75}{64}=-\frac{45}{32}\right)me^2\varepsilon'^2\gamma^2 \\
-\left(\frac{57}{1024}+\frac{27}{1024}+\frac{3}{1024}+\frac{9}{512}-\frac{3}{1024}+\frac{9}{512}=\frac{15}{128}\right)m\gamma^6 \\
+\left(\frac{45}{128}-\frac{15}{64}-\frac{225}{128}+\frac{15}{128}+\frac{45}{32}=-\frac{15}{128}\right)me^6 \\
+\left(3.m^4+\frac{3}{2}m^5-\frac{9}{16}m^3\gamma^2-\frac{45}{16}m^3e^2\right)(\varepsilon'^2-E'^2)
\end{array}
\right\}
$$

$$
\cos 2Ev-cv \quad e\left\{
\begin{array}{l}
\frac{15}{8}m+\left(\frac{273}{32}-\frac{1}{2}=\frac{257}{32}\right)m^2+\left(\frac{13875}{512}-\frac{19}{12}=\frac{39193}{1536}\right)m^3 \\
+\left(\frac{45}{16}-\frac{15}{16}-\frac{15}{8}=0\right)me^2-\left(\frac{9}{8}+\frac{15}{32}-\frac{3}{32}=\frac{3}{2}\right)m\gamma^2-\frac{75}{16}m\varepsilon'^2 \\
+\left(\frac{164711}{2048}-\frac{32}{9}=\frac{1416863}{18432}\right)m^4-\left(\frac{75}{8}-\frac{5}{4}=\frac{65}{8}\right)m^2\varepsilon'^2 \\
+\left(\frac{1527}{128}-\frac{273}{64}-1+\frac{1}{8}-\frac{147}{32}-\frac{5}{32}=\frac{261}{128}\right)m^2e^2 \\
-\left(\frac{315}{64}+\frac{273}{128}-\frac{19}{128}-\frac{1}{4}=\frac{213}{32}\right)m^2\gamma^2 \\
+\left(\frac{11717381}{49152}-\frac{1475}{216}=\frac{102485629}{442368}\right)m^5 \\
+\left(\frac{2109}{256}-\frac{13875}{1024}-\frac{233}{48}+\frac{19}{48}-\frac{8451}{512}-\frac{23}{192}=-\frac{27029}{1024}\right)m^3e^2 \\
+
\end{array}
\right\}
$$

$$\cos 2Ev - cv \quad e\left\{\begin{array}{l}
-\left(\frac{5505}{256}+\frac{13875}{2048}-\frac{461}{6144}-\frac{19}{24}=\frac{14035}{512}\right)m^3\gamma^2 \\
+\left(\frac{137955}{1024}+\frac{95}{24}=\frac{426025}{3072}\right)m^3\varepsilon'^2-\left(\frac{225}{32}-\frac{75}{32}-\frac{75}{16}=0\right)me^2\varepsilon'^2 \\
+\left(\frac{45}{64}-\frac{141}{64}+\frac{15}{16}-\frac{45}{64}+\frac{9}{16}+\frac{9}{32}-\frac{3}{128}+\frac{135}{128}=\frac{39}{64}\right)me^2\gamma^2 \\
+\left(\frac{45}{16}+\frac{75}{64}-\frac{15}{64}=\frac{15}{4}\right)m\varepsilon'^2\gamma^2+\frac{195}{128}m\varepsilon'^4+\frac{105}{64}mb^4 \\
+\left(\frac{225}{64}-\frac{15}{64}-\frac{45}{32}-\frac{45}{16}+\frac{15}{32}+\frac{15}{32}=0\right)me^4 \\
+\left(\frac{57}{128}+\frac{135}{512}+\frac{9}{32}-\frac{9}{256}-\frac{3}{64}-\frac{3}{32}-\frac{3}{128}=\frac{405}{512}\right)m\gamma^4 \\
+\frac{45}{8}m^3\left(\varepsilon'^2-E'^2\right)
\end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev + cv \quad e\left\{\begin{array}{l}
-\left(\frac{5}{8}+\frac{1}{2}=\frac{9}{8}\right)m^2-\left(\frac{23}{48}+\frac{19}{12}=\frac{33}{16}\right)m^3+\frac{3}{32}m\gamma^2+\frac{15}{32}me^2 \\
-\left(\frac{71}{1152}+\frac{32}{9}=\frac{463}{128}\right)m^4+\left(\frac{5}{16}-\frac{5}{8}-1+\frac{1}{8}-\frac{3}{16}+\frac{273}{128}=\frac{97}{128}\right)m^2e^2 \\
+\left(\frac{5}{32}-\frac{3}{16}+\frac{19}{128}+\frac{1}{4}=\frac{47}{128}\right)m^2\gamma^2+\left(\frac{25}{16}+\frac{5}{4}=\frac{45}{16}\right)m^2\varepsilon'^2 \\
+\left(\frac{66329}{13824}-\frac{1475}{216}=-\frac{3119}{1536}\right)m^5+\left(\frac{385}{96}+\frac{95}{24}=\frac{255}{32}\right)m^3\varepsilon'^2 \\
+\left(\frac{23}{96}-\frac{1703}{768}-\frac{233}{48}+\frac{19}{48}+\frac{1}{8}+\frac{13875}{2048}=\frac{2849}{6144}\right)m^3e^2 \\
+\left(\frac{23}{192}+\frac{461}{6144}+\frac{19}{24}-\frac{67}{128}=\frac{2845}{6144}\right)m^3\gamma^2-\frac{75}{64}me^2\varepsilon'^2-\frac{15}{64}m\varepsilon'^2\gamma^2 \\
-\left(\frac{3}{128}-\frac{9}{32}+\frac{9}{32}+\frac{45}{128}=\frac{3}{8}\right)me^2\gamma^2+\left(\frac{45}{64}-\frac{15}{32}=\frac{15}{64}\right)me^4 \\
-\left(\frac{9}{256}+\frac{3}{64}+\frac{45}{512}+\frac{3}{128}=\frac{99}{512}\right)m\gamma^4+\left(\frac{5640553}{165888}-\frac{59717}{5184}=\frac{414401}{18432}\right)m \\
+\left(\frac{71}{2304}-\frac{17125}{9216}-\frac{16211}{1152}+\frac{8}{9}+\frac{619}{1920}+\frac{164711}{8192}=\frac{1997363}{368640}\right)m^4e^2 \\
+\left(\frac{100417}{2304}+\frac{1099}{72}=\frac{15065}{256}\right)m^4\varepsilon'^2 \\
+\left(\frac{71}{4608}-\frac{4027}{3072}-\frac{35579}{73728}+\frac{16}{9}=-\frac{19}{73728}\right)m^4\gamma^2 \\
-\frac{15}{8}m^4\left(\varepsilon'^2-E'^2\right)
\end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{aligned} & -\tfrac{1}{2}m^2 - \tfrac{19}{24}m^3 + \tfrac{3}{16}m\gamma^2 + \tfrac{15}{16}me^2 - \tfrac{317}{144}m^4 + \tfrac{1}{16}m^2\varepsilon'^2 \\ & + \left(\tfrac{1}{4} - 1 + \tfrac{3}{128} - \tfrac{5}{32} = -\tfrac{113}{128}\right)m^2e^2 + \left(\tfrac{23}{64} + \tfrac{1}{8} = \tfrac{31}{64}\right)m^2\gamma^2 \\ & - \tfrac{2171}{432}m^5 + \left(\tfrac{19}{48} - \tfrac{49}{48} - \tfrac{17889}{512} - \tfrac{79}{192} = -\tfrac{55259}{1536}\right)m^3e^2 \\ & + \tfrac{19}{192}m^3\varepsilon'^2 + \left(\tfrac{4037}{3072} + \tfrac{19}{96} = \tfrac{4645}{3072}\right)m^3\gamma^2 - \tfrac{15}{128}me^2\varepsilon'^2 \\ & - \left(\tfrac{3}{32} + \tfrac{15}{32} + \tfrac{9}{16} - \tfrac{9}{16} = \tfrac{9}{16}\right)me^2\gamma^2 - \tfrac{3}{128}m\varepsilon'^2\gamma^2 \\ & - \left(\tfrac{9}{128} + \tfrac{3}{64} + \tfrac{3}{128} = \tfrac{9}{64}\right)m\gamma^4 + \left(\tfrac{45}{32} - \tfrac{15}{64} - \tfrac{15}{16} = \tfrac{15}{64}\right)me^4 \\ & + \tfrac{4183}{1296}m^6 + \left(\tfrac{36211}{1152} + \tfrac{317}{288} - \tfrac{3150109}{8192} - \tfrac{41683}{9216} = -\tfrac{26285789}{73728}\right)m^4e^2 \\ & - \tfrac{3}{2}m^4(\varepsilon'^2 - E'^2) \end{aligned} \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{aligned} & \tfrac{7}{2}m^2 + \tfrac{133}{8}m^3 - \tfrac{7}{16}m\gamma^2 - \tfrac{35}{16}me^2 + \tfrac{1003}{16}m^4 \\ & + \left(7 - \tfrac{7}{4} - \tfrac{1691}{128} + \tfrac{35}{32} = -\tfrac{879}{128}\right)m^2e^2 - \tfrac{123}{16}m^2\varepsilon'^2 \\ & - \left(\tfrac{75}{64} + \tfrac{7}{8} = \tfrac{131}{64}\right)m^2\gamma^2 + \tfrac{3203}{16}m^5 \\ & + \left(\tfrac{773}{16} - \tfrac{133}{16} - \tfrac{23115}{512} + \tfrac{103}{64} = -\tfrac{1811}{512}\right)m^3e^2 \\ & - \tfrac{2337}{64}m^3\varepsilon'^2 - \left(\tfrac{2603}{1024} + \tfrac{133}{32} = \tfrac{6859}{1024}\right)m^3\gamma^2 \\ & + \left(\tfrac{7}{32} + \tfrac{21}{16} + \tfrac{35}{32} - \tfrac{21}{16} = \tfrac{21}{16}\right)me^2\gamma^2 + \tfrac{615}{128}me^2\varepsilon'^2 + \tfrac{123}{128}m\varepsilon'^2\gamma^2 \\ & + \left(\tfrac{21}{128} + \tfrac{7}{64} + \tfrac{7}{128} = \tfrac{21}{64}\right)m\gamma^4 + \left(\tfrac{35}{64} + \tfrac{35}{16} - \tfrac{105}{32} = -\tfrac{35}{64}\right)me^4 \\ & + \tfrac{24589}{48}m^6 + \left(\tfrac{26967}{128} - \tfrac{1003}{32} - \tfrac{757171}{8192} + \tfrac{8435}{1024} = \tfrac{779429}{8192}\right)m^4e^2 \\ & + \tfrac{21}{4}m^4(\varepsilon'^2 - E'^2) \end{aligned} \right\}$$

$$\cos 2Ev + 2cv \quad e^2 \left\{ \begin{aligned} & \left(\tfrac{3}{8} + \tfrac{5}{16} + \tfrac{1}{4} = \tfrac{15}{16}\right)m^2 + \left(\tfrac{23}{96} + \tfrac{19}{24} - \tfrac{1}{4} = \tfrac{25}{32}\right)m^3 \\ & + \left(\tfrac{71}{2304} - \tfrac{619}{960} + \tfrac{16}{9} = \tfrac{4469}{3840}\right)m^4 \end{aligned} \right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\frac{15}{8}m + \left(\frac{1}{4} - \frac{3}{64} = \frac{13}{64}\right)m^2 + \left(\frac{17889}{256} + \frac{19}{48} = \frac{53971}{768}\right)m^3 \\ + \left(\frac{3150109}{4096} + \frac{317}{288} = \frac{28391557}{36864}\right)m^4 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \frac{35}{8}m + \left(\frac{1691}{64} - \frac{7}{4} = \frac{1579}{64}\right)m^2 + \left(\frac{23115}{256} - \frac{133}{16} = \frac{20987}{256}\right)m^3 \\ + \left(\frac{757171}{4096} - \frac{1003}{32} = \frac{628787}{4096}\right)m^4 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv + cv \quad e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{5}{16} + \frac{1}{4} = \frac{9}{16}\right)m^2 + \left(\frac{79}{96} + \frac{19}{48} = \frac{39}{32}\right)m^3 \\ + \left(\frac{41683}{4608} + \frac{317}{288} = \frac{5195}{512}\right)m^4 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv + cv \quad e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\left(\frac{35}{16} + \frac{7}{4} = \frac{63}{16}\right)m^2 - \left(\frac{103}{32} + \frac{133}{16} = \frac{369}{32}\right)m^3 \\ -\left(\frac{8435}{512} + \frac{1003}{32} = \frac{24483}{512}\right)m^4 \end{array} \right\}.$$

§ 3.

Expression du mouvement du nœud de la Lune, développée jusqu'aux quantités du septième *ordre, inclusivement. — Réflexions sur des recherches analogues de* Newton.

41. Il faut ici considérer de nouveau l'équation différentielle en δs (Voyez p. 276 du I.er volume), et développer le coefficient de $\gamma . \sin gv$, en tenant compte des quantités du septième ordre. Pour cela, nous supposons qu'on a sous les yeux le premier paragraphe du cinquième Chapitre, et qu'on suit absolument la même marche à l'égard du terme particulier qu'on envisage dans cette recherche. Ainsi, toute l'attention doit être dirigée vers les termes des deux ordres subséquens qu'il est nécessaire d'ajouter au développement de chaque fonction, afin de pouvoir obtenir une expression de g et de $\int \theta dv$, qui comprenne les termes du sixième et septième ordre, outre ceux des ordres inférieurs qu'on voit dans la page 183 du second volume. La simple disposition du calcul, et la citation des pages où l'on prend les nouveaux termes dont on a besoin constituent une explication qui me paraît suffisante.

42. Pour former la valeur de R_1 qui convient à l'objet actuel, je commence par prendre dans les pages 351, 352 du I.er volume ces deux termes ;

$$\frac{3}{2} q . \frac{(\alpha' u')^3}{u_1^4} = \cos ov \quad \left(\frac{3}{2} + 3.e^2 + \frac{9}{4}\varepsilon'^2 + \frac{27}{16}e^4 + \frac{3}{16}\gamma^4 + \frac{45}{16}\varepsilon'^4 - \frac{3}{2}e^2\gamma^2 + \frac{9}{2}e^2\varepsilon'^2\right)$$
$$\cos 2gv \quad \gamma^2\left(\frac{3}{2} + \frac{27}{4}e^2 + \frac{9}{4}\varepsilon'^2 - \frac{3}{4}\gamma^2\right);$$

et je fais (Voyez page 266 du I.er volume)

$$\frac{45}{16} q\, b^4 . \frac{(\alpha' u')^5}{u_1^6} = \cos ov \ \left(\frac{45}{16} b'\right).$$

Maintenant je forme, ainsi qu'il suit, le développement des différens termes qui composent la fonction $\delta R'$ (Voyez tome I.er p. 274).

Produits partiels de $-6q\,\frac{(a'u')^3}{u_1^4}\cdot\frac{\delta u}{u_1}$.

Multiplicateur		Produit
$\cos ov$	$(-6)\ldots$	$\{\cos 2gv\ \gamma^2\left(-3.m^2-\frac{21}{8}e^2+\frac{9}{16}m^3+\frac{405}{64}me^2\right)$
$2\cos cv$	$e(\ 12)\ldots$	$\{\cos 2gv\ \gamma^2\left(-\frac{21}{2}e^2+\frac{405}{16}me^2\right)$
$2\cos c'mv$	$\varepsilon'(-9)\ldots$	$\{\cos ov\ \left(\frac{27}{2}m^2\varepsilon'^2\right)$
$2\cos cv+c'mv$	$e\varepsilon'(\ 18)\ldots$	$\{\cos ov\ \left(-\frac{81}{4}me^2\varepsilon'^2\right)$
$2\cos cv-c'mv$	$e\varepsilon'(\ 18)\ldots$	$\{\cos ov\ \left(\frac{81}{4}me^2\varepsilon'^2\right)$;

$$-6q\cdot\frac{(a'u')^3}{u_1^4}\cdot\frac{\delta u}{u_1}=$$

$\cos ov \quad \left\{\frac{27}{2}m^2\varepsilon'^2+\left(\frac{81}{4}-\frac{81}{4}=0\right)me^2\varepsilon'^2\right\}$

$\cos 2gv \quad \gamma^2\left\{-3.m^2-\left(\frac{21}{2}+\frac{21}{8}=\frac{105}{8}\right)e^2+\frac{9}{16}m^3+\left(\frac{405}{64}+\frac{405}{16}=\frac{2025}{64}\right)me^2\right\}$

Produits partiels de $15q\cdot\frac{(a'u')^3}{u_1^4}\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$.

On prendra les termes de $\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$ dans la page 770 du second volume.

Multiplicateur		Produit
$\cos ov$	$(\ 15)\ldots$	$\cos ov\ \left(\frac{15}{2}m^4+\frac{8375}{128}m^2e^2+\frac{95}{2}m^5-\frac{45}{16}m^3\gamma^2+\frac{54225}{256}m^3e^2\right)$
		$\cos 2gv\ \gamma^2\left(\frac{45}{16}m^3\right)$
$2\cos cv$	$e(-30)\ldots$	$\{\cos ov\ \left(-\frac{225}{4}m^3e^2\right)$;

$$15q\cdot\frac{(a'u')^3}{u_1^4}\cdot\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2=$$

$$\cos ov \quad \left\{\frac{15}{2}m^4+\frac{3375}{128}m^2e^2+\frac{95}{2}m^5-\frac{45}{16}m^3\gamma^2+\left(\frac{54225}{256}-\frac{225}{4}=\frac{39825}{256}\right)m^3e^2\right\}$$

$$\cos 2gv \quad \gamma^2\left(\frac{45}{16}m^3\right).$$

$$\frac{3}{2}q\cdot\frac{\delta[(a'u')^3]}{u_1^4}=\frac{3}{2}\delta[(a'u')^3]=\frac{3}{4}\cdot 2\sin c'mv \;\; \varepsilon'(-3.\; m\;)\times\delta nt$$

$$=\quad \cos ov \qquad \left(-\frac{27}{4}m^2\varepsilon'^2\right)$$

(Voyez p. 274, 327 du I.er vol. et pag. 838 du second volume).
La réunion de ces parties donne

$$R_1=$$

$$\cos ov \quad \left\{\begin{array}{l}\frac{3}{2}+3.e^2+\frac{9}{4}\varepsilon'^2+\frac{27}{16}e^4+\frac{3}{16}\gamma^4+\frac{45}{16}\varepsilon'^4-\frac{3}{2}e^2\gamma^2+\frac{9}{2}e^2\varepsilon'^2\\ +\frac{45}{16}b^4+\frac{15}{2}m^4+\frac{3375}{128}m^2e^2+\left(\frac{27}{2}-\frac{27}{4}=\frac{27}{4}\right)m^2\varepsilon'^2\\ +\frac{95}{2}m^5-\frac{45}{16}m^3\gamma^2+\frac{39825}{256}m^3e^2\end{array}\right\}$$

$$\cos 2gv \quad \gamma^2\left\{\begin{array}{l}\frac{3}{2}-\frac{3}{4}\gamma^2+\frac{9}{4}\varepsilon'^2-3.m^2-\left(\frac{105}{8}-\frac{27}{4}=\frac{51}{8}\right)e^2\\ +\frac{2025}{64}me^2+\left(\frac{9}{16}+\frac{45}{16}=\frac{27}{8}\right)m^3\end{array}\right\};$$

d'où on tire ;

$$(1)\;\ldots\ldots\; R_1.\gamma\sin gv=$$

$$\sin gv \quad \gamma\left\{\begin{array}{l}\frac{3}{2}+3.e^2+\frac{9}{4}\varepsilon'^2-\frac{3}{4}\gamma^2+\frac{27}{16}e^4+\frac{45}{16}\varepsilon'^4+\left(\frac{3}{16}+\frac{3}{8}=\frac{9}{16}\right)\gamma^4+\frac{45}{16}b^4\\ +\frac{15}{2}m^4+\frac{3375}{128}m^2e^2+\frac{27}{4}m^2\varepsilon'^2+\frac{3}{2}m^2\gamma^2+\left(\frac{51}{16}-\frac{3}{2}=\frac{27}{16}\right)e^2\gamma^2+\frac{9}{2}e^2\varepsilon'^2\\ -\frac{9}{8}\varepsilon'^2\gamma^2+\frac{95}{2}m^5+\frac{39825}{256}m^3e^2-\left(\frac{45}{16}+\frac{27}{16}=\frac{9}{2}\right)m^3\gamma^2-\frac{2025}{128}me^2\gamma^2\end{array}\right\}$$

43. Pour obtenir les

Produits partiels de $\left(R_1 - \frac{3}{2}\right)\delta s$,

on prendra les termes du multiplicateur $R_1 - \frac{3}{2}$ dans les pages 165, 166, 167 du second volume et dans la page 70 de celui-ci. Les termes de δs se trouvent dans les pages 204, 205 du second volume.

Multiplicateur	Produit
$2\cos cv \quad e\left(-3\right) \ldots\ldots\ldots$	$\sin gv \quad \gamma\left(3.m^2e^2 - \frac{9}{8}m^3e^2\right)$ $\sin gv \quad \gamma\left(-9.m^2e^2 - \frac{27}{2}m^3e^2\right)$

Multiplicateur . . . . $2\cos c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{9}{4} + \frac{9}{2}e^2 + \frac{81}{32}\varepsilon'^2 + \frac{9}{2}m^2\right)$

Produit

$$\sin gv \quad \gamma\left\{\begin{array}{l} \frac{81}{32}m\varepsilon'^2 + \frac{81}{16}me^2\varepsilon'^2 + \frac{729}{256}m\varepsilon'^4 + \frac{81}{16}m^3\varepsilon'^2 - \frac{621}{256}m^2\varepsilon'^2 \\ -\frac{8775}{1024}m^3\varepsilon'^2 + \frac{81}{16}me^2\varepsilon'^2 - \frac{81}{64}m\varepsilon'^2\gamma^2 + \frac{729}{256}m\varepsilon'^4 \end{array}\right\}$$

$$\sin gv \quad \gamma\left\{\begin{array}{l} -\frac{81}{32}m\varepsilon'^2 - \frac{81}{16}me^2\varepsilon'^2 - \frac{729}{256}m\varepsilon'^4 - \frac{81}{16}m^3\varepsilon'^2 + \frac{81}{256}m^2\varepsilon'^2 \\ +\frac{8991}{1024}m^3\varepsilon'^2 - \frac{81}{16}me^2\varepsilon'^2 + \frac{81}{64}m\varepsilon'^2\gamma^2 - \frac{729}{256}m\varepsilon'^4 \end{array}\right\}$$

Multiplicateur		Produit
$2\cos 2c'mv$	$\varepsilon'^2\left(\frac{27}{8}\right) \ldots\ldots$	$\sin gv \quad \gamma\left(\frac{729}{256}m\varepsilon'^4\right)$ $\sin gv \quad \gamma\left(-\frac{729}{256}m\varepsilon'^4\right)$
$2\cos 2cv$	$e^2\left(\frac{15}{4}\right) \ldots\ldots$	$\sin gv \quad \gamma\left(-\frac{75}{32}e^4 + \frac{2025}{256}me^4\right)$
$2\cos 2gv + c'mv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{9}{8}\right) \ldots\ldots$	$\sin gv \quad \gamma\left(-\frac{81}{64}m\varepsilon'^2\gamma^2\right)$
$2\cos 2gv - c'mv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{9}{8}\right) \ldots\ldots$	$\sin gv \quad \gamma\left(\frac{81}{64}m\varepsilon'^2\gamma^2\right)$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev - 2gv \quad \gamma^2\left(-\frac{9}{16}m + \frac{87}{64}m^2\right)$

Produit $\left\{ \sin gv \quad \gamma\left(-\frac{27}{128}m^2\gamma^2 + \frac{261}{512}m^3\gamma^2 - \frac{27}{512}m^3\gamma^2\right) \right.$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev \quad \left\{\begin{array}{l} -\;3.m^2 - \frac{19}{2}m^3 + \frac{9}{16}m\gamma^2 + \frac{225}{16}me^2 - \frac{64}{3}m^4 \\ +\frac{105}{64}m^2\gamma^2 + \frac{2739}{64}m^2e^2 - \frac{21}{2}m^2\varepsilon'^2 \end{array}\right\}$

$$\text{Produit}\left\{\sin gv \quad \gamma\left\{\begin{array}{l} \frac{9}{8}m^3 + \frac{57}{16}m^4 - \frac{27}{128}m^3\gamma^2 - \frac{675}{128}m^3e^2 + 8.m^5 - \frac{315}{512}m^3\gamma^2 \\ -\frac{8217}{512}m^3e^2 + \frac{63}{16}m^3\varepsilon'^2 + \frac{9}{32}m^4 + \frac{57}{64}m^5 - \frac{27}{512}m^3\gamma^2 \\ -\frac{675}{512}m^3e^2 - \frac{819}{512}m^5 + \frac{9}{4}m^3e^2 - \frac{45}{16}m^3\varepsilon'^2 \end{array}\right\}\right.$$

Multiplicateur			Produit
$2\cos 2Ev - cv$	$e\left(-\frac{45}{8}\;m\right)$	. . . .	$\left\{\sin gv \quad \gamma\left(-\frac{135}{8}m^3e^2\right)\right.$
$2\cos 2Ev - c'mv$	$\varepsilon'\left(-15.m^2\right)$	. . . .	$\left\{\sin gv \quad \gamma\left(\;\frac{105}{8}m^3\varepsilon'^2\right)\right.$
$2\cos 2Ev + c'mv$	$\varepsilon'\left(-3.m^2\right)$	. . . .	$\left\{\sin gv \quad \gamma\left(-\frac{9}{8}m^3\varepsilon'^2\right)\right.$.

La réunion de ces produits partiels donne

$$(2) \;\ldots\ldots\; \left(R_2 - \frac{3}{2}\right)\delta s =$$

$$\sin gv \quad \gamma\left\{\begin{array}{l} \frac{9}{8}m^3 + \left(\frac{81}{32} - \frac{81}{32} = 0\right)m\varepsilon'^2 + \left(\frac{9}{32} + \frac{57}{16} = \frac{123}{32}\right)m^4 - \frac{75}{32}e^4 \\ +\left(3 - 9 - \frac{675}{128} = -\frac{1443}{128}\right)m^2e^2 - \left(\frac{27}{128} + \frac{27}{128} = \frac{27}{64}\right)m^2\gamma^2 \\ -\left(\frac{621}{256} - \frac{81}{256} = \frac{135}{64}\right)m^2\varepsilon'^2 + \left(8 + \frac{57}{64} - \frac{819}{512} = \frac{3733}{512}\right)m^5 \\ -\left(\frac{315}{512} + \frac{27}{512} - \frac{261}{512} + \frac{27}{512} = \frac{27}{128}\right)m^3\gamma^2 + \left(\frac{81}{16} + \frac{81}{16} - \frac{81}{16} - \frac{81}{16} = 0\right)me^2\varepsilon'^2 \\ +\left(\frac{81}{64} - \frac{81}{64} + \frac{81}{64} - \frac{81}{64} = 0\right)m\varepsilon'^2\gamma^2 + \left(\frac{729}{256} + \frac{729}{256} - \frac{729}{256} - \frac{729}{256} + \frac{729}{256} - \frac{729}{256} = 0\right)m\varepsilon'^4 \\ +\frac{2025}{256}me^4 + \left(\frac{63}{16} - \frac{45}{16} + \frac{81}{16} - \frac{8775}{1024} - \frac{81}{16} + \frac{8991}{1024} + \frac{105}{8} - \frac{9}{8} = \frac{1707}{128}\right)m^3\varepsilon'^2 \\ -\left(\frac{8217}{512} + \frac{675}{512} - \frac{9}{4} + \frac{9}{8} + \frac{27}{2} + \frac{135}{8} = \frac{5967}{128}\right)m^3e^2 \end{array}\right\}$$

44. Cherchons maintenant les valeurs de R_3 et R_1 qui conviennent à l'objet actuel. Pour cela, je remarque d'abord, que les équations (a), (b), (c) posées dans les pages 229 et 232 du second volume donnent

$$R_1 = \sin 2gv \quad \gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} -\frac{9}{16}m + \left(\frac{9}{4} - \frac{27}{32} + \frac{87}{64} = \frac{177}{64}\right) m^2 - \frac{33}{16} m\varepsilon'^2 \\ + \left(\frac{57}{8} + \frac{33}{32} + \frac{99}{64} - \frac{3341}{1024} = \frac{6595}{1024}\right) m^3 \\ + \left(\frac{27}{64} - \frac{27}{64} = 0\right) m\gamma^2 - \left(\frac{1575}{128} + \frac{675}{64} - \frac{1287}{128} = \frac{819}{64}\right) me^2 \end{array} \right\}.$$

Donc en multipliant ce terme par $-\frac{ds_1}{dv} = 2\cos gv \quad \gamma\left(-\frac{1}{2} - \frac{3}{8}m^2\right)$, il viendra

$$(3) \ldots\ldots -R_1 \frac{ds_1}{dv} =$$

$$\sin gv \quad \gamma \left\{ \frac{9}{32}m\gamma^2 - \frac{177}{128}m^2\gamma^2 + \frac{33}{32}m\varepsilon'^2\gamma^2 - \left(\frac{6595}{2018} - \frac{27}{128} = \frac{6163}{2048}\right) m^3\gamma^2 + \frac{819}{128}me^2\gamma^2 \right\}.$$

Les mêmes équations (a), (b), (c), citées plus haut, étant prises avec le signe *cosinus*, donnent le terme de R_3 affecté de l'argument $2gv$; mais elles ne peuvent donner celui multiplié par $\cos ov$, sans l'addition des termes du *cinquième* ordre. Voici le calcul de ces termes.

Produits partiels de $-6q.\frac{(a'u')^3}{u_1^4} \frac{\sin}{\cos} (2v - 2v').\frac{\delta u}{u_1}$

Multiplicateur .... $2 \frac{\sin}{\cos} 2Ev \left(-3 - 6e^2 + \frac{15}{2}\varepsilon'^2\right)$

$$\text{Produit} \left\{ \frac{\sin}{\cos} ov \quad \left\{ \begin{array}{l} -\frac{1475}{36}m^5 + \frac{95}{4}m^3\varepsilon'^2 + \frac{2898}{1024}m^3\gamma^2 + \frac{15929}{1024}m^3e^2 + \frac{45}{64}me^4 \\ -\frac{27}{64}m\gamma^4 - \frac{27}{16}me^2\gamma^2 - \frac{225}{32}me^2\varepsilon'^2 - \frac{45}{32}m\varepsilon'^2\gamma^2 - 19.m^3e^2 \\ +\frac{9}{8}me^2\gamma^2 + \frac{45}{8}me^4 + \frac{95}{4}m^3\varepsilon'^2 - \frac{45}{32}m\varepsilon'^2\gamma^2 - \frac{225}{32}me^2\varepsilon'^2 \end{array} \right\} \right.$$

Multiplicateur	Produit
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{3}{2}\right)\ldots$	${}^{\sin}_{\cos}\,ov\left(-\frac{19}{16}m^3\varepsilon'^2+\frac{45}{32}me^2\varepsilon'^2+\frac{9}{32}m\gamma^2\varepsilon'^2\right)$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{21}{2}\right)\ldots$	$ov\left(-\frac{2793}{16}m^3\varepsilon'^2+\frac{147}{32}m\gamma^2\varepsilon'^2+\frac{735}{32}me^2\varepsilon'^2\right)$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+cv \quad e\left(6-6.m\right)\ldots$	$ov\left(-\frac{99}{8}m^3e^2+\frac{9}{16}me^2\gamma^2+\frac{45}{16}me^4+\frac{27}{4}m^3e^2\right)$

Multiplicateur . . . . $2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-cv \quad e\left(6+6.m+\frac{9}{2}e^2-\frac{3}{2}\gamma^2-15.\varepsilon'^2\right)$

$$\text{Produit}\;{}^{\sin}_{\cos}\,ov\left\{\begin{array}{l}\frac{39193}{256}m^3e^2-9.me^2\gamma^2-\frac{225}{8}me^2\varepsilon'^2+\frac{771}{16}m^3e^2\\+\frac{135}{16}me^4-\frac{45}{16}me^2\gamma^2-\frac{225}{8}me^2\varepsilon'^2\end{array}\right\}$$

Multiplicateur	Produit
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left(-3\right)\ldots\ldots$	${}^{\sin}_{\cos}\,ov\left(\frac{45}{8}me^2\varepsilon'^2\right)$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left(21\right)\ldots\ldots$	$ov\left(\frac{735}{8}me^2\varepsilon'^2\right)$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-2cv \quad e^2\left(-\frac{15}{2}\right)\ldots\ldots$	$ov\left(-\frac{675}{32}me^4\right)$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-2gv \quad \gamma^2\left(-\frac{3}{2}\right)\ldots\ldots$	$ov\left(-\frac{9}{32}m\gamma^4\right)$.

En réunissant ces termes avec ceux affectés du signe ${}^{\sin}_{\cos}\,ov$ qu'on voit au commencement de la page 229 du second volume, il viendra;

$$(a) \; \ldots\ldots \; -6q.\frac{\delta u}{u_1}.\frac{\sin}{\cos}(2v-2v')=$$

$$\frac{\sin}{\cos}\,v\left\{\begin{aligned}&-3m^2-\frac{19}{2}m^3+\frac{9}{16}m\gamma^2+\frac{225}{16}me^2-\frac{64}{3}m^4+\frac{105}{64}m^2\gamma^2+\frac{3459}{64}m^2e^2\\&-\frac{45}{2}m^2\varepsilon'^2-\frac{1475}{36}m^3+\frac{2898}{1024}m^3\gamma^2-\left(\frac{2793}{16}+\frac{19}{16}-\frac{95}{4}-\frac{95}{4}=\frac{513}{4}\right)m^3\varepsilon'^2\\&+\left(\frac{15929}{1024}-19-\frac{99}{8}+\frac{27}{4}+\frac{39193}{256}+\frac{771}{16}=\frac{196829}{1024}\right)m^3e^2\\&+\left(\frac{45}{64}+\frac{45}{8}+\frac{45}{16}+\frac{135}{16}-\frac{675}{32}=-\frac{225}{64}\right)me^4-\left(\frac{27}{64}+\frac{9}{32}=\frac{45}{64}\right)m\gamma^4\\&-\left(\frac{27}{16}-\frac{9}{8}-\frac{9}{16}+9+\frac{45}{16}=\frac{189}{16}\right)me^2\gamma^2+\left(\frac{147}{32}+\frac{9}{32}-\frac{45}{32}-\frac{45}{32}=\frac{83}{16}\right)m\varepsilon'^2\gamma^2\\&+\left(\frac{735}{8}+\frac{45}{8}-\frac{225}{32}-\frac{225}{32}+\frac{45}{32}+\frac{785}{32}-\frac{225}{8}-\frac{225}{8}=\frac{825}{16}\right)me^2\varepsilon'^2\end{aligned}\right\}.$$

Pour obtenir les

Produits partiels de $\delta.\left[(\alpha' u')^3 \frac{\sin}{\cos}(2v-2v')\right]$,

il faudra avoir sous les yeux la page 331 du I.er volume, et la valeur de δnt donnée dans le second volume (Voyez p. 840, 841)

Multiplicateur		Produit
$-2\frac{\cos}{\sin}-2Ev$	$\left(m-\frac{5}{2}m\varepsilon'^2\right)\ldots$	$\frac{\sin}{\cos}\,v\left\{\begin{aligned}&-\frac{893}{72}m^5+\frac{608}{64}m^3e^2+\frac{55}{16}m^3\varepsilon'^2\\&+\frac{47}{64}m^3\gamma^2+\frac{55}{16}m^3\varepsilon'^2\end{aligned}\right\}$
$-2\frac{\cos}{\sin}-(2Ev-cv)$	$e\left(-2.m^2\right)\ldots$	$v\left(\frac{15}{2}m^3e^2\right)$
$-2\frac{\cos}{\sin}-(2Ev+c'mv)$	$\varepsilon'\left(-\frac{m}{4}\right)\ldots$	$v\left(-\frac{11}{64}m^3\varepsilon'^2\right)$
$-2\frac{\cos}{\sin}-(2Ev-c'mv)$	$\varepsilon'\left(\frac{21}{4}m\right)\ldots$	$v\left(-\frac{1617}{64}m^3\varepsilon'^2\right)$.

Maintenant si l'on réunit ces termes avec ceux trouvés dans la page 230 du second volume, on aura ;

$$\partial.\left[(\alpha' u')^3 {}^{sin}_{cos}(2v-2v')\right]=$$

$$\begin{array}{ll} {}^{sin}_{cos} \quad ov & \left\{\begin{array}{l} -\frac{11}{8}m^3-\frac{59}{12}m^4+\frac{45}{16}m^2e^2+\frac{8}{16}m^2\gamma^2-\frac{893}{72}m^5+\frac{47}{64}m^3\gamma^2 \\ +\left(\frac{603}{64}+\frac{15}{2}=\frac{1083}{64}\right)m^3e^2+\left(\frac{55}{16}+\frac{55}{16}-\frac{11}{64}-\frac{1617}{64}=-\frac{297}{16}\right)m^3e'^2 \end{array}\right\} \\ \quad cv & e\left(-\frac{15}{4}m^2-\frac{285}{16}m^3\right) \\ -cv & e\left(\quad 2.m^3\right). \end{array}$$

Le produit de ces trois termes par

$$\frac{3}{2}\cdot\frac{q}{u_1^4}-\frac{3}{2}=cos\,ov\quad(3.e^2)\;+\;2\,cos\,cv\quad e(-3),$$

donne

$${}^{sin}_{cos}\,ov\quad\left(\frac{45}{4}m^2e^2+\frac{855}{16}m^3e^2-6.m^3e^2\right);$$

partant nous avons

$$(b)\;\ldots\ldots\;\frac{3}{2}q.\frac{\partial\left[(\alpha' u')^3 {}^{sin}_{cos}(2v-2v')\right]}{u_1^4}=$$

$${}^{sin}_{cos}\,ov\left\{\begin{array}{l} -\frac{33}{16}m^3-\frac{59}{8}m^4+\frac{9}{32}m^2\gamma^2+\frac{495}{32}m^2e^2-\frac{891}{32}m^3e'^2-\frac{893}{48}m^5 \\ +\left(\frac{3249}{128}+\frac{855}{16}-6-\frac{33}{8}=\frac{8793}{128}\right)m^3e^2+\frac{141}{128}m^3\gamma^2 \end{array}\right\}.$$

En prenant $\frac{\partial u}{u_1}=2\,cos\,Ev\quad b^2\left(-\frac{15}{32}m\right)$, on obtient

$$(d)\;\ldots\ldots\;-\frac{15}{8}qb^2.\frac{(\alpha' u')^4}{u_1^5}{}^{sin}_{cos}(v-v').\frac{\partial u}{u_1}={}^{sin}_{cos}\,ov\quad\left(\frac{225}{256}mb^4\right).$$

Au moyen des trois équations que nous venons de désigner par (a), (b), (d); et de celles qui sont désignées par (a), (b), (c) dans les pages 229 et 232 du second volume, on formera la valeur suivante de R_1, conformément à l'expression $\partial R'''$ donnée dans la page 274 du I.er volume; savoir

$$R_3 = (a) + (b) + (c) + 11\,(d) =$$

$$\cos ov \left\{\begin{array}{l} -3.m^2 - \left(\frac{19}{2} + \frac{33}{16} = \frac{185}{16}\right) m^3 + \frac{9}{16} m\gamma^2 + \frac{225}{16} me^2 - \frac{45}{2} m^2 \varepsilon'^2 \\ -\left(\frac{64}{3} + \frac{59}{8} = \frac{689}{24}\right) m^4 + \left(\frac{105}{64} + \frac{9}{32} = \frac{123}{64}\right) m^2\gamma^2 \\ +\left(\frac{3459}{64} + \frac{495}{32} = \frac{4449}{64}\right) m^2 e^2 - \left(\frac{1475}{36} + \frac{893}{48} = \frac{8579}{144}\right) m^5 - \frac{225}{64} me^4 \\ +\left(\frac{2893}{1024} + \frac{141}{128} = \frac{4021}{1024}\right) m^3\gamma^2 - \left(\frac{513}{4} + \frac{891}{32} = \frac{4995}{32}\right) m^3 \varepsilon'^2 \\ +\left(\frac{196829}{1024} + \frac{8793}{128} = \frac{267173}{1024}\right) m^3 e^2 - \frac{45}{64} m\gamma^4 + \frac{2475}{256} mb^4 - \frac{189}{16} me^2\gamma^2 \\ +\frac{33}{16} m\varepsilon'^2\gamma^2 + \frac{825}{16} me^2\varepsilon'^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2gv\ \gamma^2 \left\{\begin{array}{l} -\frac{9}{16} m - \left(\frac{9}{4} + \frac{27}{32} - \frac{87}{64} = \frac{111}{64}\right) m^2 - \frac{33}{16} m\varepsilon'^2 \\ -\left(\frac{3341}{1024} + \frac{57}{8} + \frac{99}{64} - \frac{33}{32} = \frac{11165}{1024}\right) m^3 \\ +\left(\frac{27}{64} + \frac{27}{64} = \frac{27}{32}\right) m\gamma^2 + \left(\frac{1287}{128} + \frac{675}{64} - \frac{1575}{128} = \frac{531}{64}\right) me^2 \end{array}\right\}.$$

Cela posé, il est évident que le produit de ces deux termes par $\gamma . \sin gv$ donne

$$(4) \ldots\ldots R_3 . \gamma \sin gv =$$

$$\sin gv \quad \gamma \left\{\begin{array}{l} -3.m^2 - \frac{185}{16} m^3 + \left(\frac{9}{16} + \frac{9}{32} = \frac{27}{32}\right) m\gamma^2 + \frac{225}{16} me^2 - \frac{689}{24} m^4 \\ -\frac{45}{2} m^2 \varepsilon'^2 + \frac{4449}{64} m^2 e^2 + \left(\frac{123}{64} + \frac{111}{128} = \frac{357}{128}\right) m^2\gamma^2 - \frac{8579}{144} m^5 \\ +\left(\frac{4021}{1074} + \frac{11165}{2048} = \frac{19207}{2048}\right) m^3\gamma^2 - \frac{225}{64} me^4 - \frac{4995}{32} m^3\varepsilon'^2 + \frac{267173}{1024} m^3 e^2 \\ -\left(\frac{45}{64} + \frac{27}{64} = \frac{9}{8}\right) m\gamma^4 + \frac{2475}{256} mb^4 + \frac{825}{16} me^2\varepsilon'^2 \\ -\left(\frac{189}{16} + \frac{531}{128} = \frac{2043}{128}\right) me^2\gamma^2 + \left(\frac{33}{16} + \frac{33}{32} = \frac{99}{32}\right) m\varepsilon'^2\gamma^2 \end{array}\right\}.$$

45. Pour obtenir les

Produits partiels de $R_3 \delta s$,

on prendra les termes du multiplicateur R_3 dans les pages; 171, 253

du vol. 2 ; 75 de ce volume ; et 338 du I.er volume. Les termes de δs se trouvent dans la page 88 de ce même volume, et dans les pages 204-207 du second.

Multiplicateur		Produit
$2\cos cv$	$e\left(-\frac{45}{16}m\right)$	$\sin gv \quad \gamma\left(\frac{45}{16}m^2e^2\right)$
		$\sin gv \quad \gamma\left(-\frac{135}{16}m^2e^2\right)$
$2\cos 2cv$	$e^2\left(\frac{45}{32}m\right)$	$\sin gv \quad \gamma\left(-\frac{225}{256}me^4\right)$
$2\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(-9.m^2\right)$	$\sin gv \quad \gamma\left(-\frac{81}{8}m^3\varepsilon'^2\right)$
		$\sin gv \quad \gamma\left(\frac{81}{8}m^3\varepsilon'^2\right)$

$$\text{Multiplicateur} \ldots\ldots 2\cos 2Ev \left\{\begin{array}{l} \frac{3}{4}+\frac{3}{2}e^2-\frac{15}{8}\varepsilon'^2-\frac{15}{4}e^2\varepsilon'^2+\frac{39}{64}\varepsilon'^4-\frac{3}{4}e^2\gamma^2 \\ +\frac{3}{32}\gamma^4+\frac{27}{32}e^4+\left(\frac{3875}{256}-3=\frac{2607}{256}\right)m^2e^2 \\ -\left(\frac{99}{8}-\frac{27}{4}=\frac{45}{8}\right)m^2\varepsilon'^2+\left(\frac{3}{4}+\frac{15}{4}+\frac{15}{8}=\frac{51}{8}\right)m^4+\frac{5}{2}b^4 \end{array}\right\}$$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{l} \sin gv \quad \gamma\left\{\begin{array}{l} -\frac{9}{32}m-\frac{9}{16}me^2+\frac{45}{64}m\varepsilon'^2+\frac{45}{32}me^2\varepsilon'^2-\frac{117}{512}m\varepsilon'^4+\frac{9}{32}me^2\gamma^2 \\ -\frac{9}{256}m\gamma^4-\frac{81}{256}me^4-\frac{7821}{2048}m^3e^2+\frac{135}{64}m^3\varepsilon'^2-\frac{153}{64}m^5-\frac{9}{128}m^2 \\ -\frac{9}{64}m^3e^2+\frac{45}{256}m^2\varepsilon'^2+\frac{819}{2048}m^3+\frac{819}{1024}m^3e^2-\frac{4095}{4096}m^3\varepsilon'^2-\frac{9}{16}me^2 \\ -\frac{9}{8}me^4+\frac{45}{32}me^2\varepsilon'^2+\frac{45}{64}m\varepsilon'^2+\frac{45}{32}me^2\varepsilon'^2-\frac{225}{128}m\varepsilon'^4+\frac{12441}{8192}m^4 \\ -\frac{603}{256}m^2e^2-\frac{81}{512}m^2\gamma^2+\frac{63}{32}m^3\varepsilon'^2+\frac{225439}{65536}m^5+\frac{45}{32}me^2\varepsilon'^2 \\ -\frac{4779}{1024}m^3e^2+\frac{9}{32}me^2\gamma^2-\frac{9}{256}m\gamma^4+\frac{20259}{4096}m^3\varepsilon'^2-\frac{81}{256}me^4 \\ -\frac{117}{512}m\varepsilon'^4-\frac{27}{2048}m^3\gamma^2-\frac{135}{256}mb^4-\frac{27}{32}m^3\left(\varepsilon'^2-E'^2\right)-\frac{15}{16}mb^4 \end{array}\right\} \\ \sin gv \quad \gamma\left(-\frac{9}{128}m^2\gamma^2-\frac{225}{512}m^4-\frac{6105}{4096}m^5+\frac{675}{512}m^3e^2+\frac{9}{1024}m^3\gamma^2\right) \end{array}\right.$$

Multiplicateur.... $2\cos 2Ev + c'mv \quad \epsilon'\left(-\frac{3}{8} - \frac{3}{4}e^2 + \frac{3}{64}\epsilon'^2\right)$

$$\text{Produit}\left\{\sin gv \quad \gamma\left\{\begin{array}{l} -\frac{9}{64}m\epsilon'^2 - \frac{171}{512}m^2\epsilon'^2 - \frac{981}{2048}m^3\epsilon'^2 - \frac{9}{32}me^2\epsilon'^2 \\ +\frac{9}{512}m\epsilon'^4 - \frac{9}{32}me^2\epsilon'^2 + \frac{9}{512}m\epsilon'^4 \end{array}\right.\right\}$$

Multiplicateur.... $2\cos 2Ev - c'mv \quad \epsilon'\left(\frac{21}{8} + \frac{21}{4}e^2 - \frac{369}{64}\epsilon'^2 + \frac{9}{2}m^2\right)$

$$\text{Produit}\left\{\sin gv \quad \gamma\left\{\begin{array}{l} -\frac{147}{64}m\epsilon'^2 - \frac{1365}{512}m^2\epsilon'^2 + \frac{105}{2048}m^3\epsilon'^2 - \frac{147}{32}me^2\epsilon'^2 \\ +\frac{2583}{512}m\epsilon'^4 - \frac{147}{32}me^2\epsilon'^2 + \frac{2583}{512}m\epsilon'^4 - \frac{63}{16}m^3\epsilon'^2 \end{array}\right.\right\}$$

Multiplicateur | Produit

$2\cos 2Ev - cv \quad e\left(-\frac{3}{2} - \frac{3}{2}m\right)\ldots\left\{\begin{array}{l}\sin gv \quad \gamma\left(-\frac{9}{2}m^2e^2 - \frac{45}{4}m^3e^2 - \frac{9}{2}m^3e^2\right) \\ \sin gv \quad \gamma\left(\frac{45}{16}m^3e^2\right)\end{array}\right.$

$2\cos 2Ev + cv \quad e\left(-\frac{3}{2} + \frac{3}{2}m\right)\ldots\left\{\sin gv \quad \gamma\left(\frac{3}{2}m^2e^2 + \frac{31}{16}m^3e^2 - \frac{3}{2}m^3e^2\right)\right.$

$2\cos 2Ev - 2c'mv \quad \epsilon'^2\left(\frac{51}{8}\right)\ldots\ldots\left\{\sin gv \quad \gamma\left(-\frac{2601}{256}m\epsilon'^4\right)\right.$

$2\cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left(\frac{15}{8}\right)\ldots\ldots\left\{\begin{array}{l}\sin gv \quad \gamma\left(\frac{225}{512}me^4\right) \\ \sin gv \quad \gamma\left(\frac{225}{128}me^4\right)\end{array}\right.$

Multiplicateur.... $2\cos 2Ev - 2gv \quad \gamma^2\left\{\begin{array}{l}\frac{3}{8} + \frac{3}{16}m - \frac{15}{16}\epsilon'^2 - \frac{3}{16}\gamma^2 \\ -\left(\frac{105}{32} - \frac{27}{16} = \frac{51}{32}\right)e^2 - \left(\frac{3}{4} - \frac{27}{512} = \frac{357}{512}\right)m^2\end{array}\right\}$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{l}\sin gv \quad \gamma\left\{\begin{array}{l}\frac{9}{64}m\gamma^2 + \frac{9}{128}m^2\gamma^2 - \frac{45}{128}m\epsilon'^2\gamma^2 - \frac{9}{128}m\gamma^4 - \frac{153}{256}me^2\gamma^2 - \frac{1071}{4096}m^3\gamma^2 \\ +\frac{9}{256}m^2\gamma^2 + \frac{9}{512}m^3\gamma^2 - \frac{819}{4096}m^3\gamma^2 + \frac{9}{32}me^2\gamma^2 - \frac{45}{128}m\epsilon'^2\gamma^2\end{array}\right\} \\ \sin gv \quad \gamma\left(\frac{9}{128}m\gamma^4\right)\end{array}\right.$$

Multiplicateur		Produit
$2\cos 2Ev + c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{3}{16}\right)\ldots\ldots$	$\Big\{ \sin gv \quad \gamma\left(\frac{9}{128} m\varepsilon'^2\gamma^2\right)$
$2\cos 2Ev - c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{21}{16}\right)\ldots\ldots$	$\Big\{ \sin gv \quad \gamma\left(\frac{147}{128} m\varepsilon'^2\gamma^2\right).$

La réunion de ces termes donne

$$(5) \ldots\ldots R_1 \delta s =$$

$$\sin gv \quad \gamma \left\{ \begin{array}{l}
-\frac{9}{32}m - \frac{9}{128}m^2 + \frac{819}{2048}m^3 + \frac{9}{64}m\gamma^2 - \left(\frac{9}{16}+\frac{9}{16}=\frac{9}{8}\right)me^2 \\
+\left(\frac{45}{64}+\frac{45}{64}-\frac{9}{64}-\frac{147}{64}=-\frac{33}{32}\right)m\varepsilon'^2 + \left(\frac{12411}{8192}-\frac{225}{512}=\frac{8811}{8192}\right)m^4 \\
+\left(\frac{171}{512}+\frac{1365}{512}-\frac{45}{256}-\frac{63}{32}=\frac{219}{256}\right)m^2\varepsilon'^2 - \left(\frac{9}{64}+\frac{603}{256}+\frac{9}{2}-\frac{3}{2}=\frac{1407}{256}\right)m^2e^2 \\
-\left(\frac{9}{128}+\frac{81}{512}-\frac{9}{128}-\frac{9}{256}=\frac{63}{512}\right)m^2\gamma^2 + \left(\frac{225139}{65536}-\frac{6105}{4096}-\frac{153}{64}=-\frac{28913}{65536}\right)m^5 \\
+\left\{ \begin{array}{l} \frac{675}{512}+\frac{45}{16}-\frac{135}{16}-\frac{45}{4}-\frac{9}{2}+\frac{45}{16}+\frac{81}{16} \\ -\frac{3}{2}-\frac{7821}{2048}+\frac{819}{1024}-\frac{4779}{1024}=-\frac{50161}{2048} \end{array} \right\} m^3e^2 \\
+\left(\frac{9}{128}+\frac{147}{128}-\frac{45}{128}-\frac{45}{128}=\frac{33}{64}\right)m\varepsilon'^2\gamma^2 \\
+\left(\frac{81}{8}-\frac{81}{8}-\frac{981}{2048}+\frac{105}{2048}-\frac{63}{16}+\frac{135}{64}-\frac{4095}{4096}+\frac{20259}{4096}=\frac{1781}{1024}\right)m^3\varepsilon'^2 \\
+\left(\frac{9}{1024}-\frac{1071}{4096}+\frac{9}{512}-\frac{819}{4096}-\frac{27}{2048}=-\frac{459}{1024}\right)m^3\gamma^2 \\
+\left(\frac{45}{32}-\frac{9}{32}-\frac{9}{32}-\frac{147}{32}-\frac{147}{32}+\frac{45}{32}+\frac{45}{32}+\frac{45}{32}=-\frac{33}{8}\right)me^2\varepsilon'^2 \\
+\left(\frac{225}{512}-\frac{225}{256}+\frac{225}{128}-\frac{81}{256}-\frac{9}{8}-\frac{81}{256}=-\frac{225}{512}\right)me^4 \\
-\left(\frac{9}{128}-\frac{9}{128}+\frac{9}{256}+\frac{9}{256}=\frac{9}{128}\right)m\gamma^4 - \left(\frac{135}{256}+\frac{15}{16}=\frac{375}{256}\right)mb^4 \\
+\left(\frac{9}{512}+\frac{9}{512}-\frac{2601}{256}+\frac{2583}{512}+\frac{2583}{512}-\frac{117}{512}-\frac{225}{128}-\frac{117}{512}=-\frac{9}{4}\right)m\varepsilon'^4 \\
+\left(\frac{9}{32}+\frac{9}{32}+\frac{9}{32}-\frac{153}{256}=\frac{63}{256}\right)me^2\gamma^2 - \frac{27}{32}m^3(\varepsilon'^2 - E'^2)
\end{array} \right\}.$$

46. Pour former les

Produits partiels de $-R_1 \frac{d.\delta s}{dv}$,

il faudra employer l'expression suivante de $\frac{d.\delta s}{dv}$, déduite des valeurs de δs données dans les pages 204-207 du second volume et dans la page 88 de celui-ci.

$$-\frac{d.\delta s}{dv}=$$

$$\cos gv + cv \qquad e\gamma\left(2.m^2\right)$$

$$\cos gv - 2cv \qquad e^2\gamma\left(-\frac{5}{8}\right)$$

$$\cos 2Ev - cv - gv \qquad e\gamma\left(-6.m^2\right)$$

$$\cos 2Ev - cv + gv \qquad e\gamma\left(\frac{15}{4}m^2\right)$$

$$\cos 2Ev + cv - gv \qquad e\gamma\left\{-2.m^2-\left(\frac{31}{12}-2=\frac{7}{12}\right)m^3\right\}$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv - gv \qquad \epsilon'^2\gamma\left(-\frac{51}{32}m\right)$$

$$\cos 2Ev - 2cv + gv \qquad e^2\gamma\left(-\frac{15}{64}m\right)$$

$$\cos 2Ev - 2cv - gv \qquad e^2\gamma\left(-\frac{15}{16}m\right)$$

$$\cos 2Ev - gv \quad \gamma\left\{\begin{array}{l}
-\frac{3}{8}m+\frac{21}{32}m^2+\frac{513}{512}m^3-\frac{3}{4}me^2+\frac{15}{16}m\epsilon'^2 \\
+\left(\frac{4147}{2048}-\frac{273}{256}+\frac{9}{128}-\frac{27}{256}=\frac{1891}{2048}\right)m^4-\frac{27}{128}m^2\gamma^2 \\
-\left(\frac{201}{64}-\frac{3}{2}=\frac{105}{64}\right)m^2e^2+\left(\frac{21}{8}-\frac{15}{8}=\frac{3}{4}\right)m^2\epsilon'^2 \\
+\left(\frac{225439}{49152}-\frac{4147}{1024}-\frac{819}{2048}-\frac{27}{1024}-\frac{819}{1024}=-\frac{33881}{49152}\right)m^5 \\
+\left(\frac{201}{32}+\frac{9}{16}+\frac{9}{16}-\frac{1593}{256}=\frac{303}{256}\right)m^3e^2+\frac{15}{8}me^2\epsilon'^2+\frac{3}{8}me^2\gamma^2 \\
+\left(\frac{6753}{1024}-\frac{21}{4}-\frac{45}{64}+\frac{27}{64}=\frac{1089}{1024}\right)m^3\epsilon'^2-\frac{3}{64}m\gamma^4-\frac{27}{64}me^4 \\
-\frac{39}{128}m\epsilon'^4-\frac{45}{64}mb^4+\left(\frac{27}{64}-\frac{9}{512}-\frac{9}{64}=\frac{135}{512}\right)m^3\gamma^2-\frac{9}{8}m^3(\epsilon'^2-E'^2)
\end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev + gv \qquad \gamma\left\{\begin{array}{l} \frac{225}{128}m^4 + \frac{9}{32}m^2\gamma^2 - \frac{675}{128}m^3e^2 \\ -\left(\frac{9}{256} + \frac{3}{16} = \frac{57}{256}\right)m^3\gamma^2 + \left(\frac{6105}{1024} - \frac{75}{64} = \frac{4905}{1024}\right)m^5 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv - gv \qquad \varepsilon'\gamma\left\{\begin{array}{l} \frac{3}{8}m + \left(\frac{57}{64} - \frac{3}{8} = \frac{33}{64}\right)m^2 \\ + \left(\frac{327}{256} - \frac{57}{64} - \frac{9}{32} = \frac{27}{256}\right)m^3 + \frac{3}{4}me^2 - \frac{3}{64}m\varepsilon'^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv - gv \qquad \varepsilon'\gamma\left\{\begin{array}{l} -\frac{7}{8}m + \left(\frac{21}{8} - \frac{65}{64} = \frac{103}{64}\right)m^2 \\ + \left(\frac{5}{256} + \frac{195}{64} + \frac{21}{32} = \frac{953}{256}\right)m^3 - \frac{7}{4}me^2 + \frac{123}{64}m\varepsilon'^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev - 3gv \qquad \gamma^3\left(-\frac{3}{16}m\right).$$

Les termes du multiplicateur R_1 se trouvent dans les pages 60, 288, 368-372 du second volume, et 74 de celui-ci.

Multiplicateur — Produit

$$2\sin cv \qquad e\left(-\frac{45}{16}m\right)\ldots\left\{\sin gv \quad \gamma\left(\frac{45}{8}m^3e^2\right)\right.$$

$$2\sin 2cv \qquad e^2\left(\frac{45}{32}m\right)\ldots\left\{\sin gv \quad \gamma\left(-\frac{225}{256}me^4\right)\right.$$

$$2\sin 2Ev - cv \qquad e\left(-\frac{3}{2}\right)\ldots\left\{\begin{array}{l} \sin gv \quad \gamma\left(9.m^3e^2\right) \\ \sin gv \quad \gamma\left(\frac{45}{8}m^3e^2\right) \end{array}\right.$$

$$2\sin 2Ev + cv \qquad e\left(-\frac{3}{2} + \frac{3}{2}m\right)\ldots\left\{\sin gv \quad \gamma\left(3.m^2e^2 + \frac{7}{8}m^3e^2 - 3.m^3e^2\right)\right.$$

$$2\sin 2Ev - 2c'mv \qquad \varepsilon'^2\left(\frac{51}{8}\right)\ldots\left\{\sin gv \quad \gamma\left(-\frac{2601}{256}m\varepsilon'^4\right)\right.$$

$$2\sin 2Ev - 2cv \qquad e^2\left(\frac{15}{8}\right)\ldots\left\{\begin{array}{l} \sin gv \quad \gamma\left(\frac{225}{512}me^4\right) \\ \sin gv \quad \gamma\left(-\frac{225}{128}me^4\right) \end{array}\right.$$

Multiplicateur .... $2 \sin 2Ev \left\{ \begin{array}{l} \frac{3}{4} + \frac{3}{2}e^2 - \frac{15}{8}\varepsilon'^2 - \frac{15}{4}e^2\varepsilon'^2 - \frac{3}{4}e^2\gamma^2 + \frac{39}{64}\varepsilon'^4 \\ + \frac{3}{32}\gamma^4 + \frac{27}{32}e^4 + \frac{5}{16}b^4 + \frac{9}{8}m^2 - \frac{45}{8}m^2\varepsilon'^2 + \frac{2607}{256}m^2e^2 \end{array} \right\}$

$$\text{Produit} \left\{ \begin{array}{l} \sin gv \;\; \gamma \left(\begin{array}{l} - \frac{9}{32}m - \frac{9}{16}me^2 + \frac{45}{64}m\varepsilon'^2 + \frac{45}{32}me^2\varepsilon'^2 + \frac{9}{32}me^2\gamma^2 - \frac{117}{512}m\varepsilon'^4 \\ - \frac{9}{256}m\gamma^4 - \frac{81}{256}me^4 - \frac{15}{128}mb^4 - \frac{27}{64}m^5 + \frac{135}{64}m^3\varepsilon'^2 - \frac{7821}{2048}m^3e^2 \\ + \frac{63}{128}m^2 + \frac{63}{64}m^2e^2 - \frac{315}{256}m^2\varepsilon'^2 + \frac{1539}{2048}m^3 + \frac{1539}{1024}m^3e^2 - \frac{7695}{4096}m^3\varepsilon'^2 \\ - \frac{9}{16}me^2 - \frac{9}{8}me^4 + \frac{45}{32}me^2\varepsilon'^2 + \frac{45}{64}m\varepsilon'^2 + \frac{45}{32}me^2\varepsilon'^2 - \frac{225}{128}m\varepsilon'^4 \\ + \frac{5673}{8192}m^4 - \frac{81}{512}m^2\gamma^2 - \frac{315}{256}m^2e^2 + \frac{9}{16}m^2\varepsilon'^2 - \frac{33881}{65536}m^5 + \frac{909}{1024}m^3e^2 \\ + \frac{45}{32}me^2\varepsilon'^2 + \frac{9}{32}me^2\gamma^2 + \frac{3267}{4096}m^3\varepsilon'^2 - \frac{9}{256}m\gamma^4 - \frac{81}{256}me^4 \\ - \frac{117}{512}m\varepsilon'^4 - \frac{135}{256}mb^4 + \frac{405}{2048}m^3\gamma^2 - \frac{27}{32}m^3(\varepsilon'^2 - E'^2) \end{array} \right) \\ \sin gv \;\; \gamma \left\{ - \frac{675}{512}m^4 - \frac{27}{128}m^2\gamma^2 + \frac{2025}{512}m^3e^2 + \frac{171}{1024}m^3\gamma^2 - \frac{14715}{4096}m^5 \right\} \end{array} \right.$$

Multiplicateur | Produit

$2 \sin 2Ev + c'mv - 2gv \;\; \varepsilon'\gamma^2 \left(- \frac{3}{16} \right)$ .... $\left\{ \sin gv \;\; \gamma \left(\frac{9}{128} m\varepsilon'^2\gamma^2 \right) \right.$

$2 \sin 2Ev - c'mv - 2gv \;\; \varepsilon'\gamma^2 \left(\frac{21}{16} \right)$ .... $\left\{ \sin gv \;\; \gamma \left(\frac{147}{128} m\varepsilon'^2\gamma^2 \right) \right.$

Multiplicateur . . . . $2 \sin 2Ev + c'mv \;\; \varepsilon' \left(- \frac{3}{8} - \frac{3}{4}e^2 + \frac{3}{64}\varepsilon'^2 \right)$

$$\text{Produit} \left\{ \sin gv \;\; \gamma \left\{ \begin{array}{l} - \frac{9}{64}m\varepsilon'^2 - \frac{99}{512}m^2\varepsilon'^2 - \frac{81}{2048}m^3\varepsilon'^2 - \frac{9}{32}me^2\varepsilon'^2 \\ + \frac{9}{512}m\varepsilon'^4 - \frac{9}{32}me^2\varepsilon'^2 + \frac{9}{512}m\varepsilon'^4 \end{array} \right\} \right.$$

Multiplicateur . . . . $2 \sin 2Ev - c'mv \;\; \varepsilon' \left(\frac{21}{8} + \frac{21}{4}e^2 - \frac{369}{64}\varepsilon'^2 + \frac{9}{2}m^2 \right)$

$$\text{Produit} \left\{ \sin gv \;\; \gamma \left\{ \begin{array}{l} - \frac{147}{32}m\varepsilon'^2 + \frac{2163}{256}m^2\varepsilon'^2 + \frac{20013}{2048}m^3\varepsilon'^2 - \frac{147}{32}me^2\varepsilon'^2 \\ + \frac{2583}{512}m\varepsilon'^4 - \frac{147}{32}me^2\varepsilon'^2 + \frac{2583}{512}m\varepsilon'^4 - \frac{63}{16}m^3\varepsilon'^2 \end{array} \right\} \right.$$

Multiplicateur .... $2\sin 2Ev - 2gv\ \ \gamma^2\left(\frac{3}{8}+\frac{3}{16}m-\frac{411}{512}m^2-\frac{51}{32}e^2-\frac{15}{16}e'^2-\frac{3}{16}\gamma^2\right)$

Produit

$$\left\{\begin{array}{l}\sin gv\ \ \gamma\left\{\begin{array}{l}\frac{9}{64}m\gamma^2+\frac{9}{128}m^2\gamma^2-\frac{1233}{4096}m^3\gamma^2-\frac{153}{256}me^2\gamma^2-\frac{45}{128}me'^2\gamma^2-\frac{9}{128}m\gamma^4\\-\frac{63}{256}m^2\gamma^2-\frac{63}{512}m^3\gamma^2+\frac{9}{32}me^2\gamma^2-\frac{45}{128}me'^2\gamma^2-\frac{1539}{4096}m^3\gamma^2\end{array}\right\}\\ \sin gv\ \ \gamma\left(-\frac{9}{128}m\gamma^4\right)\end{array}\right.$$

La réunion de ces termes donne

$$(6)\ \ldots\ldots\ -R_{,}\frac{d.\delta s}{dv}=$$

$$\sin gv\ \ \gamma\left\{\begin{array}{l}-\frac{9}{32}m+\frac{63}{128}m^2+\frac{1539}{2048}m^3+\frac{9}{64}m\gamma^2-\left(\frac{9}{16}+\frac{9}{16}=\frac{9}{8}\right)me^2\\+\left(\frac{45}{64}+\frac{45}{64}-\frac{9}{64}-\frac{147}{64}=-\frac{33}{32}\right)me'^2+\left(\frac{5673}{8192}-\frac{675}{512}=-\frac{5127}{8192}\right)m^4\\+\left(\frac{9}{16}-\frac{315}{256}-\frac{99}{512}+\frac{2163}{512}=\frac{861}{256}\right)m^2e'^2+\left(3-\frac{315}{256}+\frac{63}{64}=\frac{705}{256}\right)m^2e^2\\-\left(\frac{81}{512}+\frac{27}{128}+\frac{63}{256}-\frac{9}{128}=\frac{279}{512}\right)m^2\gamma^2-\left(\frac{27}{64}+\frac{33881}{65536}+\frac{14715}{4096}=\frac{296969}{65536}\right)m^5\\+\left(\frac{45}{8}+9+\frac{45}{8}+\frac{7}{8}-3-\frac{7821}{2048}+\frac{1539}{1024}+\frac{909}{1024}+\frac{2025}{512}=\frac{42295}{2048}\right)m^3e^2\\+\left(\frac{135}{64}-\frac{7695}{4096}+\frac{3267}{4096}-\frac{81}{2048}+\frac{20013}{1024}-\frac{63}{16}=\frac{6987}{1024}\right)m^3e'^2\\+\left(\frac{405}{2048}+\frac{171}{1024}-\frac{1233}{4096}-\frac{63}{512}-\frac{1539}{4096}=-\frac{891}{2048}\right)m^3\gamma^2\\+\left(\frac{9}{128}+\frac{147}{128}-\frac{45}{128}-\frac{45}{128}=\frac{33}{64}\right)me'^2\gamma^2-\left(\frac{135}{256}+\frac{15}{128}=\frac{165}{256}\right)\ mb^4\\-\left(\frac{225}{256}-\frac{225}{512}+\frac{225}{128}+\frac{81}{256}+\frac{9}{8}+\frac{81}{256}=\frac{2025}{512}\right)me^4\\+\left(\frac{9}{512}-\frac{2601}{256}-\frac{117}{512}-\frac{225}{128}-\frac{147}{512}+\frac{9}{512}+\frac{2583}{512}+\frac{2583}{512}=-\frac{9}{4}\right)me'^4\\-\left(\frac{9}{256}+\frac{9}{256}+\frac{9}{128}+\frac{9}{128}=\frac{27}{128}\right)m\gamma^4+\left(\frac{9}{32}+\frac{9}{32}+\frac{9}{32}-\frac{153}{256}=\frac{63}{256}\right)me^2\gamma^2\\+\left(\frac{45}{32}+\frac{45}{32}+\frac{45}{32}+\frac{45}{32}-\frac{9}{32}-\frac{9}{32}-\frac{147}{32}-\frac{147}{32}=-\frac{33}{8}\right)me^2e'^2-\frac{27}{32}m^3(e'^2-E'^2)\end{array}\right\}.$$

47. Pour former les

Produits partiels de $-2\left(\frac{d^2.\delta s}{dv^2}+\delta s\right)\int R_{,}dv$,

il faudra employer l'expression suivante de $-\left(\frac{d^2.\delta s}{dv^2}+\delta s\right)$, déduite des équations différentielles en δs posées dans les pages 200-204 du second volume, et dans les pages 83-87 de celui-ci.

$$-\left(\frac{d^2.\delta s}{dv^2}+\delta s\right)=$$

$$\sin gv+cv \quad e\gamma\left(-3.m^2\right)$$

$$\sin gv-cv \quad e\gamma\left(-3.m^2\right)$$

$$\sin 2Ev-gv \quad \gamma\left\{\begin{array}{l} -\frac{3}{2}m^2+\frac{9}{16}m^3+\left(\frac{57}{16}+\frac{9}{64}=\frac{237}{64}\right)m^4-3.m^2e^2+\frac{15}{4}m^2e'^2 \\ +\left(\frac{1189}{128}-\frac{819}{1024}=\frac{8693}{1024}\right)m^5-\left(\frac{207}{16}-\frac{9}{8}=\frac{189}{16}\right)m^3e^2 \\ +\left(\frac{279}{32}-\frac{45}{32}=\frac{117}{16}\right)m^3e'^2-\frac{9}{16}m^3\gamma^2 \end{array}\right\}$$

$$\sin 2Ev+gv \quad \gamma\left\{-\frac{3}{4}m^2\gamma^2-\frac{75}{16}m^4+\frac{225}{16}m^3e^2+\frac{39}{32}m^3\gamma^2-\frac{1135}{128}m^5\right\}$$

$$\sin 2Ev+c'mv-gv \quad e'\gamma\left\{\ \frac{3}{4}m^2+\left(\ \frac{81}{32}-\frac{9}{16}=\frac{63}{32}\right)m^3\right\}$$

$$\sin 2Ev-c'mv-gv \quad e'\gamma\left\{-\frac{21}{4}m^2+\left(-\frac{27}{32}+\frac{21}{16}=\frac{15}{32}\right)m^3\right\}$$

$$\sin 2Ev-cv+gv \quad e\gamma\left(-\frac{45}{8}m^3\right)$$

$$\sin 2Ev-cv-gv \quad e\gamma\left(\ 3.m^2+\frac{15}{2}m^3\right)$$

$$\sin 2Ev+cv-gv \quad e\gamma\left(\ 3.m^2-\frac{33}{8}m^3\right)$$

$$\sin 2Ev-2cv+gv \quad e^2\gamma\left(-\frac{15}{16}m^2\right)$$

$$\sin 2Ev-2cv-gv \quad e^2\gamma\left(-\frac{15}{4}m^2\right)$$

$$\sin 2Ev-3gv \quad \gamma^3\left(-\frac{3}{4}m^2\right).$$

On prendra les termes du multiplicateur $\int R_{,} dv$ dans les pag. 61, 375-378 du second volume.

Multiplicateur — Produit

$$2\cos cv \qquad e\left(\frac{45}{8}m\right)\dots\begin{cases}\sin gv & \gamma\left(-\frac{135}{8}m^3e^2\right)\\ \sin gv & \gamma\left(-\frac{135}{8}m^3e^2\right).\end{cases}$$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev$ $\begin{Bmatrix}-\frac{3}{4}-\frac{3}{4}m-\frac{3}{4}m^2-\frac{3}{2}e^2\\ +\frac{15}{8}\epsilon'^2-\frac{3}{4}m^3-\frac{3}{2}me^2+\frac{15}{8}m\epsilon'^2\end{Bmatrix}$

Produit

$$\sin gv\ \ \gamma\begin{Bmatrix}-\frac{9}{8}m^2+\frac{27}{64}m^3+\frac{711}{256}m^4-\frac{9}{4}m^2e^2+\frac{45}{16}m^2\epsilon'^2+\frac{26079}{4096}m^5\\ -\frac{567}{64}m^3e^2+\frac{351}{64}m^3\epsilon'^2-\frac{27}{64}m^3\gamma^2-\frac{9}{8}m^3+\frac{27}{64}m^4+\frac{711}{256}m^5\\ -\frac{9}{4}m^3e^2+\frac{45}{16}m^3\epsilon'^2-\frac{9}{8}m^4+\frac{27}{64}m^5-\frac{9}{4}m^2e^2+\frac{27}{32}m^3e^2+\frac{45}{16}m^2\epsilon'^2\\ -\frac{135}{128}m^3\epsilon'^2-\frac{9}{8}m^5-\frac{9}{4}m^3e^2+\frac{45}{16}m^3\epsilon'^2\end{Bmatrix}$$

$$\sin gv\ \ \gamma\begin{Bmatrix}\frac{9}{16}m^2\gamma^2+\frac{225}{64}m^4+\frac{3405}{512}m^5-\frac{675}{64}m^3e^2\\ -\frac{117}{128}m^3\gamma^2+\frac{9}{16}m^3\gamma^2+\frac{225}{64}m^5\end{Bmatrix}$$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev+c'mv \quad \epsilon'\left(\frac{3}{8}+\frac{3}{16}m\right)$

Produit $\sin gv \quad \gamma\left(-\frac{9}{32}m^2\epsilon'^2-\frac{189}{256}m^3\epsilon'^2-\frac{9}{64}m^3\epsilon'^2\right)$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev-c'mv \quad \epsilon'\left(-\frac{21}{8}-\frac{63}{16}m\right)$

Produit $\sin gv \quad \gamma\left(-\frac{441}{64}m^2\epsilon'^2+\frac{315}{256}m^3\epsilon'^2-\frac{1323}{64}m^3\epsilon'^2\right)$

Multiplicateur | Produit

$$2\cos 2Ev - cv \quad e\left(3 + 9.m\right)\ldots\begin{cases} \sin gv \quad \gamma\left(-\frac{135}{8}m^3e^2\right) \\ \sin gv \quad \gamma\left(-\ 9.m^2e^2 - \frac{45}{2}m^3e^2 - 27.m^3e^2\right)\end{cases}$$

$$2\cos 2Ev + cv \quad e\left(1 - \frac{1}{3}m\right)\ldots\left\{\sin gv \quad \gamma\left(-\ 3.m^2e^2 + \frac{33}{8}m^3e^2 + m^3e^2\right)\right.$$

$$2\cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left(\frac{15}{8}.m^{-1}\right)\ldots\begin{cases} \sin gv \quad \gamma\left(-\frac{225}{128}me^4\right) \\ \sin gv \quad \gamma\left(\ \frac{225}{32}me^4\right)\end{cases}$$

$$\text{Multiplicateur} \ldots\ldots 2\cos 2Ev - 2gv \quad \gamma^2\left\{\begin{matrix} \frac{3}{8}.m^{-1} - \frac{3}{32}.m^0 - \frac{321}{512}m \\ -\frac{51}{32}e^2.m^{-1} - \frac{15}{16}\varepsilon'^2.m^{-1} - \frac{3}{16}\gamma^2.m^{-1}\end{matrix}\right\}$$

$$\text{Produit}\begin{cases} \sin gv \quad \gamma\left\{\begin{matrix} -\frac{9}{16}m\gamma^2 + \frac{27}{128}m^2\gamma^2 + \frac{711}{512}m^3\gamma^2 - \frac{9}{8}me^2\gamma^2 + \frac{45}{32}m\varepsilon'^2\gamma^2 + \frac{9}{64}m^2\gamma^2 \\ -\frac{27}{512}m^3\gamma^2 + \frac{963}{1024}m^3\gamma^2 + \frac{153}{64}me^2\gamma^2 + \frac{45}{32}m\varepsilon'^2\gamma^2 + \frac{9}{32}m\gamma^4\end{matrix}\right\} \\ \sin gv \quad \gamma\left(\ \frac{9}{32}m\gamma^4\right)\end{cases}$$

Multiplicateur | Produit

$$2\cos 2Ev + c'mv - 2gv \quad \varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{3}{8}.m^{-1}\right)\ldots\ldots\left\{\sin gv \quad \gamma\left(-\frac{9}{32}m\varepsilon'^2\gamma^2\right)\right.$$

$$2\cos 2Ev - c'mv - 2gv \quad \varepsilon'\gamma^2\left(\ \frac{7}{8}.m^{-1}\right)\ldots\ldots\left\{\sin gv \quad \gamma\left(-\frac{147}{32}m\varepsilon'^2\gamma^2\right)\right.$$

La réunion de ces produits partiels donne

$$(7) \;\ldots\ldots\; -2\left(\frac{d^2.\delta s}{dv^2}+\delta s\right)\int R_{,}dv =$$

$$\sin gv \;\; \gamma \left\{\begin{array}{l}
-\frac{9}{8}m^2+\left(\frac{27}{64}-\frac{9}{8}=-\frac{45}{64}\right)m^3-\frac{9}{16}m\gamma^2+\left(\frac{711}{256}+\frac{27}{64}-\frac{9}{8}+\frac{225}{64}=\frac{1431}{256}\right)m^4 \\
-\left(\frac{9}{4}+\frac{9}{4}+9+3=\frac{33}{2}\right)m^2e^2-\left(\frac{9}{32}+\frac{441}{64}-\frac{45}{16}-\frac{45}{16}=\frac{135}{16}\right)m^2e'^2 \\
+\left(\frac{9}{16}+\frac{27}{128}+\frac{9}{64}=\frac{117}{128}\right)m^2\gamma^2 \\
+\left(\frac{26079}{4096}+\frac{711}{256}+\frac{27}{64}-\frac{9}{8}+\frac{3105}{512}+\frac{225}{64}=\frac{76215}{4096}\right)m^5 \\
+\left\{\begin{array}{l} \frac{27}{32}-\frac{567}{64}-\frac{9}{4}-\frac{9}{4}-\frac{675}{64}-\frac{135}{8}-\frac{45}{2} \\ -27+\frac{33}{8}+1-\frac{135}{8}-\frac{135}{8}=-\frac{1889}{16} \end{array}\right\}m^3e^2 \\
+\left(\frac{351}{64}+\frac{45}{16}-\frac{135}{128}+\frac{45}{16}-\frac{189}{256}-\frac{9}{64}+\frac{315}{256}-\frac{1323}{64}=-\frac{657}{64}\right)m^3e'^2 \\
+\left(\frac{9}{16}-\frac{117}{128}-\frac{27}{64}+\frac{711}{512}-\frac{27}{512}+\frac{963}{1024}=\frac{1539}{1024}\right)m^3\gamma^2 \\
+\left(\frac{225}{32}-\frac{225}{128}=\frac{675}{128}\right)me^4+\left(\frac{46}{32}+\frac{45}{32}-\frac{9}{32}-\frac{117}{32}=-\frac{33}{16}\right)me'^2\gamma^2 \\
+\left(\frac{9}{32}+\frac{9}{32}=\frac{9}{16}\right)m\gamma^4+\left(\frac{153}{64}-\frac{9}{8}=\frac{81}{64}\right)me^2\gamma^2
\end{array}\right\}$$

Enfin, si l'on fait le produit de

$$-2P.\gamma \sin gv = 2\sin gv \;\; \gamma\left(-\frac{3}{2}m^2\right)$$

par

$$-\int R_{,}dv = \cos 2gv \;\; \gamma^2\left(-\frac{9}{32}m\right)$$

(Voyez p. 289 du second volume) il viendra

$$(8) \;\ldots\ldots\; 2P.\gamma \sin gv.\int R_{,}dv = \sin gv \;\; \gamma\left(-\frac{27}{64}m^3\gamma^2\right).$$

48. La réunion des termes compris dans la fonction

$$\mu^2\{(1)+(2)\;\ldots\ldots\;(8)\}$$

fournit l'équation différentielle suivante

$$-\frac{d^2.\delta s}{dv^2}-\left(1+\frac{3}{2}\mu^2\right)\delta s=$$

$$\sin gv\cdot\gamma\mu^2\left\{\begin{aligned}
&-\frac{P}{\mu^2}+\frac{3}{2}-\frac{9}{16}m-\frac{237}{64}m^2+3.e^2-\frac{3}{4}\gamma^2+\frac{9}{4}\varepsilon'^2-\frac{10229}{1024}m^3+\frac{189}{16}me^2\\
&+\frac{27}{32}m\gamma^2-\frac{33}{16}m\varepsilon'^2-\left(\frac{75}{32}-\frac{27}{16}=\frac{21}{32}\right)e^4+\frac{9}{16}\gamma^4+\frac{45}{16}\varepsilon'^4+\frac{45}{16}b^4+\frac{27}{16}e^2\gamma^2\\
&+\frac{9}{2}e^2\varepsilon'^2-\frac{9}{8}\varepsilon'^2\gamma^2+\left(\frac{15}{2}+\frac{123}{32}-\frac{689}{24}+\frac{8841}{8192}-\frac{5127}{8192}+\frac{1431}{256}=-\frac{139117}{12288}\right)m^4\\
&+\left(\frac{27}{4}-\frac{135}{64}-\frac{45}{2}-\frac{219}{256}+\frac{861}{256}-\frac{135}{16}=-\frac{3045}{128}\right)m^2\varepsilon'^2\\
&+\left(\frac{3375}{128}-\frac{1443}{128}+\frac{4449}{64}-\frac{1407}{256}+\frac{705}{256}-\frac{33}{2}=\frac{8367}{128}\right)m^2e^2\\
&+\left(\frac{3}{2}-\frac{27}{64}+\frac{357}{128}-\frac{177}{128}-\frac{63}{512}-\frac{279}{512}+\frac{117}{128}=\frac{699}{256}\right)m^2\gamma^2\\
&+\left(\frac{95}{2}+\frac{8733}{512}-\frac{8579}{144}-\frac{28913}{65536}-\frac{296969}{65536}+\frac{76215}{4096}=\frac{2609747}{294912}\right)m^5\\
&+\left(\frac{39825}{256}-\frac{5967}{128}+\frac{267173}{1024}-\frac{50161}{2048}+\frac{42295}{2048}-\frac{1889}{16}=\frac{63477}{256}\right)m^3e^2\\
&+\left(\frac{19207}{2048}-\frac{9}{2}-\frac{27}{128}-\frac{6163}{2048}-\frac{459}{1024}-\frac{891}{2048}-\frac{27}{64}+\frac{1539}{1024}=\frac{3801}{2048}\right)m^3\gamma^2\\
&+\left(\frac{1707}{128}-\frac{4995}{32}+\frac{1781}{1024}+\frac{6987}{1024}-\frac{657}{64}=-\frac{73989}{512}\right)m^3\varepsilon'^2\\
&+\left(\frac{819}{128}-\frac{2025}{128}-\frac{2043}{128}+\frac{63}{256}+\frac{63}{256}+\frac{81}{64}=-\frac{189}{8}\right)me^2\gamma^2\\
&+\left(\frac{2025}{256}-\frac{225}{64}-\frac{225}{512}-\frac{2025}{512}+\frac{675}{128}=\frac{675}{128}\right)me^4\\
&+\left(\frac{33}{32}+\frac{99}{32}+\frac{33}{64}+\frac{33}{64}-\frac{33}{16}=\frac{99}{32}\right)m\varepsilon'^2\gamma^2-\left(\frac{9}{4}+\frac{9}{4}=\frac{9}{2}\right)m\varepsilon'^4\\
&+\left(\frac{825}{16}-\frac{33}{8}-\frac{33}{8}=\frac{693}{16}\right)me^2\varepsilon'^2-\left(\frac{9}{8}+\frac{9}{128}+\frac{27}{128}-\frac{9}{16}=\frac{27}{32}\right)m\gamma^4\\
&+\left(\frac{2475}{256}-\frac{375}{256}-\frac{165}{256}=\frac{1935}{256}\right)mb^4-\left(\frac{27}{32}+\frac{27}{32}=\frac{27}{16}\right)m^3(\varepsilon'^2-E'^2).
\end{aligned}\right.$$

D'après les formules exposées dans les pages 242, 244, 822, 852 du second volume, nous avons

$$\mu^2=(1+\zeta')\left(m^2-\frac{171}{32}m^4-\frac{675}{64}m^4e^2-\frac{431}{16}m^3+\frac{45}{32}m^3\gamma^2-\frac{5985}{128}m^3e^2\right)$$

$$\zeta'=3.m^2\quad\left(\varepsilon'^2-E'^2\right).$$

Donc en substituant cette valeur de μ^2, et égalant à zéro le coefficient de $\gamma \sin gv$ qu'on voit dans le second membre de l'équation précédente, il viendra ;

$$P = \left\{ \begin{array}{l} \frac{3}{2}m^2 - \frac{9}{16}m^3 - \frac{237}{64}m^4 - \frac{10229}{1024}m^5 - \left(\frac{513}{64} + \frac{139117}{12288} = \frac{237613}{12288}\right)m^6 \\ -\left(\frac{1293}{32} - \frac{1539}{512} - \frac{2609747}{294912} = \frac{8420077}{294912}\right)m^7 \end{array} \right\}$$

$$+ \left\{ \begin{array}{l} \frac{9}{4}m^2 - \frac{33}{16}m^3 - \left(\frac{3045}{128} - \frac{9}{2} = \frac{2469}{128}\right)m^4 + \frac{9}{2}m^2e^2 - \frac{9}{8}m^2\gamma^2 \\ -\left(\frac{73989}{512} + \frac{27}{16} + \frac{27}{16} = \frac{75717}{512}\right)m^5 + \frac{693}{16}m^3e^2 + \frac{99}{32}m^3\gamma^2 \end{array} \right\}(\varepsilon'^2 - E'^2)$$

$$+ \left\{ \frac{45}{16}m^2 - \frac{9}{2}m^3 \right\}(\varepsilon'^4 - E'^4)$$

$$+ e^2 \left\{ \begin{array}{l} 3.m^2 + \frac{189}{16}m^3 + \left(\frac{8367}{128} - \frac{2025}{128} = \frac{3171}{64}\right)m^4 \\ +\left(\frac{63477}{256} - \frac{17955}{256} + \frac{6075}{1024} = \frac{188163}{1024}\right)m^5 \end{array} \right\}$$

$$+ \gamma^2 \left\{ -\frac{3}{4}m^2 + \frac{27}{32}m^3 + \frac{699}{256}m^4 + \left(\frac{3801}{2048} + \frac{135}{64} = \frac{8121}{2048}\right)m^5 \right\}$$

$$+ E'^2 \left\{ \frac{9}{4}m^2 - \frac{33}{16}m^3 - \frac{3045}{128}m^4 - \frac{73989}{512}m^5 \right\} + e^2E'^2 \left\{ \frac{9}{2}m^2 + \frac{693}{16}m^3 \right\}$$

$$+ \gamma^2E'^2 \left\{ -\frac{9}{8}m^2 + \frac{99}{32}m^3 \right\} + e^2\gamma^2 \left\{ \frac{27}{16}m^2 - \frac{189}{8}m^3 \right\} + e^4 \left\{ -\frac{21}{32}m^2 + \frac{675}{128}m^3 \right\}$$

$$+ E'^4 \left\{ \frac{45}{16}m^2 - \frac{9}{2}m^3 \right\} + \gamma^4 \left\{ \frac{9}{16}m^2 - \frac{27}{32}m^3 \right\} + b^4 \left\{ \frac{45}{16}m^2 + \frac{1935}{256}m^3 \right\};$$

d'où on tire ;

$$P^2 = \frac{9}{4}m^4 - \frac{27}{16}m^5 - \left(\frac{711}{64} - \frac{81}{256} = \frac{2763}{256}\right)m^6 + \frac{27}{4}m^4E'^2 + 9.m^4e^2 - \frac{9}{4}m^4\gamma^2$$
$$-\left(\frac{30687}{1024} - \frac{2133}{512} = \frac{26421}{1024}\right)m^7 - \left(\frac{99}{16} + \frac{81}{32} = \frac{279}{32}\right)m^5E'^2 + \left(\frac{81}{32} + \frac{27}{32} = \frac{27}{8}\right)m^5\gamma^2$$
$$+\left(\frac{567}{16} - \frac{27}{8} = \frac{513}{16}\right)m^5e^2 + \left\{\frac{27}{4}m^4 - \left(\frac{99}{16} + \frac{81}{32} = \frac{279}{32}\right)m^5\right\}(\varepsilon'^2 - E'^2);$$

$$P^3 = \frac{27}{8}m^6 - \left(\frac{81}{32} + \frac{81}{64} = \frac{243}{64}\right)m^7.$$

Mais nous avons l'équation (Voyez p. 36 du second volume);

$$gv - \int \theta dv = v + \int \left(\frac{1}{2} P - \frac{1}{8} P^2 + \frac{1}{16} P^3 - \text{etc.} \right) dv\,;$$

partant

$$g = \left\{ \begin{array}{l} 1 + \frac{3}{4} m^2 - \frac{9}{32} m^3 - \left(\frac{237}{128} + \frac{9}{32} = \frac{273}{128} \right) m^4 - \left(\frac{10229}{2018} - \frac{27}{128} = \frac{9797}{2048} \right) m^5 \\ - \left(\frac{237613}{24576} - \frac{27}{128} - \frac{2763}{2048} = \frac{199273}{24576} \right) m^6 \\ - \left(\frac{8420077}{589824} - \frac{26421}{8192} + \frac{243}{1024} = \frac{6657733}{589824} \right) m^7 \end{array} \right\}$$

$$+ \; e^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{3}{2} m^2 + \frac{189}{32} m^3 + \left(\frac{3171}{128} - \frac{9}{8} = \frac{3027}{128} \right) m^4 \\ + \left(\frac{188163}{2018} - \frac{513}{128} = \frac{179955}{2048} \right) m^5 \end{array} \right\}$$

$$+ \; \gamma^2 \left\{ - \frac{3}{8} m^2 + \frac{27}{64} m^3 + \left(\frac{699}{512} + \frac{9}{32} = \frac{843}{512} \right) m^4 + \left(\frac{8121}{4096} - \frac{27}{64} = \frac{6393}{4096} \right) m^5 \right\}$$

$$+ \; E'^2 \left\{ \frac{9}{8} m^2 - \frac{33}{32} m^3 - \left(\frac{3045}{256} + \frac{27}{32} = \frac{3261}{256} \right) m^4 - \left(\frac{73989}{1024} - \frac{279}{256} = \frac{72873}{1024} \right) m^5 \right\}$$

$$+ \; e^2\gamma^2 \left\{ \frac{27}{32} m^2 - \frac{189}{16} m^3 \right\} + e^2 E'^2 \left\{ \frac{9}{4} m^2 + \frac{693}{32} m^3 \right\} + E'^2 \gamma^2 \left\{ - \frac{9}{16} m^2 + \frac{99}{64} m^3 \right\}$$

$$+ \; e^4 \left\{ - \frac{21}{64} m^2 + \frac{675}{256} m^3 \right\} + \gamma^4 \left\{ \frac{9}{32} m^2 - \frac{27}{64} m^3 \right\} + E'^4 \left\{ \frac{45}{32} m^2 - \frac{9}{4} m^3 \right\}$$

$$+ \; b^2 \left\{ \frac{45}{32} m^2 + \frac{1935}{512} m^3 \right\}.$$

$$\int \theta dv = \left\{ \begin{array}{l} \frac{9}{8} m^2 - \frac{33}{32} m^3 - \left(\frac{2469}{256} + \frac{27}{32} = \frac{2685}{256} \right) m^4 + \frac{9}{4} m^3 e^2 - \frac{9}{16} m^3 \gamma^2 \\ - \left(\frac{75717}{1024} - \frac{279}{256} = \frac{74601}{1024} \right) m^5 + \frac{693}{32} m^3 e^2 + \frac{99}{64} m^3 \gamma^2 \end{array} \right\} . \int (E'^2 - \varepsilon'^2) dv$$

$$+ \left\{ \frac{45}{32} m^2 - \frac{9}{4} m^3 \right\} . \int (E'^4 - \varepsilon'^4) dv.$$

49. Remarquons maintenant, que la partie $1+\frac{3}{4}m^2-\frac{9}{32}m^3$ de l'expression de g coïncide, non seulement avec le développement de la fonction $\sqrt{1+\frac{3}{2}m^2-\frac{9}{16}m^3}$, mais aussi avec le développement de la fonction

$$1+m\left(\sqrt{1+\frac{3}{2}m}-1\right).$$

Il est vrai, que cette coïncidence cesse au delà des trois premiers termes; mais il est remarquable qu'on puisse ainsi concentrer les deux premiers termes du mouvement $(1-g)v$ du nœud dans la formule algébrique $-m\left(\sqrt{1+\frac{3}{2}m}-1\right)v$, qui surpasse en simplicité la formule

$$\left(1-\sqrt{1+\frac{3}{2}m^2-\frac{9}{16}m^3}\right)v$$

qu'on obtient par l'analyse précédente, en négligeant les quantités du quatrième ordre.

En appliquant une réflexion analogue à la série

$$c=\sqrt{1-\frac{3}{2}m^2-\frac{225}{16}m^3-\text{ etc.}},$$

qui détermine le mouvement $(1-c)v$ du périgée, il est visible qu'on ne saurait la faire coïncider, au delà du second terme, avec une formule de la forme $1+m\left\{\sqrt{1-im}-1\right\}$, en prenant pour i un nombre absolu: mais on reconnait aisément, que la fonction

$$1+m\left\{\sqrt{1-\frac{3}{2}m-\frac{27}{2}m^2}-1\right\},$$

a les trois premiers termes de son développement identiques avec ceux qu'on obtient en développant la fonction

$$c=\sqrt{1-\frac{3}{2}m^2-\frac{225}{16}m^3}.$$

Ces deux transformations ne sont pas un simple jeu d'analyse; il est facile de faire voir qu'elles sont un résultat direct de l'intégration des équations différentielles du mouvement de la Lune. En effet; il a été démontré dans le premier volume, par la théorie de la variation des constantes arbitraires, que les équations différentielles propres à donner, avec la précision mathématique, les deux premiers termes du mouvement du nœud et du périgée sont, respectivement,

$$(1) \ldots\ldots \frac{d\theta}{dv} = -\frac{3}{4}m^2\left\{1 - \cos(2mv - 2\theta)\right\},$$

$$(2) \ldots\ldots \frac{d\varpi}{dv} = \frac{3}{4}m^2\left\{1 + 5.\cos(2mv - 2\varpi)\right\},$$

(Voyez p. 84 et 86). Donc en traitant ces équations, comme si elles étaient rigoureuses, il faudrait les intégrer en posant; d'un côté $mv - \theta = \varphi$, et de l'autre côté $mv - \varpi = \Psi$; ce qui transforme l'équation (1) en

$$(3) \ldots\ldots d\theta + d\varphi = \frac{d\varphi}{1 + \frac{3}{4}m - \frac{3}{4}m.\cos 2\varphi},$$

et l'équation (2) en

$$(4) \ldots\ldots d\varpi + d\Psi = \frac{d\Psi}{1 - \frac{3}{4}m - \frac{15}{4}m.\cos 2\Psi}.$$

Maintenant, si l'on évite, à dessein, d'exprimer sous forme finie l'intégrale de ces expressions, on aura, en série, d'après une formule connue,

$$\theta + \varphi = mv = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{3}{2}m}}\left\{\varphi + 2N.\sin 2\varphi + \frac{2}{2}N^2.\sin 4\varphi + \frac{2}{3}N^3.\sin 6\varphi + \text{etc.}\right\},$$

$$\varpi+\Psi=mv=\frac{1}{\sqrt{\left(1-\frac{3}{4}m\right)^2-\left(\frac{15}{4}m\right)^2}}\left\{\Psi+2N'.\sin 2\Psi+\frac{2}{2}N'^2.\sin 2\Psi+\text{etc.}\right\};$$

où l'on a fait, pour plus de simplicité,

$$N=\frac{4}{3.m}\left\{1+\frac{3}{4}m-\sqrt{1+\frac{3}{2}m}\right\};$$

$$N'=\frac{4}{15.m}\left\{1-\frac{3}{4}m-\sqrt{\left(1-\frac{3}{4}m\right)^2-\left(\frac{15}{4}m\right)^2}\right\}.$$

Il suit de là qu'on a,

$$\theta=mv\left\{1-\sqrt{1+\frac{3}{2}m}\right\}+2N.\sin(2mv-2\theta)+\frac{2}{2}N^2.\sin(4mv-4\theta)+\text{etc.};$$

$$\varpi=mv\left\{1-\sqrt{\left(1-\frac{3}{4}m\right)^2-\left(\frac{15}{4}m\right)^2}\right\}+2N'.\sin(2mv-2\varpi)+\text{etc.}$$

On pourrait tirer de ces équations la valeur de θ et de ϖ en fonction explicite de v, par l'application de la série de Lagrange : mais il est clair, que cette solution n'apporte aucun changement dans la partie non périodique. Ainsi, lorsqu'il est seulement question du mouvement progressif du nœud et du périgée, il est permis de réduire les équations précédentes à celles-ci :

$$\theta=mv\left\{1-\sqrt{1+\frac{3}{2}m}\right\}; \qquad \varpi=mv\left\{1-\sqrt{\left(1-\frac{3}{4}m\right)^2-\left(\frac{15}{4}m\right)^2}\right\}.$$

De sorte que, on tombe directement sur le résultat fourni par la considération indirecte faite sur la forme de l'expression de g et de c.

50. Cette méthode pour déterminer, par la théorie, le mouvement du nœud de la Lune revient à celle qui a été employée la première fois par Newton. Car, il formait d'abord l'expression différentielle du mouvement du nœud, et il cherchait ensuite, à sa

manière, l'intégrale de cette expression. Clairaut, qui a traduit en analyse le procédé par lequel Newton parvient au mouvement horaire du nœud, a fait voir qu'il fournit l'équation

$$(N) \ldots d\theta = -\frac{3}{4} \cdot \frac{M'u'^3}{u^4} \cdot \frac{\{1 - \cos(2v' - 2\theta) - \cos(2v - 2\theta) + \cos(2v - 2v')\}\, dv}{h_1^2 + 2\int \frac{d\Omega}{dv} \cdot \frac{dv}{u^2}},$$

que nous avons démontrée dans le premier volume (Voyez p. 83). Newton, pour tirer de là ce qu'il appelle le mouvement horaire médiocre, faisait un raisonnement, par lequel, cette expression de $d\theta$ est réduite à celle-ci,

$$(N') \ldots\ldots\ d\theta = -\frac{3}{2} m^2 dv . \sin^2(v' - \theta);$$

et ensuite, il en prenait l'intégrale, après avoir fait $v' = mv$. De cette manière, Newton, ne pouvait obtenir que le résultat trouvé plus haut; c'est-à-dire

$$\theta = mv \left\{ 1 - \sqrt{1 + \frac{3}{2} m} \right\}:$$

et cela pouvait suffire pour une première approximation. Mais afin de perfectionner sa solution, il entreprit d'ajouter à cette valeur de θ le terme de l'ordre de m^4, qui naît des termes d'abord négligés dans la formule (N) pour la réduire à celle designée par (N'). Pour cela, Newton, a eu égard à l'argument de la *variation*, qui se trouve dans l'expression de u, et dans celle de l'intégrale $2.\int \frac{d\Omega}{dv} . \frac{dv}{u^2}$. Et d'après cette considération, il en a conclu, qu'il fallait ajouter à l'expression précédente de θ le terme $\frac{3}{4} m^2 \left(2x + \frac{3}{4} m^2 \right)$; où x désigne le coefficient qui affecte l'argument de la variation dans l'expression de u (Voyez tome 5 de la Mécanique Céleste, p. 378). Ainsi (conformément à nos dénominations), Newton, après avoir réduit la formule (N) à

$$d\theta = -\frac{3}{4} \cdot \frac{M'u'^3}{u^4} \cdot \frac{\{1 + \cos(2v - 2v')\} dv}{h_1^2 + 2\int \frac{d\Omega}{dv} \cdot \frac{dv}{u^2}},$$

il y faisait $u' = \frac{1}{a'}$, $\quad v - v' = Ev$,

$$2\int \frac{d\Omega}{dv} \cdot \frac{dv}{u^2} = \frac{3}{2} \cdot h_1^2 m^2 \cos 2Ev, \qquad u = \frac{\sigma}{h_1^2}(1 + x \cos 2Ev):$$

de sorte que il obtenait

$$d\theta = -\frac{3}{4} m^2 \cdot \frac{dv \cdot (1 + \cos 2Ev)}{(1 + x \cdot \cos 2Ev)^3 \left(1 + \frac{3}{2} m^2 \cos 2Ev\right)}.$$

(Voyez p. 84 et 92 du I.er volume): d'où il concluait, en développant et négligeant la partie périodique,

$$d\theta = \frac{3}{4} m^2 \left(2x + \frac{3}{4} m^2\right) dv.$$

Le résultat définitif de NEWTON se réduit donc à dire, qu'on a

$$\theta = (1 - g)v = mv \left\{ 1 - \sqrt{1 + \frac{3}{2} m + \frac{3}{2} m x + \frac{9}{16} m^3} \right\};$$

et comme on néglige les termes d'un ordre supérieur à m^4 il suffit de faire $x = m^2$, ce qui donne, en développant le radical,

$$g = 1 + \frac{3}{4} m^2 - \frac{9}{32} m^3 - \frac{237}{128} m^4 + \text{etc.}$$

Ce coefficient de m^4 doit-être égal à $\frac{273}{128}$; et nous voyons ici clairement, que le calcul de NEWTON donne $\frac{237}{128}$, au lieu de $\frac{273}{128}$. Pour expliquer la cause de cette discordance, remarquons, que la formule désignée plus haut par (N) renferme le terme

$d\theta = \frac{3}{4} m^2 \cos(2v - 2\theta) dv$. Donc, en intégrant ce terme, comme si θ était une quantité constante, on aura l'inégalité périodique du mouvement du nœud exprimée par

$$\delta\theta = \frac{3}{8} m^2 \sin(2v - 2\theta).$$

Cela posé, si l'on remplace θ par $\theta + \delta\theta$ dans l'équation différentielle précédente, il viendra

$$d\theta = \frac{3}{4} m^2 dv . \cos(2v - 2\theta - 2\delta\theta);$$

ou bien, en développant et négligeant le carré de $\delta\theta$,

$$d\theta = \frac{3}{4} m^2 dv \cos(2v - 2\theta) + \frac{3}{2} m^2 \delta\theta . \sin(2v - 2\theta).$$

Maintenant, si l'on substitue pour $\delta\theta$ le terme précédent, on obtient

$$\frac{d\theta}{dv} = \frac{9}{32} m^4 + \textit{des termes périodiques.}$$

Ainsi, pour avoir exactement les termes de l'ordre de m^4, il faut ajouter $\frac{9}{32} m^4$ à la valeur de θ trouvée par Newton : et alors on voit disparaître la discordance indiquée plus haut.

51. Ce qu'il y a de très-remarquable dans cette méthode de Newton, est, d'avoir intégré l'équation $d\theta = -\frac{3}{2} m^2 dv . \sin^2(mv - \theta)$, sans l'avoir d'abord réduite à $d\theta = -\frac{3}{4} m^2 dv$, comme il aurait pu le faire dans une première approximation. Mais Newton a senti, que la considération simultanée du terme périodique $\frac{3}{4} m^2 dv . \sin(2mv - 2\theta)$ était indispensable pour trouver au moins les deux premiers termes

$$v\left(-\frac{3}{4} m^2 + \frac{9}{32} m^3\right)$$

du mouvement du nœud. Après cela il est assez surprenant, que

Newton n'ait pas appliqué la même idée dans la recherche du mouvement de l'apogée : il aurait pu trouver de cette manière les deux premiers termes $v\left(\frac{3}{4}m^2+\frac{225}{32}m^3\right)$ de ce mouvement ; ou du moins, indiquer la source d'où on pouvait tirer le second terme, qui a été la cause de plusieurs débats scientifiques.

Si l'on ne savait pas, que les méthodes les plus simples sont rarement employées par les inventeurs, on pourrait raisonner ainsi. Newton avait trouvé par sa Prop. 45 du I.er Livre des *Principes*, que la force centrale $\frac{M''}{r^2}-\frac{M'.r}{2r'^3}$ donnait au périgée un mouvement progressif exprimé par $\left(\sqrt{\frac{1-\frac{1}{2}m^2}{1-2m^2}}-1\right)v$, et il avait remarqué que cette formule donnait environ la moitié du mouvement du périgée Lunaire. En outre il savait, soit d'après sa théorie, soit d'après les idées d'Horox, que l'*Évection* pouvait être considérée comme l'effet d'une inégalité périodique qui affecte l'excentricité et le périgée de la Lune. Car ces paroles de Newton, qu'on lit dans le Scholie de la Prop. 35 du 3.ème livre, savoir : [« Par la même théorie de la gravité « l'apogée de la Lune avance le plus lorsqu'il est en opposition ou « en conjonction avec le Soleil, et il rétrograde le plus lorsqu'il « est en quadrature avec le Soleil. Dans le premier cas l'excentricité « est la plus grande, et dans le second elle est la moindre, par « les Cor. 7, 8, 9 de la Prop. 66 du premier Livre : et ces iné- « galités, par ces mêmes Corollaires, sont les plus grandes, et pro- « duisent l'équation principale de l'apogée que j'appelle Semestre. La « plus grande équation Semestre est de 12° 18′ à-peu-près, autant « que j'ai pu le conclure des observations »] se réduisent à dire, que l'excentricité e de l'orbite de la Lune et son périgée ϖ, sont affectés par une inégalité périodique, ayant $2Ev-2cv$ pour argument ; ce qui est clair d'après la théorie de la variation des constantes arbitraires. Ainsi on peut exprimer cette idée, en faisant

$$\delta e = Kme_{\prime}.\cos(2Ev - 2cv) = Kme_{\prime}.\cos(2v' - 2\varpi),$$
$$\delta\varpi = -Km\,.\sin(2Ev - 2cv) = Km\,.\sin(2v' - 2\varpi);$$

chose évidente d'après les formules de la page 92 du I.er volume. De là, NEWTON, pouvait tirer l'équation

$$\varpi = \left(\sqrt{\frac{1 - \frac{1}{2}m^2}{1 - 2m^2}} - 1\right)v + Km.\sin(2v' - 2\varpi),$$

et en conclure, que le mouvement horaire médiocre du périgée est tel qu'on a;

$$d\varpi = \left(\sqrt{\frac{1 - \frac{1}{2}m^2}{1 - 2m^2}} - 1\right)v + 2Km(dv' - d\varpi)\cos(2v' - 2\varpi);$$

ou bien (en négligeant $d\varpi$ par rapport à dv, ainsi que les termes multipliés par m^4),

$$d\varpi = \frac{3}{4}m^2 + 2Km^2dv.\cos(2mv - 2\varpi).$$

Cette équation étant analogue à l'équation (1) qui détermine le mouvement du nœud, donnait lieu de penser que la valeur du coefficient K pouvait avoir une grande influence sur celle du mouvement du périgée. Mais ce pas n'a pas été fait par NEWTON; il lui est entièrement échappé; et cela est d'autant plus singulier, qu'il avait coutume d'éluder l'*Évection* de PTOLEMÉE en la concentrant dans l'équation du centre, par un artifice, qui traduit en analyse, revient à dire, qu'en prenant

$$\delta e = Kme.\cos(2Ev - 2cv), \qquad \delta\varpi = -Km.\sin(2Ev - 2cv),$$

on peut faire

$$2e.\sin(cv - \varpi) + 2Kme.\sin(2Ev - cv + \varpi) = 2\{e + \delta e\}\sin(cv - \varpi - \delta\varpi).$$

La découverte d'Horox consiste dans cette transformation qui n'a rien d'utile: mais, à l'époque où elle a été faite, on pouvait y voir quelque chose de surprenant. Newton aurait, à mon avis, mieux fait de la présenter sous une forme purement analytique; mais il a préféré de la traduire par une construction géométrique, qu'il est bon d'expliquer afin de montrer son identité avec l'équation précédente. Pour cela, faisons pour plus de simplicité,

$$e = e_1 + H.\cos\varphi = e_1 + H.\cos 2Ev - 2cv\,; \qquad e_1\delta\varpi = H.\sin\varphi.$$

Actuellement, si l'on considère le triangle, dont e_1 soit la base; H un des côtés, et φ l'angle intercepté, on aura, en nommant Ψ l'autre angle à la base, l'équation $e_1 \sin\Psi = H.\sin(\varphi+\Psi)$; d'où on tire

$$\text{tang. } \Psi = \frac{H\sin\varphi}{e_1 - H\cos\varphi}\,;$$

et en série,

$$\Psi = \frac{H}{e_1}\sin\varphi + \frac{1}{2}.\frac{H^2}{e_1^2}\sin 2\varphi + \text{etc.}.$$

Maintenant, si l'on néglige les termes multipliés par $\frac{H^2}{e_1^2}$, on obtient $e_1\Psi = H\sin\varphi$; ce qui ramène la valeur de $\delta\varpi$ à l'énoncé de l'angle qu'on obtient par la construction de Newton, en observant que $e_1 = \frac{(e_1+H)+(e_1-H)}{2}$.

52. L'équation $\frac{d\varpi}{dv} = \frac{3}{4}m^2 + \frac{15}{4}m^2.\cos(2v' - 2\varpi)$, offre d'une autre manière une preuve manifeste, qu'il était impossible de tirer de la Prop. 45 du 1.er Livre des Principes les *deux* premiers termes de la série qui détermine le mouvement du périgée de la Lune. En effet, remarquons d'abord, que cette valeur de $\frac{d\varpi}{dv}$ a été tirée de l'équation (Voyez p. 85 et 86 du 1.er volume)

$$(5)\ldots\ e\frac{d\varpi}{dv}=\frac{\Omega_{(2)}}{e}.\cos(v-\varpi)+\left\{2\sin(v-\varpi)+\frac{e}{2}\sin(2v-2\varpi)\right\}\frac{1}{h^2u^2}\cdot\frac{d\Omega}{dv},$$

et que le rapprochement des formules posées dans la page 86 du 1.er volume, et 52 de celui-ci, fait voir qu'on peut remplacer, $\Omega_{(2)}$ par $\left\{\Pi-\frac{(M+M'')}{r^2}\right\}\frac{1}{u^2}$; $\frac{d\Omega}{dv}$ par $-\Pi'.\frac{1}{u}$, et regarder Π, Π' comme étant, respectivement, les forces accélératrices dirigées suivant le rayon vecteur r, et perpendiculairement à ce rayon. Donc l'équation (5) revient à dire que

$$(6)\ldots\ e\frac{d\varpi}{dv}=\left\{\Pi-\frac{(M+M'')}{r^2}\right\}\frac{\cos(v-\varpi)}{eu^2}-\frac{\Pi'\left\{2\sin(v-\varpi)+\frac{e}{2}\sin(2v-2\varpi)\right\}}{h^2u^3}.$$

Or, on voit par le développement exposé dans la page 86 du 1.er volume, qu'il est impossible de tirer de là l'équation

$$\frac{d\varpi}{dv}=\frac{3}{4}m^2+\frac{15}{4}m^3.\cos(2v'-2\varpi),$$

sans considérer, à-la-fois, la force Π' perpendiculaire au rayon vecteur de la Lune, et les deux parties

$$\frac{M+M''}{r^2}-\frac{M'u'^3}{2u},\qquad -\frac{3}{2}.\frac{M'u'^3}{u}\cos(2v-2v')$$

de la force Π dirigée vers le centre de la Terre. Donc, toute recherche sur le mouvement du périgée fondée sur la double hypothèse qu'on peut faire $\Pi'=0$, et négliger la partie $-\frac{3}{2}.\frac{M'u'^3}{u}\cos(2v-2v')$ de la force Π, ne pourra pas conduire au delà de la connoissance du premier terme de ce mouvement. Cela posé, si l'on réfléchit, que NEWTON dans sa Prop. 45 négligeait entièrement la force perpendiculaire au rayon vecteur, et qu'il y considérait uniquement l'effet d'une force dépendante de la *seule* distance r au centre, on sentira

qu'une telle théorie n'était pas applicable au mouvement des apsides de la Lune. Malgré cette insuffisance de la Prop. 45, comme elle est par elle-même fort remarquable, et qu'on la voit particulièrement citée dans les discussions qui se sont élevées vers la moitié du 18.ième siècle au sujet du mouvement de l'apogée Lunaire, je vais reproduire ici la démonstration analytique de cette même proposition, que j'avais publiée ailleurs il y a quelques années.

53. Soit donc R une force accélératrice constamment dirigée vers un centre fixe, qui agit sur un point matériel; on sait que l'équation différentielle de l'orbite plane décrite par le point mobile est telle qu'on a

$$(7) \ldots\ldots \; d\varphi = \frac{D.dr}{r^2\sqrt{2H - 2\int R\,dr - \frac{D^2}{r^2}}};$$

où r désigne le rayon vecteur tiré du point fixe; φ l'angle décrit autour de ce même point; H et D deux constantes arbitraires, telles qu'en nommant v la vitesse absolue du mobile dans un point quelconque de son orbite, on a

$$(8) \ldots\ldots \left\{ \begin{array}{l} 2H = v^2 + 2\int R\,dr\,; \\ D = r^2\frac{d\varphi}{dt} \end{array} \right.$$

(Voyez le second volume de la Mécanique Analytique de Lagrange p. 9 et 11).

Supposons la force R donnée par une fonction du rayon vecteur r, et imaginons que l'on ait intégré le second membre de l'équation (1), sans l'addition d'aucune constante arbitraire: en représentant par $F(r)$ l'intégrale ainsi trouvée on aura,

$$(9) \ldots\ldots \; \varphi + \varpi = F(r)$$

pour l'intégrale complète de l'équation (7), en observant que ϖ désigne la constante arbitraire. Cela posé, considérons le mouvement du même point dans le cas où il serait soumis à l'action d'une force attractive désignée par R', et telle qu'on ait,

$$R'=R+\frac{m}{r^3},$$

m étant un coefficient constant.

Il est clair que l'on a ici une équation analogue à l'équation (7): donc, en nommant φ' l'angle décrit autour du point fixe, depuis la même origine, nous aurons,

$$(7)' \ldots\ldots d\varphi'=\frac{D'.dr}{r^2\sqrt{2H'-2\int Rdr+\frac{m-D'^2}{r^2}}}$$

Les nouvelles constantes arbitraires H', D' sont telles qu'en nommant v' la vitesse absolue du mobile, on a ;

$$(8)' \ldots\ldots \left\{\begin{array}{l} 2H'=v'^2+2\int Rdr-\frac{m}{r^2}, \\ D'=r^2\frac{d\varphi'}{dt}. \end{array}\right.$$

Remarquons maintenant, que par un choix convenable des circonstances initiales on peut faire en sorte qu'on ait $H'=H$, et $D'^2-m=D^2$. Pour cela, observons qu'en désignant par p et p' les perpendiculaires abaissées du point fixe sur la direction des vitesses v et v', on a $D=vp$, $D'=v'p'$. Donc en prenant $v'^2=v^2+\frac{m}{r^2}$, et

$$p'=\frac{\sqrt{D^2+m}}{v'}=\frac{\sqrt{v^2p^2+m}}{\sqrt{v^2+\frac{m}{r^2}}},$$

on connaîtra la direction et la vitesse qu'il faut imprimer au mobile pour qu'en partant du même point dans les deux cas, il

puisse décrire par l'action de la force centrale R' une courbe telle, que son équation différentielle soit,

$$(7)'' \ldots\ldots d\varphi' = \frac{\sqrt{D^2+m}.dr}{r^2\sqrt{2H-2\int Rdr-\frac{D^2}{r^2}}}.$$

En comparant cette équation avec l'équation (7) on voit aussitôt, qu'en intégrant cette expression de $d\varphi'$ on a,

$$(9)' \ldots\ldots \frac{D.\varphi'}{\sqrt{D^2+m}}+\varpi'=F(r),$$

ϖ' désignant une nouvelle constante arbitraire.

Il suit de là, que les rayons vecteurs de cette seconde orbite sont parfaitement égaux aux rayons vecteurs de la première, puisque la fonction de r désignée par $F(r)$ est la même dans les équations (9), (9)'. La différence des deux orbites résulte de la position différente du même rayon vecteur r; dans la première, décrite par l'action de la force R, il fait un angle φ avec la ligne fixe, et dans la seconde, décrite par l'action de la force R', il forme un angle φ' avec la même ligne fixe; mais en vertu des équations (9), (9)' ces deux angles sont toujours liés par l'équation

$$\frac{D.\varphi'}{\sqrt{D^2+m}}+\varpi'=\varphi+\varpi,$$

laquelle donne

$$\varphi'=\varphi.\frac{\sqrt{D^2+m}}{D}+(\varpi-\varpi')\frac{\sqrt{D^2+m}}{D}.$$

En supposant, à l'origine du monvement, $\varphi=0$, et $\varphi'=0$, il faudra que l'on ait $\varpi'=\varpi$, et par conséquent,

$$(10) \ldots\ldots \varphi'=\varphi\frac{\sqrt{D^2+m}}{D}=\varphi+\varphi\left(\frac{\sqrt{D^2+m}-D}{D}\right).$$

Cette équation fait voir, que pour avoir, à chaque instant, la position du mobile soumis à l'action de la force R', il suffira de donner à l'orbite décrite par l'action de la première force R un mouvement uniforme dans son propre plan autour du point fixe comme centre, tel que son rapport avec le mouvement angulaire φ soit égal à

$$\frac{\sqrt{D^2+m}-D}{D}.$$

L'on a par-là une démonstration analytique de la Proposition XLIV (I.er livre) de NEWTON. Pour ramener ce résultat à la forme sous laquelle il se trouve énoncé dans les Principes, nous poserons, comme dans cet ouvrage, $\frac{G}{F}=\frac{\sqrt{D^2+m}}{D}$: alors nous aurons $m=\frac{D^2}{F^2}(G^2-F^2)$, et par conséquent,

$$(11) \;\ldots\ldots\; R'=R+\frac{D^2}{r^3}\left(\frac{G^2-F^2}{F^2}\right),$$

ou bien

$$(R'-R):\frac{D^2}{r^3}=(G^2-F^2):F^2.$$

Tel est le résultat de NEWTON, en observant qu'il suffit de poser $\frac{D^2}{r^3}=\frac{V^2}{r}$, pour pouvoir considérer $\frac{D^2}{r^3}$ comme une force centripète capable de faire décrire au mobile un cercle du rayon r avec une vitesse uniforme égale à V (Voyez p. 342-343 du I.er volume de l'édition latine des Principes commentée, ou bien la page 141 du I.er volume de l'édition française).

En faisant $R=\frac{F^2}{r^2}$ on pourra faire en sorte que la première courbe soit une ellipse dont a soit le demi grand-axe, et e l'excentricité. Alors, si l'on fait $b=a(1-e^2)$ on a, comme l'on sait, $D^2=bF^2$ (Voyez pages 17 et 18 du second volume de la Mécanique Analytique). Donc, dans ce cas particulier, l'équation (11) deviendra,

$$R' = \frac{F^2}{r^2} + \frac{b(G^2 - F^2)}{r^3} = \frac{rF^2 + b(G^2 - F^2)}{r^3},$$

et le rapport des angles φ et φ' sera donné par l'équation $\varphi' = \varphi . \frac{G}{F}$. Soit r' la plus grande valeur du rayon vecteur de cette ellipse, et faisons $r' - r = x$, ou bien $r = r' - x$. En substituant cette valeur de r dans le numérateur de l'expression précédente de R', on aura

$$(12) \quad \ldots\ldots \quad R' = \frac{r'F^2 + b(G^2 - F^2) - F^2 x}{r^3}.$$

Ce résultat s'accorde avec celui que Newton pose au commencement de la Proposition XLV : pour en voir l'identité, il suffit de remarquer que les quantités qu'il désigne par T, R, A sont respectivement égales à celles que nous désignons par r', b, r.

Imaginons maintenant une force centrale Q, et des circonstances initiales telles que l'orbite décrite par l'action de cette force soit à-peu-près circulaire. Quelle que soit la fonction de la distance r qui représente la force Q, il sera facile de la transformer de manière que l'on ait,

$$Q = \frac{f(r)}{r^3},$$

$f(r)$ désignant une fonction de r censée connue. Donc en écrivant $r' - x$ à la place de r, dans le numérateur de cette fraction seulement, nous aurons

$$Q = \frac{f(r' - x)}{r^3}.$$

Cela posé, puisque la courbe décrite est, par hypothèse, à-peu-près circulaire, on doit regarder comme fort petite la différence x des deux rayons vecteurs r' et r. Cette circonstance permet de développer suivant les puissances de x la fonction $f(r' - x)$ par le théorême de Taylor, ce qui donne,

$$Q = \frac{f(r') - f'(r') + \frac{1}{2}x^2 f''(r') - \text{etc.}}{r^3},$$

en désignant par $f'(r')$, $f''(r')$, etc. les coefficiens différentiels successifs de la fonction $f(r')$.

Il suit de là qu'en négligeant, comme NEWTON, le carré de la quantité x, on a ;

$$Q=\frac{f(r')-xf'(r')}{r'^3}.$$

Or, il est évident qu'on peut toujours rendre le numérateur de cette fraction identique avec celui de la fraction qui détermine la valeur de R' donnée par l'équation (12), car il suffit de faire en sorte que l'on ait :

$$f(r')=r'F^2+b(G^2-F^2), \qquad f'(r')=F^2.$$

Ces équations donnent :

$$\frac{G}{F}=\frac{\sqrt{f(r')+(b-r')f'(r')}}{\sqrt{bf'(r')}}$$

Mais nous avons $b=a\,(1-e^2)$, $r'=a(1+e)$, et par conséquent:

$$(13) \ldots\ldots \frac{G}{F}=\sqrt{\frac{1}{a(1-e^2)}\cdot\frac{f(r')}{f'(r')}-\frac{e}{1-e}\frac{f(r')}{f'(r')}}.$$

Donc, en négligeant les termes multipliés par la petite excentricité e, on pourra faire $r'=a$, et

$$(14) \ldots\ldots \frac{G}{F}=\sqrt{\frac{1}{a}\cdot\frac{f(a)}{\frac{d.f(a)}{da}}}.$$

Cette formule générale, et remarquable par sa simplicité, donne la solution de tous les cas particuliers. Pour l'appliquer à l'exemple 3 de NEWTON, il faudra faire $f(r)=Br^m+B'r^n$; ce qui donnera

$$\frac{G}{F}=\sqrt{\frac{Ba^m+B'a^n}{mBa^{m-1}+nB'a^{n-1}}}\,;$$

d'où on tire

$$\frac{G}{F}=\sqrt{\frac{B+B'}{mB+nB'}},$$

lorsqu'on suppose égale à l'unité la distance moyenne a.

Maintenant, si l'on fait dans cette même formule $m=1$, $n=4$, $B=1$, $B'=-c$, on aura :

$$\frac{G}{F}=\sqrt{\frac{1-c}{1-4c}},$$

et la loi de l'attraction correspondante sera :

$$Q=\frac{1}{r^2}-cr.$$

Ici Newton suppose $c=\frac{1}{357,45}$, ce qui lui donne

$$180^\circ.\sqrt{\frac{1-c}{1-4c}}=180^\circ\ 45'\ 44''.$$

« Donc (dit-il) dans cette hypothèse, le corps parviendra de « l'apside la plus haute à la plus basse par un mouvement angulaire « de 180° 45′ 44″, et par la répétition de ce mouvement il conti- « nuera d'aller d'une apside à l'autre, l'apside la plus haute ayant, « pendant chaque révolution, un mouvement angulaire de 1° 31′ 28″ « en conséquence, *ce qui est à-peu-près la moitié du mouvement de « l'apside de la Lune.* » Ces derniers mots sont fort remarquables. L'on va voir que l'intention de Newton était de calculer ici le mouvement de l'apogée lunaire résultant de la force perturbatrice du Soleil.

En effet, la fraction $\frac{1}{357,45}$ est à-peu-près égale à la *moitié* du carré du rapport des mouvemens moyens du Soleil et de la Lune, car ce rapport étant égal à $\frac{1}{13,4}$, on a $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{(13,4)^2}=\frac{1}{359,12}$.

Mais en désignant par M, M', M'' les masses respectives de la Lune, du Soleil et de la Terre, et nommant $n't$ le mouvement moyen

du Soleil, et nt le mouvement moyen de la Lune, l'on a, comme l'on sait,

$$n'^2 = \frac{M'+M''}{a'^3}, \qquad n^2 = \frac{M+M''}{a^3};$$

a et a' étant les moyennes distances à la Terre de la Lune et du Soleil. Donc, le coefficient désigné par c revient dans le cas actuel à $c = \frac{1}{2}\cdot\frac{n'^2}{n^2} = \frac{1}{2}\cdot\frac{M'}{M''}\cdot\frac{a^3}{a'^3}$, en négligeant la masse de la Terre par rapport à celle du Soleil, et la masse de la Lune par rapport à celle de la Terre.

Il suit de là qu'en prenant pour unité de masse la masse de la Terre, et pour unité de distance la moyenne distance a de la Lune à la Terre, nous aurons $c = \frac{1}{2}\cdot\frac{M'}{a'^3}$ au lieu de la fraction $\frac{1}{357,45}$.

Substituant cette valeur de c dans la formule $Q = \frac{1}{r^2} - cr$, il viendra

$$Q = \frac{1}{r^2} - \frac{1}{2}\cdot\frac{M'}{a'^3}\cdot r,$$

pour expression de la force dirigée suivant le rayon vecteur r qui réunit les centres de la Lune et de la Terre; ce qui revient a prendre pour Q les deux premiers termes de la force désignée par Π dans la page 52 de ce même volume.

54. NEWTON a saisi, en homme de génie, l'analogie qui existe entre le mouvement du nœud de la Lune et le mouvement de précession des équinoxes. Les considérations très-fines par lesquelles il a tâché de conclure le second de ces mouvemens du premier méritent encore notre admiration, quoiqu'on sache aujourd'hui, que la conformité de son résultat avec la nature est dûe à la compensation de deux erreurs qui se détruisent. Entrons dans quelques détails sur ce sujet, afin de montrer clairement ce que NEWTON a fait, et ce qu'il fallait faire, pour établir le véritable rapport qui lie ces deux mouvemens aussi éloigués dans le Ciel qu'ils sont rapprochés en théorie.

Nommons P' le mouvement progressif du nœud ascendant de l'orbite de la Lune, et conservons seulement le premier terme de son expression. Alors, on aura

$$P'=\frac{3}{4}m^2v=\frac{3}{4}\left(\frac{n'}{n}\right)^2v\;;\quad \text{ou bien}\quad P'=\frac{3}{4}\frac{n'}{n}.n't\,,$$

en observant qu'on peut ici faire $v=nt$. Le mouvement annuel $n't$ du Soleil étant égal à 2π, il est clair qu'on a $P'=\frac{3}{4}.\frac{n'}{n}.2\pi$ pour le mouvement annuel du nœud. Mais, le rapport $\frac{n'}{n}$ est le même que celui des temps T et T'' qui expriment, respectivement, la révolution sidérale de la Lune et de la Terre; partant

$$P'=\frac{3}{4}.2\pi.\frac{T}{T''}.$$

Or, en considérant *seulement* l'action du Soleil, et négligeant l'excentricité de son orbite, la formule (31) posée dans la page 25 donne

$$P=\frac{3}{4}.\frac{2\pi.\cos\theta}{T''}.\left(\frac{2C-A-B}{C}\right)$$

pour expression de la précession annuelle des équinoxes. Ainsi, le simple rapprochement de ces deux formules fait voir qu'on a l'équation

$$(p)\;\ldots\ldots\; P=\frac{P'\cos\theta}{T}.\frac{(2C-A-B)}{C}.$$

Nous savons de plus, par la théorie du mouvement de rotation des corps durs, que cette même formule est générale quelle que soit la figure du corps, dont A, B, C désignent les momens d'inertie par rapport à ses axes principaux. Mais, relativement à la Terre, considérée comme un ellipsoïde de révolution sur lequel l'Océan demeure en équilibre, la valeur de $\frac{2C-A-B}{C}$ devient telle (Voyez p. 26), qu'on a

$$P = \frac{P' \cos\theta}{T'} . X' (2K_{(2)} - 2\Psi).$$

Cette équation offre le véritable rapport qu'il y a entre les deux quantités P et P', sans définir la loi de la densité des couches terrestres. Lorsqu'on suppose, comme Newton, la Terre homogène, l'expression de X devient égale à $\frac{3}{5}$, et l'aplatissement $K_{(2)}$ devient égal à $\frac{5}{4} . 2\Psi$; ce qui donne

$$(p') \ldots\ldots P = \frac{P' \cos\theta}{T'} . \frac{3}{5}\left(\frac{5}{2} - 1\right) 2\Psi = \frac{P' \cos\theta}{T'} . 2K_{(2)}.$$

D'Alembert a trouvé le premier ce résultat ; et certes il est impossible de le présenter sous une forme plus simple. Mais, pour bien saisir l'esprit de la formule trouvée par Newton, il faut transformer la valeur de $2K_{(2)}$, ainsi qu'il suit.

Si r désigne le rayon vecteur d'un point quelconque du sphéroïde terrestre, on a, d'après la formule rappelée dans la page 2 ;

$$r = D\left\{1 - K_{(2)}\left(\sin^2\lambda - \frac{1}{3}\right)\right\} :$$

de là on tire $D' = D\left(1 + \frac{1}{3} K_{(2)}\right)$ pour le rayon de l'équateur, et $D'' = D\left(1 - \frac{2}{3} K_{(2)}\right)$ pour le rayon, qui aboutit au pôle. Donc, le volume de la sphère qui a D'' pour rayon sera exprimé par $\frac{4\pi}{3} D''^3$; ou bien par $\frac{4\pi}{3} D^3 (1 - 2K_{(2)})$, en négligeant le carré de l'aplatissement : et le volume du sphéroïde entier sera exprimé par,

$$2\pi \iint r^2 . dr d\lambda . \cos\lambda = \frac{2\pi}{3} \int r^3 d\lambda . \cos\lambda = \frac{4\pi}{3} D^3 \int_0^1 dx \left\{1 - 3K_{(2)}\left(x^2 - \frac{1}{3}\right)\right\} ;$$

c'est-à-dire par $\frac{4\pi}{3} D^3$.

Ainsi, en appelant U le volume du sphéroïde entier, et U' celui de la sphère dont le diamètre est la ligne des pôles, on a l'équa-

tion $U'=U(1-2K_{(2)})$, de laquelle on tire $2K_{(2)}=\frac{U-U'}{U}$. Si l'on observe maintenant, que

$$D'^2=D^2\left(1+\tfrac{2}{3}K_{(2)}\right); \qquad D''^2=D^2\left(1-\tfrac{4}{3}K_{(2)}\right),$$

on obtiendra

$$\frac{D'^2-D''^2}{D^2}=2K_{(2)}=\frac{U-U'}{U}:$$

et comme on néglige le carré de $K_{(2)}$ il est permis de remplacer D^2 par D''^2, et d'en conclure, que la formule (p') peut être mise sous cette forme

$$(p'') \;\ldots\ldots\; P=\frac{P'\cos\theta}{T}\times\frac{D'^2-D''^2}{D''^2}.$$

Cela posé, puisqu'on suppose la Terre homogène, il faudra prendre $\frac{D'}{D''}=\frac{229}{230}$, et par conséquent

$$P=\frac{P'\cos\theta}{T}\times\frac{(230)^2-(229)^2}{(229)^2}=\frac{P'\cos\theta}{T}\times\frac{459}{52441}.$$

Actuellement, si l'on fait, comme Newton, $T=27^j.7^h.43'$ il viendra

$$(p'') \;\ldots\ldots\; P=P'\cos\theta\times\frac{1436}{39343}\times\frac{459}{52441}.$$

Telle est, dans l'hypothèse de l'homogénéité de la Terre, la précession annuelle des équinoxes, dûe à la *seule* action du Soleil: tel est le résultat que Newton aurait dû trouver, s'il avait résolu exactement ce problême. Mais Newton attaquait cette question sans le secours qu'offre une théorie préalable sur le mouvement de rotation, et il n'est pas surprenant qu'il ait fait un faux pas après avoir heureusement surmonté une foule d'obstacles contre lesquels s'étaient brisés avant lui tous les efforts de l'intelligence humaine.

Le détour que NEWTON a dû faire pour éluder la difficulté réelle lui a fait trouver, au lieu de la valeur précédente de P, celle-ci;

$$\textit{précession annuelle} = P' \cos\theta \times \frac{1436}{39343} \times \frac{459}{52411} \times \frac{32}{3\pi^2} \times \frac{2}{5}$$

c'est-à-dire, en remplaçant $\frac{32}{3\pi^2}$ par sa valeur approchée,

$$\textit{précession annuelle} = P' \cos\theta \times \frac{1436}{39343} \times \frac{4590}{489813} \times \frac{2}{5}.$$

Le produit $\frac{32}{3\pi^2} \times \frac{2}{5}$ est donc celui qui rend fautive la formule de NEWTON. Mais voici comment il est tombé sur ces deux facteurs, qui, d'après nos idées, paroissent tout-à-fait étrangers à la question.

Reprenons la formule générale, $P = \frac{P' \cos\theta}{T} \left(\frac{2C - A - B}{C} \right)$, et remarquons qu'elle revient à dire, qu'on a

$$(p''') \ldots\ldots P = \frac{P' \cos\theta}{T} \cdot \frac{\int dm (x''^2 + y''^2 - 2z''^2)}{\int dm (x''^2 + y''^2)},$$

lorsqu'on nomme x'', y'', z'' les coordonnées d'une molécule quelconque dm du corps par rapport à ses axes principaux. Donc, s'il était question d'un corps dans lequel les ordonnées z'' fussent très-petites par rapport à x'' et y'', on pourrait regarder comme nulle l'intégrale $2.\int z''^2 dm$; ce qui donnerait $P = \frac{P' \cos\theta}{T}$. Or ce cas particulier est précisement celui d'un plan rigide, ou d'un anneau circulaire d'une épaisseur infiniment petite. De sorte que, $\frac{P' \cos\theta}{T}$ exprime le mouvement de précession qu'aurait l'équateur de la Terre, si, après avoir enlevé la sphère du rayon D'' qui lui est concentrique, on disséminait, en forme d'anneau, la portion restante $U - U'$ qui constitue la différence de masse entre le sphéroïde et la sphère. C'est dans cette remarque, sentie et non démontrée par NEWTON, que consiste le premier pas important qu'il a fait vers la découverte

de la cause physique de la précession des équinoxes. Après cela, il était naturel de penser, que ce même anneau devait avoir une précession beaucoup plus petite, si on le supposait fixement attaché à la Terre, censée réduite à la sphère du rayon D''. C'est ce que la formule (p''') rend évident, en observant, que si l'on nomme dm' les molécules de la sphère, et dm'' celles de l'anneau, on aura

$$\int dm(x''^2+y''^2-2z'') = \int dm''(x''^2+y''^2-2z''),$$

à cause que l'intégrale $\int dm'(x''^2+y''^2-2z''^2)$, étendue à la masse totale de la sphère, est nulle. D'un autre côté on sait que

$$\int dm'(x''^2+y''^2) = \tfrac{2}{5}.U'.D''^2:$$

donc, en négligeant le moment d'inertie de l'anneau par rapport à celui de la sphère, on aura d'abord

$$P = \frac{P'\cos\theta}{T}.\frac{5}{2}.\frac{\int dm''(x''^2+y''^2-2z''^2)}{U'.D''^2}.$$

Actuellement, si l'on imagine l'anneau adhérent à la surface de la Terre, la petitesse de son épaisseur permettra de faire $z''=0$, et la petitesse de sa largeur permettra de ne pas avoir égard à la variabilité des coordonnées x''; y''; ce qui donnera

$$\int dm''(x''^2+y''^2-2z''^2) = (x''^2+y''^2)\int dm'' = D''^2.(U-U').$$

Ainsi il est démontré qu'on a

$$(p^{IV}) \;.\;.\;.\;.\;.\; Q = \frac{P'\cos\theta}{T}.\left(\frac{U-U'}{U'}\right)\times\frac{5}{2},$$

lorsqu'on désigne par Q la précession de l'anneau, censé attaché à la Terre et situé dans le plan de son équateur. Nous avons vu

plus haut, que cette même quantité de matière produit dans le sphéroïde terrestre la précession $P = \frac{P' \cos \theta}{T} \cdot \left(\frac{U - U'}{U'} \right)$; partant il est clair qu'on a $P = \frac{2}{5} Q$; car la différence des deux quantités $\frac{U - U'}{U'}$, $\frac{U - U'}{U}$ n'est ici d'aucune importance. NEWTON n'avait pas la valeur de P, ni celle de Q; mais le rapport fort simple de *deux à cinq*, qu'il y a entre ces deux mouvemens, a été découvert par lui, après avoir reconnu l'erreur qui lui faisait trouver ce même rapport comme celui de *un à quatre* dans la première édition de son ouvrage des Principes.

La difficulté de la recherche directe de la valeur de P était donc éludée par l'équation $P = \frac{2}{5} Q$. Mais NEWTON s'est trompé complétement en croyant qu'on a,

$$Q = \frac{P' \cos \theta}{T} \cdot \frac{\int dm'' . y''}{\int dm' . \sqrt{x''^2 + y''^2}},$$

tandis que la véritable valeur de Q est telle, qu'on a

$$Q = \frac{P' \cos \theta}{T} \cdot \frac{\int dm'' (x''^2 + y''^2)}{\int dm' (x''^2 + y''^2)}.$$

Sa méprise venait de ce que, il supposait le rapport de la précession Q à la précession $\frac{P' \cos \theta}{T}$ de l'anneau libre, égal au rapport des sommes des quantités de mouvement qui ont lieu entre l'anneau et la sphère, lorsque, par une même vitesse angulaire ω, ces deux corps tournent uniformément; l'anneau autour d'un de ses diamètres, et la sphère autour d'un de ses axes principaux. D'après cette manière de voir, il est clair, que β désignant la surface de la section de l'anneau, on a

$$\int y'' dm'' = \int \beta . y'' ds = \beta \int y'' \sqrt{dx''^2 + dy''^2};$$

d'où on tire, à cause de $x''^2+y''^2=D''^2$;

$$\omega\int y''\,dm''=\omega\beta D'\int dx''=\omega\,4\beta D''^2=\frac{2D''}{\pi}.2\pi\beta D'.\omega,$$

ou bien

$$\omega\int y''\,dm''=\frac{2D'}{\pi}(U-U')\omega,$$

en observant que $2\pi\beta D''$ exprime le volume $U-U'$ de l'anneau. Relativement à la sphère; soit r' la distance $\sqrt{x''^2+y''^2}$ d'une molécule quelconque à l'axe de rotation, on pourra faire

$$dm'=dr'.r'd\varphi.dx'';$$

et par conséquent

$$\omega\int dm'.r'=\frac{\omega.2\pi}{3}\int r'^3\,dx''=\frac{\omega.4\pi}{3}D''^4.\int_0^1\frac{dx''}{D''}\left(1-\frac{x''^2}{D''^2}\right)^{\frac{3}{2}};$$

ce qui donne

$$\omega\int dm'\sqrt{x''^2+y''^2}=\frac{\omega.4\pi D'^3}{3}.\frac{3}{16}\pi D'=\omega U'.\frac{3}{16}\pi D'.$$

De là on conclut, comme Newton,

$$\frac{\omega.\int y''\,dm''}{\omega.\int r'\,dm'}=\frac{32}{3\pi^2}.\left(\frac{U-U'}{U'}\right).$$

Si après une substitution aussi fautive, il arrive que la formule

$$P'\cos\theta\times\frac{1436}{39343}\times\frac{4590}{489813}\times\frac{2}{5}(1+4{,}4815)$$

de Newton donne à-peu-près le résultat de l'observation; cela tient à ce que, l'erreur de l'hypothèse de l'homogénéité de la Terre et celle du nombre 4,4815 qu'il adoptait (au lieu de 2,02621, Voyez p. 30) comme mesure du rapport de l'action lunaire à l'action solaire, se combinaient d'une manière à-la-fois heureuse et illusoire

pour détruire l'effet de l'erreur théorique par laquelle il substituait le nombre $\frac{32}{8\pi^2}$ au nombre $\frac{5}{2}$. Voilà, si je ne me trompe, ce qu'il y a de vrai et ce qu'il y a d'inexact dans la solution newtonienne du problême de la précession des équinoxes. Le reproche que lui fait D'ALEMBERT dans la page 167 de son immortel ouvrage intitulé, *Recherches sur la précession des équinoxes etc.* ne me parait pas fondé. Car la véritable précession de l'anneau adhérent à la sphère, est, d'après la formule $p^{(IV)}$,

$$\frac{P'\cos\theta}{T}\times 2K_{(2)}.\times\frac{5}{2}, \quad \text{et non} \quad \frac{P'\cos\theta}{T}\times K_{(2)}\times\frac{5}{2},$$

comme D'ALEMBERT le conclut de son analyse.

55. Au reste, il est incontestable que cette découverte de NEWTON est admirable ; mais il est juste aussi de reconnaître le vice de sa solution, pour sentir que la théorie du mouvement de rotation restait à faire, en entier, même après que NEWTON avait publié les trois Lemmes qui servent de base à sa Théorie de la Précession des Équinoxes. Car, la distance qui sépare ces trois Lemmes de l'équation

$$Cn\sin\theta.\frac{d\psi}{dt}=\int dm\left\{y'\left(\frac{dV}{dz'}\right)-z'\left(\frac{dV}{dy'}\right)\right\},$$

(Voyez p. 265 du tome 5 de la M.e C.e), dans laquelle se trouve renfermée toute la Théorie de la Précession des Équinoxes, me parait immense, à moins qu'on ne veuille la diminuer par des considérations semblables à celles que LAPLACE a exposées dans les pages 248, 249 du 5.ième volume de sa Mécanique Céleste.

NEWTON supposait, à la vérité, que le coefficient différentiel $\frac{d\psi}{dt}$ de la précession est proportionnel à la somme des momens des forces exprimée par l'intégrale $\int dm\left\{y'\left(\frac{dV}{dz'}\right)-z'\left(\frac{dV}{dy'}\right)\right\}$; et cette supposition est assez naturelle. Cependant, si l'on réflechit sur l'ensemble des circonstances qui établissent une telle proportionnalité on conviendra, que ce n'est pas là un de ces principes qu'il est permis

de regarder comme évident. Mais dès qu'il est admis on reconnaît qu'on doit avoir l'équation

$$\int dm \left\{ y' \left(\frac{dV}{dz'}\right) - z' \left(\frac{dV}{dz'}\right) \right\} = \frac{2}{5} \int' dm \left\{ y' \left(\frac{dV}{dz'}\right) - z' \left(\frac{dV}{dz'}\right) \right\} ;$$

où l'intégrale indiquée par le signe $\int$ appartient à l'ellipsoïde, et celle indiquée par le signe $\int'$ appartient au système formé de la sphère et de l'anneau dont il a été question plus haut. C'est dans ce rapport que consiste le second Lemme de NEWTON ; la démonstration qu'il en a donnée est un peu compliquée ; mais on y parvient assez facilement en employant l'analyse moderne.

Pour cela, nous placerons à chaque instant, comme NEWTON, l'axe des y dans la ligne tirée du centre de la Terre au centre de l'astre attirant. Alors, $x=0$, $y=r$, $z=0$ seront les coordonnées de l'astre attirant ; et en vertu des équations (21) posées dans la page 61, nous aurons

$$-\left(\frac{dV}{dx'}\right) = \frac{Mx'}{r^3}, \qquad -\left(\frac{dV}{dy'}\right) = -\frac{2My'}{r^3}, \qquad -\left(\frac{dV}{dz'}\right) = \frac{Mz'}{r^3},$$

pour l'expression des forces rectangulaires qui agissent sur la molécule dm de la Terre, déterminée par les trois coordonnées x', y', z'. Sur cela, il faut observer que le plan des y', z' est un méridien passant par l'astre M, et que l'axe des x' est censé placé dans le plan de l'équateur. Cela posé, il est d'abord clair, qu'en désignant par F, G, H les momens relatifs à la totalité de ces forces, on a

$$F = \int dm \left\{ x' \left(\frac{dV}{dy'}\right) - y' \left(\frac{dV}{dx'}\right) \right\} = \frac{3M}{r^3} \int dm . x'y' ;$$

$$G = \int dm \left\{ x' \left(\frac{dV}{dz'}\right) - z' \left(\frac{dV}{dx'}\right) \right\} = 0 ;$$

$$H = \int dm \left\{ y' \left(\frac{dV}{dz'}\right) - z' \left(\frac{dV}{dy'}\right) \right\} = -\frac{3M}{r^3} \int dm . y'z' .$$

Actuellement, si l'on nomme θ l'angle formé par le plan de l'équateur et le plan des x', y'; on aura, par la disposition même des axes des x', y', z' à l'égard des axes *principaux* de la Terre,

$$x'=x''; \quad y'=y''.\cos\theta+z''.\sin\theta; \quad z'=z''.\cos\theta-y''.\sin\theta.$$

De là il suit immédiatement, qu'on a, par la propriété des axes principaux, $F=0$; et

$$(15) \; \ldots \; H=\frac{3M}{r^3}\sin\theta.\cos\theta.\int dm(y''^2-z''^2),$$

ou bien

$$H=\frac{3M}{r^3}\sin\theta.\cos\theta.\int dm\left\{(x''^2+y''^2)-(x''^2+z''^2)\right\}.$$

Donc en posant

$$C=\int dm(x''^2+y''^2); \qquad B=\int dm(x''^2+z''^2),$$

il viendra, pour expression du moment H;

$$(16) \; \ldots \; H=\frac{3M}{r^3}\sin\theta.\cos\theta.(C-B).$$

Maintenant, si l'on observe que $\frac{x''^2+y''^2}{D^2}+\frac{z''^2}{D'^2}=1$ étant l'équation de la surface de l'ellipsoïde, on a, dans le cas de l'homogénéité de la Terre,

$$C=\frac{U}{5}.2D^2; \qquad B=\frac{U}{5}.(D^2+D'^2);$$

on en conclura, que $C-B=\frac{U}{5}.(D^2-D'^2)$. Mais nous avons trouvé précédemment (Voyez p. 216) l'équation $\frac{D^2-D'^2}{D^2}=\frac{U-U'}{U}$; partant il est évident, que

$$(17) \; \ldots \; H=\frac{3M}{5r^3}\sin\theta.\cos\theta.D^2(U-U').$$

Pour ramener ce resultat à l'énoncé de NEWTON, remarquons qu'en nommant, dm' les molécules de la sphère, et dm'' celles de l'excès entre l'ellipsoïde et la sphère, on a

$$\int dm'(y'^2 - z'^2) = 0, \quad \text{et} \quad \int dm(y'^2 - z'^2) = \int dm''(y'^2 - z'^2).$$

Or, en imaginant la totalité des molécules désignées par dm'' disséminées dans le plan de l'équateur en forme d'anneau très-mince adhérent à la sphère dont le rayon est D''; on pourra, en vertu de cette distribution de la matière, faire $z''=0$. Et alors, en nommant H' ce que devient H relativement au système de la sphère et de l'anneau, on aura, d'après l'équation (15);

$$H' = \frac{3M}{r^3} \sin\theta . \cos\theta . \int dm'' . y'^2 .$$

Donc, en faisant $y'' = D'' \cos\varphi$; $dm'' = \beta . D'' . d\varphi$, et regardant β comme la surface de la section de l'anneau, il viendra

$$\int dm'' . y'^2 = \beta D''^3 \int_0^{2\pi} d\varphi . \cos^2\varphi = D''^3 . \beta . \pi .$$

Mais $D''.2\pi.\beta$ désigne la masse de l'anneau; donc en remplaçant cette masse par $U - U'$ et D''^2 par D^2 (ce qui n'apporte aucune erreur sensible), on aura

$$(18) \ldots\ldots \quad H' = \frac{3M}{2r^3} \sin\theta . \cos\theta . D^2 (U - U');$$

ce qui change l'équation (17) en $H = \frac{2}{5} . H'$, et met en évidence la vérité du second Lemme de NEWTON.

On pourrait faire d'autres réflexions sur ce sujet; mais il suffit d'avoir ainsi mis en contact la théorie de NEWTON avec la théorie moderne.

§ 4.

Expression du mouvement du périgée de la Lune développée jusqu'aux quantités du septième *ordre inclusivement. - Expression de la fonction des élémens désignée par* $\frac{a}{a_1}$*, propre à la détermination du coefficient de l'équation séculaire de la longitude jusqu'aux quantités du* septième *ordre.*

56. Ce paragraphe doit être considéré comme une extension du cinquième, qui fait partie du cinquième Chapitre. En conséquence, il suffit d'avoir sous les yeux les pages 222-246 du second volume, pour comprendre la marche de l'opération analogue que nous allons exposer ici: où il est question; 1.° de développer le second membre de l'équation différentielle en δu, en tenant compte de toutes les quantités du *septième* ordre qui affectent le coefficient de $e \cos cv$, et celui de $\cos ov$; 2.° d'avoir égard, en même tems, aux quantités du *huitième* ordre de la forme $A\iota'^2$, qui appartiennent au coefficient de $\cos ov$. En opérant ainsi, on obtiendra une expression de $\frac{a}{a_1}$ convenablement préparée pour en déduire le coefficient de l'équation séculaire de la longitude, exact jusqu'aux quantités du sixième ordre inclusivement.

Il n'y a rien à changer relativement aux équations (1) et (2), qu'on voit dans les pages 222, 223 du second volume; ainsi nous ferons de nouveau

$$(6) \; \ldots\ldots \; -\frac{Q'q}{1+\gamma^2} \cdot e \cos cv = -Q'\left(1+e^2+e^4-\tfrac{1}{2}e^2\gamma^2\right) e \cos cv \, ;$$

$$(2) \; \ldots\ldots \; q\left(1-\frac{a}{a_1}\right)\left(1-\tfrac{3}{4}\gamma^2+\tfrac{45}{64}\gamma^4\right) =$$

$$\cos ov \left(1-\frac{a}{a_1}\right)\left(1+e^2+\tfrac{1}{4}\gamma^2+e^4-\tfrac{3}{64}\gamma^4-\tfrac{1}{4}e^2\gamma^2\right).$$

Cela posé, nous commencerons par chercher les termes subséquens qui doivent être ajoutés dans le second membre de l'équation (3) de la page 224.

57. Les termes de δs trouvés dans la page 88 de ce volume, et dans les pages 204-207, 221, 268 du second volume fourniront aisément les suivans:

$$2s_{,}\delta s =$$

$\cos 2gv + cv$	$e\gamma^2\left(m^2 - \frac{3}{8}m^3\right)$
$\cos 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(-3.m^2 - \frac{9}{2}m^3\right)$
$\cos cv$	$e\gamma^2\left\{\begin{array}{l}- m^2 + \frac{3}{8}m^3 + \frac{127}{32}m^4 - \frac{3}{4}m^2e^2 + \frac{7}{8}m^2\gamma^2 - \frac{3}{2}m^2e'^2 \\ + \frac{19045}{1536}m^5 - 6.m^3e^2 - \frac{15}{32}m^3\gamma^2 + \frac{11}{8}m^3e'^2\end{array}\right\}$
$\cos cv$	$e\gamma^2\left\{\begin{array}{l}3.m^2 + \frac{9}{2}m^3 + \frac{789}{64}m^4 + \frac{3}{8}m^2e^2 + \frac{9}{2}m^2e'^2 \\ + \frac{5795}{128}m^5 + \frac{387}{64}m^3e^2 - \frac{117}{16}m^3\gamma^2 + \frac{33}{2}m^3e'^2\end{array}\right\}$
$\cos 2Ev$	$\gamma^2\left(-\frac{3}{8}m - \frac{3}{32}m^2\right)$
$\cos 2Ev - 2gv$	$\gamma^2\left(\frac{3}{8}m + \frac{3}{32}m^2\right)$
$\cos 2Ev + cv - 2gv$	$e\gamma^2\left(m^2\right)$
$\cos 2Ev + cv$	$e\gamma^2\left(-m^2\right)$
$\cos 2Ev - cv - 2gv$	$e\gamma^2\left(-3.m^2\right)$
$\cos 2Ev - cv$	$e\gamma^2\left(3.m^2\right)$.

Produits partiels de $(\delta s)^2$.

Il suffit d'indiquer les argumens qui servent de multiplicateur

Multiplicateur	Produit

$$\sin(gv-2cv)\ \ldots \begin{cases} \cos 0v \quad e'\gamma^2\left(\frac{25}{128}-\frac{675}{512}m\right) \\ \cos cv \quad e\gamma^2\left(-\frac{15}{8}m^2e^2-\frac{45}{16}m^3e^2+\frac{405}{64}m^3e^2\right) \end{cases}$$

$$\sin(gv+c'mv)\ \ldots \begin{cases} \cos 0v \quad \gamma^2\left\{\begin{aligned}&\frac{81}{128}m^2\varepsilon'^2-\frac{621}{512}m^3\varepsilon'^2-\frac{8775}{2048}m^4\varepsilon'^2+\frac{81}{32}m^2e^2\varepsilon'^2\\ &-\frac{81}{128}m^2\gamma^2\varepsilon'^2+\frac{729}{512}m^2\varepsilon'^4+\frac{4761}{8192}m^4\varepsilon'^2\end{aligned}\right\} \\ \cos cv \quad e\gamma^2\left(-\frac{27}{16}m^3\varepsilon'^2\right) \\ \cos cv \quad e\gamma^2\left(\frac{81}{16}m^3\varepsilon'^2\right) \end{cases}$$

$$\sin(gv-c'mv)\ \ldots \begin{cases} \cos 0v \quad \gamma^2\left\{\begin{aligned}&\frac{81}{128}m^2\varepsilon'^2-\frac{81}{512}m^3\varepsilon'^2-\frac{8991}{2048}m^4\varepsilon'^2+\frac{81}{32}m^2e^2\varepsilon'^2\\ &-\frac{81}{128}m^2\gamma^2\varepsilon'^2+\frac{729}{512}m^2\varepsilon'^4+\frac{81}{8192}m^4\varepsilon'^2\end{aligned}\right\} \\ \cos cv \quad e\gamma^2\left(-\frac{81}{16}m^3\varepsilon'^2\right) \\ \cos cv \quad e\gamma^2\left(\frac{27}{16}m^3\varepsilon'^2\right) \end{cases}$$

$$\sin(gv+2c'mv)\ \ldots \left\{ \cos 0v \quad \gamma^2\left(\frac{729}{2048}m^2\varepsilon'^4\right)\right.$$

$$\sin(gv-2c'mv)\ \ldots \left\{ \cos 0v \quad \gamma^2\left(\frac{729}{2048}m^2\varepsilon'^4\right)^2\right.$$

$$\sin(2Ev+c'mv-gv)\ \ldots \begin{cases} \cos 0v \quad \gamma^2\left\{\begin{aligned}&\frac{9}{128}m^2\varepsilon'^2+\frac{171}{512}m^3\varepsilon'^2+\frac{981}{2048}m^4\varepsilon'^2\\ &+\frac{9}{32}m^2e^2\varepsilon'^2-\frac{9}{512}m^2\varepsilon'^4+\frac{8249}{8192}m^4\varepsilon'^2\end{aligned}\right\} \\ \cos cv \quad e\gamma^2\left(\frac{3}{16}m^3\varepsilon'^2\right) \\ \cos cv \quad e\gamma^2\left(-\frac{9}{16}m^3\varepsilon'^2\right) \end{cases}$$

$$\sin 2Ev - c'mv - gv \;\ldots\; \left\{\begin{array}{ll} \cos ov & \gamma^2\left\{\begin{array}{l} \frac{49}{128}m^2\varepsilon'^2 + \frac{455}{512}m^3\varepsilon'^2 - \frac{35}{2048}m^4\varepsilon'^2 \\ + \frac{49}{32}m^2e^2\varepsilon'^2 - \frac{861}{512}m^3\varepsilon'^4 + \frac{4225}{8192}m^4\varepsilon'^2 \end{array}\right\} \\ \cos cv & e\gamma^2\left(\;\frac{49}{16}\,m^3\varepsilon'^2\right) \\ \cos cv & e\gamma^2\left(-\frac{147}{16}\,m^3\varepsilon'^2\right) \end{array}\right.$$

$$\sin 2Ev - gv \;\ldots\; \left\{\begin{array}{ll} \cos ov & \gamma^2\left\{\begin{array}{l} \frac{9}{128}m^2 + \frac{9}{256}m^3 - \frac{819}{4096}m^4 - \frac{12441}{16384}m^5 + \frac{9}{32}m^2e^2 \\ + \frac{603}{512}m^3e^2 + \frac{81}{1024}m^3\gamma^2 - \frac{45}{128}m^2\varepsilon'^2 - \frac{63}{64}m^3\varepsilon'^2 \\ + \frac{9}{2048}m^4 - \frac{819}{16384}m^5 + \frac{9}{128}m^3e^2 - \frac{45}{512}m^3\varepsilon'^2 \\ - \frac{45}{64}m^2e^2\varepsilon'^2 - \frac{20259}{8192}m^4\varepsilon'^2 + \frac{117}{1024}m^2\varepsilon'^4 - \frac{63}{256}m^4\varepsilon'^2 \\ + \frac{4095}{8192}m^4\varepsilon'^2 - \frac{45}{64}m^2e^2\varepsilon'^2 + \frac{225}{512}m^2\varepsilon'^4 + \frac{27}{64}m^4(\varepsilon'^2 - E'^2) \end{array}\right\} \\ \cos cv & e\gamma^2\left\{\begin{array}{l} \frac{3}{8}m^3 + \frac{31}{64}m^4 - \frac{67}{768}m^5 - \frac{3}{32}m^3\gamma^2 + \frac{9}{32}m^3e^2 - \frac{15}{16}m^3\varepsilon'^2 \\ + \frac{3}{32}m^4 + \frac{31}{256}m^5 - \frac{273}{512}m^5 + \frac{3}{4}m^3e^2 - \frac{15}{16}m^3\varepsilon'^2 \end{array}\right\} \\ \cos cv & e\gamma^2\left\{\begin{array}{l} -\;\frac{9}{8}m^3 - \frac{45}{16}m^4 - \frac{3807}{512}m^5 - \frac{27}{32}m^3e^2 + \frac{45}{16}m^3\varepsilon'^2 \\ + \frac{9}{32}m^3\gamma^2 - \frac{9}{32}m^4 - \frac{45}{64}m^5 + \frac{819}{512}m^5 - \frac{9}{4}m^3e^2 + \frac{45}{16}m^3\varepsilon'^2 \end{array}\right\} \end{array}\right.$$

$$\sin 2Ev - cv - gv \;\ldots\ldots\; \left\{\cos cv \quad e\gamma^2\left(\;\frac{45}{16}\,m^3e^2\right)\right.$$

$$\sin 2Ev - 2c'mv - gv \;\ldots\; \left\{\cos ov \quad \gamma^2\left(\;\frac{2601}{2048}m^2\varepsilon'^4\right)\right.$$

$$\sin 2Ev + 2c'mv - gv \;\ldots\; \left\{\cos ov \quad \gamma^2\left(\;\frac{81}{2048}m^2\varepsilon'^4\right).\right.$$

En réunissant ces produits partiels avec la valeur précédente de $2s_1\delta s$, il viendra

$$2s_{,}\delta s + (\delta s)^2 =$$

$$\cos 0v \quad \gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{9}{128}m^2 + \frac{9}{256}m^3 - \frac{801}{4096}m^4 + \frac{9}{32}m^2e^2 + \frac{175}{128}m^2\varepsilon'^2 + \frac{25}{128}e^4 - \frac{675}{512}me^4 \\ -\left(\frac{12441}{16384} + \frac{819}{16384} = \frac{3315}{4096}\right)m^5 + \frac{81}{1024}m^3\gamma^2 + \left(\frac{603}{512} + \frac{9}{128} = \frac{639}{512}\right)m^3e^2 \\ +\left(\frac{171}{512} + \frac{455}{512} - \frac{621}{512} - \frac{81}{512} - \frac{63}{64} - \frac{45}{512} = -\frac{625}{512}\right)m^3\varepsilon'^2 \\ +\left\{ \begin{array}{l} \frac{4761}{8192} - \frac{8775}{2048} - \frac{8991}{2048} + \frac{81}{8192} - \frac{20259}{8192} - \frac{63}{256} \\ + \frac{4095}{8192} + \frac{981}{2048} + \frac{3249}{8192} - \frac{35}{2048} + \frac{4225}{8192} = -\frac{9133}{1024} \end{array} \right\} m^4\varepsilon'^2 \\ +\left(\frac{81}{32} + \frac{81}{32} - \frac{45}{64} - \frac{45}{64} + \frac{9}{32} + \frac{49}{32} = \frac{175}{32}\right)m^2e^2\varepsilon'^2 - \left(\frac{81}{128} + \frac{81}{128} = \frac{81}{64}\right)m^2\gamma^2\varepsilon'^2 \\ +\left\{ \begin{array}{l} \frac{729}{512} + \frac{729}{512} + \frac{729}{2048} + \frac{729}{2048} + \frac{117}{1024} + \frac{225}{512} \\ - \frac{9}{512} - \frac{861}{512} + \frac{2601}{2048} + \frac{81}{2048} = \frac{3813}{1024} \end{array} \right\} m^2\varepsilon'^4 \end{array} \right\}$$

$$\cos cv \quad e\gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} 2.m^2 + \frac{33}{8}m^3 + \left(\frac{127}{32} + \frac{789}{64} + \frac{31}{64} + \frac{3}{32} - \frac{45}{16} - \frac{9}{32} = \frac{441}{32}\right)m^4 \\ + \frac{7}{8}m^2\gamma^2 + \left(\frac{9}{2} - \frac{3}{2} = 3\right)m^2\varepsilon'^2 + \left(\frac{3}{8} - \frac{3}{4} - \frac{15}{8} = -\frac{9}{4}\right)m^2e^2 \\ +\left(\frac{19045}{1536} + \frac{5795}{128} - \frac{67}{768} + \frac{31}{256} - \frac{273}{512} - \frac{3807}{512} - \frac{45}{64} + \frac{819}{512} = \frac{38887}{768}\right)m^5 \\ +\left(\frac{387}{64} - 6 - \frac{45}{16} + \frac{405}{64} + \frac{9}{32} + \frac{3}{4} - \frac{27}{32} - \frac{9}{4} + \frac{45}{16} = \frac{69}{16}\right)m^3e^2 \\ +\left(\frac{9}{32} - \frac{3}{32} - \frac{117}{16} - \frac{15}{32} = -\frac{243}{32}\right)m^3\gamma^2 \\ +\left\{ \begin{array}{l} \frac{11}{8} + \frac{33}{2} - \frac{27}{16} + \frac{81}{16} - \frac{81}{16} + \frac{27}{16} - \frac{15}{16} - \frac{15}{16} \\ + \frac{45}{16} + \frac{45}{16} + \frac{3}{16} - \frac{9}{16} + \frac{49}{16} - \frac{147}{16} = \frac{121}{8} \end{array} \right\} m^3\varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2gv + cv \qquad e\gamma^2\left(m^2 - \frac{3}{8}m^3 \right)$$

$$\cos 2gv - cv \qquad e\gamma^2\left(-3.m^2 - \frac{9}{2}m^3 \right)$$

$\cos 2Ev$	$\gamma^2\left(-\frac{3}{8}m-\frac{3}{32}m^2\right)$
$\cos 2Ev-2gv$	$\gamma^2\left(\frac{3}{8}m+\frac{3}{32}m^2\right)$
$\cos 2Ev+cv-2gv$	$e\gamma^2\left(m^2\right)$
$\cos 2Ev+cv$	$e\gamma^2\left(-m^2\right)$
$\cos 2Ev-cv-2gv$	$e\gamma^2\left(-3.m^2\right)$
$\cos 2Ev-cv$	$e\gamma^2\left(3.m^2\right)$.

Le produit de cette fonction par $-\frac{15}{8}\gamma^2.\cos 2gv$ donne

$$\cos cv \quad e\gamma^2\left\{\left(\frac{45}{16}-\frac{15}{16}=\frac{15}{8}\right)m^2\gamma^2+\left(\frac{45}{128}+\frac{135}{32}=\frac{585}{128}\right)m^3\gamma^2\right\}.$$

Le carré de cette même fonction donne, en considérant aussi les termes posés dans les pages 273, 274, 331 du second volume,

$$\left\{2s_{,}\delta s+(\delta s)^2\right\}^2=$$

$$\cos ov \quad \gamma^4\left\{\left(\frac{9}{128}+\frac{9}{128}=\frac{9}{64}\right)m^2+\left(\frac{9}{256}+\frac{9}{256}=\frac{9}{128}\right)m^3\right\}$$
$$+\cos cv \quad e\gamma^2\left\{\frac{3}{8}-\frac{9}{8}+\frac{3}{8}-\frac{9}{8}=-\frac{3}{2}\right\}m^3\gamma^2$$
$$+\cos ov \quad \varepsilon'^2\gamma^4\left(\frac{81}{128}m^2\right)+\cos ov \quad \varepsilon'^2\gamma^4\left(\frac{81}{128}m^2\right)$$
$$+\cos ov \quad \gamma^4\left(-\frac{45}{128}m^2\varepsilon'^2\right)+\cos ov \quad \varepsilon'^2\gamma^4\left(\frac{9}{128}m^2\right)$$
$$+\cos ov \quad \varepsilon'^2\gamma^4\left(\frac{49}{128}m^2\right)+\cos ov \quad \gamma^4\left(-\frac{45}{128}m^2\varepsilon'^2\right)$$
$$=\cos ov \quad \gamma^4\left(\frac{9}{64}m^2+\frac{9}{128}m^3+\frac{65}{64}m^2\varepsilon'^2\right)+\cos cv \quad e\gamma^2\left(-\frac{3}{2}m^3\gamma^2\right).$$

Donc, en rapprochant ces termes de l'expression de $\delta T'$ posée dans la page 276 du I.[er] volume on en conclura, que dans la recherche actuelle on doit prendre,

$$\delta T =$$

$$\cos ov \quad \gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} -\frac{27}{256}m^2-\frac{27}{512}m^3+\frac{2403}{8192}m^4-\frac{27}{64}m^2e^2-\frac{525}{256}m^2\varepsilon'^2-\frac{75}{256}e^4 \\ +\left(\frac{135}{1024}+\frac{135}{512}=\frac{405}{1024}\right)m^2\gamma^2+\left(\frac{135}{2048}-\frac{243}{2048}+\frac{135}{1024}=\frac{81}{1024}\right)m^3\gamma^2 \\ +\frac{9945}{8192}m^5-\frac{1917}{1024}m^3e^2+\frac{1875}{1024}m^3\varepsilon'^2+\frac{2025}{1024}me^4+\frac{27399}{2048}m^4\varepsilon'^2 \\ -\frac{525}{64}m^2e^2\varepsilon'^2-\frac{11439}{2048}m^2\varepsilon'^4+\left(\frac{243}{128}+\frac{2625}{1024}+\frac{975}{512}=\frac{6519}{1024}\right)m^2\gamma^2\varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos cv \quad e\gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} -3.m^2-\frac{99}{16}m^3-\frac{1323}{64}m^4-\frac{9}{2}m^2\varepsilon'^2+\frac{27}{8}m^2e^2+\left(\frac{15}{8}+\frac{15}{4}-\frac{21}{16}=\frac{69}{16}\right)m^2\gamma^2 \\ -\frac{38887}{512}m^5-\frac{207}{32}m^3e^2-\frac{363}{16}m^3\varepsilon'^2+\left(\frac{495}{64}+\frac{585}{128}+\frac{729}{64}-\frac{45}{16}=\frac{2673}{128}\right)m^3\gamma^2 \end{array} \right\}$$

L'expression de $\frac{a}{a_1}$ ne renferme aucun terme du troisième ordre (Voyez p. 244 du second volume); partant il suffit de prendre ici (comme dans la page 224 du vol. 2),

$$-q\left(\frac{a}{a_1}\right)=-\left(1+e^2+\gamma^2+\frac{1}{2}m^2\right);$$

ce qui donnera

$$(3) \; \ldots\ldots \; -q\left(\frac{a}{a_1}\right)\delta T =$$

$$\cos ov \quad \gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{27}{256}m^2+\frac{27}{512}m^3-\frac{1971}{8192}m^4+\frac{135}{256}m^2e^2+\frac{525}{256}m^2\varepsilon'^2-\frac{297}{1024}m^2\gamma^2 \\ +\frac{75}{256}e^4-\left(\frac{9945}{8192}-\frac{27}{1024}=\frac{9729}{8192}\right)m^5-\left(\frac{81}{1024}-\frac{27}{512}=\frac{27}{1024}\right)m^3\gamma^2 \\ +\left(\frac{27}{512}+\frac{1917}{1024}=\frac{1971}{1024}\right)m^3e^2-\frac{1875}{1024}m^3\varepsilon'^2-\frac{2025}{1024}me^4 \\ -\left(\frac{27399}{2048}-\frac{525}{512}=\frac{25299}{2048}\right)m^4\varepsilon'^2+\left(\frac{525}{64}+\frac{525}{256}=\frac{2625}{256}\right)m^2e^2\varepsilon'^2 \\ -\left(\frac{6519}{1024}-\frac{525}{256}=\frac{4419}{1024}\right)m^2\gamma^2\varepsilon'^2+\frac{11439}{2048}m^2\varepsilon'^4 \end{array} \right\}$$

$$\cos cv \quad e\gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} 3.m^2+\frac{99}{16}m^3+\left(\frac{1323}{64}+\frac{3}{2}=\frac{1419}{64}\right)m^4+\frac{9}{2}m^2\varepsilon'^2-\left(\frac{27}{8}-3=\frac{3}{8}\right)m^2e^2 \\ -\left(\frac{69}{16}-3=\frac{21}{16}\right)m^2\gamma^2+\left(\frac{38887}{512}+\frac{99}{32}=\frac{40471}{512}\right)m^5 \\ +\left(\frac{207}{32}+\frac{99}{16}=\frac{405}{32}\right)m^3e^2+\frac{363}{16}m^3\varepsilon'^2-\left(\frac{2678}{128}-\frac{99}{16}=\frac{1881}{128}\right)m^3\gamma^2 \end{array} \right\}$$

58. Pour avoir les termes donnés par le développement de la fonction $R_1 + \frac{3}{2}\delta u$, nous ferons ici une opération analogue à celle qui est exposée dans le n.° 119 du second volume.

$$(a') \ldots \left\{ \begin{array}{l} \frac{q}{2}\left(\frac{a'u'}{u_1}\right)^3 = \cos ov \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} + \frac{1}{2}e^2 + \frac{1}{8}\gamma^2 + \frac{3}{4}\varepsilon'^2 + \frac{5}{16}e^4 + \frac{15}{16}\varepsilon'^4 - \frac{3}{128}\gamma^4 \\ + \frac{3}{4}e^2\varepsilon'^2 - \frac{1}{8}e^2\gamma^2 + \frac{3}{16}\varepsilon'^2\gamma^2 + \frac{15}{16}e^2\varepsilon'^4 - \frac{3}{16}e^2\varepsilon'^2\gamma^2 \\ + \frac{15}{32}e^4\varepsilon'^2 + \frac{35}{32}\varepsilon'^6 - \frac{9}{256}\varepsilon'^2\gamma^4 + \frac{15}{64}\varepsilon'^4\gamma^2 \end{array} \right\} \\ \qquad\qquad \cos cv \; e \left\{ \begin{array}{l} - \frac{3}{2} - \frac{3}{4}e^2 - \frac{9}{4}\varepsilon'^2 - \frac{9}{16}e^4 - \frac{45}{16}\varepsilon'^4 \\ - \frac{3}{16}\gamma^4 - \frac{9}{8}e^2\varepsilon'^2 + \frac{3}{8}e^2\gamma^2 \end{array} \right\}; \\ \frac{9}{16}\cdot q b^1 \left(\frac{a'u'}{u_1}\right)^5 = \cos ov \left(\frac{9}{16}b^1 + \frac{45}{16}\varepsilon'^2 b^1\right) + \cos cv \; e\left(-\frac{45}{16}b^1\right). \end{array} \right.$$

(Voyez p. 266 et 348 du I.er volume, et remarquez qu'on a calculé directement les termes du sixième ordre qu'on voit ici dans le coefficient de $\cos ov$).

Produits partiels de $\left[\frac{3}{2}u_1 - \frac{3}{2}q\left(\frac{a'u'}{u_1}\right)^3\right]\frac{\delta u}{u_1}$.

On prendra les termes des deux facteurs dans la page 350 du I.er volume ; et dans les pages 752-754 du second volume.

Multiplicateur	Produit
$2\cos cv \;\; e(3) \ldots\ldots$	$\cos cv \;\; e\left(\frac{3}{2}m^2e^2 - \frac{15}{16}e^2\gamma^2 + \frac{45}{4}m^3e^2 + \frac{405}{128}me^2\gamma^2\right)$
$2\cos 2c'mv \;\; \varepsilon'^2\left(-\frac{27}{8}\right) \ldots$	$\cos ov \;\; \left(\frac{243}{32}m^2\varepsilon'^4\right)$
	$\cos cv \;\; e\left(\frac{729}{256}m\varepsilon'^4\right)$
	$\cos cv \;\; e\left(-\frac{729}{256}m\varepsilon'^4\right)$
$2\cos 2gv \;\; \gamma^2\left(-\frac{3}{4}\right) \ldots$	$\cos cv \;\; e\left(\frac{21}{32}\gamma^4 - \frac{405}{256}m\gamma^4\right)$

Multiplicateur . . . . $2\cos c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{9}{4}-\frac{81}{32}\varepsilon'^2-\frac{9}{4}e^2-\frac{9}{16}\gamma^2\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{ll} \cos 0v & \left\{\begin{array}{l} \frac{27}{8}m^2\varepsilon'^2-\frac{5265}{64}m^3\varepsilon'^2+\frac{243}{64}m^2\varepsilon'^4-\frac{135}{32}m^2\gamma^2\varepsilon'^2-\frac{4563}{128}m^2e^2\varepsilon'^2 \\ +\frac{243}{64}m^2\varepsilon'^4+\frac{27}{8}m^2e^2\varepsilon'^2+\frac{27}{32}m^2\varepsilon'^2\gamma^2 \end{array}\right\} \\ \cos cv \quad e & \left\{\begin{array}{l} \frac{81}{32}m\varepsilon'^2+\frac{7101}{256}m^2\varepsilon'^2+\frac{156897}{1024}m^3\varepsilon'^2-\frac{729}{128}m\varepsilon'^2\gamma^2-\frac{81}{128}me^2\varepsilon'^2 \\ +\frac{729}{256}m\varepsilon'^4+\frac{729}{256}m\varepsilon'^4+\frac{81}{32}me^2\varepsilon'^2+\frac{81}{128}m\gamma^2\varepsilon'^2 \end{array}\right\} \\ \cos cv \quad e & \left\{\begin{array}{l} -\frac{81}{32}m\varepsilon'^2-\frac{10449}{256}m^2\varepsilon'^2-\frac{319977}{1024}m^3\varepsilon'^2+\frac{729}{128}m\varepsilon'^2\gamma^2+\frac{81}{128}me^2\varepsilon'^2 \\ -\frac{729}{256}m\varepsilon'^4-\frac{729}{256}m\varepsilon'^4-\frac{81}{32}me^2\varepsilon'^2-\frac{81}{128}m\gamma^2\varepsilon'^2 \end{array}\right\} \end{array}\right.$$

Multiplicateur Produit

$$2\cos cv+c'mv \quad e\varepsilon'\left(\frac{27}{8}+\frac{9}{4}m\right)..\left\{\begin{array}{l} \cos cv \quad e\left(-\frac{81}{16}m^2\varepsilon'^2-\frac{27}{8}m^3\varepsilon'^2\right) \\ \cos 0v\left(-\frac{243}{64}me^2\varepsilon'^2-\frac{21303}{512}m^2e^2\varepsilon'^2-\frac{81}{32}m^2e^2\varepsilon'^2\right) \\ \cos cv \quad e\left(\frac{243}{128}me^2\varepsilon'^2\right) \end{array}\right.$$

$$2\cos cv-c'mv \quad e\varepsilon'\left(\frac{27}{8}-\frac{9}{4}m\right)..\left\{\begin{array}{l} \cos cv \quad e\left(-\frac{81}{16}m^2\varepsilon'^2+\frac{27}{8}m^3\varepsilon'^2\right) \\ \cos 0v\left(\frac{243}{64}me^2\varepsilon'^2+\frac{31347}{512}m^2e^2\varepsilon'^2-\frac{81}{32}m^2c^2\varepsilon'^2\right) \\ \cos cv \quad e\left(-\frac{243}{128}me^2\varepsilon'^2\right) \end{array}\right.$$

$$2\cos 2cv+c'mv \quad e^2\varepsilon'\left(-\frac{27}{8}\right)\ldots\ldots\left\{\cos cv \quad e\left(\frac{243}{64}me^2\varepsilon'^2\right)\right.$$

$$2\cos 2cv-c'mv \quad e^2\varepsilon'\left(-\frac{27}{8}\right)\ldots\ldots\left\{\cos cv \quad e\left(-\frac{243}{64}me^2\varepsilon'^2\right).\right.$$

La réunion de ces produits partiels donne

$$(b') \ldots\ldots \left[\frac{3}{2}u_{,}-\frac{3}{2}\,q\left(\frac{a'u'}{u_{,}}\right)^3\right]\cdot\frac{\delta u}{u_{,}}=$$

$$\cos 0v \quad \left\{\begin{aligned} &\frac{27}{8}m^2\varepsilon'^2+\left(\frac{243}{64}-\frac{243}{64}=0\right)me^2\varepsilon'^2-\frac{5265}{64}m^4\varepsilon'^2 \\ &+\left(\frac{243}{64}+\frac{243}{64}+\frac{243}{32}=\frac{243}{16}\right)m^2\varepsilon'^4-\left(\frac{135}{32}-\frac{27}{32}=\frac{27}{8}\right)m^2\gamma^2\varepsilon'^2 \\ &+\left(\frac{27}{8}-\frac{4563}{128}-\frac{21303}{512}-\frac{81}{32}+\frac{31347}{512}-\frac{81}{32}=-\frac{567}{32}\right)m^2e^2\varepsilon'^2 \end{aligned}\right\}$$

$$\cos cv \quad e\left\{\begin{aligned} &\left(\frac{81}{32}-\frac{81}{32}=0\right)m\varepsilon'^2+\frac{3}{2}m^2e^2-\frac{15}{16}e^2\gamma^2+\frac{21}{32}\gamma^4 \\ &+\left(\frac{7101}{256}-\frac{10449}{256}-\frac{81}{16}-\frac{81}{16}=-\frac{1485}{64}\right)m^2\varepsilon'^2+\frac{45}{4}m^3e^2 \\ &+\left(\frac{156897}{1024}-\frac{319977}{1024}-\frac{27}{8}+\frac{27}{8}=-\frac{20385}{128}\right)m^3\varepsilon'^2+\frac{405}{128}me^2\gamma^2 \\ &+\left(\frac{81}{128}-\frac{729}{128}+\frac{729}{128}-\frac{81}{128}=0\right)m\varepsilon'^2\gamma^2-\frac{405}{256}m\gamma^4 \\ &+\left(\frac{729}{256}+\frac{729}{256}-\frac{729}{256}-\frac{729}{256}+\frac{729}{256}-\frac{729}{256}=0\right)m\varepsilon'^4 \\ &+\left(\frac{81}{32}-\frac{81}{128}+\frac{81}{128}-\frac{81}{32}+\frac{243}{128}-\frac{243}{128}+\frac{243}{128}-\frac{243}{128}=0\right)me^2\varepsilon'^2 \end{aligned}\right\}$$

Pour avoir les termes donnés par le développement de la fonction $3q\left(\frac{a'u'}{u_{,}}\right)^3\left(\frac{\delta u}{u_{,}}\right)^2$ il faut, avant tout, chercher les termes du *sixième* ordre qui affectent l'argument cv dans la valeur de $\left(\frac{\delta u}{u_{,}}\right)^2$. Mais, comme bientôt (Voyez p. 248) nous aurons aussi besoin des termes du sixième ordre, qui, dans le développement de cette même fonction, affectent les argumens $2Ev$, $2Ev+cv$, $2Ev-cv$, nous les placerons ici par anticipation. Ce calcul auxiliaire devient facile, en ayant sous les yeux l'opération exposée dans les pages 761-769 du second volume. Après cette citation, il suffit d'indiquer les argumens qui servent de multiplicateur.

Produits partiels de $4.\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$.

Multiplicateur	Produit	
$2\cos c'mv$	$\cos cv$	$e\left(\frac{27}{4}m^3\varepsilon'^2\right)$
	$\cos cv$	$e\left(-\frac{27}{4}m^3\varepsilon'^2\right)$
	$\cos 2Ev-cv$	$e\left(\frac{45}{4}m^3\varepsilon'^2\right)$
	$\cos 2Ev-cv$	$e\left(-\frac{105}{4}m^3\varepsilon'^2\right)$
	$\cos 2Ev$	$\left(3.m^4\varepsilon'^2\right)$
	$\cos 2Ev$	$\left(-21.m^4\varepsilon'^2\right)$
$2\cos 2cv$	$\cos 2Ev+cv$	$e\left(\frac{15}{4}m^3e^2-\frac{75}{32}me^2\gamma^2\right)$
$2\cos cv+c'mv$ ...	$\cos 2Ev$	$\left(-\frac{315}{16}m^2e^2\varepsilon'^2\right)$
	$\cos 2Ev-cv$	$e\left(\frac{9}{4}m^3\varepsilon'^2\right)$
	$\cos 2Ev+cv$	$e\left(-\frac{63}{4}m^3\varepsilon'^2\right)$
$2\cos cv-c'mv$ ...	$\cos 2Ev$	$\left(-\frac{135}{16}m^2e^2\varepsilon'^2\right)$
	$\cos 2Ev-cv$	$e\left(\frac{63}{4}m^3\varepsilon'^2\right)$
	$\cos 2Ev+cv$	$e\left(-\frac{9}{4}m^3\varepsilon'^2\right)$
$2\cos 2gv-cv$ ...	$\cos 2Ev-cv$	$e\left(-\frac{21}{32}m\gamma^4\right)$
$2\cos 2Ev-cv$ ...	$\cos cv$	$e\left(\frac{4965}{128}m^3e^4+\frac{11565}{128}m^3e^2\right)$
	$\cos 2Ev+cv$	$e\left(-\frac{15}{4}m^5\right)$

$$
2\cos 2Ev \;\ldots\ldots \left\{
\begin{array}{l}
\cos 2Ev - cv \quad e\left(-\frac{75}{16}m^5\right) \\[6pt]
\cos cv \quad e\left\{
\begin{array}{l}
\quad\frac{39193}{384}m^5 - 6.m^3\gamma^2 - \frac{75}{4}m^3\varepsilon'^2 + \frac{4883}{48}m^5 \\
-\frac{771}{128}m^3\gamma^2 - \frac{3855}{128}m^3e^2 + \frac{160}{3}m^5 - \frac{75}{4}m^3\varepsilon'^2 \\
-\frac{2355}{128}m^3e^2 - \frac{525}{128}m^3\gamma^2
\end{array}\right\} \\[6pt]
\cos cv \quad e\left\{
\begin{array}{l}
-\frac{33}{4}m^5 + \frac{3}{8}m^3\gamma^2 + \frac{15}{8}m^3e^2 \\
-\frac{57}{4}m^5 + \frac{27}{32}m^3\gamma^2 + \frac{135}{32}m^3e^2
\end{array}\right\}
\end{array}\right.
$$

$$2\cos 2Ev + c'mv \ldots \left\{ \cos cv \quad e\left(-\frac{15}{4}m^3\varepsilon'^2\right)\right.$$

$$2\cos 2Ev - c'mv \ldots \left\{ \cos cv \quad e\left(\frac{245}{4}m^3\varepsilon'^2\right)\right. ;$$

partant on a

$$4\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2 =$$

$$
\cos cv \qquad e\left\{
\begin{array}{l}
\quad\left(\frac{39193}{384} + \frac{4883}{48} + \frac{160}{3} - \frac{33}{4} - \frac{57}{4} = \frac{90097}{384}\right)m^5 \\
+\left(\frac{27}{4} - \frac{27}{4} + \frac{15}{4} + \frac{245}{4} - \frac{75}{4} - \frac{75}{4} = \frac{55}{2}\right)m^3\varepsilon'^2 \\
-\left(6 + \frac{771}{128} + \frac{525}{128} - \frac{3}{8} - \frac{27}{32} = \frac{477}{32}\right)m^3\gamma^2 \\
+\left(\frac{15}{8} - \frac{3855}{128} - \frac{2355}{128} + \frac{135}{32} + \frac{4965}{128} + \frac{11565}{128} = \frac{2775}{32}\right)m^3e^2
\end{array}\right\}
$$

$$\cos 2Ev \qquad \left\{-\left(21 - 3 = 18\right)m^4\varepsilon'^2 - \left(\frac{315}{16} + \frac{135}{16} = \frac{225}{8}\right)m^2e^2\varepsilon'^2\right\}$$

$$\cos 2Ev - cv \quad e\left\{-\frac{75}{16}m^5 - \frac{21}{32}m\gamma^4 + \left(\frac{45}{4} - \frac{105}{4} + \frac{9}{4} + \frac{63}{4} = 3\right)m^3\varepsilon'^2\right\}$$

$$\cos 2Ev + cv \quad e\left\{-\frac{15}{4}m^5 + \frac{15}{4}m^3e^2 - \frac{75}{32}me^2\gamma^2 - \left(\frac{63}{4} + \frac{9}{4} = 18\right)m^3\varepsilon'^2\right\}.$$

Après avoir ajouté ces termes à la valeur de $4\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$ posée dans les pages 770-774 du second volume, on formera aisément ces produits partiels.

Produits partiels de $\frac{3}{4} q \left(\frac{a' u'}{u_{,}}\right)^3 4 \left(\frac{\delta u}{u_{,}}\right)^2$.

On prendra les termes du multiplicateur dans la page 348 du I.er vol.

Multiplicateur . . . . $\cos ov \left(\frac{3}{4}+\frac{3}{4}e^2+\frac{9}{8}\varepsilon'^2+\frac{3}{16}\gamma^2\right)$

$$\text{Produit}\begin{cases} \cos ov & \left\{\begin{aligned} &\tfrac{3}{2}m^4+\tfrac{675}{128}m^2e^2+\tfrac{19}{2}m^5-\tfrac{9}{16}m^3\gamma^2+\tfrac{10845}{256}m^3e^2 \\ &+\tfrac{117}{8}m^4\varepsilon'^2+\tfrac{1461}{128}m^2e^2\varepsilon'^2+\tfrac{75}{32}b^4\varepsilon'^2+\tfrac{9}{4}m^4\varepsilon'^2+\tfrac{2025}{256}m^2e^2\varepsilon'^2 \end{aligned}\right\} \\ \cos cv & e\left\{\begin{aligned} &\tfrac{45}{8}m^3+\tfrac{1233}{32}m^4-\tfrac{135}{128}m^3\gamma^2+\tfrac{675}{64}m^2e^2+\tfrac{90097}{512}m^5+\tfrac{165}{8}m^3\varepsilon'^2 \\ &-\tfrac{1431}{128}m^3\gamma^2+\tfrac{8325}{128}m^3e^2+\tfrac{45}{8}m^3e^2+\tfrac{135}{16}m^3\varepsilon'^2+\tfrac{45}{32}m^3\gamma^2 \end{aligned}\right\} \end{cases}$$

Multiplicateur . . . . $2\cos cv \quad e\left(-\frac{9}{8}\right)$

$$\text{Produit}\begin{cases} \cos ov & \left(-\tfrac{135}{16}m^3e^2\right) \\ \cos cv & e\left(-\tfrac{9}{2}m^4-\tfrac{2025}{128}m^2e^2-\tfrac{57}{2}m^5+\tfrac{27}{16}m^3\gamma^2-\tfrac{32535}{256}m^3e^2\right) \\ \cos cv & e\left(-\tfrac{405}{128}m^3e^2\right) \end{cases}$$

Multiplicateur Produit

$$2\cos c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{9}{8}\right)\ldots\ldots\begin{cases} \cos ov & \left(\tfrac{27}{2}m^4\varepsilon'^2+\tfrac{675}{32}m^2e^2\varepsilon'^2\right) \\ \cos cv & e\left(\tfrac{495}{32}m^3\varepsilon'^2\right) \\ \cos cv & e\left(\tfrac{675}{32}m^3\varepsilon'^2\right) \end{cases}$$

$$2\cos 2cv \quad e^2\left(\frac{9}{8}\right)\ldots\ldots\left\{\cos cv \quad e\left(\tfrac{135}{16}m^3e^2\right)\right.$$

Il suit de là qu'on a

$$(c') \ldots\ldots\ 3q\left(\frac{\alpha' u'}{u_1}\right)^3 \cdot \left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2 =$$

$$\cos ov \left\{\begin{array}{l} \frac{3}{2}m^4 + \frac{675}{128}m^2e^2 + \frac{19}{2}m^5 - \frac{9}{16}m^3\gamma^2 + \left(\frac{10845}{256} - \frac{135}{16} = \frac{8685}{256}\right)m^3e^2 \\ + \left(\frac{117}{8} + \frac{9}{4} + \frac{27}{2} = \frac{243}{8}\right)m^4\varepsilon'^2 + \frac{75}{32}b^4\varepsilon'^2 + \left(\frac{1461}{128} + \frac{2025}{256} + \frac{675}{32} = \frac{10347}{256}\right)m^2e^2\varepsilon'^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos cv\ e \left\{\begin{array}{l} \frac{45}{8}m^3 + \left(\frac{1233}{32} - \frac{9}{2} = \frac{1089}{32}\right)m^4 - \frac{135}{128}m^2\gamma^2 - \left(\frac{2025}{128} - \frac{675}{64} = \frac{675}{128}\right)m^2e^2 \\ + \left(\frac{90097}{512} - \frac{57}{2} = \frac{75505}{512}\right)m^5 + \left(\frac{165}{8} + \frac{135}{16} + \frac{495}{32} + \frac{675}{32} = \frac{525}{8}\right)m^3\varepsilon'^2 \\ + \left(\frac{27}{16} + \frac{45}{32} - \frac{1431}{128} = -\frac{1035}{128}\right)m^3\gamma^2 \\ + \left(\frac{8325}{128} + \frac{45}{8} - \frac{32535}{256} - \frac{405}{128} + \frac{135}{16} = -\frac{13095}{256}\right)m^3e^2 \end{array}\right\}$$

La valeur de δnt (Voyez p. 838, 839 du second volume) donne

$$\delta[(\alpha'u')^3] = 2\sin c'mv\ \varepsilon'\left(-\frac{8}{2}m\right) \times \delta nt =$$

$$\cos ov\ \left(-\frac{9}{2}m^2\varepsilon'^2 + \frac{2205}{32}m^4\varepsilon'^2 - \frac{81}{16}m^2\varepsilon'^4 + \frac{81}{16}m^2\gamma^2\varepsilon'^2 - \frac{81}{16}m^2e^2\varepsilon'^2\right)$$

$$\cos cv\ e\left\{\ \left(-\frac{27}{8} - \frac{27}{8} = -\frac{27}{4}\right)m^2\varepsilon'^2 - \left(\frac{3987}{64} + \frac{1863}{64} = \frac{2925}{32}\right)m^3\varepsilon'^2\right\}.$$

Donc en faisant le produit par (Voyez p. 308 du I.er volume)

$$\frac{q}{2u_1^3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}e^2 + \frac{1}{8}\gamma^2 - \frac{3}{2}e\cos cv,$$

on aura

$$(d') \ldots\ \frac{q}{2} \cdot \frac{\delta[(\alpha'u')^3]}{u_1^3} = \cos ov \left\{\begin{array}{l} -\frac{9}{4}m^2\varepsilon'^2 + \frac{2205}{64}m^4\varepsilon'^2 - \frac{81}{32}m^2\varepsilon'^4 \\ + \left(\frac{81}{32} - \frac{9}{16} = \frac{63}{32}\right)m^2\gamma^2\varepsilon'^2 + \left(\frac{81}{16} - \frac{81}{32} - \frac{9}{4} = \frac{9}{32}\right)m^2e^2\varepsilon'^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos cv\ \ e\left\{\left(\frac{27}{4} - \frac{27}{8} = \frac{27}{8}\right)m^2\varepsilon'^2 - \frac{2925}{64}m^3\varepsilon'^2\right\}.$$

La réunion des termes compris dans les fonctions désignées par (a'), (b'), (c'), (d') donnera

$$(4) \; \ldots\ldots \; R_1 + \frac{3}{2}\,\delta u =$$

$$\cos ov \left\{\begin{array}{l}
\frac{1}{2}+\frac{1}{2}e^2+\frac{1}{8}\gamma^2+\frac{3}{4}\varepsilon'^2+\frac{5}{16}e^4+\frac{15}{16}\varepsilon'^4-\frac{3}{128}\gamma^4+\frac{3}{4}e^2\varepsilon'^2-\frac{1}{8}e^2\gamma^2+\frac{3}{16}\varepsilon'^2\gamma^2 \\
+\frac{9}{16}b^4+\frac{3}{2}m^4+\frac{675}{128}m^2e^2+\left(\frac{27}{8}-\frac{9}{4}=\frac{9}{8}\right)m^2\varepsilon'^2+\frac{19}{2}m^5-\frac{9}{16}m^3\gamma^2+\frac{8685}{256}m^3e^2 \\
+\left(\frac{243}{8}+\frac{2205}{64}-\frac{5265}{64}=-\frac{279}{16}\right)m^4\varepsilon'^2+\left(\frac{243}{16}-\frac{81}{32}=\frac{405}{32}\right)m^2\varepsilon'^4 \\
+\left(\frac{63}{32}-\frac{27}{8}=-\frac{45}{32}\right)m^2\gamma^2\varepsilon'^2+\left(\frac{10347}{256}+\frac{9}{32}-\frac{567}{32}=\frac{5883}{256}\right)m^2e^2\varepsilon'^2+\frac{15}{16}e^2\varepsilon'^4 \\
-\frac{3}{16}e^2\varepsilon'^2\gamma^2+\frac{15}{32}e^4\varepsilon'^2-\frac{9}{256}\varepsilon'^2\gamma^4+\frac{15}{64}\varepsilon'^4\gamma^2+\frac{35}{32}\varepsilon'^6+\left(\frac{75}{32}+\frac{45}{16}=\frac{165}{32}\right)b^4\varepsilon'^2
\end{array}\right.$$

$$\cos cv \;\; e \left\{\begin{array}{l}
-\frac{3}{2}-\frac{3}{4}e^2-\frac{9}{4}\varepsilon'^2+\frac{45}{8}m^3-\frac{9}{16}e^4-\frac{45}{16}\varepsilon'^4+\left(\frac{21}{32}-\frac{3}{16}=\frac{15}{32}\right)\gamma^4-\frac{45}{16}b^4 \\
-\frac{9}{8}e^2\varepsilon'^2-\left(\frac{15}{16}-\frac{3}{8}=\frac{9}{16}\right)e^2\gamma^2+\frac{1089}{32}m^4-\frac{135}{128}m^2\gamma^2-\left(\frac{675}{128}-\frac{3}{2}=\frac{483}{128}\right)m^2e^2 \\
-\left(\frac{1185}{64}-\frac{27}{8}=\frac{1269}{64}\right)m^2\varepsilon'^2+\frac{75505}{512}m^5-\frac{1035}{128}m^3\gamma^2+\frac{405}{128}me^2\gamma^2-\frac{405}{256}m\gamma^4 \\
-\left(\frac{2925}{64}+\frac{20885}{128}-\frac{525}{8}=\frac{17835}{128}\right)m^3\varepsilon'^2-\left(\frac{13095}{256}-\frac{45}{4}=\frac{10215}{256}\right)m^3e^2
\end{array}\right.$$

59. Développons maintenant les différentes fonctions qui composent l'expression de $\delta R'$.

Produits partiels de $-6q \cdot \frac{\delta u}{u_1} \cdot \frac{(a'u')^3}{u_1^4} \frac{\sin}{\cos}(2v - 2v')$.

Dans la formation de ces produits nous retiendrons seulement les termes du cinquième et du sixième ordre qui multiplient $\frac{\sin}{\cos}ov$, $\frac{\sin}{\cos}cv$, $\frac{\sin}{\cos}-cv$. Les termes des ordres inférieurs se trouvent dans la page 229 du second volume. On aura de plus égard aux termes du quatrième ordre qui affectent l'argument $2gv+cv$; ce qui est nécessaire dans le passage de $\frac{\delta R^V}{u_1}$ à δR^V. On prendra les termes du multiplicateur dans le I.er volume (page 336 et suivantes); et

ceux de $\frac{\delta u}{u_i}$, en partie dans les pages 167-171 de ce volume, et en partie dans les pages 752-760 du second volume.

$$\text{Multiplicateur} \ldots\ldots 2 \begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix} 2Ev \left\{ \begin{array}{l} -3-6.e^2+\frac{15}{2}\varepsilon'^2+12.m^2e^2+15.e^2\varepsilon'^2 \\ +3.e^2\gamma^2-\frac{39}{16}\varepsilon'^4-\frac{3}{8}\gamma^4-\frac{27}{8}e^4 \end{array} \right\}$$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{l}
\begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}\ ov \left\{\begin{array}{l}
-\frac{1175}{36}m^5+\frac{95}{4}m^3\varepsilon'^2+\frac{2893}{1024}m^3\gamma^2+\frac{15929}{1024}m^3e^2+\frac{45}{64}me^4-\frac{27}{64}m\gamma^4 \\
-\frac{27}{16}me^2\gamma^2-\frac{225}{32}me^2\varepsilon'^2-\frac{45}{32}m\varepsilon'^2\gamma^2-19.m^3e^2+\frac{9}{8}me^2\gamma^2 \\
+\frac{45}{8}me^4+\frac{95}{4}m^3\varepsilon'^2-\frac{45}{32}m\varepsilon'^2\gamma^2-\frac{225}{32}me^2\varepsilon'^2+\frac{1099}{12}m^4\varepsilon'^2 \\
-\frac{39}{16}m^2\varepsilon'^4-\frac{15}{32}m^2e^2\varepsilon'^2-\frac{357}{64}m^2\varepsilon'^2\gamma^2+15.m^2e^2\varepsilon'^2+\frac{160}{3}m^4\varepsilon'^2 \\
-\frac{75}{4}m^2\varepsilon'^4-\frac{2355}{128}m^2e^2\varepsilon'^2-\frac{525}{128}m^2\gamma^2\varepsilon'^2+15.m^2e^2\varepsilon'^2-\frac{39}{16}m^2\varepsilon'^4
\end{array}\right\} \\
cv\ e\left\{\begin{array}{l}
-\frac{1416863}{6144}m^4+\frac{195}{8}m^2\varepsilon'^2-\frac{783}{128}m^2e^2+\frac{639}{32}m^2\gamma^2-\frac{771}{16}m^2e^2 \\
+\frac{3855}{64}m^2\varepsilon'^2-\frac{102435629}{147456}m^5+\frac{81087}{1024}m^3e^2+\frac{42105}{512}m^3\gamma^2 \\
-\frac{426025}{1024}m^3\varepsilon'^2-\frac{117}{64}me^2\gamma^2-\frac{45}{4}m\varepsilon'^2\gamma^2-\frac{585}{128}m\varepsilon'^4-\frac{315}{64}mb^4 \\
-\frac{1215}{512}m\gamma^4-\frac{39193}{256}m^3e^2+9.me^2\gamma^2+\frac{225}{8}me^2\varepsilon'^2+\frac{195965}{1024}m^3\varepsilon'^2 \\
-\frac{45}{4}m\varepsilon'^2\gamma^2-\frac{1125}{32}m\varepsilon'^4+\frac{45}{2}m^3e^2+\frac{225}{8}me^2\varepsilon'^2+\frac{45}{8}me^2\gamma^2 \\
-\frac{585}{128}m\varepsilon'^4-\frac{45}{64}m\gamma^4-\frac{405}{64}me^4-\frac{135}{8}m^3(\varepsilon'^2-E'^2)
\end{array}\right\} \\
-cv\ e\left\{\begin{array}{l}
\frac{1389}{128}m^4-\frac{135}{16}m^2\varepsilon'^2-\frac{291}{128}m^2e^2-\frac{141}{128}m^2\gamma^2+\frac{27}{4}m^2e^2-\frac{135}{16}m^2\varepsilon'^2 \\
+\frac{3119}{512}m^5-\frac{765}{32}m^3\varepsilon'^2-\frac{2849}{2048}m^3e^2-\frac{2845}{2048}m^3\gamma^2+\frac{225}{64}me^2\varepsilon'^2 \\
+\frac{45}{64}m\varepsilon'^2\gamma^2+\frac{9}{8}me^2\gamma^2-\frac{45}{64}me^4+\frac{297}{512}m\gamma^4+\frac{99}{8}m^3e^2-\frac{9}{16}me^2\gamma^2 \\
-\frac{45}{16}me^4-\frac{495}{32}m^3\varepsilon'^2+\frac{45}{64}m\varepsilon'^2\gamma^2+\frac{225}{64}me^2\varepsilon'^2
\end{array}\right\} \\
2gv+cv\ e\gamma^2\left(\frac{117}{64}m\right)
\end{array}\right.$$

$$\text{Multiplicateur} \;\ldots\ldots\; 2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev + cv\;\;e\left\{\begin{array}{l} 6 - 6.m + \frac{9}{2}e^2 - \frac{3}{2}\gamma^2 - 15.\varepsilon'^2 \\ -\frac{9}{2}m^2 - \frac{3}{2}me^2 + 15.m\varepsilon'^2 + \frac{3}{2}m\gamma^2 \end{array}\right\}$$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{l} {}^{\sin}_{\cos}\quad cv\;\;e\left\{\begin{array}{l} \frac{128}{3}m^4 - 15.m^2\varepsilon'^2 - \frac{471}{32}m^2e^2 - \frac{105}{32}m^2\gamma^2 - 19.m^3 + \frac{9}{8}m^2\gamma^2 + \frac{45}{8}m^2e^2 \\ + \frac{9}{2}m^2e^2 - 15.m^2\varepsilon'^2 - \frac{3}{2}m^2\gamma^2 + \frac{1475}{18}m^4 - \frac{95}{2}m^3\varepsilon'^2 - \frac{2893}{512}m^3\gamma^2 \\ + \frac{225}{16}me^2\varepsilon'^2 + \frac{45}{16}m\varepsilon'^2\gamma^2 - \frac{15929}{512}m^3e^2 - \frac{45}{32}me^4 + \frac{27}{8}me^2\gamma^2 \\ + \frac{27}{32}m\gamma^4 - \frac{128}{3}m^5 + 15.m^3\varepsilon'^2 + \frac{471}{32}m^3e^2 + \frac{105}{32}m^3\gamma^2 + \frac{57}{4}m^2e^2 \\ - \frac{27}{32}me^2\gamma^2 - \frac{135}{32}me^4 - \frac{19}{4}m^3\gamma^2 + \frac{9}{32}m\gamma^4 + \frac{45}{32}me^2\gamma^2 \\ - \frac{95}{2}m^3\varepsilon'^2 + \frac{45}{16}m\varepsilon'^2\gamma^2 + \frac{225}{16}me^2\varepsilon'^2 - \frac{9}{2}m^5 \\ - \frac{3}{2}m^3e^2 + 15.m^3\varepsilon'^2 + \frac{3}{2}m^3\gamma^2 \end{array}\right\}, \\ \qquad ov\;\;\left(-\frac{99}{8}m^3e^2 + \frac{9}{16}me^2\gamma^2 + \frac{45}{16}me^4 + \frac{27}{4}m^3e^2 + \frac{135}{8}m^2e^2\varepsilon'^2 + \frac{135}{8}m^2e^2\varepsilon'^2\right) \\ \quad -cv\;\;e\left(\frac{45}{8}m^2e^2 + \frac{75}{16}m^3e^2 - \frac{9}{32}m\gamma^2e^2 - \frac{45}{32}me^4 - \frac{45}{8}m^3e^2\right) \\ \qquad 2gv + cv\;\;e\gamma^2\left(\frac{9}{8}m\right) \end{array}\right.$$

$$\text{Multiplicateur} \;\ldots\ldots\; 2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev + c'mv\;\;\varepsilon'\left(\frac{3}{2} + 3.e^2 - \frac{3}{16}\varepsilon'^2\right)$$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{l} {}^{\sin}_{\cos}\quad ov\;\;\left\{\begin{array}{l} -\frac{19}{16}m^3\varepsilon'^2 + \frac{45}{32}me^2\varepsilon'^2 + \frac{9}{32}m\varepsilon'^2\gamma^2 - \frac{317}{96}m^4\varepsilon'^2 - \frac{839}{256}m^2e^2\varepsilon'^2 \\ + \frac{3}{32}m^2\varepsilon'^4 + \frac{93}{128}m^2\varepsilon'^2\gamma^2 - \frac{3}{2}m^2e^2\varepsilon'^2 + \frac{3}{32}m^2\varepsilon'^4 \end{array}\right\} \\ \qquad cv\;e\left\{\frac{39}{128}m^2\varepsilon'^2 + \frac{53971}{512}m^3\varepsilon'^2 + \frac{45}{128}m\varepsilon'^4 + \frac{9}{4}m\varepsilon'^2\gamma^2 - \frac{45}{8}me^2\varepsilon'^2 + \frac{45}{128}m\varepsilon'^4\right\} \\ \quad -cv\;\;e\left\{\frac{27}{32}m^2\varepsilon'^2 + \frac{117}{64}m^3\varepsilon'^2 - \frac{9}{64}m\varepsilon'^2\gamma^2 - \frac{45}{64}me^2\varepsilon'^2\right\}. \end{array}\right.$$

$$\text{Multiplicateur} \ldots \; 2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{21}{2} - 21.\,e^2 + \frac{369}{16}\,\varepsilon'^2\right)$$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{ll}
{}^{\sin}_{\cos}\; ov & \left\{\begin{array}{l} -\frac{2793}{16}m^3\varepsilon'^2 + \frac{147}{32}m\varepsilon'^2\gamma^2 + \frac{735}{32}me^2\varepsilon'^2 - \frac{21063}{32}m^4\varepsilon'^2 + \frac{18459}{256}m^2e^2\varepsilon'^2 \\ + \frac{2583}{32}m^2\varepsilon'^4 + \frac{2751}{128}m^3\varepsilon'^2\gamma^2 - \frac{147}{2}m^2e^2\varepsilon'^2 + \frac{2583}{32}m^2\varepsilon'^4 \end{array}\right\} \\
cv\; e & \left\{\begin{array}{l} -\frac{33159}{128}m^2\varepsilon'^2 - \frac{440727}{512}m^3\varepsilon'^2 + \frac{12915}{128}m\varepsilon'^4 \\ + \frac{147}{4}m\varepsilon'^2\gamma^2 - \frac{735}{8}me^2\varepsilon'^2 + \frac{12915}{128}m\varepsilon'^4 \end{array}\right\} \\
-cv\; e & \left\{ \frac{1323}{32}m^2\varepsilon'^2 + \frac{7749}{64}m^3\varepsilon'^2 - \frac{147}{64}m\varepsilon'^2\gamma^2 - \frac{735}{64}me^2\varepsilon'^2 \right\}
\end{array}\right.$$

$$\text{Multiplicateur} \ldots \; 2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev - cv \quad e\left\{\begin{array}{l} 6 + 6.m + \frac{9}{2}e^2 - \frac{3}{2}\gamma^2 - 15.\,\varepsilon'^2 \\ + \frac{9}{2}m^2 + \frac{3}{2}me^2 - 15.m\varepsilon'^2 - \frac{3}{2}m\gamma^2 \end{array}\right\}$$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{ll}
{}^{\sin}_{\cos}\; ov & \left\{\begin{array}{l} \frac{39193}{256}m^3e^2 - 9.me^2\gamma^2 - \frac{225}{8}me^2\varepsilon'^2 + \frac{771}{16}m^3e^2 + \frac{135}{16}me^4 - \frac{225}{8}me^2\varepsilon'^2 \\ - \frac{45}{16}me^2\gamma^2 - \frac{195}{4}m^2e^2\varepsilon'^2 - \frac{225}{8}m^2e^2\varepsilon'^2 - \frac{3855}{32}m^2e^2\varepsilon'^2 - \frac{225}{8}m^2e^2\varepsilon'^2 \end{array}\right\} \\
-cv\; e & \left\{\begin{array}{l} \frac{128}{3}m^4 - 15.\,m^2\varepsilon'^2 - \frac{471}{32}m^2e^2 - \frac{105}{32}m^2\gamma^2 + 19.m^4 - \frac{9}{8}m^2\gamma^2 \\ - \frac{45}{8}m^2e^2 + \frac{9}{2}m^2e^2 - 15.\,m^2\varepsilon'^2 - \frac{3}{2}m^2\gamma^2 + \frac{1475}{18}m^5 - \frac{95}{2}m^3\varepsilon'^2 \\ - \frac{2893}{512}m^3\gamma^2 + \frac{225}{16}me^2\varepsilon'^2 + \frac{45}{16}m\varepsilon'^2\gamma^2 - \frac{15929}{512}m^3e^2 - \frac{45}{32}me^4 + \frac{27}{8}me^2\gamma^2 \\ + \frac{27}{32}m\gamma^4 + \frac{128}{3}m^5 - 15.\,m^3\varepsilon'^2 - \frac{471}{32}m^3e^2 - \frac{105}{32}m^3\gamma^2 + \frac{57}{4}m^3e^2 \\ - \frac{27}{32}me^2\gamma^2 - \frac{135}{32}me^4 - \frac{19}{4}m^3\gamma^2 + \frac{9}{32}m\gamma^4 + \frac{45}{32}me^2\gamma^2 - \frac{95}{2}m^3\varepsilon'^2 \\ + \frac{45}{16}m\varepsilon'^2\gamma^2 + \frac{225}{16}me^2\varepsilon'^2 + \frac{9}{2}m^5 + \frac{3}{2}m^3e^2 - 15.\,m^3\varepsilon'^2 - \frac{3}{2}m^3\gamma^2 \end{array}\right\} \\
cv\; e & \left\{\begin{array}{l} \frac{993}{32}m^2e^2 + \frac{135}{8}m^2e^2 + \frac{62219}{512}m^3e^2 - \frac{675}{16}me^2\varepsilon'^2 + \frac{315}{32}me^4 \\ - \frac{99}{8}me^2\gamma^2 + \frac{993}{32}m^3e^2 + \frac{405}{32}me^4 - \frac{135}{32}me^2\gamma^2 - \frac{675}{16}me^2\varepsilon'^2 \end{array}\right\}
\end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . . $2\,\frac{\sin}{\cos}\,2Ev+c'mv+cv \quad e\varepsilon'\left(-3+\frac{3}{2}m\right)$

$$\text{Produit}\begin{cases}\frac{\sin}{\cos}\,ov & \left(-\frac{27}{16}m^2e^2\varepsilon'^2\right)\\ cv \quad e & \left(\frac{3}{2}m^2\varepsilon'^2+\frac{19}{8}m^3\varepsilon'^2-\frac{45}{16}me^2\varepsilon'^2-\frac{9}{16}m\gamma^2\varepsilon'^2-\frac{3}{4}m^3\varepsilon'^2\right)\end{cases}$$

Multiplicateur . . . . $2\,\frac{\sin}{\cos}\,2Ev+c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left(-3-\frac{3}{2}m\right)$

$$\text{Produit}\begin{cases}\frac{\sin}{\cos}-cv \quad e & \left(\frac{3}{2}m^2\varepsilon'^2+\frac{19}{8}m^3\varepsilon'^2-\frac{45}{16}me^2\varepsilon'^2-\frac{9}{16}m\gamma^2\varepsilon'^2+\frac{3}{4}m^3\varepsilon'^2\right)\\ ov & \left(\frac{45}{8}me^2\varepsilon'^2-\frac{39}{64}m^2e^2\varepsilon'^2+\frac{45}{16}m^2e^2\varepsilon'^2\right)\\ cv \quad e & \left(\frac{135}{16}me^2\varepsilon'^2\right)\end{cases}$$

Multiplicateur . . . . $2\,\frac{\sin}{\cos}\,2Ev-c'mv+cv \quad e\varepsilon'\left(21-\frac{63}{2}m\right)$

$$\text{Produit}\begin{cases}\frac{\sin}{\cos}\,ov & \left(-\frac{1323}{16}m^2e^2\varepsilon'^2\right)\\ cv \quad e & \left(\frac{147}{2}m^2\varepsilon'^2+\frac{2793}{8}m^3\varepsilon'^2-\frac{147}{16}m\varepsilon'^2\gamma^2-\frac{735}{16}me^2\varepsilon'^2-\frac{441}{4}m^3\varepsilon'^2\right)\end{cases}$$

Multiplicateur . . . . $2\,\frac{\sin}{\cos}\,2Ev-c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left(21+\frac{63}{2}m\right)$

$$\text{Produit}\begin{cases}\frac{\sin}{\cos}-cv \quad e & \left(\frac{147}{2}m^2\varepsilon'^2+\frac{2793}{8}m^3\varepsilon'^2-\frac{147}{16}m\varepsilon'^2\gamma^2-\frac{735}{16}me^2\varepsilon'^2+\frac{441}{4}m^3\varepsilon'^2\right)\\ cv \quad e & \left(\frac{2205}{16}me^2\varepsilon'^2\right)\\ ov & \left(\frac{735}{8}me^2\varepsilon'^2+\frac{33159}{64}m^2e^2\varepsilon'^2+\frac{2205}{16}m^2e^2\varepsilon'^2\right)\end{cases}$$

Multiplicateur Produit

$$2\,\frac{\sin}{\cos}\,2Ev-2c'mv \quad \varepsilon'^2\left(-\frac{51}{2}\right)\ldots\ldots\begin{cases}\frac{\sin}{\cos}\,ov & \left(-\frac{867}{4}m^2\varepsilon'^4\right)\\ cv \quad e & \left(-\frac{13005}{64}m\varepsilon'^4\right)\end{cases}$$

Multiplicateur .... $2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-2cv\quad e^2\left(-\frac{15}{2}-\frac{57}{4}m-6.m^2-\frac{15}{4}e^2+\frac{15}{4}\gamma^2+\frac{75}{4}\varepsilon'^2\right)$

Produit

$${}^{\sin}_{\cos}-cv\quad e\left\{\begin{array}{l}-\frac{3855}{64}m^2e^2-\frac{855}{32}m^2e^2-\frac{195965}{1024}m^3e^2+\frac{45}{4}me^2\gamma^2+\frac{1125}{32}me^2\varepsilon'^2\\+\frac{1125}{32}me^2\varepsilon'^2-\frac{14619}{128}m^3e^2-\frac{225}{32}me^4+\frac{225}{32}me^2\gamma^2-\frac{45}{4}m^3e^2\end{array}\right\}$$

$$ov\quad\left(-\frac{675}{32}me^4\right)$$

$$cv\quad e\left(-\frac{225}{64}me^4\right)$$

Multiplicateur .... $2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+2cv\quad e^2\left(-\frac{15}{2}+\frac{57}{4}m\right)$

Produit $\;{}^{\sin}_{\cos}\,cv\quad e\left(\frac{135}{16}m^2e^2+\frac{405}{32}m^3e^2-\frac{45}{64}me^2\gamma^2-\frac{225}{64}me^4-\frac{513}{32}m^3e^4\right)$

Multiplicateur		Produit
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{3}{2}\right)$....	${}^{\sin}_{\cos}\quad ov\quad\left(-\frac{9}{32}\,m\gamma^4\right)$
		$cv\quad e\left(\frac{117}{128}\,m\gamma^4\right)$
		$-cv\quad e\left(\frac{153}{128}\,m\gamma^4\right)$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{3}{2}\right)$....	$cv\quad e\left(-\frac{45}{128}\,m\gamma^4\right)$
		$2gv+cv\quad e\gamma^4\left(-\frac{45}{16}m\right)$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-3cv$	$e^3\left(\frac{15}{2}\right)$....	$-cv\quad e\left(\frac{675}{32}\,me^4\right)$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-2gv-cv$	$e\gamma^2\left(\frac{15}{4}\right)$....	$cv\quad e\left(\frac{45}{64}\,m\gamma^4\right)$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-2gv+cv$	$e\gamma^2\left(\frac{15}{4}\right)$....	$-cv\quad e\left(\frac{45}{64}\,m\gamma^4\right)$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+c'mv-2cv$	$e^2\varepsilon'\left(\frac{15}{4}\right)$....	$-cv\quad e\left(-\frac{225}{32}\,me^2\varepsilon'^2\right)$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-c'mv-2cv$	$e^2\varepsilon'\left(-\frac{105}{4}\right)$....	$-cv\quad e\left(-\frac{3675}{32}\,me^2\varepsilon'^2\right)$.

En réunissant ces produits partiels on aura

$$(a) \;\ldots\ldots\; -6q.\frac{\delta u}{u_1}.\frac{(\alpha' u')^3}{u_1^4}\begin{smallmatrix}sin\\cos\end{smallmatrix}(2v-2v') =$$

$$\begin{matrix}sin\\cos\end{matrix}\; o v \left\{\begin{array}{l}
-\frac{1475}{36}m^3+\frac{2893}{1024}m^3\gamma^2+\left(\frac{95}{4}+\frac{95}{4}-\frac{19}{16}-\frac{2793}{16}=-\frac{513}{4}\right)m^3\varepsilon'^2 \\
+\left(\frac{15929}{1024}-19-\frac{99}{8}+\frac{27}{4}+\frac{89193}{256}+\frac{771}{16}=\frac{196829}{1024}\right)m^3e^2 \\
+\left(\frac{9}{32}+\frac{147}{32}-\frac{45}{32}-\frac{45}{32}=\frac{33}{16}\right)m\varepsilon'^2\gamma^2-\left(\frac{27}{64}+\frac{9}{32}=\frac{45}{64}\right)m\gamma^4 \\
+\left(\frac{45}{32}-\frac{225}{32}-\frac{225}{32}-\frac{225}{8}-\frac{225}{8}+\frac{785}{32}+\frac{45}{8}+\frac{735}{8}=\frac{825}{16}\right)me^2\varepsilon'^2 \\
+\left(\frac{45}{64}+\frac{45}{8}+\frac{45}{16}+\frac{135}{16}-\frac{675}{32}=-\frac{225}{64}\right)me^4 \\
-\left(\frac{27}{16}-\frac{9}{8}-\frac{9}{16}+9+\frac{45}{16}=\frac{189}{16}\right)me^2\gamma^2 \\
+\left\{\begin{array}{l}
15-\frac{15}{32}-\frac{2355}{128}+15-\frac{195}{4}-\frac{225}{8}-\frac{3855}{32} \\
-\frac{225}{8}+\frac{135}{8}+\frac{135}{8}-\frac{339}{256}-\frac{3}{2}+\frac{18459}{256}-\frac{147}{2} \\
-\frac{27}{16}-\frac{39}{64}+\frac{45}{16}-\frac{1323}{16}+\frac{33159}{64}+\frac{2205}{16}=\frac{49785}{128}
\end{array}\right\}m^2e^2\varepsilon'^2 \\
+\left(\frac{1099}{12}+\frac{160}{3}-\frac{317}{96}-\frac{21063}{32}=-\frac{24797}{48}\right)m^4\varepsilon'^2 \\
+\left(-\frac{357}{64}-\frac{525}{128}+\frac{93}{128}+\frac{2751}{128}=\frac{1605}{128}\right)m^3\varepsilon'^2\gamma^2 \\
+\left(-\frac{39}{16}-\frac{75}{4}-\frac{39}{16}+\frac{3}{32}+\frac{3}{32}+\frac{2583}{32}+\frac{2583}{32}-\frac{867}{4}=-\frac{315}{4}\right)m^3\varepsilon'^4
\end{array}\right\}$$

$$
\begin{array}{l}\sin \\ \cos\end{array} cv \quad e \left\{ \begin{array}{l}
-\left(\frac{1416863}{6144}+19-\frac{128}{3}=\frac{1271455}{6144}\right) m^4 \\
-\left(15+15-\frac{195}{8}-\frac{3855}{64}-\frac{39}{128}+\frac{33159}{128}-\frac{3}{2}-\frac{147}{2}=\frac{8265}{64}\right) m^2 \varepsilon'^2 \\
-\left(\frac{783}{128}+\frac{771}{16}+\frac{471}{32}-\frac{45}{8}-\frac{9}{2}-\frac{993}{32}-\frac{135}{8}-\frac{135}{16}=\frac{327}{128}\right) m^2 e^2 \\
+\left(\frac{639}{32}-\frac{105}{32}+\frac{9}{8}-\frac{3}{2}=\frac{261}{16}\right) m^2 \gamma^2 \\
-\left(\frac{102435629}{147456}-\frac{1475}{18}+\frac{128}{3}+\frac{9}{2}=\frac{97307437}{147456}\right) m^5 \\
+\left\{ \begin{array}{l} \frac{81087}{1024}-\frac{39193}{256}+\frac{45}{2}-\frac{15929}{512}+\frac{471}{32}+\frac{57}{4} \\ -\frac{3}{2}+\frac{62219}{512}+\frac{993}{32}+\frac{495}{32}-\frac{513}{32}=\frac{99263}{1024} \end{array} \right\} m^3 e^2 \\
+\left\{ \begin{array}{l} \frac{195965}{1024}-\frac{426025}{1024}-\frac{95}{2}+15-\frac{95}{2}+15+\frac{53971}{512} \\ -\frac{440727}{512}+\frac{19}{8}-\frac{3}{4}+\frac{2793}{8}-\frac{441}{4}=-\frac{205965}{256} \end{array} \right\} m^3 \varepsilon'^2 \\
+\left(\frac{42105}{512}-\frac{2893}{512}+\frac{105}{32}-\frac{19}{4}+\frac{3}{2}=\frac{9807}{128}\right) m^3 \gamma^2 \\
+\left(9-\frac{117}{64}+\frac{45}{8}+\frac{27}{8}-\frac{27}{32}+\frac{45}{32}-\frac{99}{8}-\frac{135}{32}-\frac{45}{64}=-\frac{9}{16}\right) m e^2 \gamma^2 \\
+\left(\frac{45}{16}-\frac{45}{4}-\frac{45}{4}+\frac{45}{16}+\frac{9}{4}+\frac{147}{4}-\frac{9}{16}-\frac{147}{16}=\frac{99}{8}\right) m \varepsilon'^2 \gamma^2 \\
+\left\{ \begin{array}{l} \frac{225}{8}+\frac{225}{8}+\frac{225}{16}+\frac{225}{16}-\frac{675}{16}-\frac{675}{16}-\frac{45}{8} \\ -\frac{735}{8}+\frac{135}{16}-\frac{45}{16}-\frac{735}{16}+\frac{2205}{16}=0 \end{array} \right\} m e^2 \varepsilon'^2 \\
+\left(\frac{12915}{128}+\frac{12915}{128}-\frac{585}{128}-\frac{1125}{32}-\frac{585}{128}+\frac{45}{128}+\frac{45}{128}-\frac{13005}{64}=-45\right) m \varepsilon'^4 \\
+\left(\frac{117}{128}-\frac{45}{128}+\frac{45}{64}-\frac{1215}{512}-\frac{45}{64}+\frac{27}{32}+\frac{9}{32}=-\frac{351}{512}\right) m \gamma^4 \\
+\left(\frac{315}{32}-\frac{405}{64}-\frac{45}{32}-\frac{135}{32}+\frac{405}{32}-\frac{225}{64}-\frac{225}{64}=\frac{225}{64}\right) m e^4 \\
-\frac{315}{64} m b^4-\frac{135}{8} m^3 (\varepsilon'^2-E'^2)
\end{array} \right.
$$

$$
\begin{array}{l}
\sin \\ \cos
\end{array}
- cv \quad e
\left\{
\begin{array}{l}
\left(\frac{1389}{128}+\frac{128}{3}+19=\frac{27847}{384}\right)m^4-\left(\frac{141}{128}+\frac{105}{32}+\frac{9}{8}+\frac{3}{2}=\frac{897}{128}\right)m^2\gamma^2 \\
+\left(\frac{27}{32}-\frac{135}{16}-\frac{135}{16}-15-15+\frac{1323}{32}+\frac{3}{2}+\frac{147}{2}=\frac{1125}{16}\right)m^2\varepsilon'^2 \\
-\left(\frac{291}{128}-\frac{27}{4}-\frac{45}{8}+\frac{471}{32}+\frac{45}{8}-\frac{9}{2}+\frac{3855}{64}+\frac{855}{32}=\frac{11865}{128}\right)m^2e^2 \\
+\left(\frac{3119}{512}+\frac{1475}{18.}+\frac{128}{3}+\frac{9}{2}=\frac{623015}{4608}\right)m^5 \\
+\left\{\begin{array}{l}\frac{117}{64}-\frac{765}{32}-\frac{495}{32}-\frac{95}{2}-15-\frac{95}{2}-15 \\ +\frac{7749}{64}+\frac{19}{8}+\frac{3}{4}+\frac{2793}{8}+\frac{441}{4}=\frac{13473}{32}\end{array}\right\}m^3\varepsilon'^2 \\
+\left\{\begin{array}{l}\frac{99}{8}-\frac{2849}{2048}+\frac{75}{16}-\frac{45}{8}-\frac{15929}{512}-\frac{471}{32}+\frac{57}{4} \\ +\frac{3}{2}-\frac{45}{4}-\frac{195965}{1024}-\frac{14649}{128}=-\frac{690383}{2048}\end{array}\right\}m^3e^2 \\
-\left(\frac{2845}{2048}+\frac{2893}{512}+\frac{105}{32}+\frac{19}{4}+\frac{3}{2}=\frac{33937}{2048}\right)m^3\gamma^2 \\
+\left\{\begin{array}{l}\frac{225}{64}+\frac{225}{64}+\frac{225}{16}+\frac{225}{16}-\frac{45}{64}-\frac{735}{64}-\frac{45}{16} \\ -\frac{735}{16}+\frac{1125}{32}+\frac{1125}{32}-\frac{225}{32}-\frac{3675}{32}=-\frac{2475}{32}\end{array}\right\}me^2\varepsilon'^2 \\
+\left(\frac{45}{64}+\frac{45}{64}+\frac{45}{16}+\frac{45}{16}-\frac{9}{64}-\frac{147}{64}-\frac{9}{16}-\frac{147}{16}=-\frac{165}{32}\right)m\varepsilon'^2\gamma^2 \\
+\left(\frac{9}{8}-\frac{9}{16}-\frac{9}{32}+\frac{27}{8}-\frac{27}{32}+\frac{45}{32}+\frac{45}{4}+\frac{225}{32}=\frac{45}{2}\right)me^2\gamma^2 \\
-\left(\frac{45}{64}+\frac{45}{16}+\frac{45}{32}+\frac{45}{32}+\frac{135}{32}+\frac{225}{32}-\frac{675}{32}=-\frac{225}{64}\right)me^4 \\
+\left(\frac{27}{32}+\frac{297}{512}+\frac{9}{32}+\frac{153}{128}+\frac{45}{64}=\frac{1845}{512}\right)m\gamma^4
\end{array}
\right\}
$$

$$
\begin{array}{l}
\sin \\ \cos
\end{array}
\quad 2gv+cv \quad e\gamma^2\left(\frac{117}{64}+\frac{9}{8}-\frac{45}{16}=\frac{9}{64}\right)m
$$

Produits partiels de $15q.\frac{(\alpha' u')^3}{u_1^4}\substack{\sin\\ \cos}(2v-2v').\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$.

On prendra les termes de $\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$ dans la page 236 de ce volume, et dans les pages 770-774 du second volume.

Multiplicateur		Produit
$2\substack{\sin\\ \cos}2Ev$	$\left(\frac{15}{2}\right)\ldots$	$\substack{\sin\\ \cos}\ ov\ \left(-\frac{135}{4}m^4\varepsilon'^2-\frac{3375}{64}m^2e^2\varepsilon'^2\right)$
		$cv\ e\left(-\frac{1125}{128}m^5-\frac{315}{256}m\gamma^4+\frac{45}{8}m^3\varepsilon'^2\right)$
		$-cv\ e\left\{-\frac{225}{32}m^5+\frac{225}{32}m^3e^2-\frac{1125}{256}me^2\gamma^2-\frac{135}{4}m^3\varepsilon'^2\right\}$
$2\substack{\sin\\ \cos}2Ev+c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{15}{4}\right)\ldots$	$ov\ \left(\frac{45}{8}m^4\varepsilon'^2+\frac{2025}{256}m^2e^2\varepsilon'^2\right)$
		$cv\ e\left(\frac{405}{64}m^3\varepsilon'^2\right)$
		$-cv\ e\left(\frac{135}{32}m^3\varepsilon'^2\right)$
$2\substack{\sin\\ \cos}2Ev-c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{105}{4}\right)\ldots$	$ov\ \left(-\frac{315}{8}m^4\varepsilon'^2+\frac{14175}{256}m^2e^2\varepsilon'^2\right)$
		$cv\ e\left(-\frac{6615}{64}m^3\varepsilon'^2\right)$
		$-cv\ e\left(\frac{945}{32}m^3\varepsilon'^2\right)$

Il suit de là que

$$(b)\ \ldots\ldots\ 15q.\frac{(\alpha' u')^3}{u_1^4}\substack{\sin\\ \cos}(2v-2v').\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2=$$

$$\substack{\sin\\ \cos}\ ov\ \left\{-\left(\frac{135}{4}-\frac{45}{8}+\frac{315}{8}=\frac{135}{2}\right)m^4\varepsilon'^2+\left(\frac{14175}{256}+\frac{2025}{256}-\frac{3375}{64}=\frac{675}{64}\right)m^2e^2\varepsilon'^2\right\}$$

$$cv\ e\left\{-\frac{1125}{128}m^5-\frac{315}{256}m\gamma^4+\left(\frac{405}{64}-\frac{6615}{64}+\frac{45}{8}=-\frac{2925}{32}\right)m^3\varepsilon'^2\right\}$$

$$-cv\ e\left\{-\frac{225}{32}m^5+\frac{225}{32}m^3e^2-\frac{1125}{256}me^2\gamma^2+\left(\frac{135}{32}+\frac{945}{32}-\frac{135}{4}=0\right)m^3\varepsilon'^2\right\}$$

Produits partiels de $8\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^3=2\frac{\delta u}{u_1}\times 4\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$.

(Voyez p. 754, 770-774 du second volume).

Multiplicateur — Produit

$$2\cos 2Ev \qquad (m^2)\dots\begin{cases}\cos 2Ev-cv & e\left(\frac{15}{2}m^5\right)\\ \cos 2Ev+cv & e\left(\frac{15}{2}m^5\right)\\ \cos 2Ev-cv & e\left(\frac{15}{2}m^5\right)\end{cases}$$

$$2\cos 2Ev-cv \quad e\left(\frac{15}{8}m\right)\dots\begin{cases}\cos 2Ev-cv & e\left(\frac{15}{2}m^5+\frac{3375}{128}m^3e^2\right)\\ \cos 2Ev+cv & e\left(\frac{15}{4}m^5\right)\\ \cos 2Ev-cv & e\left(\frac{3375}{256}m^3e^2\right).\end{cases}$$

$$8\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^3=$$

$$\cos 2Ev-cv \quad e\left\{\left(\frac{15}{2}+\frac{15}{2}+\frac{15}{2}=\frac{45}{2}\right)m^5+\left(\frac{3375}{128}+\frac{3375}{256}=\frac{10125}{256}\right)m^3e^2\right\}$$

$$\cos 2Ev+cv \quad e\left\{\frac{15}{2}+\frac{15}{4}=\frac{45}{4}\right\}m^5.$$

$$(c)\ \dots\dots -30.q\,\frac{(a'u')^3}{u_1^4}\,{}^{\sin}_{\cos}(2v-2v').\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^3=$$

$${}^{\sin}_{\cos}\,cv \quad e\left(-\frac{675}{16}m^5-\frac{151875}{2048}m^3e^2\right)+{}^{\sin}_{\cos}-cv \quad e\left(-\frac{675}{32}m^5\right).$$

Produits partiels de $\delta.\left[(a'u')^3\,{}^{\sin}_{\cos}(2v-2v')\right]$

(Voyez p. 331, 332 du 1.er volume, et p. 838-846 du vol. 2).

Multiplicateur — Produit

$$-2\,{}^{\cos}_{\sin}-(2Ev+cv)\ e\,(2.m^2)\dots\left\{{}^{\sin}_{\cos}\,cv \quad e\left(-\frac{11}{4}m^4-\frac{59}{6}m^5+\frac{3}{8}m^3\gamma^2+\frac{45}{8}m^3e^2\right)\right.$$

Multiplicateur . . . . $-2\,{}^{\cos}_{\sin} - 2Ev \left(m - \frac{5}{2} m\, \varepsilon'^2\right)$

$$\text{Produit}\begin{cases} {}^{\sin}_{\cos} \quad ov \begin{cases} -\frac{893}{72} m^5 + \frac{603}{64} m^3 e^2 + \frac{55}{16} m^3 \varepsilon'^2 + \frac{47}{64} m^3 \gamma^2 + \frac{55}{16} m^3 \varepsilon'^2 + \frac{295}{24} m^4 \varepsilon'^2 \\ -\frac{225}{32} m^2 e^2 \varepsilon'^2 - \frac{15}{32} m^3 \gamma^2 \varepsilon'^2 - \frac{225}{32} m^3 e^2 \varepsilon'^2 - \frac{15}{32} m^3 \varepsilon'^2 \gamma^2 + \frac{295}{21} m^4 \varepsilon'^2 \end{cases} \\ \quad cv \quad e \begin{cases} -\frac{17347}{256} m^4 + \frac{21}{8} m^2 \gamma^2 + \frac{15}{8} m^2 e^2 + \frac{75}{8} m^2 \varepsilon'^2 + \frac{75}{8} m^2 \varepsilon'^2 \\ -\frac{672197}{3072} m^5 + \frac{405}{64} m^3 e^2 + \frac{165}{8} m^3 \varepsilon'^2 + \frac{513}{32} m^3 \gamma^2 + \frac{1425}{32} m^3 \varepsilon'^2 \end{cases} \\ -cv \quad e \begin{cases} \frac{119}{24} m^4 - \frac{3}{16} m^2 \gamma^2 - \frac{15}{8} m^2 e^2 - 5.m^3 \varepsilon'^2 \\ +\frac{6461}{576} m^5 - \frac{159}{32} m^3 e^2 - \frac{67}{64} m^3 \gamma^2 - 5.m^3 \varepsilon'^2 \end{cases} \end{cases}$$

Multiplicateur . . . . $-2\,{}^{\cos}_{\sin} - (2Ev - cv) \quad e\left(-2.m^2\right)$

$$\text{Produit}\begin{cases} {}^{\sin}_{\cos} \quad ov \left(\frac{15}{2} m^3 e^2\right) \\ \quad cv \quad e\left(\frac{45}{8} m^3 e^2\right) \\ -cv \quad e\left(\frac{11}{4} m^4 + \frac{59}{6} m^5 - \frac{3}{8} m^3 \gamma^2 - \frac{45}{8} m^3 e^2\right) \end{cases}$$

Multiplicateur . . . . $-2\,{}^{\cos}_{\sin} - (2Ev + c'mv) \quad \varepsilon'\left(-\frac{m}{4}\right)$

$$\text{Produit}\begin{cases} {}^{\sin}_{\cos} \quad ov \left(-\frac{11}{64} m^3 \varepsilon'^2 - \frac{59}{192} m^4 \varepsilon'^2 + \frac{45}{64} m^2 e^2 \varepsilon'^2 + \frac{3}{64} m^2 \gamma^2 \varepsilon'^2\right) \\ \quad cv\,.\,e\left(-\frac{15}{16} m^2 \varepsilon'^2 - \frac{15}{128} m^3 \varepsilon'^2\right) \\ -cv \quad e\left(\frac{1}{4} m^3 \varepsilon'^2\right) \end{cases}$$

Multiplicateur . . . . . $-2\,{}^{\cos}_{\sin} - (2Ev - c'mv) \quad \varepsilon'\left(\frac{21}{4} m\right)$

$$\text{Produit}\begin{cases} {}^{\sin}_{\cos} \quad ov \left(-\frac{1617}{64} m^3 \varepsilon'^2 - \frac{8673}{64} m^4 \varepsilon'^2 + \frac{2205}{64} m^2 e^2 \varepsilon'^2 + \frac{147}{64} m^2 \gamma^2 \varepsilon'^2\right) \\ \quad cv \quad e\left(-\frac{735}{16} m^2 \varepsilon'^2 - \frac{37275}{128} m^3 \varepsilon'^2\right) \\ -cv \quad e\left(\frac{147}{4} m^3 \varepsilon'^2\right) \end{cases}$$

Multiplicateur	Produit
$-2\,{}^{\cos}_{\sin} - (2Ev - 2cv) \quad e^2\left(\frac{3}{4} m^2\right)$ ……	$\left\{ {}^{\sin}_{\cos} - cv \quad e\left(-\frac{45}{16} m^3 e^2\right)\right.$.

La réunion de ces produits partiels donne

$$\delta.\left[(\alpha' u')^3 \begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix} (2v-2v')\right]=$$

$$\begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}\; 0v \left\{\begin{aligned}
&-\tfrac{803}{72}m^5+\tfrac{47}{64}m^3\gamma^2+\left(\tfrac{603}{64}+\tfrac{15}{2}=\tfrac{1083}{64}\right)m^3e^2\\
&-\left(\tfrac{1617}{64}+\tfrac{11}{64}-\tfrac{55}{16}-\tfrac{55}{16}=\tfrac{297}{16}\right)m^3\varepsilon'^2\\
&+\left(\tfrac{295}{24}+\tfrac{295}{24}-\tfrac{59}{192}-\tfrac{8673}{64}=-\tfrac{10679}{96}\right)m^4\varepsilon'^2\\
&+\left(\tfrac{2205}{64}+\tfrac{45}{64}-\tfrac{225}{32}-\tfrac{225}{32}=\tfrac{675}{32}\right)m^2e^2\varepsilon'^2\\
&+\left(\tfrac{147}{64}+\tfrac{3}{64}-\tfrac{15}{32}-\tfrac{15}{32}=\tfrac{45}{32}\right)m^2\gamma^2\varepsilon'^2
\end{aligned}\right\}$$

$$cv\;\; e\left\{\begin{aligned}
&-\left(\tfrac{17847}{256}+\tfrac{11}{4}=\tfrac{18051}{256}\right)m^4+\tfrac{21}{8}m^2\gamma^2+\tfrac{15}{8}m^2e^2\\
&-\left(\tfrac{735}{16}+\tfrac{15}{16}-\tfrac{75}{8}-\tfrac{75}{8}=\tfrac{225}{8}\right)m^2\varepsilon'^2-\left(\tfrac{672197}{3072}+\tfrac{59}{6}=\tfrac{234135}{1024}\right)m^5\\
&+\left(\tfrac{165}{8}+\tfrac{1425}{32}-\tfrac{15}{128}-\tfrac{87275}{128}=-\tfrac{14475}{64}\right)m^3\varepsilon'^2\\
&+\left(\tfrac{513}{32}+\tfrac{3}{8}=\tfrac{525}{32}\right)m^3\gamma^2+\left(\tfrac{405}{64}+\tfrac{45}{8}+\tfrac{45}{8}=\tfrac{1125}{64}\right)m^3e^2
\end{aligned}\right\}$$

$$-cv\;\; e\left\{\begin{aligned}
&\left(\tfrac{119}{24}+\tfrac{11}{4}=\tfrac{185}{24}\right)m^4-\tfrac{3}{16}m^2\gamma^2-\tfrac{15}{8}m^2e^2+\left(\tfrac{6461}{576}+\tfrac{59}{6}=\tfrac{12125}{576}\right)m^5\\
&-\left(\tfrac{159}{32}+\tfrac{45}{8}+\tfrac{45}{16}=\tfrac{429}{32}\right)m^3e^2-\left(\tfrac{67}{64}+\tfrac{3}{8}=\tfrac{91}{64}\right)m^3\gamma^2\\
&+\left(\tfrac{147}{4}+\tfrac{1}{4}-5-5=27\right)m^3\varepsilon'^2\,.
\end{aligned}\right\}$$

Ces termes, et ceux de la même fonction posés dans les pages 230, 231 du second volume, étant multipliés par

$$\cos 0v\;\left(3.e^2\right)\;+\;2\cos cv\;\; e\left(-3-\tfrac{9}{4}e^2+\tfrac{3}{4}\gamma^2\right)\;+\;2\cos 2cv\;\; e^2\left(\tfrac{15}{4}\right)$$

(Voyez p. 309 du 1.er vol.) donnent ces produits partiels.

Multiplicateur — Produit

$$\cos ov \quad \left(3.e^2\right)\ldots\ldots \begin{cases} \begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\ ov & \left(-\frac{33}{8}m^3e^2\right) \\ cv & e\left(-\frac{45}{4}m^2e^2-\frac{855}{16}m^3e^2\right) \\ -cv & e\left(\ 6.m^3e^2\right) \end{cases}$$

Multiplicateur . . . . $2\cos cv \quad e\left(-3-\frac{9}{4}e^2+\frac{8}{4}\gamma^2\right)$

$$\text{Produit}\begin{cases} \begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\ ov & \left(\ \frac{855}{16}m^3e^2+\frac{675}{8}m^2e^2e'^2\right) \\ ov & \left(-6.m^3e^2\right) \\ cv & e\left\{\begin{matrix}\frac{59}{4}m^4-\frac{135}{16}m^2e^2-\frac{9}{16}m^2\gamma^2+\frac{893}{24}m^5-\frac{3249}{64}m^3e^2 \\ -\frac{141}{64}m^3\gamma^2+\frac{891}{16}m^3e'^2+\frac{99}{32}m^3e^2-\frac{33}{32}m^3\gamma^2\end{matrix}\right\} \\ -cv & e\left\{\begin{matrix}\frac{59}{4}m^4-\frac{135}{16}m^2e^2-\frac{9}{16}m^2\gamma^2+\frac{893}{24}m^5-\frac{141}{64}m^3\gamma^2 \\ -\frac{3249}{64}m^3e^2+\frac{891}{16}m^3e'^2+\frac{99}{32}m^3e^2-\frac{33}{32}m^3\gamma^2\end{matrix}\right\} \\ cv & e\left(\ \frac{135}{16}m^2e^2+\frac{159}{4}m^3e^2\right) \\ -cv & e\left(\ \frac{195}{32}m^3e^2\right) \end{cases}$$

Multiplicateur — Produit

$$2\cos 2cv \quad e^2\left(\frac{15}{4}\right)\ldots\ldots \begin{cases} \begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix} -cv & e\left(-\frac{225}{16}m^2e^2-\frac{4275}{64}m^3e^2\right) \\ cv & e\left(\ \frac{15}{2}m^2e^2\right) \end{cases}$$

Donc, en réunissant ces termes avec les précédens multipliés par $\frac{3}{2}$, on aura

$$(d) \;\ldots\ldots\; \frac{8}{2}q.\frac{\delta\left[(\alpha' u')^3 \,{}^{\sin}_{\cos}(2v-2v')\right]}{u_1^4} =$$

$$^{\sin}_{\cos}\;0v\;\left\{\begin{array}{l} -\frac{893}{48}m^3+\left(\frac{3249}{128}-\frac{33}{8}+\frac{855}{16}-6=\frac{8793}{128}\right)m^3e^2+\frac{141}{128}m^3\gamma^2-\frac{891}{32}m^3\varepsilon'^2 \\ -\frac{10679}{64}m^4\varepsilon'^2+\frac{135}{64}m^2\gamma^2\varepsilon'^2+\left(\frac{2025}{64}+\frac{675}{8}=\frac{7425}{64}\right)m^2e^2\varepsilon'^2 \end{array}\right\}$$

$$cv\quad e\left\{\begin{array}{l} -\left(\frac{51153}{512}-\frac{59}{4}=\frac{46601}{512}\right)m^4+\left(\frac{63}{16}-\frac{9}{16}=\frac{27}{8}\right)m^2\gamma^2-\frac{675}{16}m^2\varepsilon'^2 \\ -\left(\frac{45}{4}+\frac{135}{16}-\frac{135}{16}-\frac{45}{16}=\frac{135}{16}\right)m^2e^2-\left(\frac{702405}{2048}-\frac{893}{24}=\frac{1878607}{6144}\right)m^5 \\ -\left(\frac{43425}{128}-\frac{891}{16}=\frac{36297}{128}\right)m^3\varepsilon'^2+\left(\frac{1575}{64}-\frac{141}{64}-\frac{33}{32}=\frac{171}{8}\right)m^3\gamma^2 \\ +\left(\frac{3375}{128}-\frac{855}{16}-\frac{3249}{64}+\frac{159}{4}+\frac{15}{2}+\frac{99}{32}=-\frac{3519}{128}\right)m^3e^2 \end{array}\right\}$$

$$-cv\quad e\left\{\begin{array}{l} \left(\frac{185}{16}+\frac{59}{4}=\frac{421}{16}\right)m^4-\left(\frac{9}{32}+\frac{9}{16}=\frac{27}{32}\right)m^2\gamma^2 \\ -\left(\frac{45}{16}+\frac{135}{16}+\frac{225}{16}=\frac{405}{16}\right)m^2e^2+\left(\frac{12125}{384}+\frac{893}{24}=\frac{26413}{384}\right)m^5 \\ +\left(\frac{81}{2}+\frac{891}{16}=\frac{1539}{16}\right)m^3\varepsilon'^2-\left(\frac{273}{128}+\frac{141}{64}+\frac{33}{32}=\frac{687}{128}\right)m^3\gamma^2 \\ +\left(-\frac{1287}{64}+6-\frac{3249}{64}+\frac{195}{32}-\frac{4275}{64}+\frac{99}{32}=-\frac{7839}{64}\right)m^3e^2 \end{array}\right\}$$

Cette même fonction renferme ces trois termes

$$^{\sin}_{\cos}\,2Ev\left(-\frac{99}{4}m^2\varepsilon'^2\right)+{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+c'mv\quad\varepsilon'\left(-\frac{9}{2}m^2\right)+{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-c'mv\quad\varepsilon'\left(\frac{9}{2}m^2\right)$$

(Voyez p. 117, 118) lesquels étant multipliés par

$$\begin{array}{l} -4\frac{\delta u}{u_1}=2\cos 2Ev\quad\left(-2.m^2\right)+2\cos 2Ev-cv\quad e\left(-\frac{15}{4}m\right) \\ \quad+2\cos 2Ev+c'mv\quad\varepsilon'\left(m^2\right)+2\cos 2Ev+c'mv-cv\quad e\varepsilon'\left(\frac{15}{4}m\right) \\ \quad+2\cos 2Ev-c'mv\quad\varepsilon'\left(-7.m^2\right)+2\cos 2Ev-c'mv-cv\quad e\varepsilon'\left(-\frac{35}{4}m\right). \end{array}$$

(Voyez p. 167-171) donnent

$$(e) \; \ldots\ldots \; -4\,\frac{\delta u}{u_1}\cdot\frac{8}{2}\,q\,\frac{\delta\left[(\alpha' u')^3 \,{}^{sin}_{cos}\,(2v-2v')\right]}{u_1^4} =$$

$$ {}^{sin}_{cos}\; ov \left\{\frac{99}{2}-\frac{9}{2}-\frac{63}{2}=\frac{27}{2}\right\} m^4\varepsilon'^2 + {}^{sin}_{cos}cv\;\; e\left\{\frac{1485}{16}-\frac{135}{8}-\frac{315}{8}=\frac{585}{16}\right\} m^3\varepsilon'^2.$$

Produits partiels de $-\frac{15}{8}\,q\,b^2.\frac{(\alpha' u')^4}{u_1^5}\,{}^{sin}_{cos}(v-v').\frac{\delta u}{u_1}$

On prendra les termes du multiplicateur dans la page 343 du 1.er volume.

Multiplicateur		Produit
$2\,{}^{sin}_{cos}Ev$	$b^2\left(-\frac{15}{16}\right)\ldots\ldots$	${}^{sin}_{cos}\; ov \;\left(\frac{225}{256}\,mb^4\right)$
		$cv\;\; e\left(\frac{675}{512}\,mb^4\right)$
		$-cv\;\; e\left(-\frac{225}{512}\,mb^4\right)$
$2\,{}^{sin}_{cos}Ev-cv$	$eb^2\left(\frac{75}{32}\right)\ldots\ldots$	$-cv\;\; e\left(-\frac{1125}{512}mb^4\right)$
$2\,{}^{sin}_{cos}Ev+cv$	$eb^2\left(\frac{75}{32}\right)\ldots\ldots$	$cv\;\; e\left(-\frac{1125}{512}\,mb^4\right)$
$2\,{}^{sin}_{cos}Ev+c'mv$	$\varepsilon' b^2\left(-\frac{15}{16}\right)\ldots\ldots$	$ov\;\left(-\frac{75}{64}\,b^4\varepsilon'^2\right)$;

partant on a

$$(f)\;\ldots\ldots\; -\frac{15}{8}qb^2.\frac{(\alpha' u')^4}{u_1^5}\,{}^{sin}_{cos}(v-v').\frac{\delta u}{u_1} = {}^{sin}_{cos}\;ov\;\left(\frac{225}{256}mb^4-\frac{75}{64}b^4\varepsilon'^2\right)$$

$$+{}^{sin}_{cos}cv\;\; e\left\{\frac{675}{512}-\frac{1125}{512}=-\frac{225}{256}\right\} mb^4 + {}^{sin}_{cos}-cv\;\; e\left\{-\frac{225}{512}-\frac{1125}{512}=-\frac{675}{256}\right\} mb^4$$

Enfin il est évident qu'on a

$$(g) \ldots\ldots\ -\frac{15}{4}\,q\,b^4\cdot\frac{(a'u')^5}{u_1^5}\,{}^{sin}_{cos}\,(2v-2v')\cdot\frac{\delta u}{u_1}=$$

$$2\,{}^{sin}_{cos}\,2Ev\ \left(-\frac{15}{8}\,b^4\right)\times\cos 2Ev-cv\ \ e\left(\frac{15}{8}\,m\right)={}^{sin}_{cos}\,cv\ \ e\left(-\frac{225}{64}\,m\,b^4\right)$$

La réunion des termes compris dans les fonctions (a), $(b)\ldots(g)$, prises avec le signe *sinus*, donne l'expression suivante de $\delta R'$, en observant, que les termes du coefficient de $\sin cv$ dont l'ordre est inférieur au cinquième ont été pris dans la page 234 du vol. 2.

$$\delta R'=\ R_1=$$

$$\sin cv\ \ e\left\{\begin{array}{l}
-\frac{45}{8}m-\frac{1059}{32}m^2-\frac{63721}{512}m^3+\frac{675}{32}me^2+\frac{153}{32}m\gamma^2-\frac{165}{8}m\varepsilon'^2\\
-\left(\frac{1271455}{6144}+\frac{27847}{384}+\frac{46601}{512}+\frac{421}{16}=\frac{2437883}{6144}\right)m^4\\
-\left(\frac{8265}{64}+\frac{1125}{16}+\frac{675}{16}=\frac{15465}{64}\right)m^2\varepsilon'^2+\left(\frac{261}{16}+\frac{807}{128}+\frac{27}{8}+\frac{27}{32}=\frac{3525}{128}\right)m^2\gamma^2\\
+\left(\frac{11865}{128}-\frac{327}{128}-\frac{135}{16}+\frac{405}{16}=\frac{6849}{64}\right)m^2e^2\\
-\left\{\begin{array}{l}\frac{97307437}{147456}+\frac{623015}{4608}+\frac{1125}{128}-\frac{225}{32}+\frac{675}{16}\\ -\ \frac{675}{32}+\frac{1878607}{6144}+\frac{26413}{384}=\frac{175842677}{147456}\end{array}\right\}m^5\\
+\left(\frac{99268}{1024}+\frac{690383}{2048}-\frac{225}{32}-\frac{151875}{2048}-\frac{3510}{128}+\frac{7830}{64}=\frac{458589}{1024}\right)m^3e^2\\
-\left(\frac{205965}{256}+\frac{13478}{32}+\frac{2925}{32}+\frac{36297}{128}+\frac{1539}{16}-\frac{585}{16}=\frac{425007}{256}\right)m^3\varepsilon'^2\\
+\left(\frac{9807}{128}+\frac{83937}{2048}+\frac{171}{8}+\frac{687}{128}=\frac{245617}{2048}\right)m^3\gamma^2\\
-\left(\frac{9}{16}+\frac{45}{2}-\frac{1125}{256}=\frac{4779}{256}\right)me^2\gamma^2+\left(\frac{99}{8}+\frac{165}{32}=\frac{561}{32}\right)m\varepsilon'^2\gamma^2\\
+\frac{2475}{32}me^2\varepsilon'^2-\left(\frac{351}{512}+\frac{1845}{512}+\frac{315}{256}=\frac{1413}{256}\right)m\gamma^4-45\cdot m\varepsilon'^4\\
+\left(\frac{225}{64}-\frac{225}{64}=0\right)me^4-\left(\frac{315}{64}+\frac{225}{256}-\frac{675}{256}-\frac{225}{64}=\frac{855}{128}\right)mb^4\\
-\frac{135}{8}m^3(\varepsilon'^2-E'^2)
\end{array}\right\}$$

$$\sin 2gv+cv\quad e\gamma^2\left(\frac{9}{64}\,m\right).$$

60. En multipliant le premier de ces termes par (Voyez volume second p. 848)

$$\frac{1}{c} = 1 + \frac{3}{4}m^2 + \frac{225}{32}m^3 + \frac{4143}{128}m^4 - \frac{3}{8}m^2e^2 - \frac{3}{2}m^2\gamma^2 + \frac{9}{8}m^2\varepsilon'^2,$$

et le second par

$$\frac{1}{2g+c} = \frac{1}{3},$$

on aura

$$-\int R_1 dv =$$

$$\cos cv \quad e \left\{ \begin{array}{l} -\frac{45}{8}m - \frac{1059}{32}m^2 - \frac{65881}{512}m^3 + \frac{675}{32}me^2 + \frac{153}{32}m\gamma^2 - \frac{165}{8}m\varepsilon'^2 - \frac{15465}{64}m^2\varepsilon'^2 \\ -\left(\frac{2437883}{6144} + \frac{3177}{128} + \frac{10125}{256} = \frac{2833379}{6144}\right)m^4 + \frac{3525}{128}m^2\gamma^2 + \frac{6849}{64}m^2e^2 \\ -\left(\frac{175812677}{147456} + \frac{191163}{2048} + \frac{238275}{1024} + \frac{186435}{1024} = \frac{250764653}{147456}\right)m^5 \\ +\left(\frac{458589}{1024} + \frac{2025}{128} + \frac{135}{64} = \frac{476949}{1024}\right)m^3e^2 \\ -\left(\frac{425007}{256} + \frac{495}{32} + \frac{405}{64} = \frac{430587}{256}\right)m^3\varepsilon'^2 \\ +\left(\frac{245617}{2048} + \frac{459}{128} + \frac{135}{16} = \frac{270241}{2048}\right)m^3\gamma^2 - \frac{4779}{256}me^2\gamma^2 + \frac{561}{32}m\varepsilon'^2\gamma^2 \\ +\frac{2475}{32}me^2\varepsilon'^2 - \frac{1413}{256}m\gamma^4 - 45.m\varepsilon'^4 - \frac{855}{128}mb^4 - \frac{135}{8}m^3(\varepsilon'^2 - E'^2) \end{array} \right\}$$

$$\cos 2gv + cv \quad e\gamma^2\left(\frac{3}{64}m\right).$$

Actuellement, si l'on multiplie par (Voyez vol. I.er p. 277, 278)

$$2q\left(1 - \frac{3}{4}\gamma^2 + \frac{45}{64}\gamma^4\right) = 2\left(1 + e^2 + \gamma^2 + e^4 + \frac{1}{2}e^2\gamma^2\right)\left(1 - \frac{3}{4}\gamma^2 + \frac{45}{64}\gamma^4\right)$$

$$= 2\left\{1 + e^2 + \frac{1}{4}\gamma^2 + e^4 + \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{4} = -\frac{1}{4}\right)e^2\gamma^2 + \left(\frac{45}{64} - \frac{3}{4} = -\frac{3}{64}\right)\gamma^4\right\}$$

le premier de ces deux termes il viendra

$$(5) \ldots\ldots -2q\left(1-\frac{3}{4}\gamma^2+\frac{45}{64}\gamma^4\right)\int R_1 dv=$$

$$\cos cv\ e\left\{\begin{array}{l}
-\frac{45}{4}m-\frac{1059}{16}m^2-\frac{65881}{256}m^3+\left(\frac{675}{16}-\frac{45}{4}=\frac{495}{16}\right)me^2\\
+\left(\frac{153}{16}-\frac{45}{16}=\frac{27}{4}\right)m\gamma^2-\frac{165}{4}m\varepsilon'^2-\frac{2833379}{3072}m^4\\
+\left(\frac{3525}{64}-\frac{1059}{64}=\frac{1233}{32}\right)m^2\gamma^2+\left(\frac{6849}{32}-\frac{1059}{16}=\frac{4731}{32}\right)m^2e^2\\
-\frac{250764653}{73728}m^5+\left(\frac{476949}{512}-\frac{65881}{256}=\frac{345187}{512}\right)m^3e^2-\frac{430587}{128}m^3\varepsilon'^2\\
+\left(\frac{270241}{1024}-\frac{65881}{1024}=\frac{25545}{128}\right)m^3\gamma^2+\left(\frac{2475}{16}-\frac{165}{4}=\frac{1815}{16}\right)me^2\varepsilon'^2\\
+\left(\frac{561}{16}-\frac{165}{16}=\frac{99}{4}\right)m\varepsilon'^2\gamma^2-\left(\frac{4779}{128}-\frac{45}{16}-\frac{153}{16}-\frac{675}{64}=\frac{1845}{128}\right)me^2\gamma^2\\
-\left(\frac{1413}{128}-\frac{153}{64}-\frac{135}{256}=\frac{2079}{256}\right)m\gamma^4-90.\,m\varepsilon'^4-\frac{855}{64}mb^4\\
+\left(\frac{675}{16}-\frac{45}{4}=\frac{495}{16}\right)me^4-\frac{135}{4}m^2(\varepsilon'^2-E'^2)
\end{array}\right\}$$

Maintenant si l'on observe, que

$$-\int R_1 dv=\cos cv\ e\left(-\frac{45}{8}m\right)+\cos 2cv\ e^2\left(\frac{45}{32}m\right)+\cos 2gv\ \gamma^2\left(-\frac{9}{32}m\right)$$
$$+\cos 2gv-cv\ e\gamma^2\left(\frac{225}{32}m\right)+\cos 2gv+cv\ e\gamma^2\left(\frac{3}{64}m\right).$$

(Voyez la page précédente, et les pages 61 et 235 du second volume) on obtiendra,

$$(6) \ldots\ldots -2\cos 2gv\ \gamma^2\left(\frac{3}{4}\right).\int R_1 dv=$$
$$\cos ov\ \left(-\frac{27}{128}m\gamma^4\right)+\cos cv\ e\left(\frac{675}{128}+\frac{9}{256}=\frac{1359}{256}\right)m\gamma^4;$$

$$(7) \ldots\ldots \frac{2Q'q}{1+\gamma^2}e\cos cv.\int R_1 dv=$$
$$\cos ov\ \left(-\frac{135}{16}m^3e^2\right)+\cos cv\ e\left(\frac{135}{64}m^3e^2\right).$$

61. En réunissant les termes compris dans la fonction

$$\frac{3}{4}(a)+\frac{3}{5}(b)+\frac{1}{2}(c)+(d)+\frac{3}{4}(e)+\frac{12}{5}(f)+\frac{5}{8}(g),$$

prise avec le signe *cosinus*, on aura

$$\frac{\delta R^{v}}{u_1} =$$

$$\cos v \left\{ \begin{aligned} & -\left(\frac{893}{48}+\frac{1475}{48}=\frac{148}{3}\right)m^5+\left(\frac{8679}{4096}+\frac{141}{128}=\frac{13191}{4096}\right)m^3\gamma^2 \\ & -\left(\frac{891}{32}+\frac{1539}{16}=\frac{3969}{32}\right)m^3\varepsilon'^2+\left(\frac{8793}{128}+\frac{590487}{4096}=\frac{871863}{4096}\right)m^3e^2 \\ & +\frac{99}{64}m\varepsilon'^2\gamma^2+\frac{2475}{64}me^2\varepsilon'^2-\frac{567}{64}me^2\gamma^2-\frac{675}{256}me^4-\frac{135}{256}m\gamma^4+\frac{135}{64}mb^4 \\ & +\left(\frac{81}{8}-\frac{81}{2}-\frac{24797}{64}-\frac{10679}{64}=-\frac{9355}{16}\right)m^4\varepsilon'^2-\frac{45}{16}b^4\varepsilon'^2 \\ & +\left(\frac{405}{64}+\frac{149355}{512}+\frac{7425}{64}=\frac{211995}{512}\right)m^2e^2\varepsilon'^2-\frac{945}{16}m^2\varepsilon'^4 \\ & +\left(\frac{4815}{512}+\frac{135}{64}=\frac{5895}{512}\right)m^2\varepsilon'^2\gamma^2 \end{aligned} \right\}$$

$$\cos cv\, e \left\{ \begin{aligned} & \left(\frac{421}{16}-\frac{46601}{512}-\frac{1271455}{8192}+\frac{27847}{512}=-\frac{1355967}{8192}\right)m^4 \\ & +\left(\frac{27}{8}-\frac{27}{32}+\frac{783}{64}-\frac{2691}{512}=\frac{4869}{512}\right)m^2\gamma^2 \\ & -\left(\frac{135}{16}+\frac{405}{16}+\frac{981}{512}+\frac{35595}{512}=\frac{1683}{16}\right)m^2e^2 \\ & -\left(\frac{24795}{256}+\frac{675}{16}-\frac{3375}{64}=\frac{22095}{256}\right)m^2\varepsilon'^2. \\ & -\left\{ \begin{aligned} & \frac{97307437}{196608}-\frac{623015}{6144}+\frac{675}{128}+\frac{135}{32}+\frac{675}{32} \\ & +\frac{675}{64}+\frac{1878607}{6144}-\frac{26413}{384}=\frac{44016655}{65536} \end{aligned} \right\} m^5 \\ & -\left(\frac{2071149}{8192}-\frac{297789}{4096}-\frac{135}{32}+\frac{151875}{4096}+\frac{8519}{128}+\frac{7889}{64}=\frac{2973369}{8192}\right)m^3e^2 \\ & -\left(\frac{617895}{1024}-\frac{40419}{128}+\frac{1755}{32}+\frac{36297}{128}-\frac{1539}{16}-\frac{1755}{64}=\frac{514503}{1024}\right)m^3\varepsilon'^2 \\ & -\left(\frac{135}{8}-\frac{27}{64}-\frac{675}{256}=\frac{3537}{256}\right)me^2\gamma^2+\left(\frac{297}{32}-\frac{495}{128}=\frac{693}{128}\right)m\varepsilon'^2\gamma^2 \\ & -\frac{7425}{128}me^2\varepsilon'^2-\frac{135}{4}m\varepsilon'^4+\left(\frac{5535}{2048}-\frac{1053}{2048}-\frac{189}{256}=\frac{1485}{1024}\right)m\gamma^4 \\ & +\left(\frac{675}{256}+\frac{675}{256}=\frac{675}{128}\right)me^4-\left(\frac{135}{64}+\frac{405}{64}+\frac{375}{64}+\frac{945}{256}=\frac{4605}{256}\right)mb^4 \\ & +\left(\frac{29421}{512}-\frac{101811}{8192}+\frac{171}{8}-\frac{687}{128}=\frac{500061}{8192}\right)m^3\gamma^2-\frac{405}{32}m^3(\varepsilon'^2-E'^2) \end{aligned} \right\}$$

$+$

$$\left.\begin{array}{ll}
\cos 2cv & e^2\left\{\begin{array}{l}
\frac{135}{64}m+\left(\frac{2673}{256}-\frac{819}{64}+\frac{225}{32}=\frac{1197}{256}\right)m^2+\frac{496}{64}m\varepsilon'^2 \\
-\left(\frac{405}{128}-\frac{405}{256}=\frac{405}{256}\right)m\gamma^2+\left(\frac{4725}{256}-\frac{675}{256}=\frac{2025}{128}\right)me^2 \\
+\left(\frac{106443}{4096}-\frac{5709}{128}+\frac{909}{32}-\frac{909}{64}=-\frac{18069}{4096}\right)m^3
\end{array}\right\} \\
\cos 2gv & \gamma^2\left(-\frac{27}{64}m\right) \\
\cos 2gv-cv & e\gamma^2\left(\quad 0.m\right) \\
\cos 2gv+cv & e\gamma^2\left(\quad \frac{27}{256}m\right).
\end{array}\right\}(*)$$

En rapprochant cette valeur partielle de $\frac{\delta R^v}{u_1}$ de celle qui a été donnée dans la page 233 du second volume on obtiendra aisément les

Produits partiels de $\frac{\delta R^v}{u_1}(u_1-1)$.

Multiplicateur . . . . $\cos ov\ \left(e^2+\frac{1}{4}\gamma^2+e^4-\frac{3}{64}\gamma^4-\frac{1}{4}e^2\gamma^2\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{ll}
\cos ov & \left\{\begin{array}{l}
-\frac{147}{16}m^2e^2+\frac{27}{64}me^2\gamma^2+\frac{675}{64}me^4-\frac{147}{64}m^2\gamma^2 \\
+\frac{27}{256}m\gamma^4+\frac{675}{256}me^2\gamma^2-\frac{135}{8}m^2e^2\varepsilon'^2-\frac{135}{32}m^2\gamma^2\varepsilon'^2
\end{array}\right\} \\
\cos cv & e\left\{\begin{array}{l}
-\frac{1557}{128}m^2e^2-\frac{2025}{128}me^4-\frac{81387}{2048}m^3e^2-\frac{1557}{512}m^2\gamma^2-\frac{2025}{512}me^2\gamma^2 \\
-\frac{81387}{8192}m^3\gamma^2-\frac{495}{32}me^2\varepsilon'^2+\frac{189}{128}me^2\gamma^2-\frac{495}{128}m\varepsilon'^2\gamma^2 \\
+\frac{189}{512}m\gamma^4-\frac{135}{32}me^4+\frac{405}{2048}m\gamma^4+\frac{135}{128}me^2\gamma^2
\end{array}\right\}
\end{array}\right.$$

Multiplicateur	Produit	
$2\cos 2gv\ \ \gamma^2\left(-\frac{1}{8}\right)$	$\cos ov$	$\left(\frac{27}{512}m\gamma^4\right)$
	$\cos cv$	$e\left(-\frac{27}{2048}m\gamma^4\right)$

(*) Pour avoir les termes qui affectent les argumens $2cv$, $2gv$, $2gv-cv$, voyez les pages 56, 229-232 du second volume.

Multiplicateur . . . . $2\cos cv\cdot e\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}e^2\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{l}
\cos cv \quad e\left\{\begin{array}{l}
-\frac{187}{8}m^4+\frac{14337}{256}m^2e^2+\frac{387}{256}m^2\gamma^2-\frac{135}{8}m^2\varepsilon'^2-\frac{148}{8}m^5\\
+\frac{13191}{4096}m^3\gamma^2-\frac{3969}{32}m^3\varepsilon'^2+\frac{871863}{4096}m^3e^2+\frac{135}{64}mb^4+\frac{99}{64}m\varepsilon'^2\gamma^2\\
+\frac{2475}{64}me^2\varepsilon'^2-\frac{567}{64}me^2\gamma^2-\frac{135}{256}m\gamma^4-\frac{675}{256}me^4-\frac{9}{4}m^2e^2\\
-\frac{147}{16}m^3e^2+\frac{27}{64}me^2\gamma^2+\frac{675}{64}me^4
\end{array}\right\}\\
\cos 0v \quad \left\{\begin{array}{l}
-\frac{2025}{256}me^4-\frac{81387}{4096}m^3e^2-\frac{22095}{512}m^2e^2\varepsilon'^2\\
-\frac{495}{64}me^2\varepsilon'^2+\frac{189}{256}me^2\gamma^2-\frac{135}{64}me^4
\end{array}\right\}\\
\cos cv \quad e\left\{\begin{array}{l}
\frac{1197}{512}m^2e^2+\frac{495}{128}me^2\varepsilon'^2-\frac{405}{512}me^2\gamma^2\\
+\frac{2025}{256}me^4-\frac{18069}{8192}m^3e^2+\frac{135}{128}me^4
\end{array}\right\}.
\end{array}\right.$$

Donc en ajoutant ces termes avec ceux de la valeur précédente de $\frac{\delta R^v}{u_t}$, et prenant dans la page 234 du second volume les termes de l'ordre inférieur, on aura ;

$$(8) \; \ldots\ldots \; \delta R^v =$$

$$\cos 0v\left\{\begin{array}{l}
-\frac{9}{4}m^2-\frac{147}{16}m^3+\frac{27}{64}m\gamma^2+\frac{135}{16}me^2-\frac{187}{8}m^4-\frac{135}{8}m^2\varepsilon'^2+\frac{3051}{64}m^2e^2\\
+\frac{243}{256}m^2\gamma^2-\frac{148}{3}m^5-\frac{3969}{32}m^3\varepsilon'^2+\left(\frac{13191}{4096}-\frac{147}{64}=\frac{3783}{4096}\right)m^3\gamma^2+\frac{99}{64}m\varepsilon'^2\gamma^2\\
+\left(\frac{871863}{4096}-\frac{147}{16}-\frac{81387}{4096}=\frac{188211}{1024}\right)m^3e^2+\left(\frac{2475}{64}-\frac{495}{64}=\frac{495}{16}\right)me^2\varepsilon'^2\\
-\left(\frac{567}{64}-\frac{27}{64}-\frac{675}{256}-\frac{189}{256}=\frac{81}{16}\right)me^2\gamma^2-\left(\frac{675}{256}+\frac{2025}{256}+\frac{135}{64}-\frac{675}{64}=\frac{135}{64}\right)me^4\\
-\left(\frac{135}{256}-\frac{27}{256}-\frac{27}{512}=\frac{189}{512}\right)m\gamma^4+\frac{135}{64}mb^4-\frac{9355}{16}m^4\varepsilon'^2\\
+\left(\frac{211995}{512}-\frac{22095}{512}-\frac{135}{8}=\frac{45315}{128}\right)m^2e^2\varepsilon'^2-\frac{945}{16}m^2\varepsilon'^4\\
+\left(\frac{5895}{512}-\frac{135}{32}=\frac{3735}{512}\right)m^2\gamma^2\varepsilon'^2
\end{array}\right\}$$

+

$$
\cos cv \quad e \left\{
\begin{array}{l}
-\frac{135}{32} m - \frac{1845}{128} m^2 - \frac{100203}{2048} m^3 - \frac{495}{32} m\, \varepsilon'^2 - \frac{135}{16} m e^2 + \frac{27}{32} m \gamma^2 \\
-\left(\frac{1355967}{8192} + \frac{187}{8} = \frac{1547455}{8192}\right) m^4 - \left(\frac{22095}{256} + \frac{135}{8} = \frac{26415}{256}\right) m^2 \varepsilon'^2 \\
-\left(\frac{1683}{16} + \frac{1557}{128} - \frac{14337}{256} + \frac{9}{4} - \frac{1197}{512} = \frac{31365}{512}\right) m^2 e^2 \\
+\left(\frac{387}{256} - \frac{1557}{512} + \frac{4869}{512} = \frac{2043}{256}\right) m^2 \gamma^2 - \left(\frac{514503}{1024} + \frac{3969}{32} = \frac{641511}{1024}\right) m^3 \varepsilon'^2 \\
-\left(\frac{44016655}{65536} + \frac{148}{3} = \frac{141749293}{196608}\right) m^5 \\
-\left(\frac{2973369}{8192} + \frac{81387}{2048} - \frac{871863}{4096} + \frac{117}{16} + \frac{18069}{8192} = \frac{412131}{2048}\right) m^3 e^2 \\
+\left(\frac{500061}{8192} - \frac{81387}{8192} + \frac{13191}{4096} = \frac{3477}{64}\right) m^3 \gamma^2 \\
+\left(\frac{3537}{256} - \frac{2025}{512} + \frac{135}{128} - \frac{567}{64} + \frac{27}{64} - \frac{405}{512} + \frac{189}{128} = \frac{405}{128}\right) m e^2 \gamma^2 \\
+\left(\frac{693}{128} - \frac{495}{128} + \frac{99}{64} = \frac{99}{32}\right) m \varepsilon'^2 \gamma^2 - \frac{135}{4} m \varepsilon'^4 \\
-\left(\frac{7425}{128} + \frac{495}{32} - \frac{2475}{64} - \frac{495}{128} = \frac{495}{16}\right) m e^2 \varepsilon'^2 \\
+\left(\frac{1485}{1024} + \frac{189}{512} + \frac{405}{2048} - \frac{135}{256} - \frac{27}{2048} = \frac{189}{128}\right) m \gamma^4 \\
-\left(\frac{2025}{128} + \frac{135}{32} + \frac{675}{256} - \frac{675}{64} - \frac{675}{128} - \frac{2025}{256} - \frac{135}{128} = -\frac{135}{64}\right) m e^4 \\
-\left(\frac{4605}{256} - \frac{135}{64} = \frac{4065}{256}\right) m b^2 - \frac{405}{32} m^3 (\varepsilon'^2 - E'^2)
\end{array}
\right\}
$$

62. Nous avons (Voyez p. 307 du I.er volume)

$$-\frac{du_1}{dv} = 2 \sin cv \quad e\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} e^2 - \frac{3}{8} m^2\right) + 2 \sin 2gv \quad \gamma^2\left(-\frac{1}{4}\right).$$

L'expression de R_1 renferme les termes suivans

$$R_{\prime}=$$

$$\begin{array}{lll}
\sin cv & e & \left\{\begin{array}{l} -\frac{45}{8}m-\frac{1059}{32}m^2-\frac{63721}{512}m^3+\frac{675}{32}me^2 \\ +\frac{153}{32}m\gamma^2-\frac{165}{8}m\varepsilon'^2-\frac{15465}{64}m^2\varepsilon'^2 \end{array}\right\} \\
\sin 2cv & e^2 & \left\{\begin{array}{l} \frac{45}{16}m+\left(\frac{891}{64}+\frac{273}{16}+\frac{225}{32}=\frac{2433}{64}\right)m^2 \\ +\left(\frac{35481}{1024}+\frac{1903}{32}+\frac{909}{32}+\frac{909}{64}=\frac{140009}{1024}\right)m^3 \\ -\left(\frac{135}{32}+\frac{135}{64}=\frac{405}{64}\right)m\gamma^2-\left(\frac{225}{64}+\frac{1575}{64}=\frac{225}{8}\right)mc^2+\frac{165}{16}m\varepsilon'^2 \end{array}\right\} \\
\sin 2gv & \gamma^2 & \left(-\frac{9}{16}m\right) \\
\sin 2gv-cv & e\gamma^2 & \left(\frac{225}{32}m\right) \\
\sin 2gv+cv & e\gamma^2 & \left(\frac{9}{64}m\right);
\end{array}$$

dont le premier et le dernier se trouvent dans la valeur précédente de $R_{\prime}$ (Voyez p. 555); l'avant dernier on le prendra dans la page 60 du second volume; et ceux affectés des argumens $2cv$, $2gv$ se tirent des équations désignées par (a), (b) dans les pages 229, 232 du second volume

Cela posé, si l'on fait le produit $-R_{\prime}\frac{du_{\prime}}{dv}$ on aura

$$(9) \cdots\cdots -R_{\prime}\frac{du_{\prime}}{dv}=$$

$$\begin{array}{ll}
\cos 0v & \left\{\begin{array}{l} -\frac{45}{16}me^2-\frac{1059}{64}m^2e^2-\left(\frac{63721}{1024}-\frac{135}{64}=\frac{61561}{1024}\right)m^3e^2 \\ +\left(\frac{675}{64}-\frac{45}{16}=\frac{495}{64}\right)me^4+\frac{9}{64}m\gamma^4+\frac{153}{64}me^2\gamma^2-\frac{165}{16}me^2\varepsilon'^2-\frac{15465}{128}m^2e^2\varepsilon'^2 \end{array}\right\} \\
\cos cv \quad e & \left\{\begin{array}{l} \frac{45}{32}me^2+\frac{2433}{128}m^2e^2+\frac{165}{32}me^2\varepsilon'^2-\left(\frac{225}{16}-\frac{45}{32}=\frac{405}{32}\right)me^4 \\ +\left(\frac{140009}{2048}-\frac{135}{128}=\frac{137849}{2048}\right)m^3e^2-\frac{405}{128}me^2\gamma^2-\left(\frac{225}{128}+\frac{9}{256}=\frac{459}{256}\right)m\gamma^4 \end{array}\right\}.
\end{array}$$

L'expression de δu posée dans les pages 76, 77, 416-421 du second volume, et 159-161 de celui-ci, fournit les termes suivans de la valeur de $-\frac{d.\delta u}{dv}$, pourvû qu'on ait soin de multiplier chaque terme par le coefficient de v, qui sort de l'argument par la différentiation.

$$-\frac{d.\delta u}{dv}=$$

$$\sin cv - c'mv \quad e\epsilon'\left(\frac{9}{8}m\right)$$

$$\sin cv + c'mv \quad e\epsilon'\left(-\frac{9}{8}m\right)$$

$$\sin 2cv \quad e^2\left(m^2-\frac{5}{8}\gamma^2\right)$$

$$\sin 2gv - cv \quad e\gamma^2\left(-\frac{7}{8}\right)$$

$$\sin 2Ev \quad \left\{\begin{array}{l} 2.m^2+\frac{13}{3}m^3-\frac{3}{8}m\gamma^2+\frac{71}{9}m^4-5.m^2\epsilon'^2+4.m^2e^2-\frac{7}{32}m^2\gamma^2 \\ +\left(\frac{1475}{54}-\frac{128}{9}=\frac{707}{54}\right)m^5-\left(\frac{95}{6}-5=\frac{65}{6}\right)m^3\epsilon'^2 \\ +\left(\frac{19}{32}-\frac{461}{1536}=\frac{451}{1536}\right)m^3\gamma^2+\left(\frac{233}{12}-4=\frac{185}{12}\right)m^3e^2 \\ -\frac{9}{8}me^2\gamma^2+\frac{15}{16}m\epsilon'^2\gamma^2+\frac{9}{64}m\gamma^4-\left(\frac{1099}{18}-\frac{95}{6}=\frac{407}{9}\right)m^4\epsilon'^2 \\ -10.m^2e^2\epsilon'^2+\left(\frac{79}{32}-\frac{15}{16}=\frac{49}{32}\right)m^2\epsilon'^2\gamma^2 \end{array}\right\}$$

$$\sin 2Ev + cv \quad e\left\{\begin{array}{l} -\frac{15}{8}m^2-\frac{3}{16}m^3+\left(\frac{23}{24}-\frac{71}{384}+\frac{15}{32}=\frac{477}{384}\right)m^4-\frac{9}{16}m^2\gamma^2 \\ -\frac{15}{8}m^2e^2+\frac{75}{16}m^2\epsilon'^2+\left(\frac{66329}{4608}+\frac{23}{64}+\frac{1125}{256}+\frac{71}{576}=\frac{29601}{1536}\right)m^5 \\ -\left(\frac{1703}{256}-\frac{5}{4}=\frac{1383}{256}\right)m^3e^2+\left(\frac{385}{32}-\frac{25}{8}=\frac{285}{32}\right)m^3\epsilon'^2 \\ -\left(\frac{201}{128}-\frac{3}{8}=\frac{153}{128}\right)m^3\gamma^2 \end{array}\right\}$$

$$\sin 2Ev - cv \quad e\left\{\begin{array}{l}
\frac{15}{8}m + \frac{153}{32}m^2 + \frac{5859}{512}m^3 + \frac{45}{16}me^2 - \frac{75}{16}m\varepsilon'^2 - \frac{9}{8}m\gamma^2 \\
+\left(\frac{164711}{2048} - \frac{13875}{256} + \frac{819}{128} + \frac{3375}{256} = \frac{93815}{2048}\right)m^4 \\
+\left(\frac{1527}{128} - \frac{45}{8} = \frac{807}{128}\right)m^2e^2 - \left(\frac{315}{64} - \frac{9}{4} = \frac{171}{64}\right)m^2\gamma^2 + \left(\frac{75}{8} - \frac{75}{8} = 0\right)m^2\varepsilon'^2 \\
+\left(\frac{11717881}{49152} - \frac{164711}{1024} + \frac{41625}{2048} + \frac{61425}{1024} + \frac{61065}{1024} = \frac{10689773}{49152}\right)m^5 \\
+\left(\frac{2109}{256} - \frac{1527}{64} + \frac{135}{64} - \frac{45}{64} = -\frac{8639}{256}\right)m^3e^2 - \frac{141}{64}me^2\gamma^2 \\
+\frac{45}{16}m\varepsilon'^2\gamma^2 - \frac{225}{32}me^2\varepsilon'^2 - \left(\frac{5505}{256} + \frac{27}{32} - \frac{315}{32} + \frac{45}{16} = \frac{3921}{256}\right)m^3\gamma^2 \\
+\frac{195}{128}m\varepsilon'^4 + \frac{225}{64}me^4 + \frac{57}{128}m\gamma^4 + \frac{105}{64}mb^4 \\
+\left(\frac{187955}{1024} + \frac{75}{4} - \frac{225}{64} + \frac{135}{64} = \frac{155715}{1024}\right)m^3\varepsilon'^2 + \frac{45}{8}m^3(\varepsilon'^2 - E'^2)
\end{array}\right\}$$

$$\sin 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left\{\begin{array}{l}
7.m^2 + \left(\frac{133}{4} - \frac{21}{2} = \frac{91}{4}\right)m^3 - \frac{7}{8}m\gamma^2 + 14.m^2e^2 \\
-\frac{123}{8}m^2\varepsilon'^2 + \left(\frac{1008}{8} - \frac{399}{8} = \frac{151}{2}\right)m^4 - \left(\frac{75}{32} - \frac{21}{16} = \frac{33}{32}\right)m^2\gamma^2
\end{array}\right\}$$

$$\sin 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left\{\begin{array}{l}
-m^2 - \left(\frac{19}{12} - \frac{1}{2} = \frac{13}{12}\right)m^3 + \frac{3}{8}m\gamma^2 - 2.m^2e^2 + \frac{1}{8}m^2\varepsilon'^2 \\
-\left(\frac{317}{72} - \frac{19}{24} = \frac{65}{18}\right)m^4 \quad + \left(\frac{23}{32} - \frac{3}{16} = \frac{17}{32}\right)m^2\gamma^2
\end{array}\right\}$$

$$\sin 2Ev - 2cv \quad e^2\left\{-\frac{15}{2}m^2 - \left(\frac{147}{8} - \frac{45}{8} = \frac{51}{4}\right)m^3\right\}$$

$$\sin 2Ev + 2cv \quad e^2\left\{\frac{3}{2}m^2 - \left(1 + \frac{3}{4} = \frac{7}{4}\right)m^3\right\}$$

$$\sin 2Ev - 2c'mv \quad \varepsilon'^2\left(17.m^2\right)$$

$$\sin 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left\{\begin{array}{l}
-\frac{15}{8}m + \left(\frac{15}{8} - \frac{3}{64} = \frac{117}{64}\right)m^2 - \frac{45}{16}me^2 + \frac{9}{8}m\gamma^2 \\
+\frac{15}{64}m\varepsilon'^2 + \left(\frac{17889}{256} + \frac{3}{64} - \frac{45}{32} = \frac{17541}{256}\right)m^3
\end{array}\right\}$$

$$\sin 2Ev + c'mv + cv \quad e\varepsilon'\left\{\frac{15}{16}m^2 + \left(\frac{79}{32} - \frac{5}{16} = \frac{69}{32}\right)m^3\right\}$$

$$\sin 2Ev - c'mv - cv \quad ee' \left\{ \begin{array}{l} \frac{35}{8}m + \left(\frac{1691}{64} - \frac{105}{8} = \frac{851}{64}m^2\right) + \frac{105}{16}me'^2 - \frac{21}{8}m\gamma^2 \\ -\frac{615}{64}me'^2 + \left(\frac{23115}{256} - \frac{5073}{64} + \frac{105}{32} = \frac{3663}{256}\right)m^3 \end{array} \right\}$$

$$\sin 2Ev - c'mv + cv \quad ee' \left\{ -\frac{105}{16}m^2 - \left(\frac{309}{32} - \frac{105}{16} = \frac{99}{32}\right)m^3 \right\}$$

$$\sin 2Ev - 3cv \quad e^3\left(-\frac{15}{8}m\right)$$

$$\sin 2Ev - 2gv - cv \quad e\gamma^2\left(\frac{3}{4}m\right)$$

$$\sin 2Ev - 2gv + cv \quad e\gamma^2\left(-\frac{45}{64}m\right)$$

$$\sin 2Ev - 2c'mv - cv \quad ee'^2\left(\frac{255}{32}m\right)$$

$$\sin Ev \quad b'\left(-\frac{15}{16}m\right)$$

$$\sin Ev + c'mv \quad e'b'\left(\frac{5}{4}\right)$$

$$\sin 4Ev \quad \left(-2.m^4\right)$$

$$\sin 4Ev - cv \quad e\left(-\frac{225}{64}m^3\right).$$

Cela posé, si l'on fait le produit de cette valeur de $-\frac{d.\delta u}{dv}$ par les différens termes de l'expression de R_1, pris dans la page 121 de ce volume et dans les pages 60, 61, 368-371, 568 du second volume, on obtiendra les produits partiels suivans.

Produits partiels de $-R_1\frac{d.\delta u}{dv}$,

Multiplicateur			Produit
$2\sin cv$	$e\left(-\frac{45}{16}m\right)$	$\frac{1}{2}\cos cv$	$e\left(-\frac{45}{16}m^2e^2 + \frac{225}{128}me'^2\gamma^2\right)$
$2\sin 2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{9}{32}m\right)$	$\frac{1}{2}\cos cv$	$e\left(\frac{63}{256}m\gamma^4\right)$

$$2\sin cv - c'mv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{225}{32}m\right) \ldots\ldots \Big\} \cos ov \quad \left(-\frac{2025}{256}m^2e^2\varepsilon'^2\right)$$

$$2\sin cv + c'mv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{165}{32}m\right) \ldots\ldots \Big\} \cos ov \quad \left(\frac{1485}{256}m^2e^2\varepsilon'^2\right)$$

$$\text{Multiplicateur} \ldots 2\sin 2Ev \left\{\begin{array}{l} \frac{3}{4}+\frac{3}{2}e^2-\frac{15}{8}\varepsilon'^2-\frac{15}{4}e^2\varepsilon'^2-\frac{3}{4}e^2\gamma^2+\frac{39}{64}\varepsilon'^4+\frac{3}{32}\gamma^4 \\ +\frac{27}{32}e^4+\frac{5}{16}b^4+\frac{9}{8}m^4-\frac{45}{8}m^2\varepsilon'^2+\frac{2607}{256}m^2e^2 \end{array}\right.$$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{l}
\cos ov \left\{\begin{array}{l}
\frac{707}{72}m^5-\frac{65}{8}m^3\varepsilon'^2+\frac{451}{2048}m^3\gamma^2+\frac{185}{16}m^3e^2-\frac{27}{32}me^2\gamma^2+\frac{45}{64}m\varepsilon'^2\gamma^2 \\
+\frac{45}{64}m\varepsilon'^2\gamma^2+\frac{27}{256}m\gamma^4+\frac{13}{2}m^3e^2-\frac{9}{16}me^2\gamma^2-\frac{65}{8}m^3\varepsilon'^2-\frac{407}{12}m^4\varepsilon'^2 \\
-\frac{15}{2}m^2e^2\varepsilon'^2+\frac{147}{128}m^2\varepsilon'^2\gamma^2-\frac{15}{2}m^2e^2\varepsilon'^2-\frac{355}{24}m^4\varepsilon'^2+\frac{75}{8}m^2\varepsilon'^4 \\
-\frac{15}{2}m^2e^2\varepsilon'^2+\frac{105}{256}m^2\gamma^2\varepsilon'^2-\frac{15}{2}m^2e^2\varepsilon'^2+\frac{39}{32}m^2\varepsilon'^4-\frac{45}{4}m^4\varepsilon'^2
\end{array}\right. \\
\cos cv \quad e\left\{\begin{array}{l}
\frac{281145}{8192}m^4+\frac{2421}{512}m^2e^2-\frac{513}{256}m^2\gamma^2+\frac{459}{64}m^2e^2-\frac{2295}{256}m^2\varepsilon'^2 \\
+\frac{10689773}{65536}m^5-\frac{10917}{1024}m^3e^2-\frac{11763}{1024}m^3\gamma^2-\frac{423}{256}me^2\gamma^2+\frac{135}{64}m\varepsilon'^2\gamma^2 \\
+\frac{467145}{4096}m^3\varepsilon'^2-\frac{675}{128}me^2\varepsilon'^2+\frac{585}{512}m\varepsilon'^4+\frac{675}{256}me^4+\frac{171}{512}m\gamma^4+\frac{315}{256}mb^4 \\
+\frac{17577}{1024}m^3e^2+\frac{135}{32}me^4-\frac{225}{32}me^2\varepsilon'^2-\frac{27}{16}me^2\gamma^2-\frac{87885}{4096}m^3\varepsilon'^2 \\
-\frac{675}{128}me^2\varepsilon'^2+\frac{1125}{128}m\varepsilon'^4+\frac{135}{64}m\varepsilon'^2\gamma^2-\frac{225}{32}me^2\varepsilon'^2-\frac{45}{32}me^2\gamma^2 \\
+\frac{585}{512}m\varepsilon'^4+\frac{45}{256}m\gamma^4+\frac{405}{256}me^4+\frac{75}{128}mb^4+\frac{135}{64}m^5-\frac{675}{64}m^3\varepsilon'^2 \\
+\frac{39105}{2048}m^3e^2+\frac{135}{32}m^3(\varepsilon'^2-E'^2)
\end{array}\right. \\
\cos cv \quad e\left\{\begin{array}{l}
\frac{477}{512}m^4-\frac{27}{64}m^2\gamma^2-\frac{45}{32}m^2e^2+\frac{225}{64}m^2\varepsilon'^2-\frac{45}{16}m^2e^2+\frac{225}{64}m^2\varepsilon'^2 \\
+\frac{29601}{2048}m^5-\frac{4149}{1024}m^3e^2+\frac{855}{128}m^3\varepsilon'^2-\frac{459}{512}m^3\gamma^2-\frac{9}{32}m^3e^2+\frac{45}{128}m^3\varepsilon'^2
\end{array}\right.
\end{array}\right.$$

Multiplicateur.... $2\sin 2Ev - cv \quad e \left\{ \begin{array}{l} -\frac{3}{2}-\frac{3}{2}m-\frac{9}{8}e^2+\frac{15}{4}\varepsilon'^2+\frac{3}{8}\gamma^2-\frac{369}{128}m^3 \\ +\frac{3}{8}m\gamma^2-\frac{3}{8}me^2-3.m\varepsilon'^2 \end{array} \right\}$

$$\text{Produit} \left\{ \begin{array}{l}
\cos ov \left\{ \begin{array}{l} -\frac{17577}{1024}m^3e^2-\frac{135}{32}me^4+\frac{225}{32}me^2\varepsilon'^2+\frac{27}{16}me^2\gamma^2-\frac{459}{64}m^3e^2-\frac{135}{64}me^4 \\ +\frac{225}{32}me^2\varepsilon'^2+\frac{45}{64}me^2\gamma^2+\frac{225}{32}m^2e^2\varepsilon'^2+\frac{2295}{128}m^2e^2\varepsilon'^2-\frac{45}{8}m^2e^2\varepsilon'^2 \end{array} \right\} \\
\cos cv \quad e \left\{ \begin{array}{l} -\frac{71}{6}m^4+\frac{15}{2}m^2\varepsilon'^2-6.m^2e^2+\frac{21}{64}m^2\gamma^2-\frac{13}{2}m^4+\frac{9}{16}m^2\gamma^2 \\ -\frac{9}{4}m^2e^2+\frac{15}{2}m^2\varepsilon'^2+\frac{3}{4}m^2\gamma^2-\frac{707}{36}m^5+\frac{65}{4}m^3\varepsilon'^2-\frac{451}{1024}m^3\gamma^2 \\ -\frac{185}{8}m^3e^2+\frac{27}{16}me^2\gamma^2-\frac{45}{32}m\varepsilon'^2\gamma^2-\frac{27}{128}m\gamma^4-\frac{71}{6}m^5 \\ +\frac{15}{2}m^3\varepsilon'^2-6.m^3e^2+\frac{21}{64}m^3\gamma^2-\frac{39}{8}m^3e^2+\frac{27}{64}me^2\gamma^2+\frac{65}{4}m^3\varepsilon'^2 \\ -\frac{45}{32}m\varepsilon'^2\gamma^2+\frac{13}{8}m^3\gamma^2-\frac{9}{64}m\gamma^4-\frac{369}{64}m^5+\frac{3}{4}m^3\gamma^2-\frac{3}{4}m^3e^2 \\ -6.m^3\varepsilon'^2 \end{array} \right\} \\
\cos cv \quad e\left(\frac{45}{4}m^2e^2+\frac{153}{8}m^3e^2+\frac{45}{4}m^3e^2 \right)
\end{array} \right.$$

Multiplicateur.... $2\sin 2Ev + cv \quad e \left\{ \begin{array}{l} -\frac{3}{2}+\frac{3}{2}m-\frac{9}{8}e^2+\frac{15}{4}\varepsilon'^2+\frac{3}{8}\gamma^2 \\ +\frac{261}{32}m^3+\frac{3}{8}me^2-\frac{3}{8}m\gamma^2+3.m\varepsilon'^2 \end{array} \right\}$

$$\text{Produit} \left\{ \begin{array}{l}
\cos ov \quad \left(\frac{9}{32}m^3e^2-\frac{45}{16}m^3e^2-\frac{225}{32}m^2e^2\varepsilon'^2-\frac{225}{32}m^2e^2\varepsilon'^2 \right) \\
\cos cv \quad e \left\{ \begin{array}{l} -\frac{71}{6}m^4+\frac{15}{2}m^2\varepsilon'^2-6.m^2e^2+\frac{21}{64}m^2\gamma^2+\frac{13}{2}m^4-\frac{9}{16}m^2\gamma^2-\frac{9}{4}m^2e^2 \\ +\frac{15}{2}m^2\varepsilon'^2+\frac{3}{4}m^2\gamma^2-\frac{707}{36}m^5+\frac{65}{4}m^3\varepsilon'^2-\frac{451}{1024}m^3\gamma^2-\frac{185}{8}m^3e^2 \\ +\frac{27}{16}me^2\gamma^2-\frac{45}{32}m\varepsilon'^2\gamma^2-\frac{27}{128}m\gamma^4+\frac{71}{6}m^5-\frac{15}{2}m^3\varepsilon'^2+6.m^3e^2 \\ -\frac{21}{64}m^3\gamma^2-\frac{39}{8}m^3e^2+\frac{27}{64}me^2\gamma^2+\frac{65}{4}m^3\varepsilon'^2-\frac{45}{32}m\varepsilon'^2\gamma^2+\frac{13}{8}m^3\gamma^2 \\ -\frac{9}{64}m\gamma^4+\frac{261}{16}m^5+\frac{3}{4}m^3e^2-\frac{3}{4}m^3\gamma^2+6.m^3\varepsilon'^2 \end{array} \right\} \\
\cos cv \quad e\left(-\frac{9}{4}m^2e^2+\frac{21}{8}m^3e^2+\frac{9}{4}m^3e^2 \right)
\end{array} \right.$$

Multiplicateur .... $2 \sin 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{21}{8}+\frac{21}{4}e^2-\frac{869}{64}\varepsilon'^2+\frac{9}{2}m^2\right)$

$$\text{Produit}\begin{cases} \cos 0v & \left\{\begin{aligned} &\tfrac{1911}{32}m^3\varepsilon'^2-\tfrac{147}{64}m\varepsilon'^2\gamma^2+\tfrac{147}{4}m^2e^2\varepsilon'^2-\tfrac{2583}{64}m^2\varepsilon'^4+\tfrac{3171}{16}m^4\varepsilon'^2 \\ &-\tfrac{693}{256}m^2\gamma^2\varepsilon'^2+\tfrac{147}{4}m^2e^2\varepsilon'^2-\tfrac{2583}{64}m^2\varepsilon'^4+\tfrac{63}{2}m^4\varepsilon'^2 \end{aligned}\right\} \\ \cos cv \quad e & \left\{\begin{aligned} &\tfrac{17871}{512}m^2\varepsilon'^2+\tfrac{76923}{2048}m^3\varepsilon'^2+\tfrac{2205}{128}me^2\varepsilon'^2-\tfrac{441}{64}m\varepsilon'^2\gamma^2-\tfrac{12915}{512}m\varepsilon'^4 \\ &+\tfrac{735}{32}me^2\varepsilon'^2-\tfrac{12915}{512}m\varepsilon'^4+\tfrac{315}{16}m^3\varepsilon'^2 \end{aligned}\right\} \\ \cos cv \quad e & \left(-\tfrac{2205}{128}m^2\varepsilon'^2-\tfrac{2079}{256}m^3\varepsilon'^2\right) \end{cases}$$

Multiplicateur .... $2 \sin 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{3}{8}-\frac{3}{4}e^2+\frac{3}{64}\varepsilon'^2\right)$

$$\text{Produit}\begin{cases} \cos 0v & \left\{\begin{aligned} &\tfrac{13}{32}m^3\varepsilon'^2-\tfrac{9}{64}m\varepsilon'^2\gamma^2+\tfrac{3}{4}m^2e^2\varepsilon'^2-\tfrac{3}{64}m^2\varepsilon'^4+\tfrac{65}{48}m^4\varepsilon'^2 \\ &-\tfrac{51}{256}m^2\gamma^2\varepsilon'^2+\tfrac{3}{4}m^2e^2\varepsilon'^2-\tfrac{3}{64}m^2\varepsilon'^4 \end{aligned}\right\} \\ \cos cv \quad e & \left\{\begin{aligned} &-\tfrac{351}{512}m^2\varepsilon'^2-\tfrac{52623}{2048}m^3\varepsilon'^2+\tfrac{135}{128}me^2\varepsilon'^2-\tfrac{27}{64}m\varepsilon'^2\gamma^2 \\ &-\tfrac{45}{512}m\varepsilon'^4+\tfrac{45}{32}me^2\varepsilon'^2-\tfrac{45}{512}m\varepsilon'^4 \end{aligned}\right\} \\ \cos cv \quad e & \left(-\tfrac{45}{128}m^2\varepsilon'^2-\tfrac{207}{256}m^3\varepsilon'^2\right) \end{cases}$$

Multiplicateur .... $2 \sin 2Ev - 2cv \quad e^2\left(\frac{15}{8}+\frac{57}{16}m-\frac{2991}{512}m^2+\frac{15}{16}e^2-\frac{75}{16}\varepsilon'^2-\frac{15}{32}\gamma^2\right)$

$$\text{Produit}\begin{cases} \cos ev \quad e & \left\{\begin{aligned} &\tfrac{2295}{256}m^2e^2+\tfrac{87885}{4096}m^3e^2+\tfrac{675}{128}me^4-\tfrac{1125}{128}m\varepsilon'^2e^2 \\ &-\tfrac{135}{64}me^2\gamma^2+\tfrac{855}{128}m^2e^2+\tfrac{8721}{512}m^3e^2-\tfrac{44865}{4096}m^3e^2 \\ &+\tfrac{225}{128}me^4-\tfrac{1125}{128}me^2\varepsilon'^2-\tfrac{225}{256}me^2\gamma^2 \end{aligned}\right\} \\ \cos cv \quad e & \left(-\tfrac{225}{64}me^4\right) \end{cases}$$

Multiplicateur | Produit

$2\cos 2Ev + 2cv \quad e^2\left(\frac{15}{8}-\frac{57}{16}m\right)\ldots\left\{\cos cv \quad e\left(-\frac{225}{64}m^2e^2-\frac{45}{128}m^3e^2+\frac{855}{128}m^3e^2\right)\right.$

Multiplicateur . . . . $2\sin 2Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{21}{4} - \frac{99}{16}m\right)$

Produit

$$\cos ov \quad \left(-\frac{735}{32} m e^2 \varepsilon'^2 - \frac{17871}{256} m^2 e^2 \varepsilon'^2 - \frac{3465}{128} m^2 e^2 \varepsilon'^2\right)$$

$$\cos cv \quad e\left(-\frac{147}{4} m^2 \varepsilon'^2 - \frac{1911}{16} m^3 \varepsilon'^2 + \frac{147}{32} m \varepsilon'^2 \gamma^2 - \frac{698}{16} m^3 \varepsilon'^2\right)$$

Multiplicateur . . . . $2\sin 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{3}{4} - \frac{21}{16}m\right)$

Produit

$$\cos ov \quad \left(-\frac{45}{32} m e^2 \varepsilon'^2 + \frac{351}{256} m^2 e^2 \varepsilon'^2 + \frac{315}{128} m^2 e^2 \varepsilon'^2\right)$$

$$\cos cv \quad e\left(-\frac{3}{4} m^2 \varepsilon'^2 - \frac{13}{16} m^3 \varepsilon'^2 + \frac{9}{32} m \varepsilon'^2 \gamma^2 + \frac{21}{16} m^3 \varepsilon'^2\right)$$

Multiplicateur . . . . $2\sin 2Ev + c'mv + cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{3}{4} + \frac{21}{16}m\right)$

Produit

$$\cos ov \quad \left(\frac{45}{64} m^2 e^2 \varepsilon'^2\right)$$

$$\cos cv \quad e\left(-\frac{3}{4} m^2 \varepsilon'^2 - \frac{13}{16} m^3 \varepsilon'^2 + \frac{9}{32} m \varepsilon'^2 \gamma^2 - \frac{21}{16} m^3 \varepsilon'^2\right)$$

Multiplicateur . . . . $2\sin 2Ev - c'mv + cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{21}{4} + \frac{99}{16}m\right)$

Produit

$$\cos ov \quad \left(\frac{2205}{64} m^2 e^2 \varepsilon'^2\right)$$

$$\cos cv \quad e\left(-\frac{147}{4} m^2 \varepsilon'^2 - \frac{1911}{16} m^3 \varepsilon'^2 + \frac{147}{32} m \varepsilon'^2 \gamma^2 + \frac{693}{16} m^3 \varepsilon'^2\right)$$

Multiplicateur		Produit
$2\sin 2Ev - 2gv$	$\gamma^2\left(\frac{3}{8}\right)$ ……	$\cos cv \quad e\left(\frac{9}{32} m \gamma^4\right)$
		$\cos cv \quad e\left(-\frac{135}{512} m \gamma^4\right)$
$2\sin 2Ev - 2c'mv$	$\varepsilon'^2\left(\frac{51}{8}\right)$ ……	$\cos ov \quad \left(\frac{867}{8} m^2 \varepsilon'^4\right)$
		$\cos cv \quad e\left(\frac{13005}{256} m \varepsilon'^4\right)$
$2\sin 2Ev + c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'\left(-\frac{15}{16}\right)$ ……	$\cos cv \quad e\left(\frac{225}{128} m e^2 \varepsilon'^2\right)$
$2\sin 2Ev - c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'\left(\frac{105}{16}\right)$ ……	$\cos cv \quad e\left(\frac{3675}{128} m e^2 \varepsilon'^2\right)$
$2\sin Ev$	$b^2\left(\frac{3}{16}\right)$ ……	$\cos ov \quad \left(-\frac{45}{256} m b^4\right)$

$$2 \sin Ev - cv \qquad eb^2\left(-\frac{15}{32}\right) \ldots\ldots \Big\{ \cos cv \quad e\left(\frac{225}{512}\, m\, b^4\right)$$

$$2 \sin Ev + cv \qquad eb^2\left(-\frac{15}{32}\right) \ldots\ldots \Big\{ \cos cv \quad e\left(\frac{225}{512}\, m\, b^4\right)$$

$$2 \sin Ev + c'mv \qquad \varepsilon' b^2\left(\frac{3}{16}\right) \ldots\ldots \Big\{ \cos ov \quad \left(\frac{15}{64}\, b^4 \varepsilon'^2\right)$$

$$2 \sin 4Ev \qquad \left(-\frac{3}{2} m^2\right) \ldots\ldots \Big\{ \cos cv \quad e\left(\frac{675}{128}\, m^5\right)$$

$$2 \sin 4Ev - cv \qquad e\left(-\frac{45}{16} m\right) \ldots\ldots \Big\{ \cos cv \quad e\left(\frac{45}{8}\, m^5\right).$$

En réunissant ces produits partiels, et prenant les termes de l'ordre inférieur dans la page 240 du second volume on aura

$$(10) \ldots\ldots -R_1 \frac{d.\delta u}{dv} =$$

$$\cos ov \left\{ \begin{array}{l}
\frac{3}{2} m^2 + \frac{13}{4} m^3 - \frac{45}{16} m e^2 - \frac{9}{32} m \gamma^2 + \frac{71}{12} m^4 - \frac{21}{128} m^2 \gamma^2 - \frac{75}{64} m^2 e^2 + \frac{45}{4} m^2 \varepsilon'^2 \\
+ \frac{707}{72} m^5 + \frac{451}{2048} m^3 \gamma^2 + \left(\frac{185}{16} + \frac{13}{2} - \frac{17577}{1024} - \frac{459}{64} + \frac{9}{32} - \frac{45}{16} = -\frac{9017}{1024}\right) m^3 e^2 \\
+ \left(\frac{1911}{32} + \frac{13}{32} - \frac{65}{8} - \frac{65}{8} = \frac{351}{8}\right) m^3 \varepsilon'^2 - \left(\frac{735}{32} + \frac{45}{32} - \frac{225}{32} - \frac{225}{32} = \frac{165}{16}\right) m e^2 \varepsilon'^2 \\
+ \left(\frac{45}{64} + \frac{27}{16} - \frac{9}{16} - \frac{27}{32} = \frac{63}{64}\right) m e^2 \gamma^2 + \left(\frac{45}{64} + \frac{45}{64} - \frac{147}{64} - \frac{9}{64} = -\frac{33}{32}\right) m \varepsilon'^2 \gamma^2 \\
+ \frac{27}{256} m \gamma^4 - \left(\frac{135}{32} + \frac{135}{64} = \frac{405}{64}\right) m e^4 - \frac{45}{256} m b^4 \\
+ \left(-\frac{407}{12} - \frac{355}{24} - \frac{45}{4} + \frac{3171}{16} + \frac{63}{2} + \frac{65}{48} = \frac{2053}{12}\right) m^4 \varepsilon'^2 \\
+ \left\{ \begin{array}{l}
-\frac{15}{2} - \frac{15}{2} - \frac{15}{2} - \frac{15}{2} + \frac{225}{32} + \frac{2295}{128} - \frac{45}{8} - \frac{225}{32} \\
-\frac{225}{32} + \frac{147}{4} + \frac{147}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} - \frac{17871}{256} - \frac{3465}{128} + \frac{351}{256} \\
+\frac{315}{128} + \frac{45}{64} + \frac{2205}{64} - \frac{2025}{256} + \frac{1485}{256} = -\frac{1245}{128}
\end{array} \right\} m^2 e^2 \varepsilon'^2 \\
+ \left(\frac{147}{128} + \frac{105}{256} - \frac{693}{256} - \frac{51}{256} = -\frac{345}{256}\right) m^2 \gamma^2 \varepsilon'^2 + \frac{15}{64} b^4 \varepsilon'^2 \\
+ \left(\frac{75}{8} + \frac{39}{32} - \frac{2583}{64} - \frac{2583}{64} - \frac{3}{64} - \frac{3}{64} + \frac{867}{8} = \frac{1221}{32}\right) m^2 \varepsilon'^4
\end{array} \right.$$

$$
\cos cv\; e\left\{\begin{array}{l}
\frac{45}{32}m-\frac{489}{128}m^2-\frac{9335}{2048}m^3+\frac{9}{32}m\gamma^2+\frac{135}{16}me^2+\frac{165}{32}me'^2 \\
+\left(\frac{281445}{8192}+\frac{477}{512}-\frac{71}{6}-\frac{13}{2}-\frac{71}{6}+\frac{13}{2}=\frac{285599}{24576}\right)m^4 \\
+\left\{\begin{array}{l}\frac{2421}{512}+\frac{459}{64}-\frac{45}{32}-\frac{45}{16}-6-\frac{9}{4}+\frac{45}{4}-6 \\ -\frac{9}{4}-\frac{225}{64}-\frac{9}{4}+\frac{2295}{256}+\frac{855}{128}=\frac{6303}{512}\end{array}\right\}m^2e^2 \\
+\left\{\begin{array}{l}\frac{225}{64}-\frac{2295}{256}+\frac{225}{64}+\frac{15}{2}+\frac{15}{2}+\frac{15}{2}+\frac{15}{2}+\frac{17871}{512} \\ -\frac{2205}{128}-\frac{351}{512}-\frac{45}{128}-\frac{147}{4}-\frac{3}{4}-\frac{3}{4}-\frac{147}{4}=-\frac{7755}{256}\end{array}\right\}m^2e'^2 \\
+\left(\frac{21}{64}-\frac{513}{256}-\frac{27}{64}+\frac{9}{16}+\frac{3}{4}+\frac{21}{64}-\frac{9}{16}+\frac{3}{4}=-\frac{69}{256}\right)m^2\gamma^2 \\
+\left\{\begin{array}{l}\frac{106897785}{65536}+\frac{135}{64}+\frac{29601}{2048}-\frac{707}{36}-\frac{71}{6}-\frac{369}{64} \\ -\frac{707}{36}+\frac{45}{8}+\frac{675}{128}+\frac{71}{6}+\frac{261}{16}=\frac{95459189}{589824}\end{array}\right\}m^5 \\
+\left\{\begin{array}{l}\frac{17577}{1024}-\frac{10917}{1024}+\frac{39105}{2048}-\frac{4149}{1024}-\frac{9}{32}-\frac{185}{8}-\frac{39}{8}-\frac{3}{4} \\ +\frac{153}{8}+\frac{45}{4}-\frac{185}{8}+6-\frac{39}{8}+\frac{3}{4}+\frac{21}{8}+\frac{9}{4}+\frac{87885}{4096} \\ +\frac{8721}{512}-6-\frac{44865}{4096}-\frac{45}{128}+\frac{855}{128}-\frac{45}{16}=\frac{64649}{2048}\end{array}\right\}m^3e^2 \\
+\left\{\begin{array}{l}\frac{467145}{4096}-\frac{87885}{4096}-\frac{675}{64}+\frac{855}{128}+\frac{45}{128}+\frac{65}{4}+\frac{15}{2}+\frac{65}{4}-6 \\ +\frac{65}{4}-\frac{15}{2}+\frac{65}{4}+6+\frac{76923}{2048}+\frac{315}{16}-\frac{2079}{256}-\frac{52623}{2048}-\frac{207}{256} \\ -\frac{1911}{16}-\frac{693}{16}-\frac{13}{16}+\frac{21}{16}-\frac{13}{16}-\frac{21}{16}-\frac{1911}{16}+\frac{693}{16}=-\frac{65331}{1024}\end{array}\right\}m^3e'^2 \\
+\left(\frac{21}{64}-\frac{11763}{1024}-\frac{459}{512}-\frac{451}{1024}+\frac{13}{8}+\frac{3}{4}-\frac{451}{1024}-\frac{21}{64}+\frac{13}{8}-\frac{3}{4}=-\frac{10255}{1024}\right)m^3\gamma^2 \\
+\left(\frac{27}{16}-\frac{423}{256}-\frac{27}{16}-\frac{45}{32}+\frac{27}{64}+\frac{27}{16}+\frac{27}{64}-\frac{135}{64}-\frac{225}{256}+\frac{225}{128}=-\frac{225}{128}\right)me^2\gamma^2 \\
+\left(\frac{135}{64}+\frac{135}{64}-\frac{45}{32}-\frac{45}{32}-\frac{45}{32}-\frac{45}{32}-\frac{441}{64}-\frac{27}{64}+\frac{147}{32}+\frac{9}{32}+\frac{9}{32}+\frac{147}{32}=\frac{33}{32}\right)me'^2\gamma^2 \\
+\left\{\begin{array}{l}\frac{2205}{128}-\frac{675}{128}-\frac{225}{32}-\frac{675}{128}-\frac{225}{32}+\frac{735}{32}+\frac{135}{128} \\ +\frac{45}{32}-\frac{1125}{128}-\frac{1125}{128}+\frac{225}{128}+\frac{3675}{128}=\frac{495}{16}\end{array}\right\}me^2e'^2 \\
+
\end{array}\right\}
$$

$$\cos cv\ \ e\left\{\begin{aligned}&+\left(\tfrac{585}{512}+\tfrac{1125}{128}+\tfrac{585}{512}-\tfrac{12915}{512}-\tfrac{12915}{512}-\tfrac{45}{512}-\tfrac{45}{512}+\tfrac{13005}{256}=\tfrac{45}{4}\right)m\varepsilon'^4\\&+\left(\tfrac{675}{256}+\tfrac{135}{32}+\tfrac{405}{256}+\tfrac{675}{128}+\tfrac{225}{128}-\tfrac{225}{64}=\tfrac{765}{64}\right)me^4\\&+\left(\tfrac{171}{512}+\tfrac{45}{256}-\tfrac{27}{128}-\tfrac{9}{64}-\tfrac{27}{128}-\tfrac{9}{64}+\tfrac{9}{32}-\tfrac{135}{512}+\tfrac{63}{256}=\tfrac{9}{128}\right)m\gamma^4\\&+\left(\tfrac{315}{256}+\tfrac{75}{128}+\tfrac{225}{512}+\tfrac{225}{512}=\tfrac{345}{128}\right)mb^4+\tfrac{135}{32}m^3(\varepsilon'^2-E'^2)\end{aligned}\right.$$

63. Les équations différentielles en δu avec leurs intégrales, données dans les pages 72-77, 406-421 du second volume, et dans les pages 153-162 de celui-ci, ont fourni les différens coefficiens des termes qu'on voit dans l'expression suivante de

$$-\left(\frac{d^2.\delta u}{dv}+\delta u\right)=$$

$$\cos c'mv\qquad \varepsilon'\left(\tfrac{3}{2}m^2\right)$$

$$\cos 2cv\qquad e^2\left(\tfrac{3}{2}m^2-\tfrac{15}{16}\gamma^2\right)$$

$$\cos 2Ev\left\{\begin{aligned}&3.m^2+\tfrac{3}{2}m^3-\tfrac{9}{16}m\gamma^2+\tfrac{39}{64}m^2\gamma^2-\tfrac{15}{2}m^2\varepsilon'^2+6.m^2e^2-\tfrac{27}{16}me^2\gamma^2\\&-\left(\tfrac{19}{4}-\tfrac{3}{2}=\tfrac{13}{4}\right)m^5-\tfrac{15}{4}m^3\varepsilon'^2+\tfrac{105}{8}m^3e^2+\tfrac{45}{32}m\varepsilon'^2\gamma^2\\&+\tfrac{27}{128}m\gamma^4+\left(\tfrac{915}{1024}+\tfrac{9}{32}=\tfrac{1203}{1024}\right)m^3\gamma^2-\left(42-\tfrac{15}{4}=\tfrac{153}{4}\right)m^4\varepsilon'^2\\&+\tfrac{39}{16}m^2\varepsilon'^4-15.m^2e^2\varepsilon'^2-\tfrac{3}{64}m^2\varepsilon'^2\gamma^2\end{aligned}\right.$$

$$\cos 2Ev-cv\ \ e\left\{\begin{aligned}&-\tfrac{15}{2}m^2-\tfrac{381}{16}m^3-\left(\tfrac{447}{16}+\tfrac{819}{64}=\tfrac{2607}{64}\right)m^4-\tfrac{45}{4}m^2e^2+\tfrac{75}{4}m^2\varepsilon'^2\\&+\tfrac{9}{2}m^2\gamma^2+\left(\tfrac{3835}{128}-\tfrac{41625}{1024}=-\tfrac{10945}{1024}\right)m^5-\left(\tfrac{471}{16}+\tfrac{135}{32}=\tfrac{1077}{32}\right)m^3e^2\\&+\left(\tfrac{285}{32}+\tfrac{225}{32}=\tfrac{255}{16}\right)m^3\varepsilon'^2+\left(\tfrac{99}{16}+\tfrac{27}{16}=\tfrac{63}{8}\right)m^3\gamma^2\end{aligned}\right.$$

$$\cos 2Ev+cv\ \ e\left\{\begin{aligned}&-5.m^2+\tfrac{11}{3}m^3+\left(\tfrac{667}{144}+\tfrac{15}{16}=\tfrac{401}{72}\right)m^4-5.m^2e^2+\tfrac{25}{2}m^2\varepsilon'^2-\tfrac{3}{2}m^2\gamma^2\\&+\left(\tfrac{218203}{3456}+\tfrac{33}{32}=\tfrac{220687}{3456}\right)m^5-\tfrac{983}{96}m^3e^2+\tfrac{40}{3}m^3\varepsilon'^2-\tfrac{31}{16}m^3\gamma^2\end{aligned}\right.$$

$\cos 2Ev - c'mv \qquad \epsilon' \left\{ \frac{21}{2} m^2 + \frac{63}{8} m^3 - \frac{21}{16} m\gamma^2 + \left(\frac{405}{16} - \frac{21}{4} = \frac{321}{16} \right) m^4 + 21 . m^2 e^2 + \frac{111}{64} m^2 \gamma^2 - \frac{369}{16} m^2 \epsilon'^2 \right\}$

$\cos 2Ev + c'mv \qquad \epsilon' \left\{ - \frac{3}{2} m^2 - \frac{3}{8} m^3 + \frac{9}{16} m\gamma^2 - \left(\frac{75}{16} - \frac{3}{4} = \frac{63}{16} \right) m^4 - 3 . m^2 e^2 + \frac{21}{64} m^2 \gamma^2 + \frac{3}{16} m^2 \epsilon'^2 \right\}$

$\cos 2Ev - 2cv \qquad e^2 \left\{ - \frac{15}{4} m - \frac{147}{16} m^2 - \left(\frac{3171}{256} + \frac{45}{8} = \frac{4611}{256} \right) m^3 + \frac{75}{8} m\epsilon'^2 - \frac{45}{8} m e^2 + \frac{135}{64} m\gamma^2 \right\}$

$\cos 2Ev + 2cv \qquad e^2 \left(\frac{45}{8} m^2 - \frac{39}{4} m^3 \right)$

$\cos 2Ev - 2gv \qquad \gamma^2 \left(- \frac{3}{16} m + \frac{15}{32} m\epsilon'^2 \right)$

$\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\epsilon' \left\{ \frac{15}{4} m^2 - \left(\frac{237}{32} - \frac{45}{16} = \frac{147}{32} \right) m^3 \right\}$

$\cos 2Ev + c'mv + cv \quad e\epsilon' \left(\frac{5}{2} m^2 + \frac{113}{24} m^3 \right)$

$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\epsilon' \left\{ - \frac{105}{4} m^2 - \left(\frac{3393}{32} + \frac{105}{16} = \frac{3603}{32} \right) m^3 \right\}$

$\cos 2Ev - c'mv + cv \quad e\epsilon' \left(- \frac{35}{2} m^2 + \frac{109}{8} m^3 \right)$

$\cos 2Ev - 3cv \qquad e^3 \left(\frac{15}{2} m^2 \right)$

$\cos 2Ev - 2gv + cv \quad e\gamma^2 \left(\frac{45}{16} m^2 \right)$

$\cos 2Ev - 2gv - cv \quad e\gamma^2 \left(- 3 . m^2 \right)$

$\cos 2Ev + c'mv - 2cv \quad e^2\epsilon' \left(\frac{15}{4} m \right)$

$\cos 2Ev - c'mv - 2cv \quad e^2\epsilon' \left(- \frac{35}{4} m \right)$

$\cos 2Ev + c'mv - 2gv \quad \epsilon'\gamma^2 \left(\frac{3}{16} m \right)$

$\cos 2Ev - c'mv - 2gv \quad \epsilon'\gamma^2 \left(- \frac{7}{16} m \right)$

$\cos Ev$	$b^2\left(\frac{15}{8}m^2\right)$
$\cos Ev - cv$	$eb^2\left(\frac{15}{8}m\right)$
$\cos Ev - c'mv$	$\epsilon' b^2\left(-\frac{15}{4}m^2\right)$
$\cos 4Ev$	$\left(-\frac{15}{2}m^4\right)$
$\cos 4Ev - cv$	$e\left(-\frac{75}{8}m^3\right)$.

Maintenant, si l'on fait le produit de cette fonction par les différens termes de l'intégrale $\int R_1 dv$, pris dans les pages 61, 62, 375, 379 du second volume, et 123-125 de celui-ci, on obtiendra les

Produits partiels de $-2\left(\frac{d^2.\delta u}{dv^2}+\delta u\right)\int R_1 dv$.

Multiplicateur		Produit	
$2\cos cv$	$e\left(\frac{45}{8}m\right)$	$\cos cv$	$e\left(\frac{135}{16}m^3e^2 - \frac{675}{128}me^2\gamma^2\right)$
$2\cos c'mv$	$\epsilon'\left(\frac{357}{32}m^2+\frac{3}{8}\gamma^2+\frac{75}{8}e^2\right)$ ...	$\cos 0v$	$\left(\frac{1071}{64}m^4\epsilon'^2+\frac{9}{16}m^2\gamma^2\epsilon'^2+\frac{225}{16}m^2e^2\epsilon'^2\right)$
$2\cos cv + c'mv$	$e\epsilon'\left(\frac{165}{16}m\right)$	$\cos cv$	$e\left(\frac{495}{32}m^3\epsilon'^2\right)$
$2\cos cv - c'mv$	$e\epsilon'\left(\frac{225}{16}m\right)$	$\cos cv$	$e\left(\frac{675}{32}m^3\epsilon'^2\right)$

Multiplicateur ... $2 \cos 2Ev$

$$\left\{\begin{array}{l} -\frac{3}{4}-\frac{3}{4}m-\frac{3}{4}m^2-\frac{3}{2}e^2+\frac{15}{8}\varepsilon'^2-\frac{3}{4}m^3 \\ -\frac{3}{2}me^2+\frac{15}{8}m\varepsilon'^2+\frac{15}{2}m^2\varepsilon'^2+\frac{15}{4}e^2\varepsilon'^2-\frac{39}{64}\varepsilon'^4 \end{array}\right\}$$

Produit

$\cos \Theta v$

$$\left\{\begin{array}{l} \frac{39}{16}m^5+\frac{45}{16}m^3\varepsilon'^2-\frac{135}{128}m\varepsilon'^2\gamma^2-\frac{315}{32}m^3e^2-\frac{3609}{4096}m^3\gamma^2+\frac{81}{64}me^2\gamma^2 \\ -\frac{81}{512}m\gamma^4-\frac{117}{256}m^3\gamma^2+\frac{45}{8}m^3\varepsilon'^2-\frac{9}{2}m^3e^2-\frac{9}{8}m^5+\frac{27}{64}m^3\gamma^2 \\ -\frac{9}{4}m^3e^2+\frac{27}{32}me^2\gamma^2+\frac{45}{16}m^3\varepsilon'^2-\frac{135}{128}m\varepsilon'^2\gamma^2-\frac{9}{4}m^5-\frac{9}{2}m^3e^2 \\ +\frac{45}{8}m^3\varepsilon'^2+\frac{459}{16}m^4\varepsilon'^2-\frac{117}{64}m^2\varepsilon'^4+\frac{45}{4}m^2e^2\varepsilon'^2+\frac{9}{256}m^2\varepsilon'^2\gamma^2+\frac{45}{16}m^4\varepsilon'^2 \\ -\frac{135}{128}m^2\gamma^2\varepsilon'^2+\frac{45}{8}m^4\varepsilon'^2+\frac{45}{4}m^2e^2\varepsilon'^2+\frac{585}{512}m^2\gamma^2\varepsilon'^2-\frac{225}{16}m^2\varepsilon'^4 \\ +\frac{45}{4}m^2e^2\varepsilon'^2+\frac{45}{16}m^4\varepsilon'^2-\frac{135}{128}m^2\gamma^2\varepsilon'^2+\frac{45}{2}m^4\varepsilon'^2+\frac{45}{4}m^2e^2\varepsilon'^2-\frac{117}{64}m^2\varepsilon'^4 \end{array}\right\}$$

$\cos cv$

$$e\left\{\begin{array}{l} \frac{7821}{256}m^4+\frac{135}{16}m^2e^2-\frac{225}{16}m^2\varepsilon'^2-\frac{27}{8}m^2\gamma^2+\frac{1143}{64}m^4+\frac{45}{8}m^4 \\ +\frac{45}{4}m^2e^2-\frac{225}{16}m^2\varepsilon'^2+\frac{32885}{4096}m^5+\frac{3231}{128}m^3e^2-\frac{765}{64}m^3\varepsilon'^2 \\ -\frac{189}{32}m^3\gamma^2+\frac{7821}{256}m^5+\frac{135}{16}m^3e^2-\frac{225}{16}m^3\varepsilon'^2-\frac{27}{8}m^3\gamma^2+\frac{1143}{64}m^5 \\ +\frac{1143}{32}m^3e^2-\frac{5715}{128}m^3\varepsilon'^2+\frac{45}{8}m^5+\frac{45}{4}m^3e^2-\frac{225}{16}m^3\varepsilon'^2 \end{array}\right\}$$

$\cos cv$

$$e\left\{\begin{array}{l} -\frac{401}{96}m^4+\frac{15}{4}m^2e^2-\frac{75}{8}m^2\varepsilon'^2+\frac{9}{8}m^2\gamma^2-\frac{11}{4}m^4+\frac{15}{4}m^4+\frac{15}{2}m^2e^2 \\ -\frac{75}{8}m^2\varepsilon'^2-\frac{220687}{4608}m^5+\frac{983}{128}m^3e^2-10.m^3\varepsilon'^2+\frac{93}{64}m^3\gamma^2-\frac{401}{96}m^5 \\ +\frac{15}{4}m^3e^2-\frac{75}{8}m^3\varepsilon'^2+\frac{9}{8}m^3\gamma^2-\frac{11}{4}m^5-\frac{11}{2}m^3e^2+\frac{55}{8}m^3\varepsilon'^2 \\ +\frac{15}{4}m^5+\frac{15}{2}m^3e^2-\frac{75}{8}m^3\varepsilon'^2 \end{array}\right\}$$

Multiplicateur.... $2\cos 2Ev - cv \quad e \left\{ \begin{array}{l} 3 + 9.m + \frac{63}{4}m^2 - \frac{15}{2}\varepsilon'^2 - \frac{3}{4}\gamma^2 + \frac{9}{4}e^2 \\ + \frac{603}{64}m^3 + \frac{21}{4}me^2 - 9.m\varepsilon'^2 - \frac{9}{4}m\gamma^2 \end{array} \right\}$

Produit

$$\cos ov \quad \left(-\frac{1143}{16}m^3e^2 - \frac{135}{2}m^3e^2 + \frac{225}{4}m^2e^2\varepsilon'^2 + \frac{225}{4}m^2e^2\varepsilon'^2 \right)$$

$$\cos cv \quad e \left\{ \begin{array}{l} \frac{117}{64}m^2\gamma^2 - \frac{45}{2}m^2\varepsilon'^2 + 18.m^2e^2 + \frac{27}{2}m^4 - \frac{81}{16}m^2\gamma^2 + \frac{189}{4}m^4 \\ - \frac{45}{2}m^2\varepsilon'^2 - \frac{9}{4}m^2\gamma^2 + \frac{27}{4}m^2e^2 - \frac{39}{4}m^5 - \frac{45}{4}m^3\varepsilon'^2 + \frac{315}{8}m^3e^2 \\ + \frac{135}{32}m\varepsilon'^2\gamma^2 + \frac{81}{128}m\gamma^4 + \frac{3609}{1024}m^3\gamma^2 + \frac{351}{64}m^3\gamma^2 - \frac{135}{2}m^3\varepsilon'^2 \\ + 54.m^3e^2 + \frac{189}{8}m^5 - \frac{567}{64}m^3\gamma^2 - \frac{45}{4}m^3\varepsilon'^2 + \frac{135}{32}m\varepsilon'^2\gamma^2 \\ - \frac{9}{8}m^3\gamma^2 + \frac{27}{64}m\gamma^4 + \frac{27}{8}m^3e^2 - \frac{81}{64}me^2\gamma^2 + \frac{1809}{64}m^5 + \frac{63}{4}m^3e^2 \\ - 27.m^3\varepsilon'^2 - \frac{27}{4}m^3\gamma^2 - \frac{81}{16}me^2\gamma^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos cv \quad e \left\{ \begin{array}{l} - \frac{441}{16}m^2e^2 - \frac{135}{4}m^2e^2 - \frac{13833}{256}m^3e^2 + \frac{225}{8}me^2\varepsilon'^2 - \frac{135}{8}me^4 \\ + \frac{405}{64}me^2\gamma^2 - \frac{1323}{16}m^3e^2 - \frac{945}{16}m^3e^2 + \frac{225}{8}me^2\varepsilon'^2 + \frac{45}{16}me^2\gamma^2 - \frac{135}{16}me^4 \end{array} \right\}$$

Multiplicateur.... $2\cos 2Ev + cv \quad e \left\{ \begin{array}{l} 1 - \frac{1}{3}m + \frac{1}{36}m^2 + \frac{3}{4}e^2 - \frac{1}{4}\gamma^2 - \frac{5}{2}\varepsilon'^2 \\ - \frac{2729}{864}m^3 + \frac{1}{4}me^2 + \frac{1}{12}m\gamma^2 - \frac{11}{3}m\varepsilon'^2 \end{array} \right\}$

Produit

$$\cos ov \quad \left(\frac{11}{3}m^3e^2 + \frac{5}{3}m^3e^2 + \frac{25}{2}m^2e^2\varepsilon'^2 + \frac{25}{2}m^2e^2\varepsilon'^2 \right)$$

$$\cos cv \quad e \left\{ \begin{array}{l} \frac{39}{64}m^2\gamma^2 - \frac{15}{2}m^2\varepsilon'^2 + 6.m^2e^2 - \frac{1}{2}m^4 + \frac{1}{12}m^4 + \frac{9}{4}m^2e^2 - \frac{3}{4}m^2\gamma^2 \\ - \frac{15}{2}m^2\varepsilon'^2 + \frac{3}{16}m^2\gamma^2 - \frac{27}{16}me^2\gamma^2 - \frac{13}{4}m^5 - \frac{15}{4}m^3\varepsilon'^2 + \frac{105}{8}m^3e^2 \\ + \frac{45}{32}m\varepsilon'^2\gamma^2 + \frac{27}{128}m\gamma^4 + \frac{1203}{1024}m^3\gamma^2 - \frac{13}{64}m^3\gamma^2 + \frac{5}{2}m^3\varepsilon'^2 - 2.m^3e^2 \\ + \frac{1}{24}m^5 - \frac{1}{64}m^3\gamma^2 + \frac{9}{8}m^3e^2 - \frac{27}{64}me^2\gamma^2 - \frac{3}{8}m^3\gamma^2 + \frac{9}{64}m\gamma^4 - \frac{15}{4}m^3\varepsilon'^2 \\ + \frac{45}{32}m\varepsilon'^2\gamma^2 - \frac{2729}{288}m^5 + \frac{3}{4}m^3e^2 + \frac{1}{4}m^3\gamma^2 - 11.m^3\varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos cv \quad e \left(\frac{45}{8}m^2e^2 - \frac{39}{4}m^3e^2 - \frac{15}{8}m^3e^2 \right)$$

Multiplicateur.... $2\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{21}{8}-\frac{63}{16}m-\frac{333}{32}m^2-\frac{21}{4}e^2+\frac{869}{64}\varepsilon'^2\right)$

Produit

$\cos 0v \quad \left\{\begin{array}{l} -\frac{1323}{64}m^2\varepsilon'^2+\frac{441}{128}m\varepsilon'^2\gamma^2-\frac{1323}{32}m^3\varepsilon'^2-\frac{6741}{128}m^4\varepsilon'^2-\frac{441}{8}m^2e^2\varepsilon'^2 \\ -\frac{2331}{512}m^2\gamma^2\varepsilon'^2+\frac{7749}{16}m^2\varepsilon'^4-\frac{3969}{128}m^4\varepsilon'^2+\frac{1323}{256}m^2\gamma^2\varepsilon'^2-\frac{441}{8}m^2e^2\varepsilon'^2 \\ +\frac{7749}{128}m^2\varepsilon'^4-\frac{6993}{64}m^4\varepsilon'^2 \end{array}\right\}$

$\cos cv \quad e\left(\frac{2205}{32}m^2\varepsilon'^2+\frac{75663}{256}m^3\varepsilon'^2+\frac{6615}{64}m^3\varepsilon'^2\right)$

$\cos cv \quad e\left(\frac{735}{16}m^2\varepsilon'^2-\frac{2289}{64}m^3\varepsilon'^2+\frac{2205}{32}m^3\varepsilon'^2\right)$

Multiplicateur.... $2\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{3}{8}+\frac{3}{16}m+\frac{3}{32}m^2+\frac{3}{4}e^2-\frac{3}{64}\varepsilon'^2\right)$

Produit

$\cos 0v \quad \left\{\begin{array}{l} -\frac{9}{64}m^3\varepsilon'^2+\frac{27}{128}m\varepsilon'^2\gamma^2-\frac{9}{32}m^3\varepsilon'^2-\frac{189}{128}m^4\varepsilon'^2-\frac{9}{8}m^2e^2\varepsilon'^2 \\ +\frac{63}{512}m^2\gamma^2\varepsilon'^2+\frac{9}{128}m^2\varepsilon'^4-\frac{9}{128}m^4\varepsilon'^2+\frac{27}{256}m^2\gamma^2\varepsilon'^2 \\ -\frac{9}{64}m^4\varepsilon'^2-\frac{9}{8}m^2e^2\varepsilon'^2+\frac{9}{128}m^2\varepsilon'^4 \end{array}\right\}$

$\cos cv \quad e\left(\frac{45}{32}m^2\varepsilon'^2-\frac{441}{256}m^3\varepsilon'^2+\frac{45}{64}m^3\varepsilon'^2\right)$

$\cos cv \quad e\left(\frac{15}{16}m^2\varepsilon'^2+\frac{113}{64}m^3\varepsilon'^2+\frac{15}{32}m^3\varepsilon'^2\right)$

Multiplicateur.... $2\cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left\{\begin{array}{l} \frac{15}{8}.m^{-1}+\frac{159}{32}.m^0+\frac{5667}{512}m \\ +\frac{15}{16}e^2.m^{-1}-\frac{75}{16}\varepsilon'^2.m^{-1}-\frac{15}{32}\gamma^2.m^{-1} \end{array}\right\}$

Produit

$\cos 0v \quad \left(-\frac{2205}{128}me^4-\frac{2385}{128}me^4+\frac{1125}{64}e^4\varepsilon'^2+\frac{1125}{64}e^4\varepsilon'^2\right)$

$\cos ev \quad e\left\{\begin{array}{l} -\frac{5715}{128}m^2e^2-\frac{2385}{64}m^2e^2-\frac{39105}{512}m^3e^2-\frac{675}{32}me^4 \\ +\frac{1125}{32}me^2\varepsilon'^2+\frac{135}{16}me^2\gamma^2-\frac{60579}{512}m^3e^2-\frac{85005}{1024}m^3e^2 \\ -\frac{225}{32}me^4+\frac{1125}{32}me^2\varepsilon'^2+\frac{225}{64}me^2\gamma^2 \end{array}\right\}$

$\cos cv \quad e\left(\frac{225}{16}me^4\right)$

Multiplicateur | Produit

$$2\cos 2Ev + 2cv \quad e^2\left(-\frac{15}{16}+\frac{21}{16}m\right)\ldots\ldots \left\{\cos cv \quad e\left(\frac{75}{16}m^2e^2-\frac{55}{16}m^3e^2-\frac{105}{16}m^3e^2\right)\right.$$

Multiplicateur.... $2\cos 2Ev - 2gv \quad \gamma^2\left(\frac{3}{8}.m^{-1}-\frac{3}{32}.m^0-\frac{15}{16}\epsilon'^2.m^{-1}\right)$

$$\text{Produit}\begin{cases}\cos 0v & \left(\frac{207}{512}m\gamma^4+\frac{9}{512}m\gamma^4+\frac{45}{256}\epsilon'^2\gamma^4+\frac{45}{256}\epsilon'^2\gamma^4\right)\\ \cos cv & e\left(\frac{135}{128}m\gamma^4\right)\\ \cos cv & e\left(-\frac{9}{8}m\gamma^4\right)\end{cases}$$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\epsilon'\left(-\frac{3}{2}+\frac{9}{8}m\right)$

$$\text{Produit}\begin{cases}\cos 0v & \left(-\frac{45}{8}m^2e^2\epsilon'^2\right)\\ \cos cv & e\left(\frac{9}{4}m^2\epsilon'^2+\frac{9}{16}m^3\epsilon'^2-\frac{27}{32}m\epsilon'^2\gamma^2-\frac{27}{16}m^3\epsilon'^2\right)\\ \cos cv & e\left(-\frac{45}{8}me^2\epsilon'^2\right)\end{cases}$$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\epsilon'\left(\frac{21}{2}+\frac{351}{8}m\right)$

$$\text{Produit}\begin{cases}\cos 0v & \left(-\frac{2205}{8}m^2e^2\epsilon'^2\right)\\ \cos cv & e\left(\frac{441}{4}m^2\epsilon'^2+\frac{1323}{16}m^3\epsilon'^2-\frac{441}{32}m\epsilon'^2\gamma^2+\frac{7371}{16}m^3\epsilon'^2\right)\\ \cos cv & e\left(-\frac{735}{8}me^2\epsilon'^2\right)\end{cases}$$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev + c'mv + cv \quad e\epsilon'\left(-\frac{1}{2}-\frac{25}{24}m\right)$

$$\text{Produit}\begin{cases}\cos 0v & \left(-\frac{5}{4}m^2e^2\epsilon'^2\right)\\ \cos cv & e\left(\frac{3}{4}m^2\epsilon'^2+\frac{3}{16}m^3\epsilon'^2-\frac{9}{32}m\epsilon'^2\gamma^2+\frac{25}{16}m^3\epsilon'^2\right)\end{cases}$$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev - c'mv + cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{7}{2} - \frac{5}{8}m\right)$

$$\text{Produit}\begin{cases} \cos ov & \left(-\frac{245}{4}m^2 e^2 \varepsilon'^2\right) \\ \cos cv & e\left(\frac{147}{4}m^2\varepsilon'^2 + \frac{441}{16}m^3\varepsilon'^2 - \frac{147}{32}m\varepsilon'^2\gamma^2 - \frac{105}{16}m^3\varepsilon'^2\right) \end{cases}$$

Multiplicateur		Produit
$2\cos 2Ev - 2gv + cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{3}{4}\right)$	$\cos cv \quad e\left(\frac{9}{64}m\gamma^4\right)$
$2\cos 2Ev - 2gv - cv$	$e\gamma^2\left(-\frac{15}{8}\right)$	$\cos cv \quad e\left(\frac{45}{128}m\gamma^4\right)$
$2\cos 2Ev - 3cv$	$e^3\left(-\frac{15}{4}\right)$	$\cos cv \quad e\left(\frac{225}{16}me^4\right)$
$2\cos 2Ev + c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'\left(-\frac{15}{8}.m^{-1}\right)$ ...	$\cos ov \quad \left(-\frac{225}{32}e^4\varepsilon'^2\right)$ $\cos cv \quad e\left(-\frac{225}{32}me^2\varepsilon'^2\right)$
$2\cos 2Ev - c'mv - 2cv$	$e^2\varepsilon'\left(\frac{35}{8}.m^{-1}\right)$ ...	$\cos ov \quad \left(-\frac{1225}{32}e^4\varepsilon'^2\right)$ $\cos cv \quad e\left(-\frac{3675}{32}me^2\varepsilon'^2\right)$
$2\cos 2Ev + c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{3}{8}.m^{-1}\right)$ ...	$\cos ov \quad \left(-\frac{9}{128}\varepsilon'^2\gamma^4\right)$
$2\cos 2Ev - c'mv - 2gv$	$\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{7}{8}.m^{-1}\right)$ ...	$\cos ov \quad \left(-\frac{49}{128}\varepsilon'^2\gamma^4\right)$
$2\cos Ev$	$b^2\left(-\frac{3}{8}\right)$	$\cos cv \quad e\left(-\frac{45}{64}mb^4\right)$
$2\cos Ev - cv$	$eb^2\left(-\frac{15}{16}.m^{-1}\right)$ ...	$\cos cv \quad e\left(-\frac{225}{128}mb^4\right)$
$2\cos 4Ev$	$\left(\frac{3}{4}m^2\right)$	$\cos cv \quad e\left(-\frac{225}{32}m^5\right)$
$2\cos 4Ev - cv$	$e\left(\frac{15}{8}m\right)$	$\cos cv \quad e\left(-\frac{225}{16}m^5\right)$.

La réunion de ces produits partiels donne, en y ajoutant les termes de l'ordre inférieur qu'on prendra dans la page 237 du second volume,

$$(11) \ldots\ldots -2\left(\frac{d^2.\delta u}{dv^2}+\delta u\right)\int R_1 dv =$$

$$\cos 0v \left\{\begin{array}{l}
-\frac{9}{4}m^2-\frac{27}{8}m^3+\frac{27}{64}m\gamma^2-\frac{27}{8}m^4-\frac{9}{256}m^2\gamma^2-\frac{135}{8}m^2\varepsilon'^2-\frac{73}{2}m^2e^2-\frac{225}{32}e^4 \\
-\frac{9}{128}\gamma^4-\left(\frac{9}{8}+\frac{9}{4}-\frac{39}{16}=\frac{15}{16}\right)m^3-\left(\frac{3609}{4096}+\frac{117}{256}-\frac{27}{64}=\frac{3753}{4096}\right)m^3\gamma^2 \\
-\left(\frac{1323}{64}+\frac{1323}{32}+\frac{9}{64}+\frac{9}{32}-\frac{45}{16}-\frac{45}{8}-\frac{45}{16}-\frac{45}{8}=\frac{729}{16}\right)m^3\varepsilon'^2 \\
-\left(\frac{315}{32}+\frac{9}{2}+\frac{9}{4}+\frac{9}{2}+\frac{1143}{16}+\frac{135}{2}-\frac{11}{3}-\frac{5}{3}=\frac{14851}{96}\right)m^3e^2 \\
+\left(\frac{441}{128}+\frac{27}{128}-\frac{135}{128}-\frac{135}{128}=\frac{99}{64}\right)m\varepsilon'^2\gamma^2+\left(\frac{81}{64}+\frac{27}{32}=\frac{135}{64}\right)me^2\gamma^2 \\
+\left(\frac{207}{512}+\frac{9}{512}-\frac{81}{512}=\frac{135}{512}\right)m\gamma^4-\left(\frac{2205}{128}+\frac{2385}{128}=\frac{2295}{64}\right)me^4 \\
+\left\{\begin{array}{l}+\frac{459}{16}+\frac{45}{16}+\frac{45}{8}+\frac{45}{16}+\frac{45}{2}-\frac{6741}{128}-\frac{3969}{128} \\ -\frac{189}{128}-\frac{9}{128}-\frac{9}{64}+\frac{1071}{64}-\frac{6993}{64}=-\frac{7389}{64}\end{array}\right\}m^4\varepsilon'^2 \\
+\left\{\begin{array}{l}\frac{45}{4}+\frac{45}{4}+\frac{45}{4}+\frac{45}{4}+\frac{225}{4}+\frac{225}{4}+\frac{25}{2}+\frac{25}{2}-\frac{441}{8} \\ -\frac{441}{8}+\frac{225}{16}-\frac{9}{8}-\frac{9}{8}-\frac{45}{8}-\frac{2205}{8}-\frac{5}{4}-\frac{245}{4}=-\frac{4155}{16}\end{array}\right\}m^2e^2\varepsilon'^2 \\
+\left(-\frac{117}{64}-\frac{225}{16}-\frac{117}{64}+\frac{7749}{16}+\frac{7749}{128}+\frac{9}{128}+\frac{9}{128}=\frac{67491}{128}\right)m^2\varepsilon'^4 \\
+\left(\frac{9}{256}-\frac{135}{128}+\frac{585}{512}-\frac{135}{128}-\frac{2381}{512}+\frac{1323}{256}+\frac{63}{512}+\frac{27}{256}+\frac{9}{16}=\frac{243}{512}\right)m^2\varepsilon'^2\gamma^2 \\
+\left(\frac{1125}{64}+\frac{1125}{64}-\frac{225}{32}-\frac{1225}{32}=-\frac{325}{32}\right)e^4\varepsilon'^2 \\
+\left(\frac{45}{256}+\frac{45}{256}-\frac{9}{128}-\frac{49}{128}=-\frac{13}{128}\right)\gamma^4\varepsilon'^2
\end{array}\right\}$$

$$
\cos cv\, e \left\{
\begin{aligned}
& \tfrac{171}{8} m^2 + \tfrac{3615}{64} m^3 - \tfrac{9}{4} m\gamma^2 - \tfrac{405}{16} m e^2 \\
& + \left(\tfrac{7821}{256} + \tfrac{1143}{64} + \tfrac{45}{8} - \tfrac{401}{96} - \tfrac{11}{4} + \tfrac{15}{4} + \tfrac{27}{2} + \tfrac{189}{4} - \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{12} = \tfrac{28465}{256} \right) m^4 \\
& + \left\{ \begin{aligned} & \tfrac{2205}{32} + \tfrac{735}{16} - \tfrac{225}{16} - \tfrac{225}{16} - \tfrac{75}{8} - \tfrac{75}{8} - \tfrac{45}{2} - \tfrac{45}{2} \\ & - \tfrac{15}{2} - \tfrac{15}{2} + \tfrac{45}{32} + \tfrac{15}{16} + \tfrac{9}{4} + \tfrac{441}{4} + \tfrac{3}{4} + \tfrac{147}{4} = \tfrac{2565}{16} \end{aligned} \right\} m^2 \varepsilon'^2 \\
& + \left\{ \begin{aligned} & \tfrac{135}{16} + \tfrac{45}{4} + \tfrac{15}{4} + \tfrac{15}{2} + 18 + \tfrac{27}{4} - \tfrac{441}{16} - \tfrac{135}{4} \\ & + 6 + \tfrac{9}{4} + \tfrac{45}{8} - \tfrac{5715}{128} - \tfrac{2385}{64} + \tfrac{75}{16} = - \tfrac{8829}{128} \end{aligned} \right\} m^2 e^2 \\
& + \left(\tfrac{9}{8} - \tfrac{27}{8} + \tfrac{117}{64} - \tfrac{81}{16} - \tfrac{9}{4} + \tfrac{39}{64} - \tfrac{3}{4} + \tfrac{3}{16} = - \tfrac{123}{16} \right) m^2 \gamma^2 \\
& + \left\{ \begin{aligned} & \tfrac{32835}{4096} + \tfrac{7821}{256} + \tfrac{1143}{64} + \tfrac{45}{8} - \tfrac{220687}{4608} - \tfrac{401}{96} - \tfrac{11}{4} + \tfrac{15}{4} \\ & - \tfrac{39}{4} + \tfrac{189}{8} + \tfrac{1809}{64} - \tfrac{13}{4} + \tfrac{1}{24} - \tfrac{2729}{288} - \tfrac{225}{32} - \tfrac{225}{16} = \tfrac{713139}{36864} \end{aligned} \right\} m^5 \\
& + \left\{ \begin{aligned} & \tfrac{3231}{128} + \tfrac{135}{16} + \tfrac{1143}{32} + \tfrac{45}{4} + \tfrac{983}{128} + \tfrac{15}{4} - \tfrac{11}{2} + \tfrac{15}{2} + \tfrac{315}{8} + 54 \\ & - \tfrac{39}{4} + \tfrac{27}{8} + \tfrac{63}{4} - \tfrac{13833}{256} - \tfrac{1323}{16} - \tfrac{945}{16} + \tfrac{105}{8} - 2 + \tfrac{9}{8} + \tfrac{3}{4} \\ & - \tfrac{15}{8} - \tfrac{39105}{512} - \tfrac{60579}{512} - \tfrac{85005}{1024} - \tfrac{55}{16} - \tfrac{105}{16} + \tfrac{135}{16} = - \tfrac{273513}{1024} \end{aligned} \right\} m^3 e^2 \\
& + \left\{ \begin{aligned} & - \tfrac{765}{64} - \tfrac{225}{16} - \tfrac{5715}{128} - \tfrac{225}{16} - 10 - \tfrac{75}{8} + \tfrac{55}{8} - \tfrac{75}{8} - \tfrac{45}{4} \\ & - \tfrac{135}{2} - \tfrac{45}{4} - 27 - \tfrac{15}{4} + \tfrac{5}{2} - \tfrac{15}{4} - 11 + \tfrac{75663}{256} + \tfrac{6615}{64} \\ & - \tfrac{2289}{64} + \tfrac{2205}{32} - \tfrac{441}{256} + \tfrac{45}{64} + \tfrac{113}{64} + \tfrac{15}{32} + \tfrac{9}{16} - \tfrac{27}{16} + \tfrac{1323}{16} \\ & + \tfrac{7371}{16} + \tfrac{3}{16} + \tfrac{25}{16} + \tfrac{441}{16} - \tfrac{105}{16} + \tfrac{495}{32} + \tfrac{675}{32} = \tfrac{50895}{64} \end{aligned} \right\} m^3 \varepsilon'^2 \\
& + \left\{ \begin{aligned} & \tfrac{93}{64} - \tfrac{189}{32} - \tfrac{27}{8} + \tfrac{9}{8} + \tfrac{3609}{1024} + \tfrac{351}{64} - \tfrac{567}{64} - \tfrac{9}{8} \\ & - \tfrac{27}{4} + \tfrac{1203}{1024} - \tfrac{13}{64} - \tfrac{1}{64} - \tfrac{3}{8} + \tfrac{1}{4} = - \tfrac{3481}{256} \end{aligned} \right\} m^3 \gamma^2 \\
& + \left(\tfrac{225}{8} + \tfrac{225}{8} + \tfrac{1125}{32} + \tfrac{1125}{32} - \tfrac{45}{8} - \tfrac{735}{8} - \tfrac{225}{32} - \tfrac{3675}{32} = - \tfrac{1485}{16} \right) m e^2 \varepsilon'^2 \\
& +
\end{aligned}
\right.
$$

$$\cos cv\ e\left\{\begin{array}{l}
+\left(\frac{135}{32}+\frac{135}{32}+\frac{45}{32}+\frac{45}{32}-\frac{27}{32}-\frac{441}{32}-\frac{9}{32}-\frac{147}{32}=-\frac{33}{4}\right)me'^2\gamma^2 \\
+\left(\frac{405}{64}-\frac{81}{64}-\frac{81}{16}+\frac{45}{16}-\frac{27}{16}+\frac{135}{16}+\frac{225}{64}-\frac{675}{128}-\frac{27}{64}=\frac{945}{128}\right)me^2\gamma^2 \\
+\left(\frac{81}{128}+\frac{27}{64}+\frac{27}{128}+\frac{9}{64}+\frac{135}{128}-\frac{9}{8}+\frac{9}{64}+\frac{45}{128}=\frac{117}{64}\right)m\gamma^4 \\
+\left(-\frac{135}{8}-\frac{135}{16}-\frac{675}{32}-\frac{225}{32}+\frac{225}{16}+\frac{225}{16}=-\frac{405}{16}\right)me^4 \\
+\left(-\frac{45}{64}-\frac{225}{128}=-\frac{315}{128}\right)mb^4
\end{array}\right\}$$

64. Maintenant, si l'on fait la somme des termes contenus dans les équations désignées dans ce paragraphe par (1), (2), (3)....(11), de manière que cette somme soit exprimée par

$$(1)+(2)+(3)+\mu^2\{(4)+(5)+(6)\ \ldots\ldots +(11)\}$$

on formera l'équation suivante; où j'ai supprimé les parties des premiers coefficiens numériques, parcequ'on peut les voir dans les pages 240, 241 du second volume.

$$-\frac{d^2.\delta u}{dv^2}-\left(1-\frac{3}{2}\mu^2\right)\delta u=$$

$$\cos v\left\{\begin{aligned}
&\left(1-\frac{a}{a_1}\right)\left(1+e^2+\frac{1}{4}\gamma^2+e^4-\frac{1}{4}e^2\gamma^2-\frac{3}{64}\gamma^4\right)+\frac{27}{256}m^2\gamma^2+\frac{27}{512}m^3\gamma^2\\
&-\frac{1971}{8192}m^4\gamma^2+\frac{135}{256}m^2e^2\gamma^2+\frac{525}{256}m^2\varepsilon'^2\gamma^2-\frac{297}{1024}m^2\gamma^4+\frac{75}{256}e^4\gamma^2-\frac{27}{1024}m^3\gamma^4\\
&+\frac{1971}{1024}m^3e^2\gamma^2-\frac{9729}{8192}m^5\gamma^2-\frac{1875}{1024}m^3\varepsilon'^2\gamma^2-\frac{2025}{1024}me^4\gamma^2-\frac{25299}{2048}m^4\varepsilon'^2\gamma^2\\
&+\frac{2625}{256}m^2e^2\varepsilon'^2\gamma^2-\frac{4419}{1024}m^2\varepsilon'^2\gamma^4+\frac{11439}{2048}m^2\varepsilon'^4\gamma^2\\
&\mu^2\left\{\begin{aligned}
&\frac{1}{2}+\frac{1}{2}e^2+\frac{1}{8}\gamma^2+\frac{3}{4}\varepsilon'^2-3.m^2-\frac{149}{16}m^3+\frac{9}{16}m\gamma^2+\frac{45}{16}me^2+\frac{3}{4}e^2\varepsilon'^2\\
&-\frac{1}{8}e^2\gamma^2+\frac{3}{16}\varepsilon'^2\gamma^2+\frac{15}{16}\varepsilon'^4-\frac{215}{32}e^4-\frac{3}{32}\gamma^4+\frac{9}{16}b^4-\frac{58}{3}m^4+\frac{3}{4}m^2\gamma^2\\
&-\frac{163}{128}m^2e^2-\frac{171}{8}m^2\varepsilon'^2-\left(\frac{148}{3}+\frac{15}{16}-\frac{19}{2}-\frac{707}{72}=\frac{4457}{144}\right)m^5\\
&-\left(\frac{8969}{32}+\frac{729}{16}-\frac{351}{8}=\frac{4023}{32}\right)m^3\varepsilon'^2+\left(\frac{495}{16}-\frac{165}{16}-\frac{165}{16}=\frac{165}{16}\right)me^2\varepsilon'^2\\
&+\left(\frac{99}{64}+\frac{99}{64}-\frac{33}{32}=\frac{33}{16}\right)m\varepsilon'^2\gamma^2+\left(\frac{3783}{4096}-\frac{9}{16}-\frac{3753}{4096}+\frac{451}{2048}=-\frac{343}{1024}\right)m^3\gamma^2\\
&+\left(\frac{8685}{256}+\frac{188211}{1024}-\frac{135}{16}-\frac{14851}{96}-\frac{61561}{1024}-\frac{9017}{1024}=-\frac{44033}{3072}\right)m^3e^2\\
&+\left(\frac{135}{64}-\frac{81}{16}+\frac{153}{64}+\frac{68}{64}=\frac{27}{64}\right)me^2\gamma^2+\left(\frac{135}{64}-\frac{45}{256}=\frac{495}{256}\right)mb^4\\
&-\left(\frac{135}{64}+\frac{2295}{64}+\frac{405}{64}-\frac{495}{64}=\frac{585}{16}\right)me^4\\
&-\left(\frac{189}{512}+\frac{27}{128}-\frac{135}{512}-\frac{9}{64}-\frac{27}{256}=\frac{9}{128}\right)m\gamma^4\\
&-\left(\frac{279}{16}+\frac{9355}{16}-\frac{2053}{12}+\frac{7389}{64}=\frac{101927}{192}\right)m^4\varepsilon'^2\\
&-\left(\frac{4155}{16}+\frac{1245}{128}+\frac{15465}{128}-\frac{45315}{128}-\frac{5883}{256}=\frac{3387}{256}\right)m^2e^2\varepsilon'^2\\
&+\left(\frac{405}{32}-\frac{945}{16}+\frac{1221}{32}+\frac{67491}{128}=\frac{66135}{128}\right)m^2\varepsilon'^4\\
&+\left(\frac{3785}{512}-\frac{45}{32}-\frac{345}{256}+\frac{243}{512}=\frac{321}{64}\right)m^2\gamma^2\varepsilon'^2\\
&+\frac{15}{16}e^2\varepsilon'^4-\frac{3}{16}e^2\gamma^2\varepsilon'^2-\left(\frac{325}{32}-\frac{15}{32}=\frac{155}{16}\right)e^4\varepsilon'^2+\frac{15}{64}\varepsilon'^4\gamma^2\\
&-\left(\frac{9}{256}+\frac{13}{128}=\frac{35}{256}\right)\varepsilon'^2\gamma^4+\frac{35}{32}\varepsilon'^6+\left(\frac{165}{32}+\frac{15}{64}=\frac{345}{64}\right)b^4\varepsilon'^2
\end{aligned}\right.
\end{aligned}\right\}$$

$$
\cos cv \; e \left\{
\begin{array}{l}
-Q'\left(1+e^2+e^4-\frac{1}{2}e^2\gamma^2\right)+3.m^2\gamma^2+\frac{99}{16}m^3\gamma^2+\frac{1419}{64}m^4\gamma^2+\frac{9}{2}m^2\varepsilon'^2\gamma^2 \\
-\frac{3}{8}m^2e^2\gamma^2-\frac{21}{16}m^2\gamma^4+\frac{40471}{512}m^5\gamma^2+\frac{405}{32}m^3e^2\gamma^2+\frac{363}{16}m^3\varepsilon'^2\gamma^2-\frac{1881}{128}m^3\gamma^4 \\
\gamma^2 \left\{
\begin{array}{l}
-\frac{3}{2}-\frac{225}{16}m-\frac{3}{4}e^2-\frac{9}{4}\varepsilon'^2-\frac{4035}{64}m^2-\frac{254693}{1024}m^3+\frac{45}{8}m\gamma^2-\frac{825}{16}m\varepsilon'^2 \\
+\frac{225}{32}me^2-\frac{9}{16}e^4-\frac{45}{16}\varepsilon'^4+\frac{15}{32}\gamma^4-\frac{45}{16}b^4-\frac{9}{8}e^2\varepsilon'^2-\frac{9}{16}e^2\gamma^2 \\
-\left(\frac{1547455}{8192}-\frac{1089}{32}+\frac{2833379}{3072}-\frac{28465}{256}-\frac{285599}{24576}=\frac{11727403}{12288}\right)m^4 \\
-\left(\frac{1269}{64}-\frac{2565}{16}+\frac{26415}{256}+\frac{15465}{32}+\frac{7755}{256}=\frac{60963}{128}\right)m^2\varepsilon'^2 \\
+\left(\frac{4731}{32}-\frac{483}{128}-\frac{31365}{512}-\frac{8829}{128}+\frac{2433}{128}+\frac{6303}{512}=\frac{11559}{256}\right)m^2e^2 \\
+\left(\frac{2043}{256}-\frac{135}{128}+\frac{1233}{32}-\frac{123}{16}-\frac{69}{256}=\frac{75}{2}\right)m^2\gamma^2 \\
-\left(\frac{250764653}{73728}-\frac{75505}{512}+\frac{141749293}{196608}-\frac{95459189}{589824}-\frac{713139}{36864}=\frac{1118756965}{294912}\right)m^5 \\
+\left\{
\begin{array}{l}
\frac{345187}{512}-\frac{10215}{256}+\frac{135}{64}-\frac{412131}{2048} \\
+\frac{137849}{2048}+\frac{64649}{2048}-\frac{273513}{1024}=\frac{546689}{2048}
\end{array}
\right\} m^3e^2 \\
-\left(\frac{17835}{128}+\frac{430587}{128}+\frac{641511}{1024}+\frac{65331}{1024}-\frac{50895}{64}=\frac{1739949}{512}\right)m^3\varepsilon'^2 \\
+\left(\frac{25545}{128}-\frac{1035}{128}+\frac{3477}{64}-\frac{10255}{1024}-\frac{3481}{256}=\frac{227533}{1024}\right)m^3\gamma^2 \\
+\left(\frac{405}{128}-\frac{1845}{128}+\frac{405}{128}-\frac{405}{128}-\frac{225}{128}+\frac{945}{128}=-\frac{45}{8}\right)me^2\gamma^2 \\
+\left(\frac{1815}{16}-\frac{495}{16}+\frac{165}{32}+\frac{495}{16}-\frac{1485}{16}=\frac{825}{32}\right)me^2\varepsilon'^2 \\
+\left(\frac{99}{4}+\frac{33}{32}-\frac{33}{4}+\frac{99}{32}=\frac{165}{8}\right)m\varepsilon'^2\gamma^2-\left(90+\frac{135}{4}-\frac{45}{4}=\frac{225}{2}\right)m\varepsilon'^4 \\
+\left(-\frac{405}{256}-\frac{2079}{256}+\frac{1359}{256}+\frac{189}{128}-\frac{459}{256}+\frac{9}{128}+\frac{117}{64}=-\frac{45}{16}\right)m\gamma^4 \\
+\left(\frac{495}{16}+\frac{135}{64}-\frac{405}{32}+\frac{765}{64}-\frac{405}{16}=\frac{225}{32}\right)me^4 \\
+\left(-\frac{855}{64}-\frac{4065}{256}+\frac{345}{128}-\frac{315}{128}=-\frac{7425}{256}\right)mb^4 \\
-\left(\frac{135}{4}+\frac{405}{32}-\frac{135}{32}=\frac{675}{16}\right)m^3(\varepsilon'^2-E'^2)
\end{array}
\right.
\end{array}
\right\}
$$

Comme on a (Voyez p. 242, 244, 822, 852 du second volume)

$$\mu^2 = m^2 - \frac{171}{32}m^6 - \frac{675}{64}m^4e^2 - \frac{431}{16}m^7 + \frac{45}{32}m^5\gamma^2 - \frac{5985}{128}m^5e^2$$
$$- \frac{2997}{64}m^6E'^2 - \frac{1461}{64}m^4e^2E'^2 - \frac{75}{16}m^2b^4E'^2 + \frac{15}{4}m^4(\varepsilon'^2 - E'^2)$$
$$+ \left\{\begin{matrix} 3.m^4 - \left(\frac{2997}{64} + \frac{2187}{64} = 81\right)m^6 + \frac{525}{64}m^4\gamma^2 \\ + \left(\frac{1461}{64} - \frac{1461}{64} = 0\right)m^4e^2 + \left(\frac{75}{16} - \frac{75}{16} = 0\right)m^2b^4 \end{matrix}\right\}(\varepsilon'^2 - E'^2),$$

la différence entre μ^2 et m^2 ajoute au coefficient précédent de $\cos ov$, la partie

$$\cos ov \left\{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}e^2 + \frac{1}{8}\gamma^2 + \frac{3}{4}E'^2 - 3.m^2 + \frac{8}{4}(\varepsilon'^2 - E'^2)\right\}(\mu^2 - m^2)$$

$$= \cos ov \left\{\begin{matrix} -\frac{171}{64}m^6 - \frac{675}{128}m^4e^2 - \frac{431}{32}m^7 + \frac{45}{64}m^5\gamma^2 - \frac{5985}{256}m^5e^2 + \frac{15}{8}m^4(\varepsilon'^2 - E'^2) \\ + \left\{\begin{matrix} \frac{3}{2}m^4 - \left(\frac{513}{128} + 9 + \frac{81}{2} = \frac{6849}{128}\right)m^6 - \left(\frac{2025}{256} - \frac{3}{2} = \frac{1641}{256}\right)m^4e^2 \\ + \left(\frac{525}{128} + \frac{3}{8} = \frac{573}{128}\right)m^4\gamma^2 + \frac{9}{4}m^4E'^2 \end{matrix}\right\}(\varepsilon'^2 - E'^2) \\ + \frac{9}{4}m^4(\varepsilon'^2 - E'^2)^2 \end{matrix}\right\};$$

et au coefficient de $e\cos cv$, la partie

$$e\cos cv . \left(-\frac{3}{2} - \frac{225}{16}m\right)(\mu^2 - m^2)$$

$$= \cos cv \; e \left\{\begin{matrix} \frac{513}{64}m^6 + \frac{2025}{128}m^4e^2 + \left(\frac{1293}{32} + \frac{38475}{512} = \frac{59163}{512}\right)m^7 - \frac{135}{64}m^5\gamma^2 \\ + \left(\frac{151875}{1024} + \frac{17955}{256} = \frac{223695}{1024}\right)m^5e^2 - \left(\frac{9}{2}m^4 + \frac{675}{16}m^5\right)(\varepsilon'^2 - E'^2) \end{matrix}\right\}.$$

Après l'addition de ces termes on pourra faire $\mu^2 = m^2$. Maintenant, si l'on égale à zéro le coefficient de $\cos ov$ et celui de $e\cos cv$, on formera les deux équations suivantes :

$$
\begin{aligned}
0 = \; & \left(1-\frac{a}{a_1}\right)\left(1+e^2+\frac{1}{4}\gamma^2+e^4-\frac{1}{4}e^2\gamma^2-\frac{3}{64}\gamma^4\right) \\
& + \left\{\frac{1}{2}m^2-3.m^4-\frac{149}{16}m^5-\left(\frac{58}{3}+\frac{171}{64}=\frac{4225}{192}\right)m^6-\left(\frac{4457}{144}+\frac{431}{32}=\frac{12793}{288}\right)m^7\right\} \\
& + \left\{\begin{array}{l}
\frac{3}{4}m^2-\left(\frac{171}{8}-\frac{3}{2}=\frac{159}{8}\right)m^4-\frac{4023}{32}m^5-\left(\frac{101927}{192}+\frac{6849}{128}=\frac{230101}{192}\right)m^6 \\
+\; e^2\left\{\frac{3}{4}m^2+\frac{165}{16}m^3-\left(\frac{3387}{256}+\frac{1641}{256}=\frac{1257}{64}\right)m^4\right\} \\
+\; \gamma^2\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{525}{256}+\frac{8}{16}=\frac{573}{256}\right)m^2+\left(\frac{33}{16}-\frac{1875}{1024}=\frac{237}{1024}\right)m^3 \\ -\left(\frac{25299}{2048}-\frac{573}{128}-\frac{321}{64}=\frac{5859}{2048}\right)m^4\end{array}\right\} \\
+\, e^2\gamma^2\left(\frac{2625}{256}-\frac{8}{16}=\frac{2577}{256}\right)m^2-\gamma^4\left(\frac{4419}{1024}+\frac{35}{256}=\frac{4559}{1024}\right)m^2 \\
-\frac{155}{16}m^2e^4+\frac{345}{64}m^2b^4+\frac{9}{4}m^4E'^2
\end{array}\right\}(\varepsilon'^2-E'^2) \\
& + \left\{\frac{15}{16}m^2+\left(\frac{66435}{128}+\frac{15}{8}=\frac{66675}{128}\right)m^4+\frac{15}{16}m^2e^2+\left(\frac{11139}{2048}+\frac{15}{65}=\frac{11919}{2048}\right)m^2\gamma^2\right\}(\varepsilon'^4-E'^4) \\
& + \frac{9}{4}m^4(\varepsilon'^2-E'^2)^2+\frac{35}{32}m^2(\varepsilon'^6-E'^6) \\
& + e^2\left\{\frac{1}{2}m^2+\frac{45}{16}m^3-\left(\frac{163}{128}+\frac{675}{128}=\frac{419}{64}\right)m^4-\left(\frac{44033}{3072}+\frac{5985}{256}=\frac{115853}{3072}\right)m^5\right\} \\
& + \gamma^2\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{27}{256}+\frac{1}{8}=\frac{59}{256}\right)m^2+\left(\frac{27}{512}+\frac{9}{16}=\frac{315}{512}\right)m^3 \\ +\left(\frac{3}{4}-\frac{1971}{8192}=\frac{4173}{8192}\right)m^4-\left(\frac{9729}{8192}-\frac{45}{64}+\frac{343}{1024}=\frac{6713}{8192}\right)m^5\end{array}\right\} \\
& + E'^2\left\{\frac{3}{4}m^2-\frac{171}{8}m^4-\frac{4023}{32}m^5\right\} \\
& + e^4\left\{-\frac{215}{32}m^2-\frac{585}{16}m^3\right\}-\gamma^4\left\{\left(\frac{3}{32}+\frac{297}{1024}=\frac{393}{1024}\right)m^2+\left(\frac{27}{1024}+\frac{9}{128}=\frac{99}{1024}\right)m^3\right\} \\
& + b^4\left\{\frac{9}{16}m^2+\frac{495}{256}m^3\right\}+e^4\gamma^2\left\{\frac{75}{256}-\frac{2025}{1024}m\right\}+\frac{15}{16}m^2E'^4 \\
& + e^2E'^2\left\{\frac{3}{4}m^2+\frac{165}{16}m^3\right\}+e^2\gamma^2\left\{\left(\frac{135}{256}-\frac{1}{8}=\frac{103}{256}\right)m^2+\left(\frac{1971}{1024}+\frac{27}{64}=\frac{2403}{1024}\right)m^3\right\} \\
& + \gamma^2E'^2\left\{\left(\frac{3}{16}+\frac{525}{256}=\frac{573}{256}\right)m^2+\left(\frac{33}{16}-\frac{1875}{1024}=\frac{237}{1024}\right)m^3\right\};
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
0 = & - Q'\left(1 + e^2 + e^4 - \tfrac{1}{2}e^2\gamma^2\right) \\
& + \left\{\begin{array}{l} -\frac{3}{2}m^2 - \frac{225}{16}m^3 - \frac{4035}{64}m^4 - \frac{254603}{1024}m^5 - \left(\frac{11727408}{12288} - \frac{513}{64} = \frac{11628907}{12288}\right)m^6 \\ -\left(\frac{1118756965}{294912} - \frac{59163}{512} = \frac{1084679077}{294912}\right)m^7 \end{array}\right\} \\
& + \left\{\begin{array}{l} -\frac{9}{4}m^2 - \frac{825}{16}m^3 - \left(\frac{60963}{128} + \frac{9}{2} = \frac{61539}{128}\right)m^4 \\ -\left(\frac{1739949}{512} + \frac{675}{16} + \frac{675}{16} = \frac{1783149}{512}\right)m^5 \\ + e^2\left\{-\frac{9}{8}m^2 + \frac{825}{32}m^3\right\} \\ + \gamma^2\left\{\ \frac{9}{2}m^2 + \left(\frac{363}{16} + \frac{165}{8} = \frac{693}{16}\right)m^3\right\} \end{array}\right\}\left(\varepsilon'^2 - E'^2\right) \\
& - \left(\ \frac{45}{16}m^2 + \frac{225}{2}m^3\right)\left(\varepsilon'^4 - E'^4\right) \\
& + e^2\left\{\begin{array}{l} -\frac{3}{4}m^2 + \frac{225}{32}m^3 + \left(\frac{11559}{256} + \frac{2025}{128} = \frac{15609}{256}\right)m^4 \\ + \left(\frac{546689}{2048} + \frac{223695}{1024} = \frac{994079}{2048}\right)m^5 \end{array}\right\} \\
& + \gamma^2\left\{\begin{array}{l} 3.m^2 + \left(\frac{99}{16} + \frac{45}{8} = \frac{189}{16}\right)m^3 + \left(\frac{1419}{64} + \frac{75}{2} = \frac{3819}{64}\right)m^4 \\ + \left(\frac{40471}{512} + \frac{227533}{1024} - \frac{135}{64} = \frac{306315}{1024}\right)m^5 \end{array}\right\} \\
& + E'^2\left\{-\frac{9}{4}m^2 - \frac{825}{16}m^3 - \frac{60963}{128}m^4 - \frac{1739949}{512}m^5\right\} \\
& + E'^4\left\{-\frac{45}{16}m^2 - \frac{225}{2}m^3\right\} + e^4\left\{-\frac{9}{16}m^2 + \frac{225}{32}m^3\right\} \\
& + \gamma^4\left\{-\left(\frac{21}{16} - \frac{15}{32} = \frac{27}{32}\right)m^2 - \left(\frac{1881}{128} + \frac{45}{16} = \frac{2241}{128}\right)m^3\right\} \\
& + b^4\left\{-\frac{45}{16}m^2 - \frac{7425}{256}m^3\right\} + E'^2 e^2\left\{-\frac{9}{8}m^2 + \frac{825}{32}m^3\right\} \\
& + E'^2\gamma^2\left\{\ \frac{9}{2}m^2 + \left(\frac{363}{16} + \frac{165}{8} = \frac{693}{16}\right)m^3\right\} \\
& + e^2\gamma^2\left\{-\left(\frac{3}{8} + \frac{9}{16} = \frac{15}{16}\right)m^2 + \left(\frac{405}{32} - \frac{45}{8} = \frac{225}{32}\right)m^3\right\}.
\end{aligned}
$$

65. La première de ces deux équations étant de la forme

$$\left(\frac{a}{a_1}-1\right)\left(1+e^2+\tfrac{1}{4}\gamma^2+e^4-\tfrac{1}{4}e^2\gamma^2-\tfrac{3}{64}\gamma^4\right)=M,$$

on en tire d'abord

$$\frac{a}{a_1}=1+M+M\left(-e^2-\tfrac{1}{4}\gamma^2+\tfrac{3}{4}e^2\gamma^2+\tfrac{7}{64}\gamma^4\right);$$

en substituant dans le second terme la valeur de M, on aura

$$\begin{aligned}\frac{a}{a_1}=1+M&+\left\{\begin{matrix}-\tfrac{1}{2}m^2e^2-\tfrac{1}{8}m^2\gamma^2+\tfrac{3}{8}m^2e^2\gamma^2+\tfrac{7}{128}m^2\gamma^4\\ +3.m^4e^2+\tfrac{3}{4}m^4\gamma^2+\tfrac{149}{16}m^5e^2+\tfrac{149}{64}m^5\gamma^2\end{matrix}\right\}\\ &+\left\{-\tfrac{3}{4}m^2E'^2e^2-\tfrac{3}{16}m^2E'^2\gamma^2\right\}+\left\{-\tfrac{1}{2}m^2e^4-\tfrac{1}{8}m^2e^2\gamma^2-\tfrac{45}{16}m^3e^4-\tfrac{45}{64}m^3e^2\gamma^2\right\}\\ &+\left\{-\tfrac{59}{256}m^2e^2\gamma^2-\tfrac{59}{1024}m^2\gamma^4-\tfrac{315}{512}m^3e^2\gamma^2-\tfrac{315}{2048}m^3\gamma^4\right\}\\ &+\left\{\begin{matrix}-\tfrac{3}{4}m^2e^2-\tfrac{3}{16}m^2\gamma^2+\tfrac{9}{16}m^2e^2\gamma^2+\tfrac{21}{256}m^2\gamma^4+\tfrac{159}{8}m^4e^2\\ +\tfrac{159}{32}m^4\gamma^2-\tfrac{3}{4}m^2e^4-\tfrac{3}{16}m^2e^2\gamma^2-\tfrac{573}{256}m^2e^2\gamma^2-\tfrac{573}{1024}m^2\gamma^4\end{matrix}\right\}(\varepsilon'^2-E'^2);\end{aligned}$$

ou bien,

$$\begin{aligned}\frac{a}{a_1}=1+M&-\tfrac{1}{2}m^2e^2-\tfrac{1}{8}m^2\gamma^2+3.m^4e^2+\tfrac{3}{4}m^4\gamma^2+\left(\tfrac{3}{8}-\tfrac{1}{8}-\tfrac{59}{256}=\tfrac{5}{256}\right)m^2e^2\gamma^2\\ &+\left(\tfrac{7}{128}-\tfrac{59}{1024}=-\tfrac{3}{1024}\right)m^2\gamma^4-\tfrac{1}{2}m^2e^4-\tfrac{3}{4}m^2e^2E'^2-\tfrac{3}{16}m^2\gamma^2E'^2\\ &-\tfrac{315}{2048}m^3\gamma^4+\tfrac{149}{16}m^5e^2+\tfrac{149}{64}m^5\gamma^2-\tfrac{45}{16}m^3e^4-\left(\tfrac{45}{64}+\tfrac{315}{512}=\tfrac{675}{512}\right)m^3e^2\gamma^2\\ &+\left\{\begin{matrix}-\tfrac{3}{4}m^2e^2-\tfrac{3}{16}m^2\gamma^2+\left(\tfrac{21}{256}-\tfrac{573}{1024}=-\tfrac{489}{1024}\right)m^2\gamma^4+\tfrac{159}{8}m^4e^2\\ +\left(\tfrac{9}{16}-\tfrac{3}{16}-\tfrac{573}{256}=-\tfrac{477}{256}\right)m^2e^2\gamma^2-\tfrac{3}{4}m^2e^4+\tfrac{159}{32}m^4\gamma^2\end{matrix}\right\}(\varepsilon'^2-E'^2).\end{aligned}$$

Maintenant, si l'on substitue pour M sa valeur il viendra;

$$\frac{a}{a_1} = 1 + \frac{1}{2}m^2 - 3.m^4 - \frac{149}{16}m^5 - \frac{4225}{192}m^6 - \frac{12793}{288}m^7$$

$$+\left\{\begin{array}{l} + \quad \left\{ \frac{3}{4}m^2 - \frac{159}{8}m^4 - \frac{4023}{32}m^5 - \frac{230401}{192}m^6 \right\} \\ + \; e^2 \left\{ \left(\frac{3}{4} - \frac{3}{4} = 0\right) m^2 + \frac{165}{16}m^3 + \left(\frac{159}{8} - \frac{1257}{64} = \frac{15}{64}\right) m^4 \right\} \\ + \; \gamma^2 \left\{ \left(\frac{573}{256} - \frac{3}{16} = \frac{525}{256}\right) m^2 + \frac{237}{1024}m^3 + \left(\frac{159}{32} - \frac{5859}{2048} = \frac{4317}{2048}\right) m^4 \right\} \\ + e^2\gamma^2 \left\{ \frac{2577}{256} - \frac{477}{256} = \frac{525}{64} \right\} m^2 - \left(\frac{4559}{1024} + \frac{489}{1024} = \frac{631}{128}\right) m^2\gamma^4 \\ - \quad \left(\frac{155}{16} + \frac{3}{4} = \frac{167}{16}\right) m^2 e^4 + \frac{345}{64} m^2 b^4 \end{array}\right\} (\varepsilon'^2 - E'^2)$$

$$+ \left\{ \frac{15}{16}m^2 + \frac{66675}{128}m^4 + \frac{15}{16}m^2e^2 + \frac{11919}{2048}m^2\gamma^2 \right\} (\varepsilon'^4 - E'^4)$$

$$+ (\varepsilon'^2 - E'^2)^2 \cdot \frac{9}{4}m^4 + (\varepsilon'^6 - E'^6)\frac{35}{32}m^2$$

$$+ \quad e^2 \left\{\begin{array}{l} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0\right) m^2 + \frac{45}{16}m^3 - \left(\frac{419}{64} - 3 = \frac{227}{64}\right) m^4 \\ - \left(\frac{115853}{3072} - \frac{149}{16} = \frac{87245}{3072}\right) m^5 \end{array}\right\}$$

$$+ \quad \gamma^2 \left\{\begin{array}{l} \left(\frac{59}{256} - \frac{1}{8} = \frac{27}{256}\right) m^2 + \frac{315}{512}m^3 + \left(\frac{4173}{8192} + \frac{3}{4} = \frac{10317}{8192}\right) m^4 \\ + \left(\frac{149}{64} - \frac{6713}{8192} = \frac{12359}{8192}\right) m^5 \end{array}\right\}$$

$$+ \quad E'^2 \left\{ \frac{3}{4}m^2 - \frac{171}{8}m^4 - \frac{4023}{32}m^5 \right\}$$

$$+ \quad e^4 \left\{ - \left(\frac{215}{32} + \frac{1}{2} = \frac{231}{32}\right) m^2 - \left(\frac{585}{16} + \frac{45}{16} = \frac{315}{8}\right) m^3 \right\}$$

$$+ \quad \gamma^4 \left\{ - \left(\frac{393}{1024} + \frac{3}{1024} = \frac{99}{256}\right) m^2 - \left(\frac{99}{1024} + \frac{315}{2048} = \frac{513}{2048}\right) m^3 \right\}$$

$$+ \quad b^4 \left\{ \frac{9}{16}m^2 + \frac{495}{256}m^3 \right\} + e^4\gamma^2 \left\{ \frac{75}{256} - \frac{2025}{1024} m \right\} + E'^4 \left(\frac{15}{16}m^2\right)$$

$$+ \quad e^2\gamma^2 \left\{ \left(\frac{103}{256} + \frac{5}{256} = \frac{27}{64}\right) m^2 + \left(\frac{2403}{1024} - \frac{675}{512} = \frac{1053}{1024}\right) m^3 \right\}$$

$$+ \gamma^2 E'^2 \left\{ \left(\frac{573}{256} - \frac{3}{16} = \frac{525}{256}\right) m^2 + \frac{237}{1024}m^3 \right\}$$

$$+ e^2 E'^2 \left\{ \left(\frac{3}{4} - \frac{3}{4} = 0\right) m^2 + \frac{165}{16}m^3 \right\}.$$

La seconde équation qui termine le numéro précédent étant de la forme

$$Q'\left(1+e^2+e^4-\frac{1}{2}e^2\gamma^2\right)=N$$

on obtient d'abord

$$Q'=N+N\left(-e^2+\frac{1}{2}e^2\gamma^2\right);$$

en substituant pour N sa valeur dans le second terme on aura

$$\begin{aligned}Q'=N&+\frac{3}{2}m^2e^2+\frac{225}{16}m^3e^2+\frac{4035}{64}m^4e^2+\frac{254693}{1024}m^5e^2-\frac{3}{4}m^2e^2\gamma^2\\&-\frac{225}{32}m^3e^2\gamma^2+e^4\left(\frac{3}{4}m^2-\frac{225}{32}m^3\right)-e^2\gamma^2\left(3.m^2+\frac{189}{16}m^3\right)\\&+e^2E'^2\left(\frac{9}{4}m^2+\frac{825}{16}m^3\right)+\left(\frac{9}{4}m^2e^2+\frac{825}{16}m^3e^2\right)(\varepsilon'^2-E'^2);\end{aligned}$$

d'où on tire aisément ;

$$\begin{aligned}Q'=&-\frac{3}{2}m^2-\frac{225}{16}m^3-\frac{4035}{64}m^4-\frac{254693}{1024}m^5-\frac{11628907}{12288}m^6-\frac{1084679077}{294912}m^7\\&+\left\{\begin{array}{l}-\frac{9}{4}m^2-\frac{825}{16}m^3-\frac{61539}{128}m^4+\left(\frac{9}{4}-\frac{9}{8}=\frac{9}{8}\right)m^2e^2+\frac{9}{2}m^2\gamma^2\\-\frac{1783149}{512}m^5+\left(\frac{825}{16}+\frac{825}{32}=\frac{2475}{32}\right)m^3e^2+\frac{693}{16}m^3\gamma^2\end{array}\right\}(\varepsilon'^2-E'^2)\\&-\left(\frac{45}{16}m^2+\frac{225}{2}m^3\right)(\varepsilon'^4-E'^4)\\&+e^2\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{3}{2}-\frac{3}{4}=\frac{3}{4}\right)m^2+\left(\frac{225}{32}+\frac{225}{16}=\frac{675}{32}\right)m^3+\left(\frac{15609}{256}+\frac{4035}{64}=\frac{31749}{256}\right)m^4\\+\left(\frac{994079}{2048}+\frac{254693}{1024}=\frac{1503465}{2048}\right)m^5\end{array}\right\}\\&+\gamma^2\left\{3.m^2+\frac{189}{16}m^3+\frac{3819}{64}m^4+\frac{306315}{1024}m^5\right\}\\&+E'^2\left\{-\frac{9}{4}m^2-\frac{825}{16}m^3-\frac{60963}{128}m^4-\frac{1789949}{512}m^5\right\}\\&+e^2\gamma^2\left\{-\left(\frac{15}{16}+\frac{3}{4}+3=\frac{75}{16}\right)m^2-\left(\frac{225}{32}-\frac{225}{32}+\frac{189}{16}=\frac{189}{16}\right)m^3\right\}\end{aligned}$$

$$+E'^2e^2\left\{\left(\frac{9}{4}-\frac{9}{8}=\frac{9}{8}\right)m^2+\left(\frac{825}{32}+\frac{825}{16}=\frac{2475}{32}\right)m^3\right\}$$

$$+E'^2\gamma^2\left\{\frac{9}{2}m^2+\frac{693}{16}m^3\right\}+E'^4\left\{-\frac{45}{16}m^2-\frac{225}{2}m^3\right\}$$

$$+\quad e^4\left\{\left(\frac{3}{4}-\frac{9}{16}=\frac{3}{16}\right)m^2+\left(\frac{225}{32}-\frac{225}{32}=0\right)m^3\right\}$$

$$+\quad \gamma^4\left\{-\frac{27}{32}m^2-\frac{2241}{128}m^3\right\}+b^4\left\{-\frac{45}{16}m^2-\frac{7425}{256}m^3\right\};$$

$$Q^2=\left\{\begin{array}{l}\frac{9}{4}m^4+\frac{675}{16}m^5+\left(\frac{12105}{64}+\frac{50625}{256}=\frac{99045}{256}\right)m^6\\ +\left(\frac{764079}{1024}+\frac{907875}{512}=\frac{2579829}{1024}\right)m^7\end{array}\right\}$$

$$+\quad\left\{\frac{27}{4}m^4+\left(\frac{2475}{16}+\frac{2025}{32}=\frac{6975}{32}\right)m^5\right\}(\varepsilon'^2-E'^2)$$

$$+\quad e^2\left\{-\frac{9}{4}m^4-\left(\frac{2025}{32}+\frac{675}{32}=\frac{675}{8}\right)m^5\right\}$$

$$+\quad \gamma^2\left\{-9.m^4-\left(\frac{567}{16}+\frac{675}{8}=\frac{1917}{16}\right)m^5\right\}$$

$$+\quad E'^2\left\{\frac{27}{4}m^4+\left(\frac{2475}{16}+\frac{2025}{32}=\frac{6975}{32}\right)m^5\right\};$$

$$Q^3=-\frac{27}{8}m^6-\frac{6075}{64}m^7.$$

Cela posé si l'on reprend l'équation (Voyez p. 72 du second volume)

$$cv-\int\varpi\, dv=v+\int\left(\frac{1}{2}Q-\frac{1}{8}Q^2+\frac{1}{16}Q^3-\text{etc.}\right)dv$$

on en tirera ;

$$
c = \left\{
\begin{array}{l}
1 - \frac{3}{4}m^2 - \frac{225}{32}m^3 - \left(\frac{4035}{128} + \frac{9}{32} = \frac{4071}{128}\right)m^4 \\
- \left(\frac{254693}{2048} + \frac{675}{128} = \frac{265493}{2048}\right)m^5 \\
- \left(\frac{11628907}{24576} + \frac{99045}{2048} + \frac{27}{128} = \frac{12822631}{24576}\right)m^6 \\
- \left(\frac{1084679077}{589824} + \frac{2579829}{8192} + \frac{6075}{1024} = \frac{1273925965}{589824}\right)m^7
\end{array}
\right\}
$$

$$
+ \; e^2 \left\{
\begin{array}{l}
\frac{3}{8}m^2 + \frac{675}{64}m^3 + \left(\frac{31749}{512} + \frac{9}{32} = \frac{31893}{512}\right)m^4 \\
+ \left(\frac{1503465}{4096} + \frac{675}{64} = \frac{1546665}{4096}\right)m^5
\end{array}
\right\}
$$

$$
+ \; \gamma^2 \left\{
\begin{array}{l}
\frac{3}{2}m^2 + \frac{189}{32}m^3 + \left(\frac{3819}{128} + \frac{9}{8} = \frac{3963}{128}\right)m^4 \\
+ \left(\frac{306315}{2048} + \frac{1917}{128} = \frac{336987}{2048}\right)m^5
\end{array}
\right\}
$$

$$
+ \; E'^2 \left\{
\begin{array}{l}
- \frac{9}{8}m^2 - \frac{825}{32}m^3 - \left(\frac{60963}{256} + \frac{27}{32} = \frac{61179}{256}\right)m^4 \\
- \left(\frac{1739949}{1024} + \frac{6975}{256} = \frac{1767849}{1024}\right)m^5
\end{array}
\right\}
$$

$$
+ \; e^2\gamma^2 \left\{ - \frac{75}{32}m^2 - \frac{189}{32}m^3 \right\} + E'^2 e^2 \left\{ \frac{9}{16}m^2 + \frac{2475}{64}m^3 \right\}
$$

$$
+ \; E'^2\gamma^2 \left\{ \frac{9}{4}m^2 + \frac{693}{32}m^3 \right\} + E'^4 \left\{ - \frac{45}{32}m^2 - \frac{225}{4}m^3 \right\}
$$

$$
+ \; e^4 \left\{ \frac{3}{32}m^2 + 0 . m^3 \right\} + \gamma^4 \left\{ - \frac{27}{64}m^2 - \frac{2241}{256}m^3 \right\}
$$

$$
+ \; b^4 \left\{ - \frac{45}{32}m^2 - \frac{7425}{512}m^3 \right\}.
$$

$$
\int \varpi \, dv = \left\{
\begin{array}{l}
\frac{9}{8}m^2 + \frac{825}{32}m^3 + \left(\frac{61589}{256} + \frac{27}{32} = \frac{61755}{256}\right)m^4 \\
- \frac{9}{16}m^2 e^2 - \frac{9}{4}m^2\gamma^2 + \left(\frac{1783149}{1024} + \frac{6975}{256} = \frac{1811049}{1024}\right)m^5 \\
- \frac{2475}{64}m^3 e^2 - \frac{693}{32}m^3\gamma^2
\end{array}
\right\} . \int (\varepsilon'^2 - E'^2)\, dv
$$

$$
+ \left(\frac{45}{32}m^2 + \frac{225}{4}m^3 \right) . \int (\varepsilon'^4 - E'^4)\, dv.
$$

La démonstration de ces deux formules, qui déterminent la partie progressive et séculaire du mouvement du périgée de la Lune, constituait l'objet principal de ce paragraphe. L'expression de $\frac{a}{a_{,}}$, trouvée dans la page 289, est nécessaire pour la formation du coefficient de l'équation séculaire du moyen mouvement, dont nous allons exposer le développement dans le paragraphe suivant.

§ 5.

Expression du coefficient de l'équation séculaire du moyen mouvement de la Lune, développée jusqu'aux quantités du sixième *ordre inclusivement.*

66. Vers la fin du second volume (Voyez p. 852) on a trouvé le développement du coefficient de l'équation séculaire du moyen mouvement de la Lune, en tenant compte des quantités du quatrième ordre. Cette approximation n'étant pas suffisante, il s'agit ici de la pousser plus loin. En conséquence, il faut reprendre la considération de l'équation

$$\int dv \left(\frac{a}{a_{,}}\right)^2 (1+\Pi) \sqrt{\frac{a_{,}^3}{\sigma}} = \frac{v}{n} + \frac{1}{n}\int \zeta dv\,,$$

et former d'abord une valeur de Π comparable à celle de $\frac{a}{a_{,}}$ qui vient d'être trouvée dans le paragraphe précédent. De sorte que, la question consiste à développer la partie de la fonction $\left(\frac{a}{a_{,}}\right)^2(1+\Pi)$ des élémens, qui est réductible à la forme $H(\epsilon'^2 - E'^2)$, de manière que le coefficient H soit exact jusqu'aux quantités du sixième ordre inclusivement. Ainsi, il est nécessaire de nous occuper de nouveau de la fonction Π, afin de remplacer celle posée dans la page 822 du second volume par une autre, où les termes multipliés par ϵ'^2 soient développés en ayant égard aux quantités du huitième ordre. Or, en remontant à l'origine de la quantité Π, on voit que, pour l'objet actuel, il suffit de réduire l'équation

$$\frac{d.\delta nt}{dv} = \frac{1+\zeta}{1+\Pi}\left\{\left(1-\frac{X}{\lambda}\right)Y - Y - \Pi\right\}$$

à celle-ci;

$$\frac{d.\delta nt}{dv} = \frac{1+\zeta}{1+\Pi}\left\{2e\cos cv . Y - Y - \Pi\right\};$$

et l'expression de Y aux deux termes de la forme

$$Y = H'\epsilon'^2 . \cos 0v + H' . e\epsilon'^2 \cos cv .$$

Alors, après avoir convenablement développés les deux coefficiens H' et H'', on aura $\Pi = H''.e^2\varepsilon'^2 - H'\varepsilon'^2$. A l'aide de cette valeur de Π, et de celle de $\frac{a}{a_1}$ trouvée dans la page 289, il sera facile de former le coefficient de l'équation séculaire, due à la variation de l'excentricité de l'orbite de la Terre, avec le dégré d'approximation que nous voulons atteindre dans cette recherche. L'opération qu'il s'agit d'exécuter, est, dans le fond, analogue à celle qui a été exposée dans le paragraphe 15 du cinquième Chapitre, pourvu qu'on ait soin de ne jamais perdre de vue, qu'ici, elle porte uniquement sur les deux argumens ov et cv. Ainsi, il est inutile d'entrer dans des plus grands détails sur le procédé à suivre, puisqu'on en a déjà le type dans le paragraphe qu'on vient de citer. Toute la difficulté consiste dans l'extension particulière qu'on doit donner à chacune des fonctions qui composent celle désignée par Y, et par la manière même dont nous allons exposer la suite des développemens intermédiaires il sera démontré, que nous avons embrassé dans ce calcul la totalité des termes qu'il fallait prendre en considération.

67. Dans l'équation différentielle en δu (Voyez p. 277 du I.er vol.) on a le terme

$$m^2 . \frac{q}{2}\left(\frac{a'u'}{u_1}\right)^3 = \cos 2cv \quad e^2\left(\frac{3}{2}m^2 + \frac{9}{4}m^2\varepsilon'^2\right),$$

qui donne

$$\delta u = \cos 2cv \quad e^2\left(\frac{1}{2}m^2 + \frac{3}{4}m^2\varepsilon'^2\right).$$

Donc en multipliant ce terme par $2\cos cv \quad e\left(-\frac{1}{2}\right)$, on aura

$$2\frac{\delta u}{u_1} = \cos cv \quad e\left(-\frac{3}{4}m^2e^2\varepsilon'^2\right).$$

Pour avoir les termes donnés par le développement de la fonction $4\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$, il faudra avoir sons les yeux les différens termes de la valeur de $2\frac{\delta u}{u_1}$ qui occupe les pages 752-760 du second volume, et avoir l'attention de prendre dans les pages 167-171 de ce même volume les termes d'un ordre supérieur au cinquième dont on aura

besoin. C'est ainsi qu'on a formé les

Produits partiels de $4\left(\frac{\delta u}{u_{\iota}}\right)^2$

qu'on voit ci après, en observant; 1.° qu'on a seulement indiqué les argumens qui ont servi de multiplicateur; 2.° qu'on a saisi cette occasion pour comprendre dans le développement de cette fonction les termes du sixième et du septième ordre affectés des argumens $cv+c'mv$, $cv-c'mv$, $2Ev$, $2Ev+c'mv$, $2Ev-c'mv$, $2Ev+c'mv-cv$, $2Ev+c'mv+cv$, $2Ev-c'mv-cv$, $2Ev-c'mv+cv$, $2Ev+2c'mv$, $2Ev-2c'mv$, afin de les avoir préparés dans le paragraphe suivant.

Multiplicateur		Produit
$2\cos c'mv \ldots$	$\cos 0v$	$\varepsilon'^2\left(\frac{9}{2}m^4-\frac{1755}{8}m^6+\frac{81}{8}m^4\varepsilon'^2-\frac{45}{4}m^4\gamma^2-\frac{1521}{16}m^4e^2\right)$
	$\cos cv$	$e\varepsilon'^2\left(\frac{27}{4}m^3+\frac{2367}{32}m^4\right)$
	$\cos cv$	$e\varepsilon'^2\left(-\frac{27}{4}m^3-\frac{3483}{32}m^4\right)$
	$\cos 2Ev+c'mv$	$\varepsilon'\left\{\begin{array}{l}-6.m^4-19.m^5+\frac{9}{8}m^3\gamma^2+\frac{45}{8}m^3e^2\\ -\frac{128}{8}m^6+\frac{471}{32}m^4e^2+\frac{585}{4}m^6+\frac{507}{8}m^4e^2\end{array}\right\}$
	$\cos 2Ev-c'mv$	$\varepsilon'\left\{\begin{array}{l}-6.m^4-10.m^5+\frac{9}{8}m^3\gamma^2+\frac{45}{8}m^3e^2\\ -\frac{128}{3}m^6+\frac{471}{32}m^4e^2+\frac{585}{4}m^6+\frac{507}{8}m^4e^2\end{array}\right\}$
	$\cos 2Ev+2c'mv$	$\varepsilon'^2\left(3.m^4\right)$
	$\cos 2Ev-2c'mv$	$\varepsilon'^2\left(-21.m^4\right)$
	$\cos 2Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{45}{4}m^3-\frac{771}{16}m^4\right)$
	$\cos 2Ev-c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{45}{4}m^3-\frac{771}{16}m^4\right)$
	$\cos 2Ev+c'mv+cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{27}{4}m^4\right)$
	$\cos 2Ev-c'mv+cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{27}{4}m^4\right)$

$$2\cos 2c'mv \ldots\ldots \left\{\begin{array}{ll}
\cos 0v & \varepsilon'^4\left(\frac{81}{8}m^4\right) \\
\cos 2Ev+2c'mv & \varepsilon'^2\left(-9.m^4\right) \\
\cos 2Ev-2c'mv & \varepsilon'^2\left(-9.m^4\right)
\end{array}\right.$$

$$2\cos cv+c'mv \ldots \left\{\begin{array}{ll}
\cos 0v \quad e^2\varepsilon'^2 & \left\{\begin{array}{l} \frac{81}{32}m^2+\frac{7101}{128}m^3+\frac{156897}{512}m^4-\frac{729}{64}m^2\gamma^2 \\ -\frac{81}{64}m^2e^2+\frac{729}{128}m^2\varepsilon'^2+\frac{622521}{2048}m^4 \end{array}\right\} \\
\cos cv \quad e\varepsilon'^2 & \left(-\frac{81}{32}m^2e^2\right) \\
\cos 2Ev+c'mv \quad \varepsilon' & \left\{\begin{array}{l} -\frac{135}{16}m^2e^2-\frac{2313}{64}m^3e^2-\frac{117579}{1024}m^4e^2 \\ -\frac{11835}{128}m^3e^2-\frac{202773}{512}m^4e^2-\frac{261495}{512}m^4e^2 \end{array}\right\} \\
\cos 2Ev-c'mv \quad \varepsilon' & \left(\frac{81}{16}m^3e^2+\frac{297}{32}m^4e^2+\frac{7101}{128}m^4e^2\right) \\
\cos 2Ev+c'mv+cv \quad e\varepsilon' & \left(-\frac{9}{2}m^3-\frac{789}{16}m^4-\frac{57}{4}m^4\right) \\
\cos 2Ev-c'mv-cv \quad e\varepsilon' & \left(-\frac{9}{2}m^3-\frac{789}{16}m^4-\frac{57}{4}m^4\right)
\end{array}\right.$$

$$2\cos cv-c'mv \ldots \left\{\begin{array}{ll}
\cos 0v \quad e^2\varepsilon'^2 & \left\{\begin{array}{l} \frac{81}{32}m^2+\frac{10449}{128}m^3+\frac{319977}{512}m^4-\frac{729}{64}m^2\gamma^2 \\ -\frac{81}{64}m^2e^2+\frac{729}{128}m^2\varepsilon'^2+\frac{1347921}{2048}m^4 \end{array}\right\} \\
\cos cv \quad e\varepsilon'^2 & \left(-\frac{81}{32}m^2e^2\right) \\
\cos 2Ev-c'mv \quad \varepsilon' & \left\{\begin{array}{l} \frac{135}{16}m^2e^2+\frac{2313}{64}m^3e^2+\frac{117579}{1024}m^4e^2 \\ +\frac{17415}{128}m^3e^2+\frac{298377}{512}m^4e^2+\frac{533295}{512}m^4e^2 \end{array}\right\} \\
\cos 2Ev+c'mv \quad \varepsilon' & \left(-\frac{81}{16}m^3e^2-\frac{297}{32}m^4e^2-\frac{10449}{128}m^4e^2\right) \\
\cos 2Ev-c'mv+cv \quad e\varepsilon' & \left(\frac{9}{2}m^3+\frac{1161}{16}m^4+\frac{57}{4}m^4\right) \\
\cos 2Ev+c'mv-cv \quad e\varepsilon' & \left(\frac{9}{2}m^3+\frac{1161}{16}m^4+\frac{57}{4}m^4\right)
\end{array}\right.$$

$$2\cos cv+2c'mv \ldots \left\{ \cos 0v \quad e^2\varepsilon'^4\left(\frac{729}{512}m^2\right)\right.$$

$$2\cos cv - 2c'mv \;\ldots\; \Big\{ \cos ov \quad e^2\varepsilon'^4\left(\frac{729}{512}m^2\right)$$

$$2\cos 2cv + c'mv \;\ldots\; \Big\{ \cos ov \quad e^4\varepsilon'^2\left(\frac{81}{128}m^2\right)$$

$$2\cos 2cv - c'mv \;\ldots\; \Big\{ \cos ov \quad e^4\varepsilon'^2\left(\frac{81}{128}m^2\right)$$

$$2\cos 2gv + c'mv \;\ldots\; \Big\{ \cos ov \quad \gamma^4\varepsilon'^2\left(\frac{81}{128}m^2\right)$$

$$2\cos 2gv - c'mv \;\ldots\; \Big\{ \cos ov \quad \gamma^4\varepsilon'^2\left(\frac{81}{128}m^2\right)$$

$$2\cos 2Ev \ldots \left\{ \begin{array}{lll}
\cos ov & & \left\{ \begin{array}{l}
\frac{25}{2}m^4\varepsilon'^4 - 10.m^4\varepsilon'^2 - \frac{95}{3}m^5\varepsilon'^2 + \frac{75}{8}m^3e^2\varepsilon'^2 + \frac{15}{8}m^3\varepsilon'^2\gamma^2 \\
-\frac{1099}{9}m^6\varepsilon'^2 + \frac{13}{4}m^4\varepsilon'^4 + \frac{5}{8}m^4e^2\varepsilon'^2 + \frac{119}{16}m^4\varepsilon'^2\gamma^2 - \frac{95}{3}m^5\varepsilon'^2 \\
-\frac{1805}{18}m^6\varepsilon'^2 + \frac{475}{16}m^4e^2\varepsilon'^2 + \frac{95}{16}m^4\varepsilon'^2\gamma^2 + \frac{15}{8}m^3\varepsilon'^2\gamma^2 + \frac{95}{16}m^4\varepsilon'^2\gamma^2 \\
-\frac{225}{128}m^2e^2\varepsilon'^2\gamma^2 - \frac{45}{128}m^2\varepsilon'^2\gamma^4 + \frac{75}{8}m^3e^2\varepsilon'^2 + \frac{475}{16}m^4e^2\varepsilon'^2 \\
-\frac{1125}{128}m^2e^4\varepsilon'^2 - \frac{225}{128}m^2e^2\varepsilon'^2\gamma^2 - \frac{640}{9}m^6\varepsilon'^2 + \frac{785}{32}m^4e^2\varepsilon'^2
\end{array} \right\} \\
\cos cv & e\varepsilon'^2 & \left\{ \begin{array}{l}
-\frac{75}{4}m^3 - \frac{65}{2}m^4 - \frac{475}{8}m^4 + \frac{225}{64}m^2\gamma^2 + \frac{1125}{64}m^2e^2 \\
-\frac{75}{4}m^3 - \frac{1285}{16}m^4 - \frac{475}{8}m^4 + \frac{1125}{64}m^2e^2 + \frac{225}{64}m^2\gamma^2
\end{array} \right\} \\
\cos cv & e\varepsilon'^2 & \left(\frac{45}{4}m^4 + \frac{45}{4}m^4\right) \\
\cos cv - c'mv & e\varepsilon' & \left(-\frac{15}{2}m^3 + \frac{13}{16}m^4 - \frac{95}{4}m^4\right) \\
\cos cv + c'mv & e\varepsilon' & \left(\frac{9}{4}m^4\right) \\
\cos cv + c'mv & e\varepsilon' & \left(\frac{35}{2}m^3 + \frac{1579}{16}m^4 + \frac{665}{12}m^4\right) \\
\cos cv - c'mv & e\varepsilon' & \left(-\frac{63}{4}m^4\right) \\
\cos 2Ev & & \left(-\;2.m^6\right) \\
\cos 2Ev + c'mv & \varepsilon' & \left(2.m^6\right) \\
\cos 2Ev - c'mv & \varepsilon' & \left(-14.m^6\right)
\end{array} \right.$$

$$2\cos 2Ev - cv \ldots\ldots \left\{\begin{array}{lll}
\cos ov & e^2 & \left\{\begin{array}{l}
\frac{5625}{128} m^2 \varepsilon'^4 - \frac{1125}{32} m^2 \varepsilon'^2 - \frac{975}{16} m^3 \varepsilon'^2 \\
+ \frac{2130125}{2048} m^4 \varepsilon'^2 + \frac{225}{8} m^2 \varepsilon'^2 \gamma^2 + \frac{2925}{256} m^2 \varepsilon'^4 \\
- \frac{19275}{128} m^3 \varepsilon'^2 - \frac{16705}{64} m^4 \varepsilon'^2 - \frac{979825}{2048} m^4 \varepsilon'^2 \\
+ \frac{225}{8} m^2 \varepsilon'^2 \gamma^2 + \frac{675}{16} m^4 (\varepsilon'^2 - E'^2)
\end{array}\right\} \\
\cos cv & e\varepsilon'^2 & \left(- \frac{3375}{64} m^2 e^2 - \frac{3375}{64} m^2 e^2\right) \\
\cos cv + c'mv & e\varepsilon' & \left(- \frac{15}{4} m^3 - \frac{95}{16} m^4 - \frac{257}{16} m^4\right) \\
\cos cv - c'mv & e\varepsilon' & \left(\frac{105}{4} m^3 + \frac{1799}{16} m^4 + \frac{1995}{16} m^4\right) \\
\cos 2Ev & & \left(- \frac{1125}{128} m^4 e^2\right) \\
\cos 2Ev + c'mv & \varepsilon' & \left(\frac{3375}{256} m^4 e^2\right) \\
\cos 2Ev - c'mv & \varepsilon' & \left(- \frac{18125}{256} m^4 e^2\right)
\end{array}\right.$$

$$2\cos 2Ev + cv \ldots\ldots \left\{\begin{array}{lll}
\cos ov & e^2 & \left(- \frac{405}{32} m^4 \varepsilon'^2\right) \\
\cos cv - c'mv & e\varepsilon' & \left(\frac{9}{4} m^4\right) \\
\cos cv + c'mv & e\varepsilon' & \left(- \frac{63}{4} m^4\right)
\end{array}\right.$$

$$2\cos 2Ev + c'mv \ldots \left\{\begin{array}{ll}
\cos ov \quad \varepsilon'^2 & \left\{\begin{array}{l}
\frac{1}{2} m^4 - \frac{1}{8} m^4 \varepsilon'^2 + \frac{19}{12} m^5 - \frac{15}{8} m^3 e^2 - \frac{3}{8} m^3 \gamma^2 \\
+ \frac{317}{72} m^6 + \frac{113}{64} m^4 e^2 - \frac{31}{32} m^4 \gamma^2 + \frac{361}{288} m^6 - \frac{95}{32} m^4 e^2 \\
- \frac{19}{32} m^4 \gamma^2 + \frac{225}{128} m^2 e^4 + \frac{9}{128} m^2 \gamma^4 + \frac{45}{64} m^2 e^2 \gamma^2
\end{array}\right\} \\
\cos cv \quad e\varepsilon'^2 & \left(\frac{15}{4} m^3 - \frac{13}{32} m^4 + \frac{95}{16} m^4 - \frac{225}{32} m^2 e^2 - \frac{45}{32} m^2 \gamma^2\right) \\
\cos cv \quad e\varepsilon'^2 & \left(- \frac{9}{8} m^4\right) \\
\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon' & \left(m^6\right)
\end{array}\right.$$

$$2\cos 2Ev-c'mv\ldots\left\{\begin{array}{l}
\cos ov \quad \varepsilon'^2\left\{\begin{array}{l}
\frac{49}{2}m^4+\frac{931}{4}m^5-\frac{49}{8}m^3\gamma^2-\frac{245}{8}m^3e^2\\
+\frac{7021}{8}m^6-\frac{6153}{64}m^4e^2-\frac{861}{8}m^4\varepsilon'^2-\frac{917}{32}m^4\gamma^2\\
+\frac{17689}{32}m^6-\frac{931}{32}m^4\gamma^2-\frac{4655}{32}m^4e^2+\frac{49}{128}m^2\gamma^4\\
+\frac{245}{64}m^2e^2\gamma^2+\frac{1225}{128}m^2e^4
\end{array}\right\}\\
\cos cv \quad e\varepsilon'^2\left\{\begin{array}{l}
\frac{245}{4}m^3+\frac{11053}{32}m^4+\frac{4655}{16}m^4\\
-\frac{245}{32}m^2\gamma^2-\frac{1225}{32}m^2e^2
\end{array}\right\}\\
\cos cv \quad e\varepsilon'^2\left(-\frac{441}{8}m^4\right)\\
\cos 2Ev-c'mv \quad \varepsilon'\left(-7.m^6\right)
\end{array}\right.$$

$$2\cos 2Ev-2c'mv\ldots\left\{\cos ov \quad \varepsilon'^4\left(\frac{289}{2}m^4\right)\right.$$

$$2\cos 2Ev-2cv\ldots.\left\{\cos ov \quad e^4\left(-\frac{10125}{128}m^2\varepsilon'^2\right)\right.$$

$$2\cos 2Ev-2gv\ldots\left\{\cos ov \quad \gamma^4\left(-\frac{45}{128}m^2\varepsilon'^2\right)\right.$$

$$2\cos 2Ev+c'mv-cv\ldots..\left\{\begin{array}{l}
\cos ov \quad e^2\varepsilon'^2\left\{\begin{array}{l}
\frac{225}{32}m^2-\frac{195}{128}m^3-\frac{208855}{512}m^4\\
-\frac{225}{128}m^2\varepsilon'^2-\frac{45}{4}m^2\gamma^2+\frac{169}{2048}m^4
\end{array}\right\}\\
\cos cv \quad e\varepsilon'^2\left(\frac{675}{32}m^2e^2\right)\\
\cos 2Ev-c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{1125}{128}m^4e^2\right)
\end{array}\right.$$

$$2\cos 2Ev+c'mv+ov\ldots.\left\{\cos ov \quad e^2\varepsilon'^2\left(\frac{81}{128}m^4\right)\right.$$

$$2\cos 2Ev-c'mv-cv\ldots.\left\{\begin{array}{l}
\cos ov \quad e^2\varepsilon'^2\left\{\begin{array}{l}
\frac{1225}{32}m^2+\frac{55265}{128}m^3+\frac{734545}{512}m^4\\
-\frac{21525}{128}m^2\varepsilon'^2-\frac{245}{4}m^2\gamma^2+\frac{2493241}{2048}m^4
\end{array}\right\}\\
\cos cv \quad e\varepsilon'^2\left(\frac{3675}{32}m^2e^2\right)\\
\cos 2Ev+c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{2625}{128}m^4e^2\right)
\end{array}\right.$$

$$2\cos 2Ev - c'mv + cv \ldots \Big\{ \cos 0v \qquad e^2\varepsilon'^2\left(\frac{8969}{128}m^4\right)$$

$$2\cos 2Ev + 2c'mv - cv \ldots \Big\{ \cos 0v \qquad e^2\varepsilon'^4\left(\frac{2025}{512}m^2\right)$$

$$2\cos 2Ev - 2c'mv - cv \ldots \Big\{ \cos 0v \qquad e^2\varepsilon'^4\left(\frac{65025}{512}m^2\right)$$

$$2\cos 2Ev + cmv - 2cv \ldots \Big\{ \cos 0v \qquad e^4\varepsilon'^2\left(\frac{2025}{128}m^2\right)$$

$$2\cos 2Ev - c'mv - 2cv \ldots \Big\{ \cos 0v \qquad e^4\varepsilon'^2\left(\frac{11025}{128}m^2\right)$$

$$2\cos 2Ev + c'mv - 2gv \ldots \Big\{ \cos 0v \qquad \gamma^4\varepsilon'^2\left(\frac{9}{128}m^2\right)$$

$$2\cos 2Ev - c'mv - 2gv \ldots \Big\{ \cos 0v \qquad \gamma^4\varepsilon'^2\left(\frac{49}{128}m^2\right)$$

$$2\cos Ev \ldots\ldots\ldots \Big\{ \cos 0v \qquad b^4\left(\frac{675}{64}m^2\varepsilon'^2\right)$$

$$2\cos Ev + c'mv \ldots\ldots \begin{cases} \cos 0v \qquad \varepsilon'^2 b^4 \left\{ \begin{array}{l} \frac{25}{8} - \frac{225}{8}m + \frac{10605}{64}m^2 + \frac{125}{8}e^2 \\ + \frac{25}{4}\varepsilon'^2 - \frac{75}{16}\gamma^2 + \frac{2025}{32}m^2 \end{array} \right\} \\ \cos cv \qquad e\varepsilon'^2\left(\frac{75}{8}b^4\right) \end{cases}$$

$$2\cos Ev - c'mv \ldots\ldots \Big\{ \cos 0v \qquad \varepsilon'^2 b^4\left(\frac{225}{128}m^2\right)$$

$$2\cos Ev + c'mv - cv \ldots \Big\{ \cos 0v \qquad e^2\varepsilon'^2 b^4\left(\frac{225}{32}\right)$$

$$2\cos Ev + c'mv + cv \ldots \Big\{ \cos 0v \qquad e^2\varepsilon'^2 b^4\left(\frac{25}{32}\right).$$

En réunissant ces produits partiels, on aura

$$4\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2 =$$

$$\cos ov \left\{\begin{aligned}
&\left(\frac{9}{2}-10+\frac{1}{2}+\frac{49}{2}=\frac{39}{2}\right)m^4\varepsilon'^2+\left(\frac{81}{32}+\frac{81}{32}-\frac{1125}{32}+\frac{1225}{32}+\frac{225}{32}=\frac{487}{32}\right)m^2e^2\varepsilon'^2\\
&+\frac{25}{8}b^4\varepsilon'^2+\left(\frac{931}{4}+\frac{19}{12}-\frac{95}{3}-\frac{95}{3}=\frac{513}{3}\right)m^5\varepsilon'^2\\
&+\left(\frac{15}{8}+\frac{15}{8}-\frac{3}{8}-\frac{49}{8}=-\frac{11}{4}\right)m^3\gamma^2\varepsilon'^2-\frac{225}{8}mb^4\varepsilon'^2\\
&+\left(\frac{7101}{128}+\frac{10449}{128}+\frac{75}{8}+\frac{75}{8}-\frac{975}{16}-\frac{19273}{128}-\frac{15}{8}-\frac{245}{8}-\frac{195}{128}+\frac{55265}{128}=\frac{43785}{128}\right)m^3e^2\varepsilon'^2\\
&+\left(-\frac{1755}{8}-\frac{1099}{9}-\frac{1805}{18}-\frac{640}{9}+\frac{317}{72}+\frac{361}{288}+\frac{7021}{8}+\frac{17689}{32}=\frac{14771}{16}\right)m^6\varepsilon'^2\\
&+\left\{\begin{aligned}&\frac{156897}{512}-\frac{1521}{16}+\frac{622521}{2048}+\frac{819977}{512}+\frac{1347921}{2048}+\frac{5}{8}+\frac{475}{16}+\frac{475}{16}\\
&+\frac{785}{32}+\frac{2130125}{2048}-\frac{16705}{64}-\frac{979825}{2048}-\frac{405}{32}+\frac{113}{64}-\frac{95}{32}-\frac{6153}{64}-\frac{4655}{32}\\
&-\frac{269855}{512}+\frac{169}{2048}+\frac{81}{128}+\frac{734545}{512}+\frac{2493241}{2048}+\frac{3969}{128}=\frac{1045735}{256}\end{aligned}\right\}m^4e^2\varepsilon'^2\\
&+\left(\frac{81}{8}+\frac{81}{8}+\frac{25}{2}+\frac{13}{4}-\frac{1}{8}-\frac{861}{8}+\frac{289}{2}=\frac{291}{4}\right)m^4\varepsilon'^4\\
&+\left(\frac{119}{16}-\frac{45}{4}+\frac{95}{16}+\frac{95}{16}-\frac{31}{32}-\frac{19}{32}-\frac{917}{32}-\frac{931}{32}=-\frac{205}{4}\right)m^4\gamma^2\varepsilon'^2\\
&+\left(-\frac{729}{64}-\frac{729}{64}-\frac{225}{128}-\frac{225}{128}+\frac{225}{8}+\frac{225}{8}+\frac{45}{64}+\frac{245}{64}-\frac{45}{4}-\frac{245}{4}=-\frac{2433}{64}\right)m^3e^2\gamma^2\varepsilon'^2\\
&+\left\{\begin{aligned}&-\frac{81}{64}-\frac{81}{64}+\frac{81}{128}+\frac{81}{128}-\frac{1125}{128}+\frac{225}{128}\\
&+\frac{1225}{128}-\frac{10125}{128}+\frac{2025}{128}+\frac{11025}{128}=\frac{193}{8}\end{aligned}\right\}m^2e^4\varepsilon'^2\\
&+\left\{\begin{aligned}&\frac{729}{128}+\frac{729}{128}+\frac{729}{512}+\frac{729}{512}+\frac{5625}{128}+\frac{2925}{256}\\
&-\frac{225}{128}-\frac{21525}{128}+\frac{2025}{512}+\frac{65025}{512}=\frac{7845}{256}\end{aligned}\right\}m^2e^2\varepsilon'^4\\
&+\left(\frac{81}{128}+\frac{81}{128}-\frac{45}{128}+\frac{9}{128}+\frac{49}{128}-\frac{45}{128}+\frac{9}{128}+\frac{49}{128}=\frac{47}{32}\right)m^2\gamma^4\varepsilon'^2\\
&+\left(\frac{675}{64}+\frac{10605}{64}+\frac{225}{128}+\frac{2025}{32}=\frac{30885}{128}\right)m^2b^4\varepsilon'^2\\
&+\left(\frac{125}{8}+\frac{225}{32}+\frac{25}{32}=\frac{375}{16}\right)b^4e^2\varepsilon'^2+\frac{25}{4}b^4\varepsilon'^4-\frac{75}{16}b^4\gamma^2\varepsilon'^2+\frac{675}{16}m^4e^2(\varepsilon'^2-E''^2)
\end{aligned}\right\}$$

$$\cos cv \quad e \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{27}{4}-\frac{75}{4}-\frac{75}{4}-\frac{27}{4}+\frac{15}{4}+\frac{245}{4}=\frac{55}{2}\right) m^3 \varepsilon'^2+\frac{75}{8}\, b^4 \varepsilon'^2 \\ + \left\{ \begin{array}{l} \frac{2367}{32}-\frac{3483}{32}-\frac{65}{2}-\frac{475}{8}-\frac{1285}{16}-\frac{475}{8}+\frac{45}{4}+\frac{45}{4} \\ -\frac{13}{32}+\frac{95}{16}-\frac{9}{8}+\frac{11053}{32}+\frac{4655}{16}-\frac{441}{8}=\frac{5467}{16} \end{array} \right\} m^4 \varepsilon'^2 \\ +\left(\frac{1125}{64}-\frac{81}{32}-\frac{81}{32}+\frac{1125}{64}-\frac{3375}{64}-\frac{225}{32}-\frac{1225}{32}+\frac{675}{32}+\frac{3675}{32}=\frac{4351}{64}\right) m^2 e^2 \varepsilon'^2 \\ +\left(\frac{225}{64}+\frac{225}{64}-\frac{45}{32}-\frac{245}{32}=-\frac{65}{32}\right) m^2 \gamma^2 \varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos cv+c'mv \quad e\varepsilon' \left\{\left(\frac{35}{2}-\frac{15}{4}=\frac{55}{4}\right) m^3+\left(\frac{9}{4}+\frac{1579}{16}+\frac{665}{12}-\frac{95}{16}-\frac{257}{16}-\frac{63}{4}=\frac{5698}{48}\right) m^4\right\}$$

$$\cos cv-c'mv \quad e\varepsilon' \left\{\left(\frac{105}{4}-\frac{15}{2}=\frac{75}{4}\right) m^3+\left(\frac{13}{16}-\frac{95}{4}-\frac{63}{4}+\frac{1799}{16}+\frac{1995}{16}+\frac{9}{4}=\frac{3211}{16}\right) m^4\right\}$$

$$\cos 2Ev \quad \left(-2 . m^6-\frac{1125}{128} m^4 e^2-18 . m^4 \varepsilon'^2-\frac{225}{8} m^2 e^2 \varepsilon'^2\right) (^*)$$

$$\cos 2Ev+c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} -6 . m^4-\frac{135}{16} m^2 e^2-19 . m^5+\frac{9}{8} m^3 \gamma^2 \\ +\left(\frac{45}{8}-\frac{2313}{64}-\frac{11835}{128}-\frac{81}{16}=-\frac{16389}{128}\right) m^3 e^2 \\ +\left(\frac{585}{4}-\frac{128}{3}+2-7=\frac{1183}{12}\right) m^6 \\ + \left\{ \begin{array}{l} \frac{471}{32}+\frac{507}{8}-\frac{117579}{1024}-\frac{202773}{512}+\frac{3375}{256} \\ -\frac{2625}{128}-\frac{261495}{512}-\frac{297}{32}-\frac{10449}{128}=-\frac{1066743}{1024} \end{array} \right\} m^4 e^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev-c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} -6 . m^4+\frac{135}{16} m^2 e^2-19 . m^5+\frac{9}{8} m^3 \gamma^2 \\ +\left(\frac{45}{8}+\frac{81}{16}+\frac{2313}{64}+\frac{17415}{128}=\frac{23409}{128}\right) m^3 e^2 \\ +\left(\frac{585}{4}-\frac{128}{3}-14+1=\frac{1087}{12}\right) m^6 \\ + \left\{ \begin{array}{l} \frac{471}{32}+\frac{507}{8}+\frac{297}{32}+\frac{7101}{128}+\frac{117579}{1024} \\ -\frac{13125}{256}+\frac{1125}{128}+\frac{298377}{512}+\frac{533295}{512}=\frac{1883703}{1024} \end{array} \right\} m^4 e^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev+2c'mv \quad \varepsilon'^2 \left\{-9+3=-6\right\} m^4$$

(*) On a pris dans la page 236 les deux termes $-18 . m^4 \varepsilon'^2-\frac{225}{8} m^2 e^2 \varepsilon'^2$.

$\cos 2Ev - 2c'mv \quad \varepsilon'^2 \left\{ -9 - 21 = -30 \right\} m^4$

$\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ \left(\frac{9}{2} - \frac{45}{4} = -\frac{27}{4} \right) m^3 + \left(\frac{1161}{16} + \frac{57}{4} - \frac{771}{16} = \frac{309}{8} \right) m^4 \right\}$

$\cos 2Ev + c'mv + cv \quad e\varepsilon' \left\{ -\frac{9}{2} m^3 - \left(\frac{789}{16} + \frac{57}{4} - \frac{27}{4} = \frac{909}{16} \right) m^4 \right\}$

$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ -\left(\frac{9}{2} + \frac{45}{4} = \frac{63}{4} \right) m^3 - \left(\frac{789}{16} + \frac{57}{4} + \frac{771}{16} = \frac{447}{4} \right) m^4 \right\}$

$\cos 2Ev - c'mv + cv \quad e\varepsilon' \left\{ \frac{9}{2} m^3 + \left(\frac{1161}{16} + \frac{57}{4} + \frac{27}{4} = \frac{1497}{16} \right) m^4 \right\}.$

68. Maintenant, voici l'opération qui donne les termes correspondans qui entrent dans le développement de la fonction $8\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^3$, en observant qu'on a employé la valeur précédente de $4\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$, celle posée dans la pag. 236, et celle qui occupe les pages 770-774 du second volume.

Produits partiels de $8\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^3 = 2\frac{\delta u}{u_1} \times 4\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$

Multiplicateur			Produit
$2\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{3}{2} m^2\right)$..	$\cos 0v$	$\left(-18.\, m^6 \varepsilon'^2 - \frac{225}{8} m^4 e^2 \varepsilon'^2\right)$
$2\cos cv + c'mv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{9}{8} m\right)$..	$\cos 0v$	$\left(-\frac{495}{32} m^4 e^2 \varepsilon'^2\right)$
$2\cos cv - c'mv$	$e\varepsilon'\left(\frac{9}{8} m\right)$..	$\cos 0v$	$\left(\frac{675}{32} m^4 e^2 \varepsilon'^2\right)$
$2\cos 2Ev$	(m^2)	$\cos 0v$	$\left(-18.\, m^6 \varepsilon'^2 - \frac{225}{8} m^4 e^2 \varepsilon'^2\right)$
		$\cos 2Ev$	$\left(4.\, m^6 + \frac{225}{16} m^4 e^2\right)$
		$\cos 2Ev + c'mv$	$\varepsilon'\left(12.\, m^6 + \frac{75}{4} m^4 e^2\right)$
		$\cos 2Ev - c'mv$	$\varepsilon'\left(12.\, m^6 + \frac{75}{4} m^4 e^2\right)$
		$\cos 2Ev$	$\left(2.\, m^6\right)$
		$\cos 2Ev + c'mv$	$\varepsilon'\left(-2.\, m^6\right)$
		$\cos 2Ev - c'mv$	$\varepsilon'\left(14.\, m^6\right)$

$$2\cos 2Ev - cv \quad e\left(\frac{15}{8}m\right) \,.. \begin{cases} \cos 0v & \left(\frac{45}{8}m^4e^2\varepsilon'^2\right) \\ \cos 2Ev & \left(\frac{225}{16}m^4e^2\right) \\ \cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon' & \left(\frac{825}{32}m^4e^2\right) \\ \cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon' & \left(\frac{1125}{32}m^4e^2\right) \\ \cos 2Ev & \left(\frac{225}{16}m^4e^2\right) \\ \cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon' & \left(-\frac{675}{32}m^4e^2\right) \\ \cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon' & \left(\frac{2625}{32}m^4e^2\right) \end{cases}$$

$$2\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{1}{2}m^2\right) \,.. \begin{cases} \cos 0v & \left(8.\,m^6\varepsilon'^2 + \frac{135}{32}m^4e^2\varepsilon'^2\right) \\ \cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon' & \left(-2.\,m^6 - \frac{225}{32}m^4e^2\right) \\ \cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon' & \left(-m^6\right) \end{cases}$$

$$2\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{7}{2}m^2\right) \,.. \begin{cases} \cos 0v & \left(-21.\,m^6\varepsilon'^2 + \frac{945}{32}m^4e^2\varepsilon'^2\right) \\ \cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon' & \left(14.\,m^6 + \frac{1575}{32}m^4e^2\right) \\ \cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon' & \left(7.\,m^6\right) \end{cases}$$

$$2\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{15}{8}m\right) \,.. \begin{cases} \cos 0v & \left(\frac{405}{32}m^4e^2\varepsilon'^2\right) \\ \cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon' & \left(-\frac{225}{16}m^4e^2\right) \\ \cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon' & \left(-\frac{225}{16}m^4e^2\right) \end{cases}$$

$$2\cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{35}{8}m\right) \,.. \begin{cases} \cos 0v & \left(-\frac{2205}{32}m^4e^2\varepsilon'^2\right) \\ \cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon' & \left(\frac{525}{16}m^4e^2\right) \\ \cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon' & \left(\frac{525}{16}m^4e^2\right). \end{cases}$$

En réunissant ces produits partiels, on aura

$$8\left(\frac{\delta u}{u_{,}}\right)^3=$$

$$\cos 0v \left\{\begin{array}{l} -\left(18+18+21-3=54\right)m^6\varepsilon'^2 \\ +\left(\frac{675}{32}-\frac{405}{32}-\frac{225}{8}+\frac{45}{8}+\frac{135}{32}+\frac{945}{32}+\frac{405}{32}-\frac{2205}{32}-\frac{225}{8}=-\frac{135}{2}\right)m^4e^2\varepsilon'^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev \quad \left\{\left(2+4=6\right)m^6+\left(\frac{225}{16}+\frac{225}{16}+\frac{225}{16}=\frac{675}{16}\right)m^4e^2\right\}$$

$$\cos 2Ev+c'mv \quad \varepsilon'\left\{\begin{array}{l} \left(12-2-2+7=15\right)m^6 \\ +\left(\frac{75}{4}+\frac{825}{32}-\frac{675}{32}-\frac{225}{32}-\frac{225}{16}+\frac{525}{16}=\frac{1125}{32}\right)m^4e^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev-c'mv \quad \varepsilon'\left\{\begin{array}{l} \left(12+14-1+14=39\right)m^6 \\ +\left(\frac{75}{4}+\frac{1125}{32}+\frac{2625}{32}+\frac{1575}{32}-\frac{225}{16}+\frac{525}{16}=\frac{6525}{32}\right)m^4e^2 \end{array}\right\}$$

Cela posé on obtiendra sans difficulté ;

$$A=2\frac{\delta u}{u_{,}}-3\left(\frac{\delta u}{u_{,}}\right)^2+4\left(\frac{\delta u}{u_{,}}\right)^3=$$

$$\cos 0v \left\{\begin{array}{l} -\frac{117}{8}m^4\varepsilon'^2-\frac{1461}{128}m^2e^2\varepsilon'^2-\frac{75}{32}b^4\varepsilon'^2-\frac{543}{4}m^5\varepsilon'^2+\frac{33}{16}m^3\gamma^2\varepsilon'^2-\frac{131355}{512}m^3e^2\varepsilon'^2 \\ +\frac{675}{32}mb^4\varepsilon'^2-\left(\frac{44313}{64}+27=\frac{46041}{64}\right)m^6\varepsilon'^2+\frac{615}{16}m^4\gamma^2\varepsilon'^2 \\ -\left(\frac{3137205}{1024}+\frac{135}{4}=\frac{3171765}{1024}\right)m^4e^2\varepsilon'^2+\frac{7299}{256}m^2e^2\gamma^2\varepsilon'^2-\frac{579}{32}m^2e^4\varepsilon'^2 \\ -\frac{141}{128}m^2\gamma^4\varepsilon'^2-\frac{92655}{512}m^2b^4\varepsilon'^2-\frac{1125}{64}b^4e^2\varepsilon'^2+\frac{225}{64}b^4\gamma^2\varepsilon'^2-\frac{873}{16}m^4\varepsilon'^4 \\ -\frac{23535}{1024}m^2e^2\varepsilon'^4-\frac{75}{16}b^4\varepsilon'^4-\frac{2025}{64}m^4e^2\left(\varepsilon'^2-E'^2\right) \end{array}\right\}$$

$$\cos cv \quad e\left\{\begin{array}{l} -\frac{165}{8}m^3\varepsilon'^2-\frac{16401}{64}m^4\varepsilon'^2-\left(\frac{13053}{256}+\frac{3}{4}=\frac{13245}{256}\right)m^2e^2\varepsilon'^2 \\ +\frac{495}{128}m^2\gamma^2\varepsilon'^2-\frac{225}{32}b^4\varepsilon'^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev \left\{-\left(\frac{1099}{18}-\frac{27}{2}=\frac{428}{9}\right)m^4\varepsilon'^2+\left(\frac{675}{32}+\frac{5}{16}=\frac{685}{32}\right)m^2e^2\varepsilon'^2+\frac{119}{32}m^2\varepsilon'^2\gamma^2+\frac{13}{8}m^2\varepsilon'^4\right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \left(\frac{57}{4} - \frac{2171}{216} = \frac{907}{216} \right) m^5 + \left(\frac{40167}{512} - \frac{55259}{768} = \frac{36983}{1536} \right) m^3 e^2 \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \left(\frac{57}{4} + \frac{3203}{8} = \frac{3317}{8} \right) m^5 - \left(\frac{1811}{256} + \frac{70227}{512} = \frac{73849}{512} \right) m^3 e^2 \right\}.$$

Sur quoi il faut observer, que le terme affecté de l'argument $2Ev$ est nécessaire pour la formation du produit AB, qu'on donnera plus bas (Voyez p. 310); et que les termes affectés des deux argumens $2Ev + c'mv$, $2Ev - c'mv$ sont conservés dans cette valeur partielle de A, afin d'avoir dans l'expression de δnt, que nous allons former, les termes du *sixième* ordre, qui font partie du coefficient de chacun de ces deux argumens. On prévient par là le besoin que nous aurons de ces termes de la fonction δnt, dans le paragraphe suivant, où il sera question du développement ultérieur du coefficient de l'argument $c'mv$.

69. Cherchons actuellement les termes analogues qui appartiennent à la fonction désignée par B.

Produits partiels de $\left(-m^2 \int R_1 dv\right)^2$

On prendra les termes de cette fonction dans les pages 743-747 du second volume, et 123-125 de celui-ci. Il suffit d'indiquer les argumens des multiplicateurs.

Multiplicateur Produit

$$2\cos 2Ev \ldots\ldots \begin{cases} \cos ov & \left\{ \begin{array}{l} \frac{225}{128} m^4 \varepsilon'^4 - \frac{45}{32} m^4 \varepsilon'^2 - \frac{45}{32} m^5 \varepsilon'^2 - \frac{45}{8} m^6 \varepsilon'^2 - \frac{45}{16} m^4 e^2 \varepsilon'^2 \\ + \frac{117}{256} m^4 \varepsilon'^4 - \frac{45}{32} m^5 \varepsilon'^2 - \frac{45}{32} m^6 \varepsilon'^2 - \frac{45}{32} m^6 \varepsilon'^2 - \frac{45}{16} m^4 e^2 \varepsilon'^2 \end{array} \right\} \\ \cos cv & e\left(\frac{45}{8} m^4 \varepsilon'^2 + \frac{45}{8} m^4 \varepsilon'^2 \right) \\ \cos cv & e\left(\frac{15}{8} m^4 \varepsilon'^2 + \frac{15}{8} m^4 \varepsilon'^2 \right) \end{cases}$$

$$2\cos 2Ev - cv \ldots \left\{ \cos ov \quad \left(-\frac{45}{2} m^4 e^2 \varepsilon'^2 \right) \right.$$

$$2\cos 2Ev + cv \ldots \left\{ \cos ov \quad \left(-\frac{5}{2} m^4 e^2 \varepsilon'^2 \right) \right.$$

$$2\cos 2Ev - c'mv \ldots \begin{cases} \cos 0v & \left\{ \begin{array}{l} \frac{441}{128} m^4 \varepsilon'^2 + \frac{1828}{128} m^5 \varepsilon'^2 + \frac{6993}{256} m^6 \varepsilon'^2 \\ + \frac{441}{32} m^4 e^2 \varepsilon'^2 - \frac{7749}{512} m^4 \varepsilon'^4 + \frac{3969}{512} m^6 \varepsilon'^2 \end{array} \right\} \\ \cos cv & e\left(-\frac{147}{16} m^4 \varepsilon'^2\right) \\ \cos cv & e\left(-\frac{441}{16} m^4 \varepsilon'^2\right) \end{cases}$$

$$2\cos 2Ev + c'mv \ldots \begin{cases} \cos 0v & \left\{ \begin{array}{l} \frac{9}{128} m^4 \varepsilon'^2 + \frac{9}{128} m^5 \varepsilon'^2 + \frac{9}{256} m^6 \varepsilon'^4 \\ + \frac{9}{32} m^4 e^2 \varepsilon'^2 - \frac{9}{512} m^4 \varepsilon'^4 + \frac{9}{512} m^6 \varepsilon'^2 \end{array} \right\} \\ \cos cv & e\left(-\frac{3}{16} m^4 \varepsilon'^2\right) \\ \cos cv & e\left(-\frac{9}{16} m^4 \varepsilon'^2\right) \end{cases}$$

$$2\cos 2Ev - 2c'mv \ldots \left\{ \cos 0v \quad \left(\frac{2601}{128} m^4 \varepsilon'^4\right) \right.$$

$$2\cos 2Ev - 2cv \ldots \left\{ \cos 0v \quad \left(-\frac{1125}{128} m^2 e^4 \varepsilon'^2\right) \right.$$

$$2\cos 2Ev - 2gv \ldots \left\{ \cos 0v \quad \left(-\frac{45}{128} m^2 \gamma^4 \varepsilon'^2\right) \right.$$

$$2\cos 2Ev + c'mv + cv \ldots \left\{ \cos 0v \quad \left(\frac{1}{8} m^4 e^2 \varepsilon'^2\right) \right.$$

$$2\cos 2Ev + c'mv - cv \ldots \left\{ \cos 0v \quad \left(\frac{9}{8} m^4 e^2 \varepsilon'^2\right) \right.$$

$$2\cos 2Ev - c'mv + cv \ldots \left\{ \cos 0v \quad \left(\frac{49}{8} m^4 e^2 \varepsilon'^2\right) \right.$$

$$2\cos 2Ev - c'mv - cv \ldots \left\{ \cos 0v \quad \left(\frac{441}{8} m^4 e^2 \varepsilon'^2\right) \right.$$

$$2\cos 2Ev + c'mv - 2cv \ldots \left\{ \cos 0v \quad \left(\frac{225}{128} m^2 e^4 \varepsilon'^2\right) \right.$$

$$2\cos 2Ev - c'mv - 2cv \ldots \left\{ \cos 0v \quad \left(\frac{1225}{128} m^2 e^4 \varepsilon'^2\right) \right.$$

$$2\cos 2Ev + c'mv - 2gv \ldots \left\{ \cos 0v \quad \left(\frac{9}{128} m^2 \gamma^4 \varepsilon'^2\right) \right.$$

$$2\cos 2Ev - c'mv - 2gv \ldots \left\{ \cos 0v \quad \left(\frac{49}{128} m^2 \gamma^4 \varepsilon'^2\right) \right.$$

$$2\cos Ev + c'mv - cv \ldots \left\{ \cos 0v \quad \left(\frac{25}{32} b^4 e^2 \varepsilon'^2\right). \right.$$

La réunion de ces termes donne

$$\left(-m^2\int R_1 dv\right)^2 =$$

$$\cos 0v \left\{\begin{array}{l} \left(\frac{441}{128}-\frac{45}{32}+\frac{9}{128}=\frac{135}{64}\right)m^4\varepsilon'^2+\left(\frac{9}{128}+\frac{1323}{128}-\frac{45}{32}-\frac{45}{32}=\frac{243}{32}\right)m^5\varepsilon'^2 \\ +\left(\frac{6993}{256}-\frac{45}{8}-\frac{45}{32}-\frac{45}{32}+\frac{3969}{512}+\frac{9}{256}+\frac{9}{512}=\frac{6831}{256}\right)m^6\varepsilon'^2 \\ +\left(\frac{441}{32}-\frac{45}{16}-\frac{45}{16}-\frac{45}{2}-\frac{5}{2}+\frac{9}{32}+\frac{1}{8}+\frac{9}{8}+\frac{49}{8}+\frac{441}{8}=\frac{735}{16}\right)m^4e^2\varepsilon'^2 \\ +\left(\frac{1225}{128}+\frac{225}{128}-\frac{1125}{128}=\frac{325}{128}\right)m^2e^4\varepsilon'^2+\left(\frac{49}{128}+\frac{9}{128}-\frac{45}{128}=\frac{13}{128}\right)m^2\gamma^4\varepsilon'^2 \\ +\frac{25}{32}b^4e^2\varepsilon'^2+\left(\frac{225}{128}+\frac{117}{256}-\frac{7749}{512}-\frac{9}{512}+\frac{2601}{128}=\frac{945}{128}\right)m^4\varepsilon'^4 \end{array}\right\}$$

$$\cos cv\; e\left\{\frac{45}{8}+\frac{45}{8}+\frac{15}{8}+\frac{15}{8}-\frac{147}{16}-\frac{411}{16}-\frac{3}{16}-\frac{9}{16}=-\frac{45}{2}\right\}m^4\varepsilon'^2$$

Mais en prenant $\mu^2=m^2+3m^4(\varepsilon'^2-E'^2)$ (Voyez p. 285), et consultant les pages 123, 124, 256, on obtient

$$-\mu^2.\int R_1 dv =$$

$$\begin{array}{ll} \cos cv & e\left(-\frac{165}{8}m^3\varepsilon'^2-\frac{15465}{64}m^4\varepsilon'^2\right) \\ \cos 2Ev & \left\{-\frac{15}{2}m^4\varepsilon'^2-\frac{15}{4}m^2e^2\varepsilon'^2+\frac{39}{64}m^2\varepsilon'^4+\frac{9}{4}m^4(\varepsilon'^2-E'^2)\right\} \\ \cos 2Ev+c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{3}{64}m^5-\frac{3}{8}m^3e^2\right) \\ \cos 2Ev-c'mv & \varepsilon'\left(\frac{999}{64}m^5+\frac{63}{8}m^3e^2\right) \end{array}$$

donc en réunissant ces deux fonctions on aura la valeur cherchée de B; savoir

$$-B=-\mu^2.\int R_1 dv-\frac{3}{2}\mu^4\left(\int R_1 dv\right)^2=$$

$$\begin{array}{ll} \cos 0v & \left\{\begin{array}{l} -\frac{405}{128}m^4\varepsilon'^2-\frac{729}{64}m^5\varepsilon'^2-\frac{20493}{512}m^6\varepsilon'^2-\frac{2205}{32}m^4e^2\varepsilon'^2 \\ -\frac{975}{256}m^2e^4\varepsilon'^2-\frac{39}{256}m^2\gamma^4\varepsilon'^2-\frac{75}{64}b^4e^2\varepsilon'^2-\frac{2835}{256}m^4\varepsilon'^4 \end{array}\right\} \\ \cos cv & e\left\{-\frac{165}{8}m^3\varepsilon'^2-\left(\frac{15465}{64}-\frac{135}{4}=\frac{13305}{64}\right)m^4\varepsilon'^2\right\} \\ \cos 2Ev & \left\{-\frac{15}{2}m^4\varepsilon'^2-\frac{15}{4}m^2e^2\varepsilon'^2+\frac{39}{64}m^2\varepsilon'^4+\frac{9}{4}m^4(\varepsilon'^2-E'^2)\right\} \\ \cos 2Ev+c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{3}{64}m^5-\frac{3}{8}m^3e^2\right) \\ \cos 2Ev-c'mv & \varepsilon'\left(\frac{999}{64}m^5+\frac{63}{8}m^3e^2\right). \end{array}$$

70. Voici maintenant les

Produits partiels de la fonction BA

On prendra les termes des deux facteurs dans les pag. 751, 775-785 du second volume, et dans les pag. 306, 309, 124 de celui-ci.

Multiplicateur | Produit

$$2\cos c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{219}{32}m^4+\frac{3}{16}m^2\gamma^2+\frac{75}{16}m^2e^2\right)\ldots\left\{\cos ov \quad \left(-\frac{657}{32}m^6\varepsilon'^2-\frac{9}{16}m^4\gamma^2\varepsilon'^2-\frac{225}{16}m^4e^2\varepsilon'^2\right)\right.$$

$$2\cos cv-c'mv \quad e\varepsilon'\left(\frac{225}{32}m^3\right)\ldots\ldots\left\{\cos ov \quad \left(\frac{2025}{128}m^4e^2\varepsilon'^2\right)\right.$$

$$2\cos cv+c'mv \quad e\varepsilon'\left(\frac{165}{32}m^3\right)\ldots\ldots\left\{\cos ov \quad \left(-\frac{1485}{128}m^4e^2\varepsilon'^2\right)\right.$$

$$\text{Multiplicateur}\ldots 2\cos 2Ev\left\{\begin{array}{l}-\frac{3}{8}m^2-\frac{3}{8}m^3-\frac{3}{8}m^4-\frac{3}{4}m^2e^2+\frac{15}{16}m^2\varepsilon'^2+\frac{15}{16}m^3\varepsilon'^2\\+\frac{15}{4}m^4\varepsilon'^2+\frac{15}{8}m^2e^2\varepsilon'^2-\frac{39}{128}m^2\varepsilon'^4-\frac{9}{8}m^4(\varepsilon'^2-E'^2)\end{array}\right\}.$$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{ll}\cos ov & \left(\begin{array}{l}\frac{15}{8}m^4\varepsilon'^2+\frac{95}{16}m^5\varepsilon'^2-\frac{225}{128}m^3e^2\varepsilon'^2-\frac{45}{128}m^3\varepsilon'^2\gamma^2+\frac{107}{6}m^6\varepsilon'^2\\-\frac{2055}{256}m^4e^2\varepsilon'^2-\frac{357}{256}m^4\varepsilon'^2\gamma^2-\frac{39}{64}m^4\varepsilon'^4+\frac{15}{8}m^5\varepsilon'^2+\frac{95}{16}m^6\varepsilon'^2\\-\frac{225}{128}m^4e^2\varepsilon'^2-\frac{45}{128}m^4\varepsilon'^2\gamma^2+\frac{15}{8}m^6\varepsilon'^2+\frac{15}{4}m^4e^2\varepsilon'^2+\frac{15}{8}m^4\varepsilon'^2\\+\frac{95}{16}m^5\varepsilon'^2-\frac{45}{128}m^3\varepsilon'^2\gamma^2-\frac{225}{128}m^3e^2\varepsilon'^2+\frac{40}{8}m^6\varepsilon'^2-\frac{75}{16}m^4\varepsilon'^4\\-\frac{2355}{512}m^4e^2\varepsilon'^2-\frac{525}{512}m^4\varepsilon'^2\gamma^2+\frac{15}{8}m^5\varepsilon'^2+\frac{95}{16}m^6\varepsilon'^2-\frac{45}{128}m^4\gamma^2\varepsilon'^2\\-\frac{225}{128}m^4e^2\varepsilon'^2+\frac{15}{2}m^6\varepsilon'^2+\frac{15}{4}m^4e^2\varepsilon'^2-\frac{39}{64}m^4\varepsilon'^4-\frac{9}{4}m^6(\varepsilon'^2-E'^2)\end{array}\right)\\ \cos cv & e\left\{\begin{array}{l}\frac{225}{64}m^3\varepsilon'^2+\frac{195}{32}m^4\varepsilon'^2+\frac{225}{64}m^4\varepsilon'^2\\+\frac{225}{64}m^3\varepsilon'^2+\frac{3855}{256}m^4\varepsilon'^2+\frac{225}{64}m^4\varepsilon'^2\end{array}\right\}\\ \cos cv & e\left\{-\frac{135}{64}m^4\varepsilon'^2-\frac{135}{64}m^4\varepsilon'^2\right\}\\ \cos 2Ev+c'mv & \varepsilon'\left(\frac{9}{8}m^3\right)\\ \cos 2Ev-c'mv & \varepsilon'\left(\frac{9}{8}m^3\right)\end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev - cv \quad e\left(\frac{3}{2}m^2 + \frac{9}{2}m^3 - \frac{15}{4}m^2\varepsilon'^2 - \frac{9}{2}m^3\varepsilon'^2\right)$

$$\text{Produit}\begin{cases} \cos 0v & \left\{\begin{array}{l} -\frac{225}{16}m^3e^2\varepsilon'^2 - \frac{195}{8}m^4e^2\varepsilon'^2 - \frac{675}{16}m^4e^2\varepsilon'^2 \\ -\frac{225}{16}m^3e^2\varepsilon'^2 - \frac{3855}{64}m^4e^2\varepsilon'^2 - \frac{135}{8}m^4e^2\varepsilon'^2 \end{array}\right\} \\ \cos cv & e\left(-\frac{15}{2}m^4\varepsilon'^2 - \frac{15}{2}m^4\varepsilon'^2\right) \\ \cos 2Ev + c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{27}{8}m^3e^2\right) \\ \cos 2Ev - c'mv & \varepsilon'\left(\frac{27}{8}m^3e^2\right) \end{cases}$$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev + cv \quad e\left(\frac{1}{2}m^2 - \frac{5}{4}m^2\varepsilon'^2\right)$

$$\text{Produit}\begin{cases} \cos 0v & \left(\frac{45}{16}m^4e^2\varepsilon'^2 + \frac{45}{16}m^4e^2\varepsilon'^2\right) \\ \cos cv & e\left(-\frac{5}{2}m^4\varepsilon'^2 - \frac{5}{2}m^4\varepsilon'^2\right) \\ \cos 2Ev - c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{9}{8}m^3e^2\right) \\ \cos 2Ev + c'mv & \varepsilon'\left(\frac{9}{8}m^3e^2\right) \end{cases}$$

Multiplicateur... $2\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{21}{16}m^2 - \frac{63}{32}m^3 - \frac{383}{64}m^4 - \frac{21}{8}m^2e^2 + \frac{869}{128}m^2\varepsilon'^2\right)$

$$\text{Produit}\begin{cases} \cos 0v & \left\{\begin{array}{l} -\frac{147}{16}m^4\varepsilon'^2 - \frac{441}{32}m^5\varepsilon'^2 - \frac{2331}{64}m^6\varepsilon'^2 - \frac{147}{8}m^4e^2\varepsilon'^2 + \frac{2583}{128}m^4\varepsilon'^4 \\ -\frac{2793}{64}m^5\varepsilon'^2 - \frac{8379}{128}m^6\varepsilon'^2 + \frac{735}{128}m^3e^2\varepsilon'^2 + \frac{2205}{256}m^4e^2\varepsilon'^2 + \frac{147}{128}m^3\gamma^2\varepsilon'^2 \\ +\frac{441}{256}m^4\gamma^2\varepsilon'^2 - \frac{21819}{128}m^6\varepsilon'^2 + \frac{6741}{256}m^4e^2\varepsilon'^2 + \frac{2751}{512}m^4\gamma^2\varepsilon'^2 + \frac{2583}{128}m^4\varepsilon'^4 \end{array}\right\} \\ \cos cv & e\left\{-\frac{735}{64}m^3\varepsilon'^2 - \frac{33159}{512}m^4\varepsilon'^2 - \frac{2205}{128}m^4\varepsilon'^2\right\} \\ \cos cv & e\left(\frac{1323}{128}m^4\varepsilon'^2\right) \end{cases}$$

Multiplicateur... $2\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{3}{16}m^2 + \frac{3}{32}m^3 + \frac{3}{64}m^4 + \frac{3}{8}m^2e^2 - \frac{3}{128}m^2\varepsilon'^2\right)$

Produit

$$\cos ov \left\{\begin{array}{l} -\frac{3}{16}m^4\varepsilon'^2 - \frac{3}{32}m^5\varepsilon'^2 - \frac{3}{64}m^6\varepsilon'^2 - \frac{3}{8}m^4e^2\varepsilon'^2 + \frac{3}{128}m^4\varepsilon'^4 - \frac{19}{64}m^5\varepsilon'^2 \\ -\frac{19}{128}m^6\varepsilon'^2 + \frac{45}{128}m^3e^2\varepsilon'^2 + \frac{45}{256}m^4e^2\varepsilon'^2 + \frac{9}{128}m^3\gamma^2\varepsilon'^2 + \frac{9}{256}m^4\gamma^2\varepsilon'^2 \\ +\frac{7}{384}m^6\varepsilon'^2 + \frac{219}{256}m^4e^2\varepsilon'^2 + \frac{93}{512}m^4\gamma^2\varepsilon'^2 + \frac{3}{128}m^4\varepsilon'^4 \end{array}\right\}$$

$$\cos cv \quad e\left\{-\frac{45}{64}m^3\varepsilon'^2 + \frac{39}{512}m^4\varepsilon'^2 - \frac{45}{128}m^4\varepsilon'^2\right\}$$

$$\cos cv \quad e\left(\frac{27}{128}m^4\varepsilon'^2\right)$$

Multiplicateur	Produit
$2\cos 2Ev - 2c'mv \quad \varepsilon'^2\left(-\frac{51}{16}m^2\right)$	$\cos ov \quad \left(-\frac{867}{16}m^4\varepsilon'^4\right)$
$2\cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left(\frac{15}{16}m - \frac{75}{32}m\varepsilon'^2\right)$...	$\cos cv \quad e\left(-\frac{1125}{128}m^2e^2\varepsilon'^2\right)$
	$\cos ov \quad \left(-\frac{3375}{256}m^2e^4\varepsilon'^2 - \frac{3375}{256}m^2e^4\varepsilon'^2\right)$
$2\cos 2Ev - 2gv \quad \gamma^2\left(\frac{3}{16}m - \frac{15}{32}m\varepsilon'^2\right)$...	$\cos ov \quad \left(-\frac{45}{256}m^2\gamma^4\varepsilon'^2 - \frac{45}{256}m^2\gamma^4\varepsilon'^2\right)$

Multiplicateur .... $2\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{3}{4}m^2 + \frac{9}{16}m^3\right)$

Produit

$$\cos cv \quad e\left(\frac{3}{4}m^4\varepsilon'^2\right)$$

$$\cos ov \quad \left(\frac{45}{16}m^3e^2\varepsilon'^2 - \frac{39}{128}m^4e^2\varepsilon'^2 - \frac{135}{64}m^4e^2\varepsilon'^2\right)$$

Multiplicateur .... $2\cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{21}{4}m^2 + \frac{351}{16}m^3\right)$

Produit

$$\cos cv \quad e\left(\frac{147}{4}m^4\varepsilon'^2\right)$$

$$\cos ov \quad \left(\frac{735}{16}m^3e^2\varepsilon'^2 + \frac{33159}{128}m^4e^2\varepsilon'^2 + \frac{12285}{64}m^4e^2\varepsilon'^2\right)$$

Multiplicateur — Produit

$$2\cos 2Ev + c'mv + cv \quad ee'\left(-\frac{1}{4}m^2\right)\ldots\ldots\begin{cases}\cos ov & \left(-\frac{9}{32}m^4e^2\varepsilon'^2\right)\\ \cos cv & e\left(\frac{1}{4}m^4\varepsilon'^2\right)\end{cases}$$

$$2\cos 2Ev - c'mv + cv \quad ee'\left(\frac{7}{4}m^2\right)\ldots\ldots\begin{cases}\cos ov & \left(-\frac{441}{32}m^4e^2\varepsilon'^2\right)\\ \cos cv & e\left(\frac{49}{4}m^4\varepsilon'^2\right)\end{cases}$$

$$2\cos 2Ev + c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon'\left(-\frac{15}{16}m\right)\ldots\ldots\begin{cases}\cos ov & \left(\frac{675}{128}m^3e^4\varepsilon'^2\right)\\ \cos cv & e\left(\frac{225}{64}m^3e^2\varepsilon'^2\right)\end{cases}$$

$$2\cos 2Ev - c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon'\left(\frac{85}{16}m\right)\ldots\ldots\begin{cases}\cos ov & \left(\frac{3675}{128}m^3e^4\varepsilon'^2\right)\\ \cos cv & e\left(\frac{1225}{64}m^3e^2\varepsilon'^2\right)\end{cases}$$

$$2\cos 2Ev + c'mv - 2gv \quad \gamma^2\varepsilon'\left(-\frac{3}{16}m\right)\ldots\ldots\left\{\cos ov \quad \left(\frac{9}{128}m^3\gamma^4\varepsilon'^2\right)\right.$$

$$2\cos 2Ev - c'mv - 2gv \quad \gamma^2\varepsilon'\left(\frac{7}{16}m\right)\ldots\ldots\left\{\cos ov \quad \left(\frac{49}{128}m^3\gamma^4\varepsilon'^2\right)\right.$$

$$2\cos Ev + c'mv \quad \varepsilon'b^2\left(-\frac{3}{16}m^2\right)\ldots\ldots\left\{\cos ov \quad \left(-\frac{15}{32}m^3b^4\varepsilon'^2\right)\right.$$

$$2\cos Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'b^2\left(\frac{5}{8}\right)\ldots\ldots\left\{\cos ov \quad \left(\frac{75}{32}b^4e^2\varepsilon'^2\right).\right.$$

La réunion de ces produits partiels donne

$$AB=$$

$$\cos ov \left\{\begin{array}{l}
\left(\frac{15}{8}+\frac{15}{8}-\frac{147}{16}-\frac{3}{16}=-\frac{45}{8}\right)m^4\varepsilon'^2 \\
+\left(\frac{95}{16}+\frac{15}{8}+\frac{95}{16}+\frac{15}{8}-\frac{441}{32}-\frac{2793}{64}-\frac{3}{32}-\frac{19}{64}=-\frac{675}{16}\right)m^5\varepsilon'^2 \\
+\left(-\frac{225}{128}-\frac{225}{128}-\frac{225}{16}-\frac{225}{16}+\frac{735}{128}+\frac{45}{128}+\frac{45}{16}+\frac{735}{16}=\frac{1485}{64}\right)m^3e^2\varepsilon'^2 \\
+\left(-\frac{45}{128}-\frac{45}{128}+\frac{147}{128}+\frac{9}{128}=\frac{33}{64}\right)m^3\varepsilon'^2\gamma^2 \\
+\left\{\begin{array}{l}\frac{107}{6}-\frac{657}{32}+\frac{95}{16}+\frac{15}{8}+\frac{40}{3}+\frac{95}{16}+\frac{15}{2}-\frac{2331}{64} \\ -\frac{8379}{128}-\frac{21819}{128}-\frac{3}{64}-\frac{19}{128}+\frac{7}{384}=-\frac{23101}{96}\end{array}\right\}m^6\varepsilon'^2 \\
+\left\{\begin{array}{l}\frac{2025}{128}-\frac{225}{16}-\frac{1485}{128}-\frac{2055}{256}-\frac{225}{128}+\frac{15}{4}-\frac{2355}{512}-\frac{225}{128}+\frac{15}{4} \\ -\frac{195}{8}-\frac{675}{16}-\frac{3855}{64}-\frac{135}{8}+\frac{45}{16}+\frac{45}{16}-\frac{147}{8}+\frac{2205}{256}+\frac{6741}{256}-\frac{3}{8} \\ +\frac{45}{256}+\frac{219}{256}-\frac{39}{128}-\frac{135}{64}+\frac{33159}{128}+\frac{12285}{64}-\frac{9}{32}-\frac{441}{32}=\frac{151155}{512}\end{array}\right\}m^4e^2\varepsilon'^2 \\
+\left(-\frac{9}{16}-\frac{357}{256}-\frac{45}{128}-\frac{525}{512}-\frac{45}{128}+\frac{441}{256}+\frac{2751}{512}+\frac{9}{256}+\frac{93}{512}=\frac{1857}{512}\right)m^4\gamma^2\varepsilon'^2 \\
+\left(-\frac{39}{64}-\frac{75}{16}-\frac{39}{64}+\frac{2583}{128}+\frac{2583}{128}+\frac{3}{128}+\frac{3}{128}-\frac{867}{16}=-\frac{315}{16}\right)m^4\varepsilon'^4 \\
+\left(\frac{675}{128}-\frac{3375}{256}-\frac{3375}{256}+\frac{3675}{128}=\frac{975}{128}\right)m^2e^4\varepsilon'^2-\frac{15}{32}m^2b^4\varepsilon'^2+\frac{75}{32}b^4e^2\varepsilon'^2 \\
+\left(\frac{9}{128}+\frac{49}{128}-\frac{45}{256}-\frac{45}{256}=\frac{13}{128}\right)m^2\gamma^4\varepsilon'^2-\frac{9}{4}m^6(\varepsilon'^2-E'^2)
\end{array}\right\}$$

$$\cos cv\ c \left\{\begin{array}{l}
\left(\frac{225}{64}+\frac{225}{64}-\frac{735}{64}-\frac{45}{64}=-\frac{165}{32}\right)m^3\varepsilon'^2 \\
+\left\{\begin{array}{l}\frac{195}{32}+\frac{225}{64}+\frac{3855}{256}+\frac{225}{64}-\frac{135}{64}-\frac{135}{64}-\frac{15}{2} \\ -\frac{15}{2}-\frac{5}{2}-\frac{5}{2}-\frac{33159}{512}-\frac{2205}{128}+\frac{1323}{128}+\frac{39}{512} \\ -\frac{45}{128}+\frac{27}{128}+\frac{3}{4}+\frac{147}{4}+\frac{1}{4}+\frac{49}{4}=-\frac{4545}{256}\end{array}\right\}m^4\varepsilon'^2 \\
+\left(\frac{225}{64}-\frac{1125}{128}+\frac{1225}{64}=\frac{1775}{128}\right)m^3e^2\varepsilon'^2
\end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \frac{9}{8} m^3 - \left(\frac{27}{8} - \frac{9}{8} = \frac{9}{4} \right) m^3 e^2 \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \frac{9}{8} m^3 + \left(\frac{27}{8} - \frac{9}{8} = \frac{9}{4} \right) m^3 e^2 \right\}.$$

71. Cela posé, on trouvera

$$Y = A - B + AB =$$

$$\cos ov \left\{ \begin{array}{l}
-\left(\frac{405}{128}+\frac{117}{8}+\frac{45}{8}=\frac{2997}{128}\right) m^4 \varepsilon'^2 - \frac{1461}{128} m^2 e^2 \varepsilon'^2 - \frac{75}{32} b^4 \varepsilon'^2 \\
-\left(\frac{513}{4}+\frac{729}{64}+\frac{675}{16}=\frac{11637}{64}\right) m^5 \varepsilon'^2 + \frac{675}{32} m b^4 \varepsilon'^2 \\
-\left(\frac{131355}{512}-\frac{1485}{64}=\frac{119475}{512}\right) m^3 e^2 \varepsilon'^2 + \left(\frac{33}{16}+\frac{33}{64}=\frac{165}{64}\right) m^3 \gamma^2 \varepsilon'^2 \\
-\left(\frac{46041}{64}+\frac{20493}{512}+\frac{23101}{96}=\frac{1536079}{1536}\right) m^6 \varepsilon'^2 \\
-\left(\frac{3171765}{1024}+\frac{2205}{32}-\frac{151155}{512}=\frac{2940015}{1024}\right) m^4 e^2 \varepsilon'^2 \\
+\left(\frac{1857}{512}+\frac{615}{16}=\frac{21537}{512}\right) m^4 \gamma^2 \varepsilon'^2 + \frac{7299}{256} m^2 e^2 \gamma^2 \varepsilon'^2 \\
-\left(\frac{579}{32}+\frac{975}{256}-\frac{975}{128}=\frac{3657}{256}\right) m^2 e^4 \varepsilon'^2 - \left(\frac{141}{128}+\frac{39}{256}-\frac{13}{128}=\frac{295}{256}\right) m^2 \gamma^4 \varepsilon'^2 \\
-\left(\frac{92655}{512}+\frac{15}{32}=\frac{92895}{512}\right) m^2 b^4 \varepsilon'^2 + \frac{225}{64} b^4 \gamma^2 \varepsilon'^2 - \frac{23535}{1024} m^2 e^2 \varepsilon'^4 \\
-\left(\frac{873}{16}+\frac{2835}{256}+\frac{315}{16}=\frac{21843}{256}\right) m^4 \varepsilon'^4 - \left(\frac{1125}{64}+\frac{75}{64}-\frac{75}{32}=\frac{525}{32}\right) b^4 e^2 \varepsilon'^2 \\
-\frac{75}{16} b^4 \varepsilon'^4 - \left(\frac{9}{4} m^4 + \frac{2025}{64} m^4 e^2\right)\left(\varepsilon'^2 - E'^2\right)
\end{array} \right\}$$

$$\cos cv\, e \left\{ \begin{array}{l}
-\left(\frac{165}{8}+\frac{165}{8}+\frac{165}{32}=\frac{1485}{32}\right) m^3 \varepsilon'^2 - \left(\frac{16401}{64}+\frac{13305}{64}+\frac{4545}{256}=\frac{123369}{256}\right) m^4 \varepsilon'^2 \\
-\left(\frac{13245}{256}-\frac{1775}{128}=\frac{9695}{256}\right) m^2 e^2 \varepsilon'^2 + \frac{195}{128} m^2 \gamma^2 \varepsilon'^2 - \frac{225}{32} b^4 \varepsilon'^2
\end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \left(\frac{9}{8} - \frac{3}{64} + \frac{907}{216} = \frac{9119}{1728}\right) m^3 + \left(\frac{36983}{1536} - \frac{9}{4} - \frac{3}{8} = \frac{32951}{1536}\right) m^3 e^2 \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \left(\frac{3317}{8} + \frac{999}{64} + \frac{9}{8} = \frac{27607}{64}\right) m^3 - \left(\frac{73849}{512} - \frac{9}{4} - \frac{63}{8} = \frac{68665}{512}\right) m^3 e^2 \right\}.$$

A l'aide de cette valeur de Y et de celle donnée dans les pages 796-808 du second volume on obtient ;

$$\left(-\frac{X}{\lambda}+1\right)Y = Y.2e\cos cv =$$

$$\cos ov\left(-\frac{1485}{32}m^2e^2\varepsilon'^2-\frac{123369}{256}m^4e^2\varepsilon'^2-\frac{9695}{256}m^2e^4\varepsilon'^2+\frac{195}{128}m^2e^2\gamma^2\varepsilon'^2-\frac{225}{32}b^4e^2\varepsilon'^2\right)$$

$$\cos 2Ev+c'mv\ \varepsilon'\left(\frac{55159}{384}m^3e^2\right)+\cos 2Ev+c'mv\ \varepsilon'\left(\frac{739}{96}m^3e^2\right)$$

$$\cos 2Ev-c'mv\ \varepsilon'\left(\frac{16991}{128}m^3e^2\right)+\cos 2Ev-c'mv\ \varepsilon'\left(-\frac{853}{32}m^3e^2\right).$$

Actuellement, si l'on considère seulement les deux argumens $2Ev+c'mv$, $2Ev-c'mv$, on aura, en prenant les termes de l'ordre inférieur dans la page 826 du second volume ;

$$\frac{d.\delta nt}{dv} = -Y + 2e\cos cv.Y =$$

$$\cos 2Ev+c'mv\ \ \varepsilon'\left\{\begin{array}{l}\frac{11}{8}m^2+\frac{85}{48}m^3-\frac{45}{8}me^2-\frac{325}{288}m^4-\frac{9}{32}m^2e^2\\ -\frac{9119}{1728}m^5+\left(\frac{55159}{384}-\frac{32951}{1536}+\frac{739}{96}=\frac{66503}{512}\right)m^3e^2\end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev-c'mv\ \ \varepsilon'\left\{\begin{array}{l}-\frac{77}{8}m^2-\frac{595}{16}m^3+\frac{105}{8}me^2-\frac{4525}{32}m^4+\frac{1353}{32}m^2e^2\\ -\frac{27607}{64}m^5+\left(\frac{68665}{512}+\frac{16991}{128}-\frac{853}{32}=\frac{122981}{512}\right)m^3e^2\end{array}\right\}$$

d'où on tire en intégrant, et observant, que

$$\frac{1}{2E+c'm}=\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{2}m+\frac{1}{4}m^2+\frac{1}{8}m^3\right);\quad \frac{1}{2E-c'm}=\frac{1}{2}\left(1+\frac{3}{2}m+\frac{9}{4}m^2+\frac{27}{8}m^3\right)$$

sont les facteurs de cette intégration ;

$$\delta nt =$$

$$\sin 2Ev+c'mv\ \ \varepsilon'\left\{\begin{array}{l}\frac{11}{16}m^2+\frac{59}{48}m^3-\frac{45}{16}me^2+\frac{29}{576}m^4-\frac{99}{64}m^2e^2\\ -\left(\frac{9119}{3456}+\frac{325}{1152}-\frac{85}{384}-\frac{11}{128}=\frac{1129}{432}\right)m^5\\ +\left(\frac{66503}{1024}-\frac{9}{128}-\frac{45}{64}=\frac{65711}{1024}\right)m^3e^2\end{array}\right\}$$

$$\sin 2Ev-c'mv\ \ \varepsilon'\left\{\begin{array}{l}-\frac{77}{16}m^2-\frac{413}{16}m^3+\frac{105}{16}me^2-\frac{7003}{64}m^4+\frac{1983}{64}m^2e^2\\ -\left(\frac{27607}{128}+\frac{13575}{128}+\frac{5355}{128}+\frac{2079}{128}=\frac{6077}{16}\right)m^5\\ +\left(\frac{122981}{1024}+\frac{4059}{128}+\frac{945}{64}=\frac{170573}{1024}\right)m^3e^2\end{array}\right\}.$$

Ces deux coefficiens renferment les quantités du sixième ordre dont on aura besoin bientôt. On a ainsi rempli l'objet secondaire de ce paragraphe, qui était, de préparer pour le paragraphe suivant plusieurs termes apparteuans au développement des fonctions qui viennent d'être considérées.

72. Maintenant, reprenons notre objet principal; c'est-à-dire la formation de la valeur de Π et celle du coefficient de l'équation séculaire. Pour cela, on égalera d'abord à zéro le coefficient de $\cos o v$ qui entre dans le développement de la fonction $\left(1-\frac{X}{\lambda}\right)Y - Y - \Pi$; ce qui dounera, en ayant égard aux termes de l'ordre inférieur posés dans la page 822 du second volume;

$$\begin{aligned}
\Pi = \; & \left(\frac{171}{64}m^4 + \frac{431}{32}m^5 + \frac{8851}{192}m^6\right) + e^2\left(\frac{675}{128}m^2 + \frac{5985}{256}m^3 + \frac{509965}{4096}m^4\right) \\
& - \gamma^2\left(\frac{45}{64}m^3 + \frac{1017}{256}m^4\right) + \frac{2997}{128}m^4E'^2 + \frac{1461}{128}m^2e^2E'^2 + \frac{75}{32}b^4E'^2 \\
& - \frac{87}{256}m^2\gamma^4 + \frac{129}{64}m^2e^4 + \frac{135}{128}m^2e^2\gamma^2 + \frac{675}{512}m^2b^4 + \frac{15}{16}e^4\gamma^2 - \frac{21}{128}e^2\gamma^4 \\
& + \left\{\begin{array}{l}
+ \left\{\frac{2997}{128}m^4 + \frac{11637}{64}m^5 + \left(\frac{1536079}{1536} + \frac{9}{4} = \frac{1539535}{1536}\right)m^6\right\} \\
+ e^2\left\{\begin{array}{l}\frac{1461}{128}m^2 + \left(\frac{119475}{512} - \frac{1485}{32} = \frac{95775}{512}\right)m^3 \\ + \left(\frac{2940015}{1024} + \frac{2025}{64} - \frac{123369}{256} = \frac{2178939}{1024}\right)m^4\end{array}\right\} \\
- \gamma^2\left\{\frac{165}{64}m^3 + \frac{21537}{512}m^4\right\} - e^2\gamma^2\left\{\frac{7299}{256} - \frac{195}{128} = \frac{6909}{256}\right\}m^2 \\
+ b^4\left\{\frac{75}{32} - \frac{675}{32}m + \frac{92895}{512}m^2 + \left(\frac{525}{32} - \frac{225}{32} = \frac{75}{8}\right)e^2 - \frac{225}{64}\gamma^2\right\} \\
+ e^4\left\{\frac{3657}{256} - \frac{9695}{256} = -\frac{3019}{128}\right\}m^2 + \frac{295}{256}m^2\gamma^4
\end{array}\right\}(\varepsilon'^2 - E'^2) \\
& + \left\{\frac{21843}{256}m^4 + \frac{23535}{1024}m^2e^2 + \frac{75}{16}b^4\right\}(\varepsilon'^4 - E'^4)
\end{aligned}$$

Ainsi en faisant, pour plus de simplicité,

$$\Pi = G + G'(\varepsilon'_2 - E'_2) + G''(\varepsilon'_4 - E'_4);$$

$$\frac{a}{a_1} = H + H'(\varepsilon'_2 - E'_2) + H''(\varepsilon'_4 - E'_4) + \frac{9}{4}m^4(\varepsilon'_2 - E'_2)^2 + \frac{35}{32}m^2(\varepsilon'_6 - E'_6);$$

on pourra prendre dans la page précédente et dans la page 289 les valeurs des coefficiens désignés par G, G', G''; H, H', H''. Cela posé, il est évident, qu'en négligeant les quantités d'un ordre supérieur au huitième, on a;

$$\left(\frac{a}{a_1}\right)^2 = H^2 + 2HH'(\varepsilon'_2 - E'_2) + 2HH''(\varepsilon'_4 - E'_4)$$
$$+ \left(\frac{9}{2} + \frac{9}{16}\right)m^4(\varepsilon'_2 - E'_2)^2 + \frac{35}{16}m^2(\varepsilon'_6 - E'_6).$$

Mais, il suffit de faire $H = 1 + \frac{1}{2}m^2$ dans le troisième terme de cette expression; partant

$$\left(\frac{a}{a_1}\right)^2 = H^2 + 2HH'(\varepsilon'_2 - E'_2) + (2 + m^2)H''(\varepsilon'_4 - E'_4)$$
$$+ \frac{81}{16}m^4(\varepsilon'_2 - E'_2)^2 + \frac{35}{16}m^2(\varepsilon'_6 - E'_6);$$

$$\left(\frac{a}{a_1}\right)^2 \Pi = GH^2 + (2.GHH' + H^2G')(\varepsilon'_2 - E'_2) + G''H^2(\varepsilon'_4 - E'_4).$$

Donc, en retenant seulement la partie variable, il viendra

$$\left(\frac{a}{a_1}\right)^2 (1 + \Pi) =$$

$$\left\{2HH'(1 + G) + H^2G'\right\}(\varepsilon'_2 - E'_2) + \left\{(2 + m^2)H'' + G''H^2\right\}(\varepsilon'_4 - E'_4)$$
$$+ \frac{81}{16}m^4(\varepsilon'_2 - E'_2)^2 + \frac{35}{16}m^2(\varepsilon'_6 - E'_6);$$

d'où on tire;

$$\left(\frac{a}{a_1}\right)^2(1+\Pi)=$$

$$\left\{2HH'+\frac{3}{2}m^2G+G'(1+m^2)\right\}(\epsilon'^2-E'^2)+\left\{(2+m^2)H''+G''\right\}(\epsilon'^4-E'^4)$$

$$+\frac{81}{16}m^4(\epsilon'^2-E'^2)^2+\frac{35}{16}m^2(\epsilon'^6-E'^6).$$

Mais nous avons

$$2\,HH'+G' \quad =2H'+G'+\frac{3}{4}m^4-\left(\frac{159}{8}+\frac{9}{2}=\frac{195}{8}\right)m^6+\frac{525}{256}m^4\gamma^2\,;$$

$$\frac{3}{2}m^2\,G+m^2\,G' =\left(\frac{513}{128}+\frac{2997}{128}=\frac{1755}{64}\right)m^6+\left(\frac{2025}{256}+\frac{1461}{128}=\frac{4947}{256}\right)m^4e^2+\frac{75}{32}m^2b^4;$$

$$(2+m^2)H''+G''=\frac{15}{8}m^2+\left(\frac{66675}{64}+\frac{15}{16}+\frac{21843}{256}=\frac{288783}{256}\right)m^4+\frac{11919}{1024}m^2\gamma^2$$

$$+\left(\frac{15}{8}+\frac{23535}{1024}=\frac{25455}{1024}\right)m^2e^2+\frac{75}{16}b^4\,;$$

ainsi par la substitution de ces valeurs on aura

$$\left(\frac{a}{a_1}\right)^2.(1+\Pi)=$$

$$\left\{\begin{array}{l}2\,H'+G'+\frac{3}{4}m^4+\left(\frac{1755}{64}-\frac{195}{8}=\frac{195}{64}\right)m^6\\+\frac{4947}{256}m^4e^2+\frac{525}{256}m^4\gamma^2+\frac{75}{32}m^2b^4\end{array}\right\}(\epsilon'^2-E'^2)$$

$$+\left\{\quad\frac{15}{8}m^2+\frac{288783}{256}m^4+\frac{25455}{1024}m^2e^2+\frac{11919}{1024}m^2\gamma^2+\frac{75}{16}b^4\right\}(\epsilon'^4-E'^4)$$

$$+\quad\frac{81}{16}m^4(\epsilon'^2-E'^2)^2+\frac{35}{16}m^2(\epsilon'^6-E'^6).$$

Les valeurs de H' et G' (Voyez p. 289, 317) donnent

$$2H' + G' =$$

$$\begin{aligned}
&\left\{ \tfrac{3}{2}m^2 - \left(\tfrac{159}{4} - \tfrac{2997}{128} = \tfrac{2091}{128}\right)m^4 - \left(\tfrac{4023}{16} - \tfrac{11637}{64} = \tfrac{4455}{64}\right)m^5 \right. \\
&\qquad \left. - \left(\tfrac{230401}{96} - \tfrac{1539535}{1536} = \tfrac{715627}{512}\right)m^6 \right\} \\
&+ e^2\left\{ \tfrac{1461}{128}m^2 + \left(\tfrac{95775}{512} + \tfrac{165}{8} = \tfrac{106335}{512}\right)m^3 + \left(\tfrac{15}{32} + \tfrac{2478939}{1024} = \tfrac{2479419}{1024}\right)m^4 \right\} \\
&+ \gamma^2\left\{ \tfrac{525}{128}m^2 + \left(\tfrac{237}{512} - \tfrac{165}{64} = \tfrac{1083}{512}\right)m^3 - \left(\tfrac{21537}{512} - \tfrac{4317}{1024} = \tfrac{38757}{1024}\right)m^4 \right\} \\
&+ e^2\gamma^2\left(\tfrac{525}{32} - \tfrac{6909}{256} = -\tfrac{2709}{256}\right)m^2 - \left(\tfrac{631}{64} - \tfrac{295}{256} = \tfrac{2229}{256}\right)m^2\gamma^4 \\
&+ e^4\left(-\tfrac{167}{8} - \tfrac{3019}{128} = -\tfrac{8363}{128}\right)m^2 - \tfrac{225}{64}b^4\gamma^2 + \tfrac{75}{8}b^4e^2 \\
&+ b^4\left\{ \tfrac{75}{32} - \tfrac{675}{32}m + \left(\tfrac{92895}{512} + \tfrac{345}{32} = \tfrac{98415}{512}\right)m^2 \right\}.
\end{aligned}$$

Donc en substituant cette valeur, et prenant l'intégrale, il viendra

$$\int \left(\tfrac{a}{a_1}\right)^2 (1+\Pi)\sqrt{\tfrac{a_1^3}{\sigma}}\,.dv = \tfrac{1}{n}\int \zeta\, dv =$$

$$\sqrt{\tfrac{a_1^3}{\sigma}}\left\{\begin{aligned}
&\left(\begin{aligned}
&\left\{ \tfrac{3}{2}m^2 - \left(\tfrac{2091}{128} - \tfrac{3}{4} = \tfrac{1995}{128}\right)m^4 - \tfrac{4455}{64}m^5 \right. \\
&\qquad \left. - \left(\tfrac{715627}{512} - \tfrac{195}{64} = \tfrac{714067}{512}\right)m^6 \right\} \\
&+ e^2\left\{ \tfrac{1461}{128}m^2 + \tfrac{106335}{512}m^3 + \left(\tfrac{2479419}{1024} + \tfrac{4947}{256} = \tfrac{2499207}{1024}\right)m^4 \right\} \\
&+ \gamma^2\left\{ \tfrac{525}{128}m^2 + \tfrac{1083}{512}m^3 - \left(\tfrac{38757}{1024} - \tfrac{525}{256} = \tfrac{36657}{1024}\right)m^4 \right\} \\
&+ b^4\left\{ \tfrac{75}{32} - \tfrac{675}{32}m + \left(\tfrac{98415}{512} + \tfrac{75}{32} = \tfrac{99615}{512}\right)m^2 \right\} \\
&- \tfrac{2709}{256}m^2e^2\gamma^2 - \tfrac{2229}{256}m^2\gamma^4 - \tfrac{8363}{128}m^2e^4 + \tfrac{75}{8}b^4e^2 - \tfrac{225}{64}b^4\gamma^2
\end{aligned}\right)\int(\varepsilon'^2 - E'^2)\,dv \\
&+ \left\{ \tfrac{15}{8}m^2 + \tfrac{288783}{256}m^4 + \tfrac{25455}{1024}m^2e^2 + \tfrac{11919}{1024}m^2\gamma^2 + \tfrac{75}{16}b^4 \right\}\int(\varepsilon'^4 - E'^4)\,dv \\
&+ \tfrac{81}{16}m^4.\int(\varepsilon'^2 - E'^2)^2\,dv + \tfrac{35}{16}m^2.\int(\varepsilon'^6 - E'^6)\,dv.
\end{aligned}\right\}$$

L'expression de n trouvée dans la page 853 du second volume donne ;

$$n=\sqrt{\frac{\sigma}{a_1^3}}\left\{1-m^2+\frac{261}{64}m^4-\frac{675}{128}m^2e^2-\frac{27}{128}m^2\gamma^2-\frac{3}{2}m^2E'^2\right\}$$

Donc en multipliant les deux membres de l'équation précédente par n on aura enfin ;

$$\int\zeta dv=$$

$$\left\{\begin{array}{l}
\left\{\begin{array}{l}\frac{3}{2}m^3-\left(\frac{1995}{128}+\frac{3}{2}=\frac{2187}{128}\right)m^4-\frac{4455}{64}m^5\\
\qquad-\left(\frac{714067}{512}-\frac{1995}{128}-\frac{783}{128}=\frac{702955}{512}\right)m^6\end{array}\right\}\\
+e^2\left\{\frac{1461}{128}m^2+\frac{106335}{512}m^3+\left(\frac{2499207}{1024}-\frac{1461}{128}-\frac{2025}{256}=\frac{2479419}{1024}\right)m^4\right\}\\
+\gamma^2\left\{\frac{525}{128}m^2+\frac{1083}{512}m^3-\left(\frac{36657}{1024}+\frac{81}{256}+\frac{525}{128}=\frac{41181}{1024}\right)m^4\right\}\\
+b^4\left\{\frac{75}{32}-\frac{675}{32}m+\left(\frac{99615}{512}-\frac{75}{32}=\frac{98415}{512}\right)m^2+\frac{75}{8}e^2-\frac{225}{64}\gamma^2\right\}\\
\qquad-\frac{9}{4}m^4E'^2-\frac{2709}{256}m^2e^2\gamma^2-\frac{2229}{256}m^2\gamma^4-\frac{8367}{128}m^2e^4
\end{array}\right\}.\int(\varepsilon'^2-E'^2)dv$$

$$+\left\{\begin{array}{l}\frac{15}{8}m^3+\left(\frac{288783}{256}-\frac{15}{8}=\frac{288303}{256}\right)m^4\\
+\frac{25455}{1024}m^2e^2+\frac{11919}{1024}m^2\gamma^2+\frac{75}{16}b^4\end{array}\right\}.\int(\varepsilon'^4-E'^4)dv$$

$$+\frac{81}{16}m^4.\int(\varepsilon'^2-E'^2)^2dv+\frac{85}{16}m^3.\int(\varepsilon'^6-E'^6)dv.$$

73. En réfléchissant actuellement sur la longue suite des opérations intermédiaires, qui sont indispensablement requises pour parvenir à cette expression de $\int\zeta dv$, et à celle des deux intégrales analogues $\int\theta dv$, $\int\varpi dv$ données dans les pages 195, 292, on pourra se former une juste idée des difficultés que présentait la détermination

théorique des trois coefficiens qui affectent, respectivement, l'équation séculaire de la longitude moyenne, du nœud, et du périgée de la Lune. Lorsqu'on pousse moins loin le développement de ces fonctions, et qu'on renonce tacitement à la précision mathématique à l'égard des coefficiens numériques absolus, on sent moins les difficultés de ce genre, et on n'apercoit pas les obstacles apportés par les séries secondaires, qui dans l'expression analytique de quelques-uns des coefficiens des inégalités lunaires modifient sensiblement la série principale. Mais on ne peut rien statuer de bien précis sur les résultats ainsi obtenus, et il est permis de les considérer, en quelque sorte, comme empiriques, même dans les cas où ils seraient d'accord avec l'observation. Car un tel accord, pour être démontré *a priori*, doit être à l'abri des objections qui tiennent à la compensation entre les quantités du même ordre qu'on aurait négligées. Je vois, par exemple, dans la page 181 du premier volume des Recherches de D'Alembert sur le système du monde, qu'il obtient pour expression de la quantité correspondante à celle que je désigne par Q', la série

$$Q' = -\frac{3}{2}m^2 - \frac{225}{16}m^3 - \frac{2229}{32}m^4 - \frac{15651}{64}m^5 + \text{etc.}$$

Or, en rapprochant cette valeur de Q' de celle que j'ai trouvée (Voyez pag. 290), on reconnaît aussitôt qu'elle diverge du véritable résultat dès le troisième terme. En conséquence, on ne saurait regarder comme tout-à-fait concluante la comparaison faite par D'Alembert entre le mouvement observé du périgée et celui qui est calculé d'après sa formule; par la double raison, que cette formule est infidèle dans sa composition et qu'elle n'a pas été poussée assez loin.

Pour aprécier de la même manière l'exactitude analytique des valeurs de c et de g trouvées par Laplace, il suffira de faire observer, qu'en supprimant les termes multipliés par e^2, e'^2, γ^2 qu'on voit (dans les pages 222, 209 du 3.ième volume de la M.e C.e) faire partie du coefficient de $\gamma \sin(gv - \theta)$ et de $e \cos(cv - \varpi)$, on aurait, conformément à nos dénominations et en négligeant les termes multipliés par m^6;

$$P = \frac{3}{2}m^2 - \left(\frac{3}{2}m^2 + \frac{3}{2}m^3 + \frac{9}{16}m^4\right)B_1^{(0)} - 3.m^2 A_2^{(0)};$$

$$Q' = -\frac{3}{2}m^2 - \left(\frac{15}{2}m^2 + \frac{15}{2}m^3 + \frac{105}{16}m^4\right)A_1^{(1)} + 15.m^2 A_2^{(0)} - \frac{3}{2}m^3 A_2^{(\,)}.$$

Mais nous savons qu'on a ;

$$B_1^{(0)} = \frac{3}{8}m + \frac{3}{32}m^2 - \frac{273}{512}m^3; \qquad A_1^{(1)} = \frac{15}{8}m + \frac{273}{32}m^2 + \frac{13875}{512}m^3;$$

$$A_2^{(0)} = m^2 + \frac{19}{6}m^3; \qquad A_2^{(2)} = -\frac{5}{8}m^2.$$

(Voyez p. 88, 159, 160). Donc, en substituant ces valeurs il viendra

$$P = \frac{3}{2}m^2 - \frac{9}{16}m^3 - \frac{237}{64}m^4 - \left(\frac{819}{1024} + \frac{9}{64} + \frac{27}{128} + \frac{19}{2} = \frac{10907}{1024}\right)m^5;$$

$$Q' = -\frac{3}{2}m^2 - \frac{225}{16}m^3 - \frac{4085}{64}m^4 - \left(\frac{208125}{1024} + \frac{4095}{64} + \frac{1575}{128} - \frac{15}{16} - \frac{95}{2} = \frac{236615}{1024}\right)m^5;$$

c'est-à-dire une valeur de P et de Q', où le coefficient de m^5 est différent de celui que nous avons obtenu dans les valeurs correspondantes posées dans les pages 194, 290 de ce volume. Ainsi, le mouvement du noeud et celui du périgée trouvés par LAPLACE cessent d'être exacts au de là des quantités du quatrième ordre. Je ne fais pas le rapprochement analogue à l'égard de la partie séculaire, par la double raison, que LAPLACE n'a pas séparé la partie multipliée par e'^2 qui est implicitement renfermée dans les coefficiens $A_1^{(1)}$, $B_1^{(0)}$, et qu'il n'a pas tenu compte de plusieurs autres combinaisons entre les argumens, qui introduisent d'autres termes multipliés par e'^2, outre ceux qu'il a considérés.

Relativement à l'équation séculaire du moyen mouvement, LAPLACE n'a considéré que le premier terme $\frac{3}{2}m^2\int(e'^2 - E'^2)dv$; ce qui aurait fourni un résultat fort inexact sans la circonstance singulière de l'opposition des signes qui a lieu dans la principale partie

$$-\left(\frac{2187}{128}m^4 + \frac{4455}{64}m^5 + \text{etc.}\right) + \left(\frac{1461}{128}m^4 e^2 + \frac{525}{128}m^2\gamma^2 \text{ etc.}\right)$$

de ce coefficient, produite par les puissances supérieures de la force perturbatrice. Je me dispense de mettre en évidence les différentes combinaisons qui ont été omises par D'ALEMBERT et par LAPLACE, parceque un tel détail ne me paraît présenter aucune utilité après le soin scrupuleux avec lequel j'ai rapporté toutes les parties qui concourent à la formation de mes résultats.

Au reste, il ne faut jamais perdre de vue, que nous avons poussé nos développemens aussi loin, parceque nous voulions établir avec la précision mathématique, au moins les premiers termes des coefficiens des inégalités Lunaires. Sans cette condition capitale, qui peut avoir de l'influence sur les progrès futurs de l'analyse, et s'il était uniquement question de démontrer, que le principe de la gravitation universelle suffit pour rendre raison des principaux phénomènes qu'on observe dans le mouvement de la Lune, nous aurions regardé comme à peu-près inutile l'entreprise de s'engager dans des développemens d'une exécution aussi difficile. Après les travaux de CLAIRAUT, d'EULER, de D'ALEMBERT, de TOBIE MAYER et de LAPLACE cette question était décidée en faveur de l'attraction Newtonienne. Mais il fallait atteindre, par la théorie, le degré de précision que donne l'observation, et il fallait mettre en évidence le nombre effrayant des combinaisons auxquelles il est nécessaire d'avoir égard, pour découvrir d'une manière irrévocable les premiers termes, qui peuvent, à la rigueur, être considérés comme nés du développement des fonctions éminemment transcendantes qui sont l'expression des coefficiens des perturbations Lunaires. C'est l'accomplissement de cette tâche, qui m'a forcé de considérer une foule de termes qui n'ont aucune existence dans l'ordre des quantités sensibles.

§ 6.

Intégration spéciale de l'équation différentielle en δu, propre à déterminer les coefficiens des argumens $c'mv$, $2c'mv$, $2Ev-2cv$, $2Ev-2gv$, jusqu'aux quantités du septième *ordre inclusivement.*

74. Les trois principales séries, qui, dans l'expression de δnt, composent le coefficient du terme ayant pour argument $c'mv$, sont de cette forme ;

$$\sin c'mv\; e' \left\{ \begin{array}{l} \quad A m + A' m^3 + A'' m^4 + A''' m^5 + A^{IV} m^6 + \text{etc.} \\ + e^2 (B m + B' m^2 + B'' m^3 + B''' m^4 + \text{etc.}) \\ + \gamma^2 (C m + C' m^2 + C'' m^3 + \text{etc.}) \end{array} \right\}.$$

Dans la page 838 du second volume on a trouvé toutes les quantités inférieures au sixième ordre, qui font partie de ce coefficient ; mais cela ne suffit pas, à cause de la lenteur de la convergence de ces séries : ce qui est manifeste par la grandeur des termes du cinquième ordre. Pour atténuer cette difficulté inhérente à la nature de ce coefficient, nous allons préparer la valeur de $\frac{\delta u}{u_1}$, qui est nécessaire pour obtenir les cinq coefficiens numériques représentés par A''', A^{IV}, B'', B''', C''. Il est évident que, pour cela, il faut aussi considérer dans l'équation différentielle en δu, les termes capables de fournir dans la valeur de δu les termes du septième ordre de la forme $Am^5 ee'.\cos cv \pm c'mv$. Car, la fonction $\frac{\delta u}{u_1} = \delta u(1 - e\cos cv + \text{etc.})$, introduit dans l'intégrale $\int \frac{\delta u}{u_1} dv$, et par conséquent dans l'expression de δnt, des termes semblables à celui qui est multiplié par B'''. Voilà le plan de l'opération qu'il s'agirait de faire, s'il était uniquement question de l'argument $c'mv$; c'est-à-dire de l'inégalité Lunaire connue sous le nom *d'équation annuelle*. Mais, pour ne point séparer de cette recherche, celle qui

est relative au double de l'argument de l'équation annuelle, je comprendrai dans ce paragraphe le principal terme du *septième* ordre de δu, c'est-à-dire celui qui est de la forme $A\,m^5 \varepsilon'^2 . \cos 2c'mv$. Cela suppose, à la vérité, la connoissance préalable des termes du sixième ordre, de la forme $A\,\varepsilon'^2 m^4 \cos 2Ev \pm 2c'mv$, qui appartiennent à l'expression de δu; mais il nous est facile d'établir ce *Lemme*. Voici comment.

75. D'après le calcul exposé dans les pages 339, 340 du second volume, on a

$$(1) \ldots\ldots \left[\frac{3}{2}u_1 - \frac{3}{2}q\left(\frac{a'u'}{u_1}\right)^3\right]\frac{\delta u}{u_1} =$$

$$\left\{-\frac{9}{2}\varepsilon' \cos c'mv - \frac{27}{4}\varepsilon'^2 \cos 2c'mv\right\}\left\{m^2 \cos 2Ev - \frac{1}{2}m^2\varepsilon' \cos 2Ev + c'mv + \frac{7}{2}m^2\varepsilon' \cos 2Ev - c'mv\right\}$$

$$= \cos 2Ev + 2c'mv\ \varepsilon'^2\left\{\frac{9}{8} - \frac{27}{8} = -\frac{9}{4}\right\}m^2 + \cos 2Ev - 2c'mv\ \varepsilon'^2\left\{-\frac{27}{8} - \frac{63}{8} = -\frac{45}{4}\right\}m^2.$$

En ajoutant dans la page 350 du même volume le terme

$$\begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix} 2Ev - 2c'mv\ \ \varepsilon'^2\left(\frac{27}{4}m^2\right);$$

et dans la page 352 le terme

$$\begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix} 2Ev - 2c'mv\ \ \varepsilon'^2\left(\frac{27}{4} + \frac{63}{4} = \frac{45}{2}\right)m^2,$$

on aura

$$(a) \ldots - 6q\frac{\delta u}{u_1}\cdot\frac{(a'u')^3}{u_1^4}\begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}(2v - 2v') = \begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix} 2Ev - 2c'mv\ \ \varepsilon'^2\left(\frac{27}{4} + \frac{63}{4} = \frac{45}{2}\right)m^2.$$

Dans la page 363, il faudra ajouter le terme

$$\begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix} 2Ev - 2c'mv\ \ \varepsilon'^2\left(\frac{9}{4}m^2\right);$$

et dans la page 364, le terme

$$-2\sin c'mv\ \ \varepsilon'(3.m) \times \begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix} - (2Ev - c'mv)\ \varepsilon'\left(\frac{21}{4}m\right) = \begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix} 2Ev - 2c'mv\ \ \varepsilon'^2\left(\frac{63}{4}m^2\right),$$

pour avoir

$$\delta[(\alpha' u')^3 \tfrac{sin}{cos}(2v-2v')] = \tfrac{sin}{cos} 2Ev - 2c'mv \quad e'^2\left(\tfrac{63}{4}+\tfrac{9}{4}=18\right) m^2 ;$$

et par conséquent

$$(c) \ldots\ldots \tfrac{3}{2} q . \frac{\delta[(\alpha' u')^3 \tfrac{sin}{cos}(2v-2v')]}{u_i^4} = \tfrac{sin}{cos} 2Ev - 2c'mv \quad e'^2 (27 . m^2).$$

Il suit de là, et de la valeur de R_i donnée dans la page 368 du second volume, que la fonction R_i contient ces deux termes ; savoir

$$R_i = \sin 2Ev + 2c'mv \quad e'^2\left(\tfrac{9}{4} m^2\right)$$
$$+ \sin 2Ev - 2c'mv \quad e'^2\left\{\tfrac{51}{4} + \left(\tfrac{45}{2}+27=\tfrac{99}{2}\right) m^2\right\},$$

lesquels donnent

$$(2) \ldots . -\int R_i dv = \cos 2Ev + 2c'mv \quad e'^2\left(\tfrac{9}{8} m^2\right)$$
$$+ \cos 2Ev - 2c'mv \quad e'^2\left\{\tfrac{51}{8} + \tfrac{51}{4} m + \left(\tfrac{99}{4}+\tfrac{51}{2}=\tfrac{201}{4}\right) m^2\right\}.$$

Actuellement, si l'on forme, comme dans la page 383, la valeur de $\frac{\delta R^v}{u_i}$, on aura ici ;

$$(3) \ldots . \frac{\delta R^v}{u_i} = \delta R^v = \cos 2Ev + 2c'mv \quad e'^2\left(\tfrac{9}{8} m^2\right)$$
$$+ \cos 2Ev - 2c'mv \quad e'^2\left\{\tfrac{135}{8} + 27 = \tfrac{351}{8}\right\} m^2.$$

D'après les termes posés dans la page 401 du second volume, il est aisé de voir, que

$$(4) \ldots\ldots 2\left(\frac{d^2.\delta u}{dv^2}+\delta u\right)\int R_1 dv=$$

$$\left\{\cos c'mv \;\; \varepsilon'\left(\frac{3}{2}m^2\right)+\cos 2c'mv \;\; \varepsilon'^2\left(\frac{9}{4}m^2\right)\right\}\times\left\{\begin{array}{ll} 2\cos 2Ev & \left(-\frac{3}{4}\right) \\ +2\cos 2Ev+c'mv \;\; \varepsilon' & \left(\;\frac{3}{8}\right) \\ +2\cos 2Ev-c'mv \;\; \varepsilon' & \left(-\frac{21}{8}\right) \end{array}\right\}$$

$$= \cos 2Ev+2c'mv \;\; \varepsilon'^2\left\{\;\frac{9}{16}-\frac{27}{16}=-\frac{9}{8}\right\}m^4$$

$$+\cos 2Ev-2c'mv \;\; \varepsilon'^2\left\{-\frac{27}{16}-\frac{63}{16}=-\frac{45}{8}\right\}m^4.$$

Cela posé, la réunion des termes compris dans les fonctions (1), (2), (3), (4) fournira l'équation différentielle

$$-\frac{d^2.\delta u}{dv^2}-\left(1-\frac{3}{2}\mu^2\right)\delta u=$$

$$\cos 2Ev+2c'mv \;\; \varepsilon'^2\left\{\frac{9}{4}-\frac{9}{4}+\frac{9}{8}-\frac{9}{8}=0\right\}m^4$$

$$+\cos 2Ev-2c'mv \;\; \varepsilon'^2\left\{\frac{51}{4}m^2+\frac{51}{4}m^3+\left(\frac{201}{2}-\frac{45}{4}+\frac{351}{8}-\frac{45}{8}=\frac{255}{2}\right)m^4\right\};$$

qui, étant intégrée, donne

$$\delta u= \cos 2Ev+2c'mv \;\; \varepsilon'^2\left(0.m^4\right)$$

$$+\cos 2Ev-2c'mv \;\; \varepsilon'^2\left\{\frac{17}{2}m^2+\frac{323}{6}m^3+\left(\frac{85}{2}+\frac{136}{3}+\frac{6919}{36}=\frac{10081}{36}\right)m^4\right\}.$$

Il est presque superflu d'ajouter, que le facteur de l'intégration de l'argument $2Ev-2c'mv$ est, $\frac{1}{3}\left(1+\frac{16}{3}m+\frac{407}{18}m^2\right)$: et que cette valeur partielle de δu peut être prise pour celle de $\frac{\delta u}{u_1}$, relativement à l'objet particulier dont il est question.

76. La période des deux inégalités, dont $2Ev-2cv$, $2Ev-2gv$ sont les argumens, étant à-peu-près la même que celle de l'argument $2c'mv$, je me suis permis de comprendre dans ce paragraphe la recherche des deux termes de δu du 7.ème ordre, de la forme

$$cos\, 2Ev-2cv\ e^2(Am^5)\,, \qquad cos\, 2Ev-2gv\ \gamma^2(Bm^5)\,,$$

afin de préparer ce qui est nécessaire pour dépasser dans l'expression de δnt le cinquième ordre, relativement au coefficient de ces deux inégalités. Je sens, que ce rapprochement des deux argumens $2Ev-2cv$, $2Ev-2gv$ avec l'argument $2c'mv$ est repoussé par l'analyse, qui s'attache moins à la similitude de la période qu'à la nature intrinséque des facteurs qui constituent l'expression analytique des coefficiens qui donnent la mesure des inégalités Lunaires. Mais ici, où il est question d'une simple extension qu'il s'agit de donner aux coefficiens déjà trouvés, je n'ai pas cru indispensable la séparation des trois argumens $2c'mv$, $2Ev-2cv$, $2Ev-2gv$. Une fois ce parti pris, il fallait examiner les développemens déjà exécutés pour reconnaître les termes non encore développés, qui ont une connexion intime avec ceux affectés des argumens $2Ev-2cv$, $2Ev-2gv$; mais un simple coup d'oeil fait voir que cette recherche doit être précédée par celle des termes du sixième ordre de la fonction δu, qui sont de cette forme; $Am^4e^2 cos\, 2cv$, $A'm^4\gamma^2 cos\, 2gv$, $A''m^4e^2 cos\, 4Ev-2cv$, $A'''m^4\gamma^2 cos\, 4Ev-2gv$. On pourrait présupposer la connaissance de ces termes, et faire ici ce qui a été déjà pratiqué dans plusieurs autres rencontres semblables: cependant, pour éviter ce détour, je vais m'occuper de ce second Lemme, avant d'entreprendre les développemens directement conformes au titre de ce paragraphe.

77. Remarquons d'abord, que la valeur de δs posée dans la page 88 donne

$$2s_1\,\delta s = \cos 4Ev - 2gv\ \gamma^2\left(\frac{75}{128}m^4\right);$$ (V. p. 207 du T. II.)

$$(\delta s)^2 = \cos 4Ev - 2gv\ \gamma^2\left(-\frac{9}{128}m^2 - \frac{9}{256}m^3 + \frac{819}{4096}m^4 - \frac{9}{2048}m^4\right);$$

et par conséquent

$$2s_1\,\delta s + (\delta s)^2 = \cos 4Ev - 2gv\ \gamma^2\left(-\frac{9}{128}m^2 - \frac{9}{256}m^3 + \frac{8201}{4096}m^4\right).$$

Donc, en multipliant ce terme par $\frac{3}{2}+\frac{3}{4}m^2$ (Voyez p. 94) on aura

$$(1)\ \ldots\ldots -q\left(\frac{a}{a_1}\right)\delta T =$$

$$\cos 4Ev - 2gv\ \gamma^2\left\{-\frac{27}{256}m^2 - \frac{27}{512}m^3 + \left(\frac{9603}{8192} - \frac{27}{512} = \frac{9171}{8192}\right)m^4\right\}.$$

En prenant $q=1$, $\frac{a}{a_1} = 1+\frac{1}{2}m^2 - 3.m^4$, $P = \frac{3}{2}m^2 - \frac{9}{16}m^3 - \frac{237}{64}m^4$

on aura le terme

$$(2)\ \ldots\ldots\ q\left\{\frac{3}{4}\left(1-\frac{a}{a_1}\right)+P\right\}\gamma^2\cos 2gv =$$

$$\cos 2gv\ \gamma^2\left\{\frac{9}{8}m^2 - \frac{9}{16}m^3 - \left(\frac{237}{64} - \frac{9}{4} = \frac{93}{64}\right)m^4\right\}$$

(Voyez p. 277 du I.er volume et p. 194, 289 de celui-ci).

La fonction $R_1+\frac{3}{2}\delta u$ donne ces trois termes

$$(3)\ldots R_1+\frac{3}{2}\delta u = \frac{q}{2}\left(\frac{a'u'}{u_1}\right)^3 + \frac{3}{4}q\left(\frac{a'u'}{u_1}\right)^3\times 4\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$$

$$= \cos 2cv\ e^2\left(\frac{3}{2}\right) + \cos 2gv\ \gamma^2\left(\frac{3}{8}\right) + \cos 4Ev - 2cv\ e^2\left(\frac{675}{128}m^2\right)$$

(Voyez p. 276 et 773 du second volume).

Les équations (a), (b) posées dans les pages 229, 232 du second volume fournissent immédiatement ces termes;

$$R_{,} = \sin 2cv \quad e^2 \left\{ \frac{45}{16} m + \left(\frac{891}{64} + \frac{273}{16} + \frac{225}{32} = \frac{2433}{64} \right) m^2 \right\}$$
$$\sin 2gv \quad \gamma^2 \left\{ - \frac{9}{16} m + \left(\frac{87}{64} + \frac{9}{4} - \frac{27}{32} = \frac{177}{64} \right) m^2 \right\} ;$$
$$\frac{\delta R^{v}}{u_{,}} = \cos 2cv \quad e^2 \left\{ \frac{135}{64} m + \left(\frac{2673}{256} - \frac{819}{64} + \frac{225}{32} = \frac{1197}{256} \right) m^2 \right\}$$
$$\cos 2gv \quad \gamma^2 \left\{ - \frac{27}{64} m + \left(\frac{261}{256} - \frac{27}{16} - \frac{27}{32} = - \frac{387}{256} \right) m^2 \right\} .$$

Maintenant, si l'on ajoute aux produits partiels de

$$-6q \cdot \frac{\delta u}{u_{,}} \cdot \frac{(a'u')^3}{u_{,}^3} {}^{\sin}_{\cos} (2v - 2v') ,$$

compris dans les pages 278-282 du second volume les termes suivans ; savoir

Multiplicateur		Produit
$2 {}^{\sin}_{\cos} 2Ev$	$(-3)\ldots\ldots$	${}^{\sin}_{\cos} 4Ev - 2cv \quad e^2 \left(- \frac{993}{64} m^2 \right)$
		$4Ev - 2gv \quad \gamma^2 \left(\frac{183}{64} m^2 \right)$
$2 {}^{\sin}_{\cos} 2Ev - cv$	$e(6+6.m)\ldots\ldots$	$4Ev - 2cv \quad e^2 \left(\frac{771}{16} m^2 + \frac{45}{4} m^2 \right)$
$2 {}^{\sin}_{\cos} 2Ev - 2cv$	$e^2 \left(- \frac{15}{2} \right)\ldots\ldots$	$4Ev - 2cv \quad e^2 \left(- \frac{15}{2} m^2 \right)$
$2 {}^{\sin}_{\cos} 2Ev - 2gv$	$\gamma^2 \left(- \frac{3}{2} \right)\ldots\ldots$	$4Ev - 2gv \quad \gamma^2 \left(- \frac{3}{2} m^2 \right)$;

on aura

$$-6q \cdot \frac{\delta u}{u_{,}} \cdot \frac{(a'u')^3}{u_{,}^4} {}^{\sin}_{\cos} (2v - 2v') =$$

$${}^{\sin}_{\cos} 4Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ \frac{771}{16} + \frac{45}{4} - \frac{993}{64} - \frac{15}{2} = \frac{2331}{64} \right\} m^2$$
$$4Ev - 2gv \quad \gamma^2 \left\{ \frac{183}{64} - \frac{3}{2} = \frac{87}{64} \right\} m^2 .$$

Et en ajoutant aux produits partiels posés dans la page 284 du même volume les termes

$$-2\,{}^{\cos}_{\sin}-2Ev(m)\times\delta nt=$$

$${}^{\sin}_{\cos}4Ev-2cv\;\; e^2\left(\tfrac{45}{16}m^2\right)+{}^{\sin}_{\cos}4Ev-2gv\;\;\gamma^2\left(\tfrac{9}{16}m^2\right)+{}^{\sin}_{\cos}4Ev-cv\;\; e\left(\tfrac{15}{4}m^2\right)$$

on en conclura, que

$$\frac{3}{2}q\,\frac{\delta\left[(a'u')^3\,{}^{\sin}_{\cos}(2v-2v')\right]}{u_1^4}={}^{\sin}_{\cos}4Ev-2cv\;\; e^2\left\{\tfrac{135}{32}-\tfrac{45}{4}=-\tfrac{225}{32}\right\}m^2$$
$$4Ev-2gv\;\;\gamma^2\left(\tfrac{27}{32}m^2\right).$$

Ainsi on a

$$R_1=\sin 4Ev-2cv\;\; e^2\left\{\tfrac{45}{16}m+\left(\tfrac{2331}{64}-\tfrac{225}{32}=\tfrac{1881}{64}\right)m^2\right\}$$
$$\sin 4Ev-2gv\;\;\gamma^2\left\{-\tfrac{9}{16}m+\left(\tfrac{87}{64}+\tfrac{27}{32}=\tfrac{141}{64}\right)m^2\right\};$$

$$\frac{\delta R^r}{u_1}=\cos 4Ev-2cv\;\; e^2\left\{\tfrac{135}{64}m+\left(\tfrac{6998}{256}-\tfrac{225}{32}=\tfrac{5193}{256}\right)m^2\right\}$$
$$\cos 4Ev-2gv\;\;\gamma^2\left\{-\tfrac{27}{64}m+\left(\tfrac{261}{256}+\tfrac{27}{32}=\tfrac{477}{256}\right)m^2\right\}.$$

En réunissant ces termes à ceux trouvés plus haut, il viendra

$$R_1=$$

$$\sin 2cv\quad e^2\left\{\tfrac{45}{16}m+\tfrac{2433}{64}m^2\right\}+\sin 2gv\quad\gamma^2\left\{-\tfrac{9}{16}m+\tfrac{177}{64}m^2\right\}$$
$$+\sin 4Ev-2cv\;\; e^2\left\{\tfrac{45}{16}m+\tfrac{1881}{64}m^2\right\}+\sin 4Ev-2gv\;\;\gamma^2\left\{-\tfrac{9}{16}m+\tfrac{141}{64}m^2\right\};$$

$$\frac{\delta R^r}{u_1}=$$

$$\cos 2cv\quad e^2\left\{\tfrac{135}{64}m+\tfrac{1197}{256}m^2\right\}+\cos 2gv\quad\gamma^2\left\{-\tfrac{27}{64}m-\tfrac{387}{256}m^2\right\}$$
$$+\cos 4Ev-2cv\;\; e^2\left\{\tfrac{135}{64}m+\tfrac{5193}{256}m^2\right\}+\cos 4Ev-2gv\;\;\gamma^2\left\{-\tfrac{27}{64}m+\tfrac{477}{256}m^2\right\}.$$

Le produit de cette dernière fonction par

$$u_1 - 1 = 2\cos cv \quad e\left(\tfrac{1}{2}\right) \;+\; 2\cos 2gv \quad \gamma^2\left(-\tfrac{1}{8}\right),$$

renferme les termes

$$\cos 2cv \qquad e^2\left(-\tfrac{135}{64}m - \tfrac{1557}{256}m^2\right) + \cos 2gv \qquad \gamma^2\left(\tfrac{9}{16}m^2\right)$$
$$\cos 4Ev - 2cv \quad e^2\left(-\tfrac{135}{64}m - \tfrac{1017}{256}m^2\right) + \cos 4Ev - 2gv \quad \gamma^2\left(\tfrac{9}{32}m^2\right)$$

(Voyez p. 233 et 384 du second volume), lesquels étant réunis avec les précédens donnent;

$$(2)\;\ldots\ldots\; R' = \quad \cos 2cv \qquad e^2\left\{\tfrac{1197}{256} - \tfrac{1557}{256} = -\tfrac{45}{32}\right\} m^2$$
$$+\cos 2gv \qquad \gamma^2\left\{-\tfrac{27}{64}m - \left(\tfrac{387}{256} - \tfrac{9}{16} = \tfrac{243}{256}\right)m^2\right\}$$
$$+\cos 4Ev - 2cv \quad e^2\left\{\tfrac{5193}{256} - \tfrac{1017}{256} = \tfrac{261}{16}\right\} m^2$$
$$+\cos 4Ev - 2gv \quad \gamma^2\left\{-\tfrac{27}{64}m + \left(\tfrac{477}{256} + \tfrac{9}{32} = \tfrac{549}{256}\right)m^2\right\}.$$

En intégrant l'expression précédente de R_1 on aura

$$(3)\;\ldots\ldots\; -\int R_1 dv =$$

$$\cos 2cv \qquad e^2\left(\tfrac{45}{32}m + \tfrac{2433}{128}m^2\right) + \cos 2gv \qquad \gamma^2\left(-\tfrac{9}{32}m + \tfrac{177}{128}m^2\right)$$
$$+\cos 4Ev - 2cv \quad e^2\left(\tfrac{45}{32}m + \tfrac{2241}{128}m^2\right) + \cos 4Ev - 2gv \quad \gamma^2\left(-\tfrac{9}{32}m + \tfrac{69}{128}m^2\right).$$

En faisant le produit de

$$-\frac{du_1}{dv} = 2\sin cv \quad e\left(\tfrac{1}{2}\right) \;+\; 2\sin 2gv \quad \gamma^2\left(-\tfrac{1}{4}\right)$$

par

$$R_1 = \quad \sin cv \qquad e\left(-\tfrac{45}{8}m - \tfrac{1059}{32}m^2\right) \;+\; \sin 4Ev \quad \left(-3.m^2\right)$$
$$+\sin 4Ev - cv \quad e\left(-\tfrac{45}{8}m - \tfrac{399}{32}m^2\right)$$

(Voyez p. 234, 372, 388 du second volume), on aura

$$(4) \ldots - R_{,} \frac{du_{,}}{dv} = \cos 2cv \quad e^2\left(\frac{45}{16}m + \frac{1059}{64}m^2\right) + \cos 4Ev - 2gv \quad \gamma^2\left(\frac{3}{4}m^2\right)$$
$$+ \cos 4Ev - 2cv \quad e^2\left(-\frac{45}{16}m - \frac{399}{64}m^2\right).$$

Le produit des deux fonctions

$$-\frac{d.\delta u}{dv} = \sin 2Ev \quad (2.m^2) \quad + \sin 2Ev - cv \quad e\left(\frac{15}{8}m + \frac{153}{32}m^2\right)$$
$$+ \sin 2Ev + cv \quad e\left(-\frac{15}{8}m^2\right) + \sin 2Ev - 2cv \quad e^2\left(-\frac{15}{2}m^2\right)$$
$$+ \sin 2Ev - 2gv \quad \gamma^2\left(-\frac{3}{8}m^2\right) + \sin 2Ev + 2cv \quad e^2\left(\frac{3}{2}m^2\right)$$
$$+ \sin 2Ev + 2gv \quad \gamma^2\left(\frac{1}{2}m^2\right);$$

$$R_{,} = 2\sin 2Ev \quad \left(\frac{3}{4}\right) + 2\sin 2Ev - cv \quad e\left(-\frac{3}{2} - \frac{3}{2}m\right)$$
$$+ 2\sin 2Ev + cv \quad e\left(-\frac{3}{2} + \frac{3}{2}m\right) + 2\sin 2Ev - 2cv \quad e^2\left(\frac{15}{8}\right)$$
$$+ 2\sin 2Ev - 2gv \quad \gamma^2\left(\frac{3}{8}\right) + 2\sin 2Ev + 2cv \quad e^2\left(\frac{15}{8}\right)$$
$$+ 2\sin 2Ev + 2gv \quad \gamma^2\left(\frac{3}{8}\right),$$

donne les termes suivans

$$(5) \ldots\ldots - R_{,} \frac{d.\delta u}{dv} =$$

$$\cos 2cv \qquad e^2\left\{-\frac{45}{16}m + \left(-\frac{45}{8} + \frac{9}{8} - \frac{459}{64} + \frac{45}{16} + \frac{15}{4} + \frac{15}{4} + \frac{45}{16} = \frac{93}{64}\right)m^2\right\}$$
$$\cos 2gv \qquad \gamma^2\left\{\frac{3}{8} - \frac{9}{32} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} = \frac{51}{32}\right\} m^2$$
$$\cos 4Ev - 2cv \quad e^2\left\{\frac{45}{16}m + \left(\frac{459}{64} + \frac{45}{16} + \frac{45}{8} - \frac{15}{4} = \frac{759}{64}\right)m^2\right\}$$
$$\cos 4Ev - 2gv \quad \gamma^2\left\{\frac{9}{32} - \frac{3}{4} = -\frac{15}{32}\right\} m^2.$$

Le produit des deux fonctions

$$-\left(\frac{d^2.\delta u}{dv^2}+\delta u\right)=$$

$$\cos 2Ev\ \left(3.m^2+\frac{3}{2}m^3\right)\ +\ \cos 2Ev-cv\ \ e\left(-\frac{15}{2}m^2\right)$$
$$+\cos 2Ev+cv\ \ e\left(-5.m^2\right)+\cos 2Ev-2cv\ \ e^2\left(-\frac{15}{4}m-\frac{147}{16}m^2\right)$$
$$+\cos 2Ev-2gv\ \ \gamma^2\left(-\frac{3}{16}m+\frac{69}{64}m^2\right)\ +\ \cos 2Ev+2cv\ \ e^2\left(\frac{45}{8}m^2\right)$$
$$+\cos 2Ev+2gv\ \ \gamma^2\left(\ \frac{15}{8}m^2\right);$$

$$-2.\int R_{,}dv=$$

$$2\cos 2Ev\ \left(-\frac{3}{4}-\frac{3}{4}m\right)+2\cos 2Ev-cv\ \ e\left(3\right)+2\cos 2Ev+cv\ \ e\left(1\right)$$
$$+2\cos 2Ev-2cv\ \ e^2\left(\frac{15}{8}.m^{-1}+\frac{159}{32}m^0\right)+2\cos 2Ev-2gv\ \ \gamma^2\left(\frac{3}{8}.m^{-1}-\frac{3}{32}m^0\right)$$
$$+2\cos 2Ev+2cv\ \ e^2\left(-\frac{15}{16}\right)\ +\ 2\cos 2Ev+2gv\ \ \gamma^2\left(-\frac{3}{16}\right);$$

donne

$$(6)\ \ldots\ldots\ -2\left(\frac{d^2.\delta u}{dv^2}+\delta u\right)\int R_{,}dv=$$

$$\cos 2cv\qquad e^2\left\{\left(\frac{441}{64}+\frac{45}{16}-\frac{135}{32}-15-\frac{15}{2}+\frac{477}{32}+\frac{45}{16}-\frac{45}{16}=-\frac{135}{64}\right)m^2\right\}$$
$$\cos 2gv\qquad \gamma^2\left\{\left(\frac{9}{64}-\frac{207}{256}-\frac{45}{32}-\frac{9}{16}+\frac{9}{16}-\frac{9}{32}=-\frac{603}{256}\right)m^2\right\}$$
$$\cos 4Ev-2cv\quad e^2\left\{\left(\frac{441}{64}+\frac{45}{16}-\frac{45}{2}+\frac{477}{32}+\frac{45}{16}=\frac{315}{64}\right)m^2\right\}$$
$$\cos 4Ev-2gv\quad \gamma^2\left\{\left(\frac{9}{64}-\frac{207}{256}-\frac{9}{32}+\frac{9}{16}=-\frac{99}{256}\right)m^2\right\}.$$

Enfin il est clair qu'on a (Voyez p. 379 du second volume);

$$(7)\ \ldots\ -2\cos 2gv\ \ \gamma^2\left(\frac{3}{4}\right).\int R_{,}dv=\quad \cos 4Ev-2gv\ \ \gamma^2\left(-\frac{9}{16}m^2\right).$$

Actuellement, si l'on réunit les termes compris dans les équations (1), (2) .... (7) on formera aisément l'équation différentielle suivante, en ayant soin de prendre les premiers termes dans les pages 303 et 305 du second volume.

$$-\frac{d^2 . \delta u}{dv^2} - \left(1 - \frac{3}{2}\mu^2\right)\delta u =$$

$\cos 2cv$	e^2	$\left\{ \frac{3}{2}m^2 + \frac{45}{4}m^3 + \left(\frac{2133}{64} - \frac{45}{32} + \frac{1059}{64} + \frac{93}{64} - \frac{135}{64} = \frac{105}{2}\right)m^4 \right\}$
$\cos 2gv$	γ^2	$\left\{ \frac{3}{2}m^2 - \frac{9}{32}m^3 + \left(\frac{177}{64} - \frac{243}{256} + \frac{51}{32} - \frac{603}{256} - \frac{93}{64} = -\frac{51}{128}\right)m^4 \right\}$
$\cos 4Ev - 2cv$	e^2	$\left\{ \frac{45}{4}m^3 + \left(\frac{675}{128} + \frac{261}{16} + \frac{2241}{64} - \frac{399}{64} + \frac{759}{64} + \frac{315}{64} = \frac{8595}{128}\right)m^4 \right\}$
$\cos 4Ev - 2gv$	γ^2	$\left\{ -\frac{27}{256}m^2 + \frac{117}{512}m^3 + \left(\frac{9171}{8192} + \frac{549}{256} + \frac{69}{64} + \frac{3}{4} - \frac{15}{32} - \frac{99}{256} - \frac{9}{16} = \frac{30099}{8192}\right)m^4 \right\}.$

Pour intégrer cette équation, on multipliera chaque terme par le facteur correspondant, que voici;

Argument	Facteur pour l'intégration
$2cv$	$\frac{1}{3}\left(1 + \frac{3}{2}m^2\right)$
$2gv$	$\frac{1}{3}\left(1 - \frac{5}{2}m^2\right)$
$4Ev - 2cv$	$\frac{1}{3}\left(1 + \frac{16}{3}m\right)$
$4Ev - 2gv$	$\frac{1}{3}\left(1 + \frac{16}{3}m + \frac{443}{18}m^2\right)$;

ce qui donnera;

$$\delta u =$$

$\cos 2cv$	e^2	$\left\{ \frac{1}{2}m^2 + \frac{15}{4}m^3 + \left(\frac{35}{2} + \frac{3}{4} = \frac{73}{4}\right)m^4 \right\}$
$\cos 2gv$	γ^2	$\left\{ \frac{1}{2}m^2 - \frac{3}{32}m^3 - \left(\frac{17}{128} + \frac{5}{4} = \frac{177}{128}\right)m^4 \right\}$
$\cos 4Ev - 2cv$	e^2	$\left\{ \frac{15}{4}m^3 + \left(\frac{2865}{128} + 20 = \frac{5425}{128}\right)m^4 \right\}$
$\cos 4Ev - 2gv$	γ^2	$\left\{ -\frac{9}{256}m^2 + \left(\frac{39}{512} - \frac{3}{16} = -\frac{57}{512}\right)m^3 + \left(\frac{10033}{8192} + \frac{13}{32} - \frac{443}{512} = \frac{6273}{8192}\right)m^4 \right\}.$

Pour avoir la valeur correspondante de $\frac{\delta u}{u_1}$, il faudra multiplier par

$$2\cos cv \;\; e\left(-\tfrac{1}{2}\right) + 2\cos 2cv \;\; e^2\left(\tfrac{1}{4}\right) + 2\cos 2gv \;\; \gamma^2\left(\tfrac{1}{8}\right)$$

les deux termes

$$\cos 4Ev \;\; \left(-\tfrac{1}{2}m^4\right) + \cos 4Ev - cv \;\; e\left(-\tfrac{75}{64}m^3 - \tfrac{1215}{256}m^4\right)$$

de δu (Voyez p. 311 et 420 du second volume), et ajouter le produit à la valeur précédente de δu; ce qui donnera

$$\frac{\delta u}{u_1} =$$

$$\begin{array}{lll}
\cos 2cv & e^2 \Big\{ & \tfrac{1}{2}m^2 + \tfrac{15}{4}m^3 + \tfrac{73}{4}m^4 \Big\} \\
\cos 2gv & \gamma^2 \Big\{ & \tfrac{1}{2}m^2 - \tfrac{3}{32}m^3 - \tfrac{177}{128}m^4 \Big\} \\
\cos 4Ev - 2cv & e^2 \Big\{ & \left(\tfrac{15}{4} + \tfrac{75}{128} = \tfrac{555}{128}\right)m^3 + \left(\tfrac{5425}{128} + \tfrac{1215}{512} - \tfrac{1}{8} = \tfrac{22851}{512}\right)m^4 \Big\} \\
\cos 4Ev - 2gv & \gamma^2 \Big\{ & -\tfrac{9}{256}m^2 - \tfrac{57}{512}m^3 + \left(\tfrac{6273}{8192} - \tfrac{1}{16} = \tfrac{5761}{8192}\right)m^4 \Big\}.
\end{array}$$

Pour obtenir les termes analogues qui appartiennent au développement du carré de $\frac{\delta u}{u_1}$ on fera (Voyez p. 754, 755 du second volume)

$$\begin{array}{llll}
2\frac{\delta u}{u_1} = & \cos 2Ev & & \left(2.m^2 + \tfrac{19}{3}m^3\right) \\
& \cos 2Ev + cv & e & \left(-\tfrac{9}{4}m^2 - \tfrac{33}{8}m^3\right) \\
& \cos 2Ev - cv & e & \left(\tfrac{15}{4}m + \tfrac{257}{16}m^2 + \tfrac{39193}{768}m^3\right) \\
& \cos 2Ev - 2cv & e^2 & \left(\tfrac{45}{8}m + \tfrac{331}{32}m^2\right) \\
& \cos 2Ev - 2gv & \gamma^2 & \left(\tfrac{3}{8}m - \tfrac{61}{32}m^2\right) \\
& \cos 2Ev + 2cv & e^2 & \left(\tfrac{15}{8}m^2\right) \\
& \cos 2Ev + 2gv & \gamma^2 & \left(\tfrac{1}{2}m^2\right);
\end{array}$$

$$-\frac{d^2 . \delta u}{dv^2} - \left(1 - \frac{3}{2}\mu^2\right)\delta u =$$

$\cos 2cv \quad e^2 \left\{ \frac{3}{2}m^2 + \frac{45}{4}m^3 + \left(\frac{2483}{64} - \frac{45}{32} + \frac{1059}{64} + \frac{93}{64} - \frac{135}{64} = \frac{105}{2}\right)m^4 \right\}$

$\cos 2gv \quad \gamma^2 \left\{ \frac{3}{2}m^2 - \frac{9}{32}m^3 + \left(\frac{177}{64} - \frac{243}{256} + \frac{51}{32} - \frac{603}{256} - \frac{93}{64} = -\frac{51}{128}\right)m^4 \right\}$

$\cos 4Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ \frac{45}{4}m^3 + \left(\frac{675}{128} + \frac{261}{16} + \frac{2241}{64} - \frac{399}{64} + \frac{759}{64} + \frac{315}{64} = \frac{8595}{128}\right)m^4 \right\}$

$\cos 4Ev - 2gv \quad \gamma^2 \left\{ -\frac{27}{256}m^2 + \frac{117}{512}m^3 + \left(\frac{9171}{8192} + \frac{549}{256} + \frac{69}{64} + \frac{3}{4} - \frac{15}{32} - \frac{99}{256} - \frac{9}{16} = \frac{30099}{8192}\right)m^4 \right\}.$

Pour intégrer cette équation, on multipliera chaque terme par le facteur correspondant, que voici ;

Argument	Facteur pour l'intégration
$2cv$	$\frac{1}{3}\left(1 + \frac{3}{2}m^2\right)$
$2gv$	$\frac{1}{3}\left(1 - \frac{5}{2}m^2\right)$
$4Ev - 2cv$	$\frac{1}{3}\left(1 + \frac{16}{3}m\right)$
$4Ev - 2gv$	$\frac{1}{3}\left(1 + \frac{16}{3}m + \frac{443}{18}m^2\right)$;

ce qui donnera ;

$$\delta u =$$

$\cos 2cv \quad e^2 \left\{ \frac{1}{2}m^2 + \frac{15}{4}m^3 + \left(\frac{35}{2} + \frac{3}{4} = \frac{73}{4}\right)m^4 \right\}$

$\cos 2gv \quad \gamma^2 \left\{ \frac{1}{2}m^2 - \frac{3}{32}m^3 - \left(\frac{17}{128} + \frac{5}{4} = \frac{177}{128}\right)m^4 \right\}$

$\cos 4Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ \frac{15}{4}m^3 + \left(\frac{2865}{128} + 20 = \frac{5425}{128}\right)m^4 \right\}$

$\cos 4Ev - 2gv \quad \gamma^2 \left\{ -\frac{9}{256}m^2 + \left(\frac{39}{512} - \frac{3}{16} = -\frac{57}{512}\right)m^3 + \left(\frac{10033}{8192} + \frac{13}{32} - \frac{443}{512} = \frac{6273}{8192}\right)m^4 \right\}.$

Pour avoir la valeur correspondante de $\frac{\delta u}{u_1}$, il faudra multiplier par

$$2\cos cv \; e\left(-\tfrac{1}{2}\right) + 2\cos 2cv \; e^2\left(\tfrac{1}{4}\right) + 2\cos 2gv \; \gamma^2\left(\tfrac{1}{8}\right)$$

les deux termes

$$\cos 4Ev \;\; \left(-\tfrac{1}{2}m^4\right) + \cos 4Ev - cv \;\; e\left(-\tfrac{75}{64}m^3 - \tfrac{1215}{256}m^4\right)$$

de δu (Voyez p. 311 et 420 du second volume), et ajouter le produit à la valeur précédente de δu; ce qui donnera

$$\frac{\delta u}{u_1} =$$

$$\begin{array}{lll}
\cos 2cv & e^2 & \left\{ \tfrac{1}{2}m^2 + \tfrac{15}{4}m^3 + \tfrac{73}{4}m^4 \right\} \\
\cos 2gv & \gamma^2 & \left\{ \tfrac{1}{2}m^2 - \tfrac{3}{32}m^3 - \tfrac{177}{128}m^4 \right\} \\
\cos 4Ev - 2cv & e^2 & \left\{ \left(\tfrac{15}{4} + \tfrac{75}{128} = \tfrac{555}{128}\right)m^3 + \left(\tfrac{5425}{128} + \tfrac{1215}{512} - \tfrac{1}{8} = \tfrac{22851}{512}\right)m^4 \right\} \\
\cos 4Ev - 2gv & \gamma^2 & \left\{ -\tfrac{9}{256}m^2 - \tfrac{57}{512}m^3 + \left(\tfrac{6273}{8192} - \tfrac{1}{16} = \tfrac{5761}{8192}\right)m^4 \right\}.
\end{array}$$

Pour obtenir les termes analogues qui appartiennent au développement du carré de $\frac{\delta u}{u_1}$ on fera (Voyez p. 754, 755 du second volume)

$$\begin{array}{llll}
2\,\frac{\delta u}{u_1} = & \cos 2Ev & & \left(2.m^2 + \tfrac{19}{3}m^3 \right) \\
& \cos 2Ev + cv & e & \left(-\tfrac{9}{4}m^2 - \tfrac{33}{8}m^3 \right) \\
& \cos 2Ev - cv & e & \left(\tfrac{15}{4}m + \tfrac{257}{16}m^2 + \tfrac{39193}{768}m^3 \right) \\
& \cos 2Ev - 2cv & e^2 & \left(\tfrac{45}{8}m + \tfrac{331}{32}m^2 \right) \\
& \cos 2Ev - 2gv & \gamma^2 & \left(\tfrac{3}{8}m - \tfrac{61}{32}m^2 \right) \\
& \cos 2Ev + 2cv & e^2 & \left(\tfrac{15}{8}m^2 \right) \\
& \cos 2Ev + 2gv & \gamma^2 & \left(\tfrac{1}{2}m^2 \right);
\end{array}$$

et de là on tirera ;

$$4\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2 =$$

$$\cos 2cv \quad e^2 \left\{ \left(\frac{45}{4} - \frac{135}{16} = \frac{45}{16}\right) m^3 + \left(\frac{331}{16} + \frac{285}{8} - \frac{2313}{64} - \frac{495}{32} + \frac{15}{4} = \frac{541}{64}\right) m^4 \right\}$$

$$\cos 2gv \quad \gamma^2 \left\{ \frac{3}{4}\, m^3 - \left(\frac{61}{16} - \frac{19}{8} - 1 = \frac{7}{16}\right) m^4 \right\}$$

$$\cos 4Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{225}{32} m^2 + \left(\frac{3855}{64} + \frac{45}{4} = \frac{4575}{64}\right) m^3 \\ + \left(\frac{331}{16} + \frac{285}{8} + \frac{66049}{512} + \frac{195965}{1024} = \frac{385727}{1024}\right) m^4 \end{array} \right\}$$

$$\cos 4Ev - 2gv \quad \gamma^2 \left\{ \frac{3}{4} m^3 - \left(\frac{61}{16} - \frac{19}{8} = \frac{23}{16}\right) m^4 \right\}.$$

Maintenant, il ne nous manque plus rien pour pouvoir entreprendre les développemens propres à la formation de l'équation différentielle en δu, qui doit être conforme au titre de ce paragraphe. Il est essentiel que le Lecteur soit avverti, qu'il ne trouvera pas toujours ici les termes de l'ordre inférieur, parcequ'on peut les prendre dans les pages 303, 407 et 408 du second volume.

78. Cherchons avant tout les termes dépendans de la fonction δs. La valeur de δs trouvée dans la page 88 de ce volume donne

$$2s_1\delta s = \cos c'mv \quad \epsilon'\gamma^2 \left\{ \frac{9}{8} m - \frac{69}{64} m^2 - \frac{975}{256} m^3 - \frac{65461}{4096} m^4 \right\}$$

$$\cos c'mv \quad \epsilon'\gamma^2 \left\{ -\frac{9}{8} m + \frac{9}{64} m^2 + \frac{999}{256} m^3 + \frac{106081}{4096} m^4 \right\}$$

$$\cos 2Ev - 2gv \quad \gamma^2 \left\{ \frac{3}{8} m + \frac{3}{32} m^2 - \frac{273}{512} m^3 - \frac{4147}{2048} m^4 - \frac{225439}{49152} m^5 \right\}.$$

Les termes posés dans la page 205 du second volume donnent, par la combinaison des trois argumens $2Ev - gv$, $2Ev + c'mv - gv$, $2Ev - c'mv - gv$;

$$(\delta s)^2 = \cos c'mv \quad \epsilon'\gamma^2 \left\{ -\frac{9}{64} m^2 - \frac{171}{512} m^3 - \frac{981}{2048} m^4 - \frac{9}{256} m^3 - \frac{171}{2048} m^4 + \frac{819}{4096} m^4 \right\}$$

$$\cos c'mv \quad \epsilon'\gamma^2 \left\{ \frac{21}{64} m^2 + \frac{195}{512} m^3 - \frac{15}{2048} m^4 + \frac{21}{256} m^3 + \frac{195}{2048} m^3 - \frac{1911}{4096} m^4 \right\}$$

partant nous avons

$$2s_{,}\partial s+(\partial s)^2=$$

$$\cos c'mv \quad \varepsilon'\gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{9}{8}-\frac{9}{8}=0\right)m+\left(\frac{9}{64}-\frac{69}{64}+\frac{21}{64}-\frac{9}{64}=-\frac{3}{4}\right)m^2 \\ +\left(\frac{999}{256}-\frac{975}{256}-\frac{171}{512}-\frac{9}{256}+\frac{195}{512}+\frac{21}{256}=\frac{3}{16}\right)m^3 \\ +\left(\frac{106081}{4096}-\frac{65461}{4096}-\frac{981}{2048}-\frac{171}{2048}+\frac{819}{4096}-\frac{15}{2048}+\frac{195}{2048}-\frac{1911}{4096}=\frac{2349}{256}\right)m^4 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev-2gv \quad \gamma^2\left\{\frac{3}{8}m+\frac{3}{32}m^2-\frac{273}{512}m^3-\frac{4147}{2048}m^4-\frac{225439}{49152}m^5\right\}.$$

Le produit de ces termes par $\frac{3}{2}+\frac{3}{4}m^2-\frac{9}{2}m^4$ (Voyez p. 93, 94 de ce volume) donne

$$(1) \ldots\ldots -q\left(\frac{a}{a_{,}}\right)\partial T=$$

$$\cos c'mv \qquad \varepsilon'\gamma^2\left\{-\frac{9}{8}m^2+\frac{9}{32}m^3+\left(\frac{7047}{512}-\frac{9}{16}=\frac{6759}{512}\right)m^4\right\}$$

$$\cos 2Ev-2gv \quad \gamma^2\left\{-\frac{225439}{32768}-\frac{819}{2048}-\frac{27}{16}=-\frac{293839}{32768}\right\}m^5.$$

79. Cherchons maintenant le développement de la fonction $R_{,}+\frac{3}{2}\partial u$. Pour cela on fera d'abord

$$(a') \ldots\ldots \frac{q}{2}\left(\frac{a'u'}{u_{,}}\right)^3=$$

$$\cos c'mv \qquad \varepsilon'\left(\frac{3}{2}+\frac{3}{2}e^2+\frac{3}{8}\gamma^2-\frac{3}{2}m^2e^2\right)$$

$$\cos 2c'mv \qquad \varepsilon'^2\left(\frac{9}{4}\right)$$

$$\cos cv+c'mv \qquad e\varepsilon'\left(-\frac{9}{4}-\frac{3}{2}m-\frac{9}{8}m^2-\frac{675}{64}m^4\right)$$

$$\cos cv-c'mv \qquad e\varepsilon'\left(-\frac{9}{4}+\frac{3}{2}m+\frac{9}{8}m^2+\frac{675}{64}m^4\right).$$

Sur quoi il faut observer que, pour obtenir le troisième et le quatrième de ces coefficiens il suffit de développer le terme $\mp\frac{3}{2}\frac{m}{c}$ qu'on voit dans la page 348 du Ier volume.

Ensuite on fera

$$(b') \ldots\ldots \left[\frac{3}{2}u_1 - \frac{3}{2}q\left(\frac{a'u'}{u_1}\right)^3\right]\frac{\delta u}{u_1} =$$

$$\left\{\begin{array}{ll} 2\cos cv & e\left(\ \ 3\right) \\ 2\cos c'mv & e'\left(-\frac{9}{4}\right) \\ 2\cos 2gv & \gamma^2\left(-\frac{3}{4}\right) \\ 2\cos 2cv & e^2\left(-\frac{9}{4}\right) \end{array}\right\} \times \frac{\delta u}{u_1} =$$

$$\begin{array}{ll}
\cos 2Ev - 2cv & e^2\left(\ \frac{89193}{512}m^3\right) \\
\cos 2Ev - 2cv & e^2\left(-\ \frac{57}{8}\ m^3\right) \\
\cos 2Ev - 2gv & \gamma^2\left(-\ \frac{19}{8}\ m^3\right) \\
\cos c'mv & e'\left(-\ \frac{27}{8}me^2 - \frac{2367}{64}m^2e^2 - \frac{52299}{256}m^3e^2\right) \\
\cos c'mv & e'\left(\ \ \frac{27}{8}me^2 + \frac{3483}{64}m^2e^2 + \frac{106659}{256}m^3e^2\right) \\
\cos 2c'mv & e'^2\left(\ \ \frac{27}{8}m^2\right) \\
\cos cv + c'mv & ee'\left(-\ \frac{9}{2}m^2 + \frac{1755}{16}m^4\right) \\
\cos cv - c'mv & ee'\left(-\ \frac{9}{2}m^2 + \frac{1755}{16}m^4\right) \\
= \cos c'mv & e'\left(\ \ 0.me^2 + \frac{279}{16}m^2e^2 + \frac{6705}{32}m^3e^2\right) \\
\cos 2c'mv & e'^2\left(\ \ \frac{27}{8}m^2\right) \\
\cos cv + c'mv & ee'\left(-\ \frac{9}{2}m^2 + \frac{4755}{16}m^4\right) \\
\cos cv - c'mv & ee'\left(-\ \frac{9}{2}m^2 + \frac{1755}{16}m^4\right) \\
\cos 2Ev - 2cv & e^2\left\{\ \frac{89198}{512} - \frac{57}{8} = \frac{35545}{512}\right\}m^3 \\
\cos 2Ev - 2gv & \gamma^2\left(-\ \frac{19}{8}m^3\right).
\end{array}$$

Produits partiels de $3q\left(\frac{a'u'}{u_1}\right)^2 \cdot \left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$.

On prendra les termes de $\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$ dans les pages 770-774 du second volume, et dans la page 303 de celui-ci.

Multiplicateur | Produit

$$\cos ov \quad (\;3\;)\ldots\begin{cases}\cos c'mv & \varepsilon'\left(9.m^4+\frac{225}{16}m^2e^2+76.m^5+\frac{6015}{32}m^3e^2\right)\\ \cos cv+c'mv & e\varepsilon'\left(\frac{165}{16}m^3+\frac{5693}{64}m^4\right)\\ \cos cv-c'mv & e\varepsilon'\left(\frac{225}{16}m^3+\frac{9633}{64}m^4\right)\end{cases}$$

$$2\cos cv \quad e\left(-\frac{9}{2}\right)\ldots\begin{cases}\cos c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{495}{32}m^3e^2\right)\\ \cos c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{675}{32}m^3e^2\right)\\ \cos cv+c'mv & e\varepsilon'\left(-\frac{27}{2}\;m^4\right)\\ \cos cv-c'mv & e\varepsilon'\left(-\frac{27}{2}\;m^4\right)\end{cases}$$

$$2\cos c'mv \quad \varepsilon'\left(\;\frac{9}{2}\right)\ldots\begin{cases}\cos cv+c'mv & e\varepsilon'\left(\frac{135}{16}m^3+\frac{3699}{64}m^4\right)\\ \cos cv-c'mv & e\varepsilon'\left(\frac{135}{16}m^3+\frac{3699}{64}m^4\right)\\ \cos c'mv & \varepsilon'\left(\frac{9}{2}m^4+\frac{2025}{128}m^2e^2+\frac{57}{2}m^5+\frac{32535}{256}m^3e^2\right)\end{cases}$$

$$2\cos cv+c'mv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{27}{4}\right)\ldots\begin{cases}\cos cv+c'mv & e\varepsilon'\left(-\frac{27}{4}\;m^4\right)\\ \cos c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{405}{32}m^3e^2\right)\end{cases}$$

$$2\cos cv-c'mv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{27}{4}\right)\ldots\begin{cases}\cos cv-c'mv & e\varepsilon'\left(-\frac{27}{4}\;m^4\right)\\ \cos c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{405}{32}m^3e^2\right).\end{cases}$$

La réunion de ces termes donne

$$(c') \ldots\ldots\ 3q\left(\frac{a'u'}{u_1}\right)^3 \cdot \left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2 =$$

$$\cos c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \left(9+\frac{9}{2}=\frac{27}{2}\right)m^4+\left(\frac{225}{16}+\frac{2025}{128}=\frac{3825}{128}\right)m^2e^2+\left(76+\frac{57}{2}=\frac{209}{2}\right)m^5 \\ +\left(\frac{6015}{32}-\frac{495}{32}-\frac{675}{32}+\frac{82535}{256}-\frac{405}{32}-\frac{405}{32}=\frac{64815}{256}\right)m^3e^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos cv+c'mv \quad e\varepsilon' \left\{ \left(\frac{165}{16}+\frac{135}{16}=\frac{75}{4}\right)m^3+\left(\frac{5693}{64}-\frac{27}{2}+\frac{3699}{64}-\frac{27}{4}=\frac{253}{2}\right)m^4 \right\}$$

$$\cos cv-c'mv \quad e\varepsilon' \left\{ \left(\frac{225}{16}+\frac{135}{16}=\frac{45}{2}\right)m^3+\left(\frac{9633}{64}-\frac{27}{2}+\frac{3699}{64}-\frac{27}{4}=\frac{3009}{16}\right)m^4 \right\}$$

Nous avons

$$(d') \ldots\ \frac{q}{2}\cdot\frac{\delta[(a'u')^3]}{u_1^3} = 2\sin c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{3}{4}\right) \times m\delta nt$$

$$= 2\sin c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{3}{4}\right) \times \left\{ \begin{array}{ll} \sin cv & e\left(\frac{405}{32}m^4\right) \\ +\sin c'mv & \varepsilon'\left(3.\ m^2\right) \end{array} \right\}$$

$$= \cos cv-c'mv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{1215}{128}m^4\right)$$

$$\cos cv+c'mv \quad e\varepsilon'\left(\frac{1215}{128}m^4\right)$$

$$\cos 2c'mv \quad \varepsilon'^2\left(\frac{9}{4}\ m^2\right).$$

En multipliant par

$$-3\frac{\delta u}{u_1} = 2\cos 2Ev\ \left(-\frac{3}{2}m^2\right) + 2\cos 2Ev-cv\ \ e\left(-\frac{45}{16}m\right)$$

les termes de la fonction $\frac{q}{2}\frac{\delta[(a'u')^3]}{u_1^3}$ qu'on voit dans la page 99 de ce volume, il viendra ;

$$(e') \ldots\ldots -\frac{3}{2}q\cdot\frac{\delta u}{u_1}\cdot\frac{\delta[(a'u')^3]}{u_1^3} =$$

$$\cos c'mv \quad \varepsilon'\left\{\frac{99}{64}-\frac{99}{64} = 0\right\}m^5$$

$$\cos cv+c'mv \quad e\varepsilon'\left\{-\frac{135}{32}+\frac{1485}{512}=-\frac{675}{512}\right\}m^4$$

$$\cos cv-c'mv \quad e\varepsilon'\left\{\frac{135}{32}-\frac{1485}{512}=\frac{675}{512}\right\}m^4.$$

La réunion des termes compris dans les formules (a'), (b'), (c'), (d'), (e') donne

$$(2) \; \ldots\ldots \; R_4 + \frac{3}{2}\,\delta u =$$

$$\cos c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \frac{3}{2} + \frac{3}{2}e^2 + \frac{3}{8}\gamma^2 + \frac{27}{2}m^2 + \left(\frac{279}{16} - \frac{3}{2} + \frac{3825}{128} = \frac{5865}{128}\right)m^2e^2 \\ + \frac{209}{2}m^3 + \left(\frac{6795}{32} + \frac{64815}{256} = \frac{119175}{256}\right)m^3e^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2c'mv \quad \varepsilon'^2 \left\{ \frac{9}{4} + \left(\frac{27}{8} + \frac{9}{4} = \frac{45}{8}\right)m^2 \right\}$$

$$\cos cv + c'mv \quad e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\frac{9}{4} - \frac{3}{2}m - \frac{9}{2}m^2 + \left(\frac{75}{4} - \frac{9}{8} = \frac{141}{8}\right)m^3 \\ + \left(\frac{1755}{16} - \frac{675}{64} + \frac{253}{2} - \frac{675}{512} + \frac{1215}{128} = \frac{119713}{512}\right)m^4 \end{array} \right\}$$

$$\cos cv - c'mv \quad e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\frac{9}{4} + \frac{3}{2}m - \frac{9}{2}m^2 + \left(\frac{9}{8} + \frac{45}{2} = \frac{189}{8}\right)m^3 \\ + \left(\frac{675}{64} + \frac{1755}{16} + \frac{3009}{16} + \frac{675}{512} - \frac{1215}{128} = \frac{153663}{512}\right)m^4 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left(\frac{35545}{512}m^3\right)$$

$$\cos 2Ev - 2gv \quad \gamma^2\left(-\frac{19}{8}m^3\right).$$

80. Développons maintenant les différentes fonctions qui composent la valeur de R_4. D'abord on fera

$$R' = \sin 2Ev - 2cv \quad e^2\left\{\frac{9}{2} + \frac{12825}{256} = \frac{13977}{256}\right\}m^4$$

$$\sin 2Ev - 2gv \quad \gamma^2\left(\frac{81}{256}m^4\right);$$

ce qui est une conséquence naturelle de la forme des coefficiens qui affectent ces argumens dans la page 337 du I.er volume, et des valeurs de c et g données dans les pages 292 et 195 de celui-ci.

Ensuite on procédera ainsi qu'il suit dans le développement de la fonction $\delta R'$.

Produits partiels de $-6q.\frac{(a'u')^3}{u_1^4}\frac{\sin}{\cos}(2v-2v').\frac{\delta u}{u_1}$.

On prendra les termes de $\frac{\delta u}{u_1}$ dans les pages 752-760 du second volume, et dans les pages 167-171, 328, 337 de celui-ci.

Multiplicateur . . . . $2\frac{\sin}{\cos}2Ev\left(-3-6.e^2+12.m^2e^2\right)$

Produit

$$\frac{\sin}{\cos}\quad 2Ev-2cv \quad e^2\left(-\frac{219}{4}m^4\right)$$

$$2Ev-2gv \quad \gamma^2\left(\frac{531}{128}m^4\right)$$

$$-c'mv \quad e'\left\{\begin{array}{l}\frac{2171}{144}m^5+\frac{55259}{512}m^3e^2-\frac{4645}{1024}m^3\gamma^2-\frac{4183}{432}m^6\\ +\frac{26285789}{24576}m^4e^2+\frac{19}{4}m^3e^2+\frac{317}{24}m^4e^2-6.m^4e^2\end{array}\right\}$$

$$c'mv \quad e'\left\{\begin{array}{l}-\frac{9609}{16}m^5+\frac{5433}{512}m^3e^2+\frac{20577}{1024}m^3\gamma^2-\frac{24589}{16}m^6\\ -\frac{2338287}{8192}m^4e^2-\frac{399}{4}m^3e^2-\frac{3009}{8}m^4e^2+42.m^4e^2\end{array}\right\}$$

$$cv-c'mv \quad ee'\left(-\frac{28391557}{12288}m^4\right)$$

$$cv+c'mv \quad ee'\left(-\frac{1886361}{4096}m^4\right)$$

$$-(cv+c'mv) \quad ee'\left(-\frac{15585}{512}m^4\right)$$

$$-(cv-c'mv) \quad ee'\left(\frac{73449}{512}m^4\right)$$

$$2c'mv \quad e'^2\left(-\frac{10081}{12}m^4\right)$$

$$-(2Ev-2cv) \quad e^2\left(-\frac{68553}{512}m^4\right)$$

$$-(2Ev-2gv) \quad \gamma^2\left(-\frac{17283}{8192}m^4\right)$$

$$\text{Multiplicateur} \ldots \; 2\,{}^{\sin}_{\cos}\, 2Ev - cv \quad e\left(6 + 6.m + \frac{9}{2}m^2\right)$$

$$\text{Produit}\begin{cases} {}^{\sin}_{\cos} -(cv + c'mv) \;\; e\varepsilon'\left(-\frac{317}{24}m^4 - \frac{19}{4}m^4\right) \\ -(cv - c'mv) \;\; e\varepsilon'\left(\frac{3009}{8}m^4 + \frac{399}{4}m^4\right) \\ -c'mv \;\; \varepsilon'\left(\frac{53971}{128}m^3e^2 + \frac{28391557}{6144}m^4e^2 + \frac{39}{32}m^3e^2 + \frac{53971}{128}m^4e^2 - \frac{135}{16}m^4e^2\right) \\ c'mv \;\; \varepsilon'\left(\frac{62961}{128}m^3e^2 + \frac{1886361}{2048}m^4e^2 + \frac{4737}{32}m^3e^2 + \frac{62961}{128}m^4e^2 + \frac{315}{16}m^4e^2\right) \end{cases}$$

$$\text{Multiplicateur.} \ldots \; 2\,{}^{\sin}_{\cos}\, 2Ev + cv \quad e\left(6 - 6.m\right)$$

$$\text{Produit}\begin{cases} {}^{\sin}_{\cos} \;\; cv - c'mv \;\; e\varepsilon'\left(-\frac{317}{24}m^4 + \frac{19}{4}m^4\right) \\ cv + c'mv \;\; e\varepsilon'\left(\frac{3009}{8}m^4 - \frac{399}{4}m^4\right) \\ -c'mv \;\; \varepsilon'\left(\frac{117}{16}m^3e^2 + \frac{15585}{256}m^4e^2 - \frac{27}{8}m^3e^2 - \frac{117}{16}m^4e^2\right) \\ c'mv \;\; \varepsilon'\left(-\frac{1107}{16}m^3e^2 - \frac{73449}{256}m^4e^2 + \frac{189}{8}m^3e^2 + \frac{1107}{16}m^4e^2\right) \\ -(2Ev - 2cv) \;\; e^2\left(-\frac{3453}{128}m^4 + \frac{225}{32}m^4\right) \end{cases}$$

$$\text{Multiplicateur} \ldots \; 2\,{}^{\sin}_{\cos}\, 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{3}{2} + 3.e^2 - \frac{3}{2}m^2e^2\right)$$

$$\text{Produit}\begin{cases} {}^{\sin}_{\cos} \;\; c'mv \;\; \varepsilon'\left\{\begin{matrix} \frac{1475}{72}m^5 - \frac{2893}{2048}m^3\gamma^2 - \frac{15929}{2048}m^3e^2 + \frac{59717}{1728}m^6 \\ -\frac{574831}{24576}m^4e^2 + \frac{19}{2}m^3e^2 + \frac{64}{3}m^4e^2 - \frac{3}{2}m^4e^2 \end{matrix}\right\} \\ cv + c'mv \;\; e\varepsilon'\left(\frac{1416863}{12288}m^4\right) \\ -(cv - c'mv) \;\; e\varepsilon'\left(-\frac{1389}{256}m^4\right) \end{cases}$$

Multiplicateur Produit

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\, 2Ev - 2c'mv \quad \varepsilon'^2\left(-\frac{51}{2}\right) \ldots \left\{{}^{\sin}_{\cos} - 2c'mv \quad \varepsilon'^2\left(-\frac{544}{3}m^4\right)\right.$$

Multiplicateur . . . . $2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{21}{2} - 21.\,e^2 + \frac{189}{2}m^2e^2\right)$

$$\text{Produit}\begin{cases} {}^{\sin}_{\cos} - c'mv & \varepsilon'\left\{\begin{array}{l} -\frac{10325}{72}m^5 + \frac{20251}{2048}m^3\gamma^2 + \frac{111503}{2048}m^3e^2 - \frac{418019}{1728}m^4 \\ +\frac{4023817}{24576}m^4e^2 - \frac{133}{2}m^3e^2 - \frac{448}{3}m^4e^2 + \frac{189}{2}m^4e^2 \end{array}\right\} \\ cv - c'mv & e\varepsilon'\left(-\frac{9918041}{12288}m^4\right) \\ -(cv + c'mv) & e\varepsilon'\left(\frac{9723}{256}m^4\right) \\ -2c'mv & \varepsilon'^2\left(\frac{2219}{96}m^4\right) \end{cases}$$

Multiplicateur . . . . $2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev + c'mv + cv \quad e\varepsilon'\left(-3 + \frac{3}{2}m\right)$

$$\text{Produit}\begin{cases} {}^{\sin}_{\cos}\,cv + c'mv & e\varepsilon'\left(-\frac{64}{3}m^3 + \frac{19}{4}m^4\right) \\ c'mv & \varepsilon'\left(\frac{99}{16}m^3e^2 + \frac{1389}{128}m^4e^2 - \frac{27}{16}m^3e^2 - \frac{99}{32}m^4e^2\right) \end{cases}$$

Multiplicateur . . . . $2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(-3 - \frac{3}{2}m - \frac{9}{8}m^2\right)$

$$\text{Produit}\begin{cases} {}^{\sin}_{\cos} - (cv - c'mv) & e\varepsilon'\left(-\frac{64}{3}m^3 - \frac{19}{4}m^4\right) \\ c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{39193}{512}m^3e^2 - \frac{1416863}{6144}m^4e^2 - \frac{771}{64}m^3e^2 - \frac{39193}{1024}m^4e^2 - \frac{135}{64}m^4e^2\right) \end{cases}$$

Multiplicateur . . . . $2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev - c'mv + cv \quad e\varepsilon'\left(21 - \frac{63}{2}m\right)$

$$\text{Produit}\begin{cases} {}^{\sin}_{\cos}\,cv - c'mv & e\varepsilon'\left(\frac{448}{3}m^3 - \frac{399}{4}m^4\right) \\ -c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{693}{16}m^3e^2 - \frac{9723}{128}m^4e^2 + \frac{567}{16}m^3e^2 + \frac{2079}{32}m^4e^2\right) \end{cases}$$

Multiplicateur . . . . $2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(21 + \frac{63}{2}m + \frac{189}{8}m^2\right)$

$$\text{Produit}\begin{cases} {}^{\sin}_{\cos} - (cv + c'mv) & e\varepsilon'\left(\frac{448}{3}m^3 + \frac{399}{4}m^4\right) \\ -c'mv & \varepsilon'\left\{\begin{array}{l} \frac{274351}{512}m^3e^2 + \frac{9918041}{6144}m^4e^2 \\ +\frac{16191}{64}m^3e^2 + \frac{823053}{1024}m^4e^2 + \frac{2835}{64}m^4e^2 \end{array}\right\} \end{cases}$$

Multiplicateur | Produit

$$2\,{}^{sin}_{cos}\,2Ev+2cv\;\; e^2\left(-\frac{15}{2}\right)\ldots\ldots\left\{ {}^{sin}_{cos} -(2Ev-2cv)\;\; e^2\left(\frac{15}{4}m^4\right)\right.$$

$$2\,{}^{sin}_{cos}\,2Ev+2gv\;\; \gamma^2\left(-\frac{3}{2}\right)\ldots\ldots\left\{\quad -(2Ev-2gv)\;\; \gamma^2\left(\frac{3}{4}m^4\right).\right.$$

La réunion de ces produits partiels donne

$$(a)\;\ldots\ldots -6q\,.\,\frac{(a'u')^3}{u_1^4}\,{}^{sin}_{cos}\,(2v-2v')\,.\,\frac{\delta u}{u_1}=$$

$$
{}^{sin}_{cos}\quad c'mv\quad \varepsilon'\left\{
\begin{array}{l}
-\left(\frac{9609}{16}-\frac{1475}{72}=\frac{83531}{144}\right)m^5\\
+\left\{\begin{array}{l}\frac{5433}{512}-\frac{399}{4}+\frac{62961}{128}+\frac{4737}{32}-\frac{1107}{16}+\frac{189}{8}\\ -\frac{15929}{2048}+\frac{19}{2}+\frac{99}{16}-\frac{27}{16}-\frac{39193}{512}-\frac{771}{64}=\frac{865975}{2048}\end{array}\right\}m^3e^2\\
+\left(\frac{20577}{1024}-\frac{2893}{2048}=\frac{38261}{2048}\right)m^3\gamma^2-\left(\frac{24589}{16}-\frac{59717}{1728}=\frac{2595895}{1728}\right)m^6\\
+\left\{\begin{array}{l}\frac{1886361}{2048}+42-\frac{2338287}{8192}-\frac{3009}{8}+\frac{62961}{128}+\frac{315}{16}\\ -\frac{73449}{256}+\frac{1107}{16}-\frac{574831}{24576}+\frac{64}{8}-\frac{3}{2}+\frac{1389}{128}\\ -\frac{99}{32}-\frac{1416863}{6144}-\frac{39193}{1024}-\frac{135}{61}=\frac{2018735}{6144}\end{array}\right\}m^4e^2
\end{array}\right\}
$$

$$
{}^{sin}_{cos}-c'mv\quad \varepsilon'\left\{
\begin{array}{l}
-\left(\frac{10825}{72}-\frac{2171}{144}=\frac{18479}{144}\right)m^5\\
+\left\{\begin{array}{l}\frac{55259}{512}+\frac{19}{4}+\frac{53971}{128}+\frac{39}{32}+\frac{117}{16}-\frac{27}{8}+\frac{111503}{2048}\\ -\frac{133}{2}-\frac{693}{16}+\frac{567}{16}+\frac{274351}{512}+\frac{16191}{64}=\frac{2679559}{2048}\end{array}\right\}m^3e^2\\
+\left(\frac{20251}{2048}-\frac{4645}{1024}=\frac{10961}{2048}\right)m^3\gamma^2-\left(\frac{418019}{1728}+\frac{4183}{432}=\frac{144917}{576}\right)m^6\\
+\left\{\begin{array}{l}\frac{20285789}{24576}+\frac{317}{24}-6+\frac{28391557}{6144}+\frac{53971}{128}-\frac{135}{16}\\ +\frac{15585}{256}-\frac{117}{16}+\frac{4023817}{24576}-\frac{448}{3}+\frac{189}{2}-\frac{9723}{128}\\ +\frac{2079}{32}+\frac{9918041}{6144}+\frac{823053}{1024}+\frac{2835}{64}=\frac{85736809}{4096}\end{array}\right\}m^4e^2
\end{array}\right\}
$$

$$\begin{array}{lll}
{}^{\sin}_{\cos}\ 2c'mv & \varepsilon''^{2} & \left\{-\frac{10081}{12}+\frac{3009}{32}=-\frac{71621}{96}\right\} m^4 \\
-2c'mv & \varepsilon''^{2} & \left\{-\frac{544}{8}+\frac{2219}{96}=-\frac{5063}{32}\right\} m^4 \\
cv+c'mv & e\varepsilon' & \left\{-\frac{1886361}{4096}+\frac{3009}{8}-\frac{399}{4}+\frac{1416863}{12288}-\frac{64}{3}+\frac{19}{4}=-\frac{262475}{3072}\right\} m^4 \\
-(cv+c'mv) & e\varepsilon' & \left\{\frac{9723}{256}-\frac{15585}{512}-\frac{317}{24}-\frac{19}{4}+\frac{448}{3}+\frac{399}{4}=\frac{122197}{512}\right\} m^4 \\
cv-c'mv & e\varepsilon' & \left\{-\frac{28391557}{12288}-\frac{317}{24}+\frac{19}{4}-\frac{9918011}{12288}+\frac{448}{3}-\frac{399}{4}=-\frac{6300709}{2048}\right\} m^4 \\
-(cv-c'mv) & e\varepsilon' & \left\{\frac{73149}{512}+\frac{3009}{8}+\frac{399}{4}-\frac{1389}{256}-\frac{64}{3}-\frac{19}{4}=\frac{902893}{1536}\right\} m^4 \\
2Ev-2cv & e^2 & \left(-\frac{219}{4}m^4\right) \\
-(2Ev-2cv) & e^2 & \left\{-\frac{68553}{512}-\frac{3453}{128}+\frac{225}{32}+\frac{15}{4}=-\frac{76845}{512}\right\} m^4 \\
2Ev-2gv & \gamma^2 & \left(\frac{531}{128}m^4\right) \\
-(2Ev-2gv) & \gamma^2 & \left\{-\frac{17283}{8192}+\frac{3}{4}=-\frac{11139}{8192}\right\} m^4.
\end{array}$$

Produits partiels de $15q.\frac{(a'u')^3}{u_1^4}{}^{\sin}_{\cos}(2v-2v').\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$

On prendra les termes de $\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$ dans les pages 770-774 du second volume, et dans les pages 302-304, 338 de celui-ci.

Multiplicateur . . . . $2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-cv \quad e\left(-15-15.\,m\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll}
{}^{\sin}_{\cos}-(cv+c'mv) & e\varepsilon' & \left(\frac{45}{2}m^4\right) \\
-(cv-c'mv) & e\varepsilon' & \left(\frac{45}{2}m^4\right) \\
-c'mv & \varepsilon' & \left(\frac{405}{16}m^3e^2-\frac{4635}{32}m^4e^2+\frac{405}{16}m^4e^2\right) \\
c'mv & \varepsilon' & \left(\frac{945}{16}m^3e^2+\frac{6705}{16}m^4e^2+\frac{945}{16}m^4e^2\right) \\
2Ev-2cv & e^2 & \left(-\frac{6165}{32}m^4-\frac{225}{8}m^4\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . . $2 \, {}^{\sin}_{\cos} \, 2Ev \left(\frac{15}{2} + 15 . e^2\right)$

Produit

$$
\begin{array}{lll}
{}^{\sin}_{\cos} - c'mv & \varepsilon' & \left\{ \begin{array}{l} - \frac{285}{8} m^5 + \frac{135}{64} m^3 \gamma^2 - \frac{245835}{1024} m^3 e^2 \\ + \frac{5915}{32} m^6 - \frac{16001145}{8192} m^4 e^2 - \frac{45}{2} m^4 e^2 \end{array} \right\} \\
c'mv & \varepsilon' & \left\{ \begin{array}{l} - \frac{285}{8} m^5 + \frac{135}{64} m^3 \gamma^2 + \frac{351135}{1024} m^3 e^2 \\ + \frac{5435}{32} m^6 + \frac{28255545}{8192} m^4 e^2 - \frac{45}{2} m^4 e^2 \end{array} \right\} \\
-2c'mv & \varepsilon'^2 & \left(- \frac{45}{4} m^4\right) \\
2c'mv & \varepsilon'^2 & \left(- \frac{225}{4} m^4\right) \\
2Ev - 2cv & e^2 & \left(\frac{8115}{512} m^4\right) \\
2Ev - 2gv & \gamma^2 & \left(- \frac{105}{128} m^4\right) \\
-(2Ev - 2cv) & e^2 & \left(\frac{5785905}{8192} m^4\right) \\
-(2Ev - 2gv) & \gamma^2 & \left(- \frac{345}{128} m^4\right) \\
cv - c'mv & e\varepsilon' & \left(\frac{4635}{64} m^4\right) \\
-(cv + c'mv) & e\varepsilon' & \left(- \frac{13635}{128} m^4\right) \\
cv + c'mv & e\varepsilon' & \left(- \frac{6705}{32} m^4\right) \\
-(cv - c'mv) & e\varepsilon' & \left(\frac{22455}{128} m^4\right)
\end{array}
$$

Multiplicateur	Produit
$2 \, {}^{\sin}_{\cos} \, 2Ev - 2gv \quad \gamma^2 \left(\frac{15}{4}\right)$	${}^{\sin}_{\cos} \quad 2Ev - 2gv \quad \gamma^2 \left(\frac{15}{4} m^4\right)$
$2 \, {}^{\sin}_{\cos} \, 2Ev + 2gv \quad \gamma^2 \left(\frac{15}{4}\right)$	${}^{\sin}_{\cos} - (2Ev - 2gv) \quad \gamma^2 \left(\frac{15}{8} m^4\right)$

Multiplicateur . . . . . $2 \frac{\sin}{\cos} 2Ev + cv \quad e\left(-15+15.m\right)$

$$\text{Produit}\begin{cases} \frac{\sin}{\cos} & cv - c'mv & ee'\left(\frac{45}{2}m^4\right) \\ & cv + c'mv & ee'\left(\frac{45}{2}m^4\right) \\ & -c'mv & e'\left(\frac{135}{8}m^3e^2 + \frac{13635}{64}m^4e^2 - \frac{135}{8}m^4e^2\right) \\ & c'mv & e'\left(-\frac{135}{8}m^3e^2 - \frac{22455}{64}m^4e^2 + \frac{135}{8}m^4e^2\right) \\ & -(2Ev - 2cv) & e^2\left(-\frac{6705}{32}m^4 + \frac{225}{8}m^4\right) \end{cases}$$

Multiplicateur | Produit

$$2\frac{\sin}{\cos}2Ev + c'mv \cdot e'\left(-\frac{15}{4}\right)\ldots\begin{cases} \frac{\sin}{\cos} \quad c'mv & e'\left(\frac{15}{8}m^4 + \frac{16875}{2048}m^4e^2\right) \\ 2c'mv & e'^2\left(\frac{45}{8}m^4\right) \end{cases}$$

$$2\frac{\sin}{\cos}2Ev - c'mv \quad e'\left(\frac{105}{4}\right)\ldots\begin{cases} \frac{\sin}{\cos} - c'mv & e'\left(-\frac{105}{8}m^4 - \frac{118125}{2048}m^4e^2\right) \\ -2c'mv & e'^2\left(-\frac{315}{8}m^4\right) \end{cases}$$

$$2\frac{\sin}{\cos}2Ev - 2cv \quad e^2\left(\frac{75}{4}\right)\ldots\left\{\frac{\sin}{\cos} \quad 2Ev - 2cv \quad e^2\left(\frac{75}{4}m^4\right)\right.$$

$$2\frac{\sin}{\cos}2Ev + 2cv \quad e^2\left(\frac{75}{4}\right)\ldots\left\{\frac{\sin}{\cos} - (2Ev - 2cv) \quad e^2\left(\frac{75}{8}m^4\right).\right.$$

La réunion de ces produits partiels donne

$$(b) \ldots\ldots\ 15q\frac{(a'u')^3}{u_1^4}\frac{\sin}{\cos}(2v - 2v')\cdot\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2 =$$

$$\frac{\sin}{\cos} \quad c'mv\, e'\begin{cases} -\frac{285}{8}m^5 + \frac{135}{64}m^3\gamma^2 + \left(\frac{351135}{1024} + \frac{945}{16} - \frac{135}{8} = \frac{394335}{1024}\right)m^3e^2 \\ +\left(\frac{5435}{32} + \frac{15}{8} = \frac{5495}{32}\right)m^6 \\ +\left(\frac{28255545}{8192} - \frac{45}{2} + \frac{6705}{16} + \frac{945}{16} - \frac{22455}{64} + \frac{135}{8} + \frac{16875}{2048} = \frac{29319525}{8192}\right)m^4e^2 \end{cases}$$

$$\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix} - c'mv\ \epsilon' \left\{\begin{array}{l} -\frac{285}{8}m^5 + \frac{135}{64}m^3\gamma^2 - \left(\frac{245835}{1024} - \frac{405}{16} - \frac{135}{8} = \frac{202635}{1024}\right)m^3e^2 \\ + \left(\frac{5915}{32} - \frac{105}{8} = \frac{5495}{32}\right)m^4 \\ - \left(\frac{16001145}{8192} + \frac{45}{2} + \frac{4635}{32} - \frac{405}{16} - \frac{13635}{64} + \frac{135}{8} + \frac{118125}{2048} = \frac{16030125}{8192}\right)m^4e^2 \end{array}\right\}$$

$$2c'mv \qquad \epsilon'^2 \left\{ -\frac{225}{4} + \frac{45}{8} = -\frac{405}{8} \right\} m^4$$

$$-2c'mv \qquad \epsilon'^2 \left\{ -\frac{45}{4} - \frac{315}{8} = -\frac{405}{8} \right\} m^4$$

$$cv + c'mv \qquad e\epsilon' \left\{ \frac{45}{2} - \frac{6705}{32} = -\frac{5985}{32} \right\} m^4$$

$$-(cv + c'mv) \qquad e\epsilon' \left\{ \frac{45}{2} - \frac{13635}{128} = -\frac{10755}{128} \right\} m^4$$

$$cv - c'mv \qquad e\epsilon' \left\{ \frac{45}{2} + \frac{4635}{64} = \frac{6075}{64} \right\} m^4$$

$$-(cv - c'mv) \qquad e\epsilon' \left\{ \frac{45}{2} + \frac{22455}{128} = \frac{25335}{128} \right\} m^4$$

$$2Ev - 2cv \qquad e^2 \left\{ \frac{8115}{512} - \frac{6165}{32} - \frac{225}{8} + \frac{75}{4} = -\frac{95325}{512} \right\} m^4$$

$$-(2Ev - 2cv) \qquad e^2 \left\{ \frac{5785905}{8192} - \frac{6705}{32} + \frac{225}{8} + \frac{75}{8} = \frac{4376625}{8192} \right\} m^4$$

$$2Ev - 2gv \qquad \gamma^2 \left\{ -\frac{105}{128} + \frac{15}{4} = \frac{375}{128} \right\} m^4$$

$$-(2Ev - 2gv) \qquad \gamma^2 \left\{ -\frac{345}{128} + \frac{15}{8} = -\frac{105}{128} \right\} m^4.$$

Produits partiels de $-30.q\frac{(a'u')^3}{u_1^4}\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}(2v-2v')\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^3$.

On prendra les termes de $\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^3$ dans la page 306.

Multiplicateur Produit

$$2\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}2Ev \qquad (-15) \ldots \left\{\begin{array}{l} \begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix} - c'mv\ \epsilon'\left(-\frac{225}{8}m^6 - \frac{16875}{256}m^4e^2\right) \\ \qquad c'mv\ \epsilon'\left(-\frac{585}{8}m^6 - \frac{97875}{256}m^4e^2\right) \end{array}\right.$$

$$2\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}2Ev + c'mv\ \epsilon'\left(\frac{15}{2}\right) \ldots \begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\ c'mv\ \epsilon'\left(\frac{45}{8}m^6 + \frac{10125}{256}m^4e^2\right)$$

$$2\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}2Ev - c'mv\ \epsilon'\left(-\frac{105}{2}\right) \ldots \begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix} - c'mv\ \epsilon'\left(-\frac{315}{8}m^6 - \frac{70875}{256}m^4e^2\right).$$

En réunissant ces produits partiels on aura

$$(k)\ \ldots\ldots -30\,.\,q\,\frac{(a'u')^3}{u_1^4}\,{}^{\sin}_{\cos}(2v-2v').\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^3 =$$

$$\begin{aligned}&{}^{\sin}_{\cos}\ c'mv\ \ \epsilon'\left\{-\left(\frac{585}{8}-\frac{45}{8}=\frac{135}{2}\right)m^6-\left(\frac{97875}{256}-\frac{10125}{256}=\frac{43875}{128}\right)m^4c^2\right\}\\ &-c'mv\ \ \epsilon'\left\{-\left(\frac{225}{8}+\frac{315}{8}=\frac{135}{2}\right)m^6-\left(\frac{16875}{256}+\frac{70875}{256}=\frac{43875}{128}\right)m^4e^2\right\}.\end{aligned}$$

81. Avant de former les produits partiels de $\delta.\left[(\alpha'u')^3\,{}^{\sin}_{\cos}(2v-2v')\right]$, il faut observer, que le carré de δnt donne aussi quelques termes qu'on obtient d'après la formule posée dans la page 331 du I.er volume. Voici les termes de $(\delta nt)^2$ qu'il faut employer pour cet objet.

Produits partiels de $(\delta nt)^2$

Multiplicateur	Produit
$2\sin c'mv\ \ \epsilon'\left(3.m\right)\ldots$	$\cos 2Ev-c'mv\quad \epsilon'\left(-\frac{33}{8}m^3-\frac{59}{4}m^4+\frac{135}{16}m^2e^2\right)$
	$\cos 2Ev+c'mv\quad \epsilon'\left(\frac{33}{8}m^3+\frac{59}{4}m^4-\frac{135}{16}m^2e^2\right)$
	$\cos 2Ev+c'mv-cv\quad e\epsilon'\left(\frac{45}{4}m^2\right)$
	$\cos 2Ev-c'mv-cv\quad e\epsilon'\left(-\frac{45}{4}m^2\right)$
$2\sin cv-c'mv\ \ e\epsilon'\left(-\frac{9}{4}m\right)\ldots\ldots$	$\cos 2Ev-c'mv\ \ \epsilon'\left(-\frac{135}{16}m^2e^2\right)$
$2\sin cv+c'mv\ \ e\epsilon'\left(\frac{9}{4}m\right)\ldots\ldots$	$\cos 2Ev+c'mv\ \ \epsilon'\left(\frac{135}{16}m^2e^2\right)$
$2\sin 2Ev-cv\ \ e\left(-\frac{15}{4}m\right)\ldots\ldots$	$\cos 4Ev-2cv\ \ e^2\left(-\frac{225}{32}m^2\right).$

Maintenant, à l'aide de ces termes, de ceux posés dans la page 316, et de la valeur de δnt qui occupe les pages 838-846 du second volume, il sera facile d'obtenir les

Produits partiels de $\delta.\left[(\alpha' u')^3 \,{}^{\sin}_{\cos}\,(2v-2v')\right]$

Multiplicateur . . . . $-2\,{}^{\cos}_{\sin}-2Ev \;\; (m)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll}
{}^{\sin}_{\cos}\;\; 2Ev-2cv & e^2 & \left(-\frac{1185}{128}m^4\right) \\
2Ev-2gv & \gamma^2 & \left(\frac{3}{16}m^4\right) \\
-(2Ev-2cv) & e^2 & \left(\frac{9045}{512}m^4\right) \\
-(2Ev-2gv) & \gamma^2 & \left(\frac{141}{512}m^4\right) \\
-c'mv & \varepsilon' & \left(\frac{29}{576}m^5-\frac{99}{64}m^3e^2-\frac{37}{64}m^3\gamma^2-\frac{1129}{432}m^6+\frac{65711}{1024}m^4e^2\right) \\
c'mv & \varepsilon' & \left(-\frac{7003}{64}m^5+\frac{1983}{64}m^3e^2+\frac{173}{64}m^3\gamma^2-\frac{6077}{16}m^6+\frac{170573}{1024}m^4e^2\right) \\
2c'mv & \varepsilon'^2 & \left(-\frac{1003}{12}m^4\right) \\
cv-c'mv & e\varepsilon' & \left(-\frac{18913}{128}m^4\right) \\
-(cv+c'mv) & e\varepsilon' & \left(-\frac{335}{96}m^4\right) \\
cv+c'mv & e\varepsilon' & \left(-\frac{32691}{128}m^4\right) \\
-(cv-c'mv) & e\varepsilon' & \left(\frac{905}{32}m^4\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . . $-2\,{}^{\cos}_{\sin}-(2Ev+c'mv) \quad \varepsilon'\left(-\frac{m}{4}\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll}
{}^{\sin}_{\cos}\;\; c'mv & \varepsilon' & \left(\frac{893}{288}m^5-\frac{603}{256}m^3e^2-\frac{47}{256}m^3\gamma^2+\frac{2855}{432}m^6-\frac{83769}{4096}m^4e^2\right) \\
2c'mv & \varepsilon'^2 & \left(\frac{413}{64}m^4\right) \\
cv+c'mv & e\varepsilon' & \left(\frac{17347}{1024}m^4\right) \\
-(cv-c'mv) & e\varepsilon' & \left(-\frac{119}{96}m^4\right)
\end{array}\right.$$.

Multiplicateur . . . . $-2\,{}^{\cos}_{\sin}-(2Ev-c'mv)\ \varepsilon'\left(\frac{21}{4}m\right)$

$$\text{Produit}\begin{cases} {}^{\sin}_{\cos}-c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{6251}{96}m^5+\frac{12663}{256}m^3e^2+\frac{987}{256}m^3\gamma^2-\frac{19985}{144}m^6+\frac{709149}{4096}m^4e^2\right) \\ -2c'mv & \varepsilon''\left(\frac{413}{64}m^4\right) \\ cv-c'mv & e\varepsilon'\left(-\frac{364287}{1024}m^4\right) \\ -(cv+c'mv) & e\varepsilon'\left(\frac{833}{32}m^4\right) \end{cases}$$

Multiplicateur	Produit
$-2\,{}^{\cos}_{\sin}-(2Ev-2c'mv)\ \varepsilon''\left(17.m\right)$	${}^{\sin}_{\cos}-2c'mv\quad \varepsilon''\left(-\frac{1003}{12}m^4\right)$
$-2\,{}^{\cos}_{\sin}-(2Ev+cv)\quad e\left(2.m^2\right)$	${}^{\sin}_{\cos}\ cv-c'mv\quad e\varepsilon'\left(\frac{11}{8}m^4\right)$
	$cv+c'mv\quad e\varepsilon'\left(-\frac{77}{8}m^4\right)$
	$-c'mv\quad \varepsilon'\left(-2.m^4e^2\right)$
	$c'mv\quad \varepsilon'\left(14.m^4e^2\right)$
$-2\,{}^{\cos}_{\sin}-(2Ev-cv)\quad e\left(-2.m^2\right)$	${}^{\sin}_{\cos}-(cv+c'mv)\quad e\varepsilon'\left(-\frac{11}{8}m^4\right)$
	$-(cv-c'mv)\quad e\varepsilon'\left(\frac{77}{8}m^4\right)$
	$-c'mv\ \varepsilon'\left(-\frac{15}{2}m^3e^2-\frac{15}{16}m^4e^2\right)$
	$c'mv\ \varepsilon'\left(\frac{35}{2}m^3e^2+\frac{1775}{16}m^4e^2\right)$
$-2\,{}^{\cos}_{\sin}-(2Ev+c'mv-cv)\ e\varepsilon'\left(\frac{m^2}{4}\right)$ ...	${}^{\sin}_{\cos}-(cv-c'mv)\quad e\varepsilon'\left(-\frac{11}{32}m^4\right)$
	$c'mv\ \varepsilon'\left(-\frac{15}{16}m^3e^2-\frac{285}{64}m^4e^2\right)$
$-2\,{}^{\cos}_{\sin}-(2Ev+c'mv+cv)\ e\varepsilon'\left(-\frac{m^2}{4}\right)$ ...	${}^{\sin}_{\cos}\ cv+c'mv\quad e\varepsilon'\left(\frac{11}{32}m^4\right)$
	$c'mv\quad \varepsilon'\left(-\frac{1}{2}m^4e^2\right)$

$$-2\,{}^{\cos}_{\sin}-(2Ev-c'mv+cv)\;e\epsilon'\left(\tfrac{63}{4}m^3\right)\ldots\begin{cases}{}^{\sin}_{\cos}\;\; cv-c'mv & e\epsilon'\left(-\tfrac{693}{32}m^4\right)\\ -c'mv & \epsilon'\left(\tfrac{63}{2}m^4e^2\right)\end{cases}$$

$$-2\,{}^{\cos}_{\sin}-(2Ev-c'mv-cv)\;e\epsilon'\left(-\tfrac{63}{4}m^3\right)\ldots\begin{cases}{}^{\sin}_{\cos}-(cv-cmv)\;e\epsilon'\left(\tfrac{693}{32}m^4\right)\\ -c'mv\;\epsilon'\left(\tfrac{945}{16}m^3e^2+\tfrac{17955}{64}m^4e^2\right).\end{cases}$$

Le carré de δnt donne les termes suivans;

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev\left(-m^2\right)\ldots\begin{cases}{}^{\sin}_{\cos}\;\; c'mv & \epsilon'\left(\tfrac{33}{8}m^5+\tfrac{59}{4}m^6\right)\\ -c'mv & \epsilon'\left(-\tfrac{33}{8}m^5-\tfrac{59}{4}m^6\right)\\ cv-c'mv & e\epsilon'\left(-\tfrac{45}{4}m^4\right)\\ cv+c'mv & e\epsilon'\left(\tfrac{45}{4}m^4\right)\\ -(2Ev-2cv) & e^2\left(\tfrac{225}{32}m^4\right).\end{cases}$$

La réunion de ces produits partiels, et des deux termes affectés de l'argument $\pm(2Ev-cv)$, pris dans la page 116, donne

$$\delta\left[\left[(\alpha'u')^3\,{}^{\sin}_{\cos}\,(2v-2v')\right]\right]=$$

$$^{\sin}_{\cos}\;\; c'mv \quad \epsilon'\left\{\begin{array}{l}-\left(\frac{7003}{64}-\frac{893}{288}-\frac{33}{8}=\frac{58865}{576}\right)m^5+\left(\frac{173}{64}-\frac{47}{256}=\frac{645}{256}\right)m^3\gamma^2\\ +\left(\frac{1983}{64}-\frac{603}{256}+\frac{35}{2}-\frac{15}{16}=\frac{11569}{256}\right)m^3e^2\\ -\left(\frac{6077}{16}-\frac{2855}{432}-\frac{59}{4}=\frac{38713}{108}\right)m^6\\ +\left(\frac{170573}{1024}-\frac{33769}{4096}+11+\frac{1775}{16}-\frac{285}{64}-\frac{1}{2}=\frac{1139979}{4096}\right)m^4e^2\end{array}\right\}$$

$$\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix} - c'mv \quad \varepsilon' \left\{\begin{aligned}&-\left(\frac{6251}{96}-\frac{29}{576}+\frac{33}{8}=\frac{39853}{576}\right)m^5+\left(\frac{987}{256}-\frac{87}{64}=\frac{639}{256}\right)m^3\gamma^2\\ &+\left(\frac{12663}{256}-\frac{99}{64}-\frac{15}{2}+\frac{945}{16}=\frac{25467}{256}\right)m^3e^2\\ &-\left(\frac{19985}{144}+\frac{1129}{432}+\frac{59}{4}=\frac{4216}{27}\right)m^6\\ &+\left(\frac{65711}{1024}+\frac{709149}{4096}-2-\frac{15}{16}+\frac{63}{2}+\frac{17955}{64}=\frac{2238105}{4096}\right)m^4e^2\end{aligned}\right\}$$

$$2c'mv \quad \varepsilon'^2 \left\{ \frac{413}{64}-\frac{1003}{12}=-\frac{14809}{192}\right\} m^4$$

$$-2c'mv \quad \varepsilon'^2 \left\{ \frac{413}{64}-\frac{1003}{12}=-\frac{14809}{192}\right\} m^4$$

$$cv+c'mv \quad e\varepsilon' \left\{-\frac{32691}{128}+\frac{17347}{1024}-\frac{77}{8}+\frac{11}{32}+\frac{45}{4}=-\frac{242165}{1024}\right\} m^4$$

$$-(cv+c'mv) \quad e\varepsilon' \left\{ \frac{833}{32}-\frac{835}{96}-\frac{11}{8}+\frac{693}{32}=\frac{4111}{96}\right\} m^4$$

$$cv-c'mv \quad e\varepsilon' \left\{-\frac{18913}{128}-\frac{861287}{1024}+\frac{11}{8}-\frac{693}{32}-\frac{45}{4}=-\frac{547879}{1024}\right\} m^4$$

$$-(cv-c'mv) \quad e\varepsilon' \left\{ \frac{905}{32}-\frac{119}{96}+\frac{77}{8}-\frac{11}{32}=\frac{3487}{96}\right\} m^4$$

$$2Ev-2cv \quad e^2\left(-\frac{1485}{128}m^4\right)$$

$$-(2Ev-2cv) \quad e^2 \left\{ \frac{9015}{512}+\frac{225}{32}=\frac{12645}{512}\right\} m^4$$

$$2Ev-2gv \quad \gamma^2\left(\frac{3}{16}m^4\right)$$

$$-(2Ev-2gv) \quad \gamma^2\left(\frac{141}{512}m^4\right)$$

$$2Ev-cv \quad e\left(\frac{405}{32}m^4\right)$$

$$-(2Ev-cv) \quad e\left(\frac{15}{4}m^4\right).$$

En multipliant cette fonction par

$$\frac{3}{2}\cdot\frac{q}{u_1^4}=\cos 0v\left(\frac{3}{2}+3.e^2\right) + 2\cos cv \quad e\left(-3\right)$$

on aura

$$(c) \ldots\ldots \frac{3}{2}q.\frac{\delta\left[(\alpha' u')^{3}{}^{sin}_{cos}(2v-2v')\right]}{u_i^4}=$$

$$\begin{matrix} sin \\ cos \end{matrix}\quad c'mv\quad \varepsilon'\left\{\begin{matrix}-\frac{58865}{384}m^5+\frac{1935}{512}m^3\gamma^2+\left(\frac{34707}{512}+\frac{9795}{64}-\frac{39}{2}-\frac{429}{32}=\frac{96219}{512}\right)m^3e^2 \\ -\frac{38713}{72}m^6+\left(\frac{3419937}{8192}-\frac{295}{4}+\frac{726495}{1024}-\frac{3487}{32}=\frac{7735065}{8192}\right)m^4e^2\end{matrix}\right\}$$

$$-c'mv\quad \varepsilon'\left\{\begin{matrix}-\frac{39853}{384}m^5+\frac{2517}{512}m^3\gamma^2+\left(\frac{76401}{512}-\frac{627}{32}-\frac{57}{2}+\frac{17865}{64}=\frac{194697}{512}\right)m^3e^2 \\ -\frac{2108}{9}m^6+\left(\frac{6714315}{8192}-\frac{295}{4}-\frac{4111}{32}+\frac{1643637}{1024}=\frac{18206835}{8192}\right)m^4e^2\end{matrix}\right\}$$

$$2c'mv\qquad \varepsilon'^2\left(-\frac{14809}{128}m^4\right)$$

$$-2c'mv\qquad \varepsilon'^2\left(-\frac{14809}{128}m^4\right)$$

$$cv+c'mv\quad e\varepsilon'\left\{-\frac{726495}{2048}+\frac{295}{4}=-\frac{575455}{2048}\right\}m^4$$

$$-(cv+c'mv)\quad e\varepsilon'\left\{\frac{4111}{64}+\frac{295}{4}=\frac{8831}{64}\right\}m^4$$

$$cv-c'mv\quad e\varepsilon'\left\{-\frac{1643637}{2048}+\frac{295}{4}=-\frac{1492597}{2048}\right\}m^4$$

$$-(cv-c'mv)\quad e\varepsilon'\left\{\frac{3487}{64}+\frac{295}{4}=\frac{8207}{64}\right\}m^4$$

$$2Ev-2cv\quad e^2\left\{-\frac{4455}{256}-\frac{1215}{32}=-\frac{14175}{256}\right\}m^4$$

$$-(2Ev+2cv)\quad e^2\left\{\frac{37935}{1024}-\frac{45}{4}=\frac{26415}{1024}\right\}m^4$$

$$2Ev-2gv\quad \gamma^2\left(\frac{9}{32}m^4\right)$$

$$-(2Ev-2gv)\quad \gamma^2\left(\frac{423}{1024}m^4\right).$$

Produits partiels de $-\frac{3}{2}q\,\frac{\delta.\left[(\alpha' u')^{3}\,{}^{sin}_{cos}(2v-2v')\right]}{u_{\prime}^{4}}\cdot 4\,\frac{\delta u}{u_{\prime}}$.

On prendra les termes du multiplicateur dans les pages 118, 327, 332 de ce volume, et dans les pages 232, 367, 368 du second vol.

Multiplicateur . . . . $2\,{}^{sin}_{cos}\,ov\;\left(\frac{33}{8}m^2+\frac{59}{4}m^3-\frac{495}{16}m^2e^2\right)$

Produit

$$\begin{array}{lll}
{}^{sin}_{cos}\; c'mv & \epsilon' & \left(-\frac{99}{16}m^5-\frac{177}{8}m^6+\frac{1485}{32}m^4e^2\right)\\
-c'mv & \epsilon' & \left(-\frac{99}{16}m^5-\frac{177}{8}m^6+\frac{1485}{32}m^4e^2\right)\\
cv+c'mv & e\epsilon' & \left(-\frac{297}{64}m^4\right)\\
-(cv+c'mv) & e\epsilon' & \left(-\frac{297}{64}m^4\right)\\
cv-c'mv & e\epsilon' & \left(\frac{297}{64}m^4\right)\\
-(cv-c'mv) & e\epsilon' & \left(\frac{297}{64}m^4\right)\\
2Ev-2cv & e^2 & \left(\frac{1485}{128}m^4\right)\\
-(2Ev-2cv) & e^2 & \left(\frac{1485}{128}m^4\right)\\
2Ev-2gv & \gamma^2 & \left(\frac{99}{128}m^4\right)\\
-(2Ev-2gv) & \gamma^2 & \left(\frac{99}{128}m^4\right)
\end{array}$$

Multiplicateur . . . . $2\,{}^{sin}_{cos}\,cv\;\; e\left(\frac{45}{4}m^2+\frac{723}{16}m^3\right)$

Produit

$$\begin{array}{lll}
{}^{sin}_{cos}\; cv+c'mv & e\epsilon' & \left(-\frac{135}{8}m^4\right)\\
cv-c'mv & e\epsilon' & \left(-\frac{135}{8}m^4\right)\\
-c'mv & \epsilon' & \left(-\frac{405}{32}m^3e^2-\frac{35505}{256}m^4e^2-\frac{6507}{128}m^4e^2\right)\\
c'mv & \epsilon' & \left(\frac{405}{32}m^3e^2+\frac{52245}{256}m^4e^2+\frac{6507}{128}m^4e^2\right)\\
-(2Ev-2cv) & e^2 & \left(\frac{11565}{128}m^4+\frac{10845}{128}m^4\right)
\end{array}$$

Multiplicateur | Produit

$$2\,{}^{sin}_{cos} - cv \quad e\left(-\frac{57}{4}m^3\right)\ldots\ldots\begin{cases} {}^{sin}_{cos}\;c'mv & \varepsilon'\left(\frac{513}{32}m^4e^2\right) \\ -c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{513}{32}m^4e^2\right) \\ 2Ev-2cv & e^2\left(-\frac{855}{32}m^4\right) \end{cases}$$

$$2\,{}^{sin}_{cos}\;2cv \quad e^2\left(-\frac{225}{16}m^2\right)\ldots\ldots\left\{{}^{sin}_{cos} - (2Ev-2cv) \quad e^2\left(-\frac{225}{16}m^4\right)\right.$$

$$2\,{}^{sin}_{cos}\;2gv \quad \gamma^2\left(\frac{27}{16}m^2\right)\ldots\ldots\left\{{}^{sin}_{cos} - (2Ev-2gv) \quad \gamma^2\left(\frac{27}{16}m^4\right)\right.$$

Multiplicateur . . . . $2\,{}^{sin}_{cos}\,2Ev+c'mv \quad \varepsilon'\left(9.m^2-\frac{2205}{16}m^4-\frac{135}{8}m^2e^2\right)$

$$\text{Produit}\begin{cases} {}^{sin}_{cos}\;c'mv & \varepsilon'\begin{Bmatrix} -\frac{2205}{16}m^6-\frac{135}{8}m^4e^2+\frac{57}{2}m^5 \\ -\frac{27}{16}m^3\gamma^2-\frac{135}{16}m^3e^2+64.m^6-\frac{1413}{64}m^4e^2 \end{Bmatrix} \\ cv+c'mv & e\varepsilon'\left(\frac{2313}{32}m^4\right) \\ -(cv-c'mv) & e\varepsilon'\left(-\frac{81}{8}m^4\right) \\ 2c'mv & \varepsilon'^2\left(\frac{63}{2}m^4\right) \end{cases}$$

Multiplicateur . . . . $2\,{}^{sin}_{sos}\,2Ev-c'mv \quad \varepsilon'\left(-9.m^2+\frac{2205}{16}m^4+\frac{135}{8}m^2e^2\right)$

$$\text{Produit}\begin{cases} {}^{sin}_{cos} - c'mv & \varepsilon'\begin{Bmatrix} -\frac{2205}{16}m^6+\frac{135}{8}m^4e^2-\frac{57}{2}m^5 \\ +\frac{27}{16}m^3\gamma^2+\frac{135}{16}m^3e^2-64.m^6+\frac{1413}{64}m^4e^2 \end{Bmatrix} \\ cv-c'mv & e\varepsilon'\left(-\frac{2313}{32}m^4\right) \\ -(cv+c'mv) & e\varepsilon'\left(\frac{81}{8}m^4\right) \\ -2c'mv & \varepsilon'^2\left(\frac{9}{2}m^4\right) \end{cases}$$

Multiplicateur	Produit
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev - 2c'mv \quad \varepsilon'^2\left(-54.m^2\right)$	$\left\{{}^{\sin}_{\cos}\right. -2c'mv \quad \varepsilon'^2\left(-54.m^4\right)$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev + 2c'mv \quad \varepsilon'^2\left(\frac{9}{2}m^2\right)$	$\left\{{}^{\sin}_{\cos}\right. \; 2c'mv \quad \varepsilon'^2\left(\frac{9}{2}m^4\right)$

Multiplicateur .... $2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{45}{4}m^2 + \frac{3411}{32}m^3\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{ll} {}^{\sin}_{\cos} - (cv - c'mv) & e\varepsilon'\left(-\frac{45}{4}m^4\right) \\ c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{675}{32}m^3e^2 + \frac{51165}{256}m^4e^2 - \frac{11565}{128}m^4e^2\right) \end{array}\right.$$

Multiplicateur .... $2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{45}{4}m^2 - \frac{1287}{32}m^3\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{ll} {}^{\sin}_{\cos} - (cv + c'mv) & e\varepsilon'\left(\frac{45}{4}m^4\right) \\ -c'mv & \varepsilon'\left(\frac{675}{32}m^3e^2 - \frac{19305}{256}m^4e^2 + \frac{11565}{128}m^4e^2\right) \end{array}\right.$$

Multiplicateur	Produit
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev + c'mv + cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{45}{4}m^2\right)$ ...	$\left\{\begin{array}{ll} {}^{\sin}_{\cos} \; cv + c'mv & e\varepsilon'\left(-\frac{45}{4}m^4\right) \\ c'mv & \varepsilon'\left(\frac{405}{32}m^4e^2\right) \end{array}\right.$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev - c'mv + cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{45}{4}m^2\right)$ ...	$\left\{\begin{array}{ll} {}^{\sin}_{\cos} \; cv - c'mv & e\varepsilon'\left(\frac{45}{4}m^4\right) \\ -c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{405}{32}m^4e^2\right) \end{array}\right.$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,4Ev - cv \quad e\left(-\frac{45}{4}m^2\right)$ ...	$\left\{{}^{\sin}_{\cos}\right. \; 2Ev - 2cv \quad e^2\left(\frac{405}{32}m^4\right)$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,4Ev - 2cv \quad e^2\left(\frac{225}{16}m^2\right)$ ...	$\left\{{}^{\sin}_{\cos}\right. \; 2Ev - 2cv \quad e^2\left(\frac{225}{16}m^4\right)$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,4Ev - 2gv \quad \gamma^2\left(-\frac{27}{16}m^2\right)$ ...	$\left\{{}^{\sin}_{\cos}\right. \; 2Ev - 2gv \quad \gamma^2\left(-\frac{27}{16}m^4\right)$.

La réunion de ces produits partiels donne

$$(d) \;.\;.\;.\;.\;.\; -4\frac{\delta u}{u_{,}}\cdot\frac{3}{2}q\cdot\frac{\partial.\left[(\alpha' u')^{3}\,{}^{\sin}_{\cos}(2v-2v')\right]}{u_{,}^{4}} =$$

$$\begin{array}{l}
{}^{\sin}_{\cos}\; c'mv\;\; \varepsilon' \left\{\begin{array}{l}
\left(\frac{57}{2}-\frac{99}{16}=\frac{357}{16}\right)m^{5}-\frac{27}{16}m^{3}\gamma^{2}-\left(\frac{675}{32}-\frac{405}{32}+\frac{135}{16}=\frac{135}{8}\right)m^{3}e^{2} \\
+\left(64-\frac{177}{8}-\frac{2205}{16}=-\frac{1535}{16}\right)m^{6} \\
+\left\{\begin{array}{l}
-\frac{135}{8}-\frac{1413}{64}+\frac{1485}{32}+\frac{52245}{256}+\frac{6507}{128} \\
+\frac{513}{32}+\frac{51165}{256}-\frac{11565}{128}+\frac{405}{32}=\frac{51273}{128}
\end{array}\right\}m^{4}e^{2}
\end{array}\right\}
\end{array}$$

$$\begin{array}{l}
-c'mv\;\; \varepsilon' \left\{\begin{array}{l}
-\left(\frac{57}{2}+\frac{99}{16}=\frac{555}{16}\right)m^{5}+\frac{27}{16}m^{3}\gamma^{2}+\left(\frac{675}{32}-\frac{405}{32}+\frac{135}{16}=\frac{135}{8}\right)m^{3}e^{2} \\
+\left(\frac{2205}{16}-64-\frac{177}{8}=\frac{827}{16}\right)m^{6} \\
+\left\{\begin{array}{l}
\frac{135}{8}+\frac{1413}{64}+\frac{1485}{32}-\frac{35505}{256}-\frac{6507}{128} \\
-\frac{513}{32}-\frac{19305}{256}+\frac{11565}{128}-\frac{405}{32}=-\frac{15093}{128}
\end{array}\right\}m^{4}e^{2}
\end{array}\right\}
\end{array}$$

$$2c'mv \qquad \varepsilon'^{2}\left\{\;\frac{63}{2}+\frac{9}{2} = 36\right\}m^{4}$$

$$-2c'mv \qquad \varepsilon'^{2}\left\{-54+\frac{9}{2}=-\frac{99}{2}\right\}m^{4}$$

$$cv+c'mv \quad e\varepsilon'\left\{\;\frac{2318}{32}-\frac{297}{64}-\frac{135}{8}-\frac{45}{4}=\frac{2529}{64}\right\}m^{4}$$

$$-(cv+c'mv) \quad e\varepsilon'\left\{\;\frac{81}{8}-\frac{297}{64}+\frac{45}{4}=\frac{1071}{64}\right\}m^{4}$$

$$cv-c'mv \quad e\varepsilon'\left\{\;\frac{297}{64}-\frac{2318}{32}-\frac{135}{8}+\frac{45}{4}=-\frac{4689}{64}\right\}m^{4}$$

$$-(cv-c'mv) \quad e\varepsilon'\left\{\;\frac{297}{64}-\frac{81}{8}-\frac{45}{4}=-\frac{1071}{64}\right\}m^{4}$$

$$2Ev-2cv \quad e^{2}\left\{\;\frac{1485}{128}-\frac{855}{32}+\frac{405}{32}+\frac{225}{16}=\frac{1485}{128}\right\}m^{4}$$

$$\begin{array}{l}
{}^{\sin}_{\cos} -(2Ev-2cv)\; e^2 \left\{ \frac{1485}{128} + \frac{11565}{128} + \frac{10845}{128} - \frac{225}{16} = \frac{22095}{128} \right\} m^4 \\[2ex]
\quad 2Ev-2gv \quad \gamma^2 \left\{ \frac{99}{128} - \frac{27}{16} = -\frac{117}{128} \right\} m^3 \\[2ex]
-(2Ev-2gv) \quad \gamma^2 \left\{ \frac{99}{128} + \frac{27}{16} = \frac{315}{128} \right\} m^4.
\end{array}$$

82. En réunissant les termes compris dans les fonctions (a), (b), (k), (c), (d), prises avec le signe *sinus*, avec la valeur de R' posée dans la page 343, et prenant les termes de l'ordre inférieur ; en partie dans les pages 288, 369 du second volume, et en partie dans la page 120 de celui-ci, on aura ;

$$R' + \partial R' = R_1 =$$

$$\sin c'mv \;\; \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l}
-\frac{357}{32} m^3 - \frac{3}{8} m \gamma^2 - \frac{75}{8} m e^2 - \frac{274}{3} m^4 - \frac{5355}{64} m^2 e^2 + \frac{27}{64} m^2 \gamma^2 \\[1ex]
+\left(\frac{18479}{144} - \frac{83531}{144} - \frac{285}{8} + \frac{285}{8} - \frac{58865}{384} + \frac{39853}{384} + \frac{357}{16} + \frac{555}{16} = -\frac{42649}{96} \right) m^5 \\[1ex]
+\left(\frac{38261}{2048} - \frac{10961}{2048} + \frac{135}{64} - \frac{135}{64} + \frac{1935}{512} - \frac{2517}{512} - \frac{27}{16} - \frac{27}{16} = \frac{4515}{512} \right) m^3 \gamma^2 \\[1ex]
+\left\{ \begin{array}{l} \frac{865975}{2048} - \frac{2679559}{2048} + \frac{394335}{1024} + \frac{202635}{1024} \\ + \frac{96219}{512} - \frac{194697}{512} - \frac{135}{8} - \frac{135}{8} = -\frac{270669}{512} \end{array} \right\} m^3 e^2 \\[1ex]
+\left\{ \begin{array}{l} \frac{144917}{576} - \frac{2595895}{1728} + \frac{5495}{32} - \frac{5495}{32} - \frac{135}{2} + \frac{135}{2} \\ - \frac{38713}{72} + \frac{2108}{9} - \frac{1535}{16} - \frac{827}{16} = -\frac{367577}{216} \end{array} \right\} m^4 \\[1ex]
+\left\{ \begin{array}{l} \frac{2018735}{6144} - \frac{35736809}{4096} + \frac{29319525}{8192} + \frac{16030125}{8192} - \frac{43875}{128} \\ + \frac{43875}{128} + \frac{7785065}{8192} - \frac{18206835}{8192} + \frac{51273}{128} + \frac{15093}{128} = -\frac{44485001}{12288} \end{array} \right\} m^4 e^2
\end{array} \right\}$$

$$\sin 2c'mv \;\; \varepsilon'^2 \left\{ -\frac{3213}{64} m^3 + \left\{ \begin{array}{l} \frac{15189}{96} - \frac{71621}{96} + \frac{405}{8} - \frac{405}{8} + \frac{14809}{128} \\ - \frac{14809}{128} + 36 + \frac{99}{2} = -\frac{1507}{3} \end{array} \right\} m^4 \right\}$$

$$\sin (cv+c'mv) \quad ee' \left\{ \begin{array}{l} -\frac{165}{16}m-\frac{1341}{16}m^2-\frac{354659}{1024}m^3 \\ + \left\{ \begin{array}{l} -\frac{262475}{3072}-\frac{122197}{512}-\frac{5985}{32}+\frac{10755}{128}-\frac{575455}{2048} \\ -\frac{8831}{64}+\frac{2529}{64}-\frac{1071}{64}=-\frac{5058367}{6144} \end{array} \right\} m^4 \end{array} \right\}$$

$$\sin (cv-c'mv) \quad ee' \left\{ \begin{array}{l} -\frac{225}{16}m-\frac{3807}{32}m^2-\frac{786275}{1024}m^3 \\ + \left\{ \begin{array}{l} -\frac{6300709}{2048}-\frac{902893}{1536}+\frac{6075}{64}-\frac{25335}{128}-\frac{1492597}{2048} \\ -\frac{8207}{64}-\frac{4689}{64}+\frac{1071}{64}=-\frac{14379785}{3072} \end{array} \right\} m^4 \end{array} \right\}$$

$$\sin (2Ev-2cv) \quad e^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{15}{4}+\frac{57}{8}m-\frac{2991}{256}m^2-\frac{85949}{256}m^3 \\ + \left\{ \begin{array}{l} \frac{13977}{256}-\frac{219}{4}+\frac{76845}{512}-\frac{95825}{512}-\frac{4376625}{8192} \\ -\frac{14175}{256}-\frac{26115}{1024}+\frac{1485}{128}-\frac{22095}{128}=-\frac{6657513}{8192} \end{array} \right\} m^4 \end{array} \right\}$$

$$\sin (2Ev-2gv) \quad \gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{3}{4}+\frac{3}{8}m-\frac{411}{256}m^2-\frac{291}{256}m^3 \\ + \left\{ \begin{array}{l} \frac{81}{256}+\frac{531}{128}+\frac{11139}{8192}+\frac{875}{128}+\frac{105}{128} \\ +\frac{9}{32}-\frac{423}{1024}-\frac{117}{128}-\frac{315}{128}=\frac{49707}{8192} \end{array} \right\} m^4 \end{array} \right\}$$

En multipliant chacun de ces termes par le facteur correspondant que voici ;

Argument	Facteur pour l'intégration
$c'mv$	$\frac{1}{m}$
$2c'mv$	$\frac{1}{2m}$
$cv+c'mv$ . . .	$1-m+\frac{7}{4}m^2+\frac{145}{32}m^3$
$cv-c'mv$ . . .	$1+m+\frac{7}{4}m^2+\frac{305}{32}m^3$
$2Ev-2cv$ . . .	$-\frac{1}{2m}\left(1+\frac{3}{4}m+\frac{213}{32}m^2+\frac{5475}{128}m^3+\frac{489395}{2048}m^4\right)$
$2Ev-2gv$ . . .	$-\frac{1}{2m}\left(1-\frac{3}{4}m+\frac{27}{32}m^2+\frac{165}{128}m^3+\frac{5027}{2048}m^4\right)$

il viendra,

$$(3) \ldots\ldots -\int R_{,} dv =$$

$$\cos c'mv \qquad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\frac{357}{32} m^2 - \frac{274}{3} m^3 - \frac{42649}{96} m^4 + \frac{4515}{512} m^2 \gamma^2 \\ -\frac{270669}{512} m^2 e^2 - \frac{367577}{216} m^5 - \frac{44796041}{12288} m^3 e^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2c'mv \qquad \varepsilon'^2 \left(-\frac{1507}{6} m^3 \right)$$

$$\cos cv + c'mv \quad e\varepsilon' \left\{ -\frac{5058367}{6144} + \frac{354659}{1024} - \frac{9387}{64} - \frac{23925}{512} = -\frac{4118665}{6144} \right\} m^4$$

$$\cos cv - c'mv \quad e\varepsilon' \left\{ -\frac{14379785}{3072} - \frac{786275}{1024} - \frac{26649}{128} - \frac{68625}{512} = -\frac{1111871}{192} \right\} m^4$$

$$\cos 2Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ \frac{6657513}{16384} + \frac{107847}{2048} + \frac{726813}{16384} - \frac{312075}{2048} - \frac{7340925}{16384} = -\frac{1590423}{16384} \right\} m^3$$

$$\cos 2Ev - 2gv \quad \gamma^2 \left\{ -\frac{49707}{16384} - \frac{873}{2048} + \frac{11097}{16384} - \frac{495}{2048} - \frac{15081}{16384} = -\frac{64635}{16384} \right\} m^3;$$

d'où on tire le terme

$$(4) \ldots\ldots -2\left(e^2 + \tfrac{1}{4}\gamma^2\right) \int R_{,} dv =$$

$$\cos c'mv \quad \varepsilon' \left(-\frac{357}{16} m^2 e^2 - \frac{357}{64} m^2 \gamma^2 - \frac{548}{3} m^3 e^2 \right).$$

En prenant $\frac{2Q'}{1+\gamma^2} e \cos cv = 2 \cos cv \quad e\left(-\frac{3}{2} m^2 - \frac{225}{16} m^3\right)$ et faisant le produit de ce terme par les termes de $-\int R_{,} dv$ posés dans les pages 289, 375 du second volume on aura;

$$(5) \ldots\ldots \frac{2Q'}{1+\gamma^2} e \cos cv . \int R_{,} dv =$$

$$\cos cv + c'mv \quad e\varepsilon' \left(-\frac{1071}{64} m^4 \right)$$

$$\cos cv - c'mv \quad e\varepsilon' \left(-\frac{1071}{64} m^4 \right)$$

$$\cos c'mv \qquad \varepsilon' \left\{ -\frac{495}{32} - \frac{675}{32} = -\frac{585}{16} \right\} m^3 e^2$$

$$\cos 2Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ -\frac{675}{16} - \frac{27}{2} = -\frac{891}{16} \right\} m^3.$$

Maintenant si l'on fait

$$q = 1\,, \qquad q\left(\tfrac{3}{4} + P\right) = \tfrac{3}{4} + \tfrac{3}{2}m^2 - \tfrac{9}{16}m^3\,,$$

(Voyez p. 194) et,

$$-\int R_1 dv = \quad \cos 2Ev \quad \left(\tfrac{3}{4} + \tfrac{3}{4}m + \tfrac{3}{4}m^2 + \tfrac{3}{4}m^3\right)$$

on aura

$$(6)\ldots -2q\left(\tfrac{3}{4} + P\right).\gamma^2 \cos 2gv.\int R_1 dv = \cos 2Ev - 2gv \;\; \gamma^2 \left\{\tfrac{9}{16} + \tfrac{9}{8} - \tfrac{27}{64} = \tfrac{81}{64}\right\} m^3.$$

83. Pour former la valeur de $R_5 = R^V + \delta R^V$ on commencera par faire

$$(7)\ldots\ldots R^V = \cos 2Ev - 2cv \;\; e^2\left(\tfrac{135}{32}m^3\right) + \cos 2Ev - 2gv \;\; \gamma^2\left(-\tfrac{9}{32}m^3\right)$$

(Voyez tome I.er p. 267 et 354).

En faisant ensuite la somme des termes compris dans la fonction

$$\tfrac{3}{4}.(a) + \tfrac{3}{5}.(b) + (c) + \tfrac{3}{4}.(d)\,.$$

prise avec le signe *cosinus*, on aura

$$\frac{\delta R^V}{u_1} =$$

$$\cos c'mv \;\; \varepsilon' \left\{\begin{array}{l}
-\left(\frac{27}{4} + \frac{27}{4} = \frac{27}{2}\right)m^2 - \left(\frac{1088}{32} + \frac{741}{32} + \frac{429}{64} + \frac{627}{64} = \frac{147}{2}\right)m^3 \\
+\left(\frac{99}{128} + \frac{135}{128} = \frac{117}{64}\right)m\gamma^2 + \left(\frac{2475}{128} + \frac{3375}{128} = \frac{2925}{64}\right)me^2 \\
-\left(\frac{8515}{64} + \frac{3267}{64} + \frac{27}{4} + \frac{27}{4} + \frac{295}{8} + \frac{295}{8} + \frac{27}{4} - \frac{27}{4} = \frac{8683}{32}\right)m^4 \\
+\left(\frac{24201}{256} + \frac{19053}{128} + \frac{1215}{128} - \frac{1215}{128} + \frac{4125}{128} + \frac{8415}{128} = \frac{89187}{256}\right)m^2e^2 \\
+\left(\frac{2048}{512} + \frac{1647}{512} + \frac{75}{128} + \frac{153}{128} = \frac{2801}{256}\right)m^2\gamma^2 \\
-\left(\frac{83531}{192} + \frac{18479}{192} + \frac{171}{8} + \frac{171}{8} + \frac{58865}{384} + \frac{39853}{384} - \frac{1071}{64} + \frac{1665}{64} = \frac{161359}{192}\right)m^5 \\
+\left\{\begin{array}{l}
\frac{2597925}{8192} + \frac{8038677}{8192} + \frac{236601}{1024} - \frac{121581}{1024} \\
+\frac{96219}{512} + \frac{191697}{512} + \frac{405}{32} - \frac{405}{32} = \frac{8105709}{4096}
\end{array}\right\} m^3e^2
\end{array}\right\}$$

$$\cos 2c'mv \quad \varepsilon'^2 \left\{ -\left(\frac{248}{16}+\frac{248}{16}=\frac{248}{8}\right)m^2 - \left(\frac{6555}{64}+\frac{2018}{128}+\frac{3795}{128}+\frac{3477}{64}=\frac{1617}{8}\right)m^3 \right\}$$

$$\cos cv + c'mv \quad e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\frac{495}{64}m - \frac{3021}{128}m^2 - \frac{249441}{4096}m^3 \\ -\left\{ \begin{array}{l} \frac{262475}{4096} - \frac{366591}{2048} + \frac{3591}{32} + \frac{6453}{128} + \frac{575455}{2048} \\ - \frac{8831}{64} - \frac{7587}{256} - \frac{3213}{256} = \frac{608368}{4096} \end{array} \right\} m^4 \end{array} \right\}$$

$$\cos cv - c'mv \quad e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\frac{675}{64}m - \frac{3393}{64}m^2 - \frac{1893425}{4096}m^3 \\ -\left\{ \begin{array}{l} \frac{18902127}{8192} - \frac{902893}{2048} - \frac{3645}{64} - \frac{15201}{128} \\ + \frac{1492597}{2048} - \frac{8207}{64} + \frac{14067}{256} + \frac{3213}{256} = \frac{19323983}{8192} \end{array} \right\} m^4 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ -\frac{135}{16} - \frac{7695}{512} - \frac{1755}{128} + \frac{32535}{512} - \frac{3}{4} + \frac{2025}{512} + \frac{2025}{128} = \frac{23241}{512} \right\} m^3$$

$$\cos 2Ev - 2gv \quad \gamma^2 \left\{ \frac{27}{128} + \frac{513}{2048} + \frac{27}{32} + \frac{27}{32} - \frac{3}{4} + \frac{27}{512} = \frac{2973}{2048} \right\} m^3$$

$$\cos 2Ev - cv \quad e\left(\frac{4995}{256}m^3 \right) (*).$$

Relativement à ce résultat, il faut observer, que les termes des coefficiens qui ne se trouvent pas dans les fonctions précédentes désignées par (a), (b), (k), (c), (d), ont été pris; en partie dans la page 120 de ce volume, et en partie dans les fonctions correspondantes qu'on trouve dans les pages 282-287; et 355-368 du vol. 2.

Cela posé, si l'on fait le produit de cette valeur de $\frac{\delta R'}{u_1}$ par

$$u_1 = \cos ov \left(1+e^2+\frac{1}{4}\gamma^2\right) + 2e\cos cv \left(\frac{1}{2}\right)$$

(Voyez p. 307 du I.er volume), il viendra

(*) Terme pris dans la page 383 du second volume.

$$(8) \; \ldots\ldots \; \delta R^{v} =$$

$$\cos c'mv \qquad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\frac{8683}{32}m^4 + \left(\frac{89187}{256} - \frac{3021}{256} - \frac{3393}{128} - \frac{27}{2} = \frac{18981}{64}\right) m^2 e^2 \\ + \left(\frac{2301}{256} - \frac{27}{8} = \frac{1437}{256}\right) m^2 \gamma^2 - \frac{161359}{192} m^5 \\ + \left(\frac{8105709}{4096} - \frac{249441}{8192} - \frac{1393425}{8192} - \frac{147}{2} = \frac{1745805}{1024}\right) m^3 e^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2c'mv \qquad \varepsilon''\left(-\frac{1617}{8} m^3\right)$$

$$\cos cv + c'mv \quad e\varepsilon' \left\{ -\frac{608363}{4096} - \frac{8683}{64} = -\frac{1164075}{4096} \right\} m^4$$

$$\cos cv - c'mv \quad e\varepsilon' \left\{ -\frac{19323983}{8192} - \frac{8683}{64} = -\frac{20435407}{8192} \right\} m^4$$

$$\cos 2Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ \frac{23241}{512} + \frac{4995}{512} = \frac{7059}{128} \right\} m^3$$

$$\cos 2Ev - 2gv \quad \gamma^2 \left(\frac{2973}{2048} m^3 \right).$$

84. En prenant (Voyez p. 307 du I.er vol. et p. 195, 292 de celui-ci)

$$-\frac{du_1}{dv} = 2\sin cv \;\; e\left(\frac{1}{2} - \frac{3}{8}m^2 - \frac{225}{64}m^3\right) + 2\sin 2gv \;\; \gamma^2\left(-\frac{1}{4} - \frac{3}{16}m^2 + \frac{9}{128}m^3\right)$$

et faisant le produit $-R_1 \frac{du_1}{dv}$, à l'aide des termes de R_1 posés dans les pages 120, 121, 362, on aura

$$(9) \; \ldots\ldots \; -R_1 \frac{du_1}{dv} =$$

$$\cos c'mv \qquad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\left(\frac{1341}{32} + \frac{3807}{64} = \frac{6489}{64}\right) m^2 e^2 \\ -\left(\frac{354659}{2048} - \frac{495}{128} + \frac{786275}{2048} - \frac{675}{128} = \frac{561107}{1024}\right) m^3 e^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos cv + c'mv \quad e\varepsilon' \left(\frac{137}{3} m^4 \right)$$

$$\cos cv - c'mv \quad e\varepsilon' \left(-\frac{137}{3} m^4 \right)$$

$$\cos 2Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ -\frac{369}{128} + \frac{9}{8} + \frac{675}{64} = \frac{1125}{128} \right\} m^3$$

$$\cos 2Ev - 2gv \quad \gamma^2 \left(\frac{27}{256} m^3 \right).$$

85. Pour obtenir les produits partiels de la fonction $-R_{,}\frac{d.\delta u}{dv}$ on pourra employer la valeur de $-\frac{d.\delta u}{dv}$ posée dans les pages 263-265, après y avoir ajouté les termes suivans, qu'on obtient en ayant sous les yeux les pages 134, 158-162, 417 de ce volume, et les pages 308; 310 du second volume.

$$-\frac{d.\delta u}{dv}=$$

$\sin c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{3}{2}m^2\right)$
$\sin cv-c'mv$	$e\varepsilon'\left(\frac{1041}{64}m^2\right)$
$\sin cv+c'mv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{909}{64}m^2\right)$
$\sin 2cv$	$e^2\left(\frac{15}{2}m^2\right)$
$\sin 2gv$	$\gamma^2\left(m^2-\frac{3}{16}m^3\right)$
$\sin 2Ev-c'mv$	$\varepsilon'\left\{\left(\frac{3203}{8}-\frac{3009}{16}=\frac{3397}{16}\right)m^2+\left(\frac{773}{8}-21=\frac{605}{8}\right)m^3e^2\right\}$
$\sin 2Ev+c'mv$	$\varepsilon'\left\{\left(\frac{317}{144}-\frac{2171}{216}=-\frac{3891}{432}\right)m^2+\left(1-\frac{49}{24}=-\frac{25}{24}\right)m^3e^2\right\}$
$\sin 2Ev-2c'mv$	$\varepsilon'^2\left\{\frac{323}{3}-34=\frac{221}{3}\right\}m^3$
$\sin 2Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left\{\frac{3150109}{4096}-\frac{17889}{256}-\frac{9}{256}-\frac{3375}{256}=\frac{2809741}{4096}\right\}m^4$
$\sin 2Ev+c'mv+cv$	$e\varepsilon'\left\{\frac{41683}{1536}-\frac{79}{96}-\frac{15}{64}=\frac{13353}{512}\right\}m^4$
$\sin 2Ev-c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left\{\frac{757171}{4096}-\frac{69345}{256}+\frac{5073}{256}+\frac{7875}{256}=-\frac{145181}{4096}\right\}m^4$
$\sin 2Ev-c'mv+cv$	$e\varepsilon'\left\{\frac{309}{32}-\frac{25305}{512}+\frac{105}{64}=-\frac{19521}{512}\right\}m^4$
$\sin 4Ev-2cv$	$e^2\left(\frac{15}{2}m^3\right)$
$\sin 4Ev-2gv$	$\gamma^2\left\{-\frac{9}{128}m^2-\left(\frac{57}{256}-\frac{9}{64}=\frac{21}{256}\right)m^3\right\}.$

Produits partiels de $-R_{,} \frac{d.\delta u}{dv}$.

Multiplicateur — Produit

$$2 \sin cv \; e\left(-\frac{45}{16}m-\frac{1059}{64}m^2\right) \ldots \begin{cases} \cos cv + c'mv & e\varepsilon'\left(-\frac{135}{32}m^4\right) \\ \cos cv - c'mv & e\varepsilon'\left(\frac{135}{32}m^4\right) \\ \cos c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{405}{128}m^2e^2-\frac{9531}{512}m^3e^2-\frac{46815}{1024}m^3e^2\right) \\ \cos c'mv & \varepsilon'\left(\frac{405}{128}m^2e^2+\frac{9531}{512}m^3e^2+\frac{40905}{1024}m^3e^2\right) \\ \cos 2Ev - 2cv & e^2\left(-\frac{6885}{512}m^3-\frac{15885}{512}m^3\right) \end{cases}$$

$$2 \sin 2cv \quad e^2\left(\frac{45}{32}m\right) \ldots \left\{ \cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left(\frac{45}{16}m^3\right) \right.$$

$$2 \sin 2gv \quad \gamma^2\left(-\frac{9}{32}m\right) \ldots \left\{ \cos 2Ev - 2gv \quad \gamma^2\left(-\frac{9}{16}m^3\right) \right.$$

Multiplicateur . . . . $2 \sin 2Ev - cv \quad e\left(-\frac{3}{2}-\frac{3}{2}m\right)$

$$\text{Produit} \begin{cases} \cos cv - c'mv & e\varepsilon'\left(-\frac{453}{4}m^4-\frac{273}{8}m^4\right) \\ \cos cv + c'mv & e\varepsilon'\left(\frac{65}{12}m^4+\frac{13}{8}m^4\right) \\ \cos c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{351}{128}m^2e^2-\frac{52623}{1024}m^3e^2+\frac{45}{16}m^2e^2-\frac{351}{128}m^3e^2\right) \\ \cos c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{2553}{128}m^2e^2-\frac{10089}{512}m^3e^2-\frac{105}{16}m^2e^2-\frac{2553}{128}m^3e^2\right) \end{cases}$$

Multiplicateur . . . . $2 \sin 2Ev + cv \quad e\left(-\frac{3}{2}+\frac{3}{2}m\right)$

$$\text{Produit} \begin{cases} \cos cv + c'mv & e\varepsilon'\left(-\frac{453}{4}m^4+\frac{273}{8}m^4\right) \\ \cos cv - c'mv & e\varepsilon'\left(\frac{65}{12}m^4-\frac{13}{8}m^4\right) \\ \cos c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{45}{32}m^2e^2-\frac{207}{64}m^3e^2+\frac{45}{32}m^3e^2\right) \\ \cos c'mv & \varepsilon'\left(\frac{315}{32}m^2e^2+\frac{207}{64}m^3e^2-\frac{315}{32}m^3e^2\right) \\ \cos 2Ev - 2cv & e^2\left(\frac{675}{128}m^3\right) \end{cases}$$

Multiplicateur . . . . $2\sin 2Ev \left(\frac{3}{4}+\frac{3}{2}e^2\right)$

$$
\text{Produit}\left\{
\begin{array}{lll}
\cos 2Ev-2cv & e^2 & \left(\frac{45}{8}m^3\right) \\
\cos 2Ev-2gv & \gamma^2 & \left(-\frac{9}{64}m^3\right) \\
\cos c'mv & \varepsilon' & \left\{\begin{array}{l} \frac{21}{2}m^2e^2+\frac{453}{8}m^4-\frac{99}{128}m^2\gamma^2+\frac{10191}{64}m^5 \\ +\frac{1815}{32}m^3e^2+\frac{21}{2}m^2e^2+\frac{273}{8}m^3e^2 \end{array}\right\} \\
\cos c'mv & \varepsilon' & \left\{\begin{array}{l} -\frac{3}{2}m^2e^2-\frac{65}{24}m^4+\frac{51}{128}m^2\gamma^2-\frac{3391}{576}m^5 \\ -\frac{25}{32}m^3e^2-\frac{3}{2}m^2e^2-\frac{13}{8}m^3e^2 \end{array}\right\} \\
\cos 2c'mv & \varepsilon'^2 & \left(\frac{221}{4}m^3\right) \\
\cos cv-c'mv & e\varepsilon' & \left(\frac{8429223}{16584}m^4\right) \\
\cos cv+c'mv & e\varepsilon' & \left(\frac{40059}{2048}m^4\right) \\
\cos cv+c'mv & e\varepsilon' & \left(-\frac{435543}{16384}m^4\right) \\
\cos cv-c'mv & e\varepsilon' & \left(-\frac{58563}{2048}m^4\right) \\
\cos 2Ev-2cv & e^2 & \left(\frac{45}{8}m^3\right) \\
\cos 2Ev-2gv & \gamma^2 & \left(-\frac{63}{1024}m^3\right)
\end{array}\right.
$$

Multiplicateur . . . . $2\sin 2Ev-c'mv \;\; \varepsilon'\left(\frac{21}{8}+\frac{21}{4}e^2+\frac{9}{2}m^2\right)$

$$
\text{Produit}\left\{
\begin{array}{lll}
\cos c'mv & \varepsilon' & \left\{\begin{array}{l} \frac{497}{24}m^4+\frac{21}{2}m^2e^2-\frac{147}{256}m^2\gamma^2+\frac{4949}{144}m^5+\frac{1295}{32}m^3e^2 \\ +\frac{21}{2}m^2e^2+\frac{91}{4}m^3e^2+9\cdot m^4+\frac{39}{2}m^5 \end{array}\right\} \\
\cos cv+c'mv & e\varepsilon' & \left(\frac{3339}{1024}m^4-\frac{135}{16}m^4\right) \\
\cos cv-c'mv & e\varepsilon' & \left(\frac{1970115}{16384}m^4+\frac{1377}{64}m^4\right) \\
\cos 2c'mv & \varepsilon'^2 & \left(-\frac{91}{32}m^3\right)
\end{array}\right.
$$

Multiplicateur . . . . $2\sin 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{3}{8}-\frac{3}{4}e^2\right)$

Produit

$$\left\{\begin{array}{lll}
\cos c'mv & \varepsilon' & \left\{\begin{array}{l} -\frac{71}{24}m^4-\frac{3}{2}m^2e^2+\frac{21}{256}m^2\gamma^2-\frac{707}{144}m^3 \\ -\frac{185}{32}m^3e^2-\frac{3}{2}m^2e^2-\frac{13}{4}m^3e^2 \end{array}\right\} \\
\cos cv - c'mv & e\varepsilon' & \left(-\frac{477}{1024}m^4\right) \\
\cos cv + c'mv & e\varepsilon' & \left(-\frac{281445}{16384}m^4\right) \\
\cos 2c'mv & \varepsilon'^2 & \left(-\frac{273}{32}m^3\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . . $2\sin 2Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{21}{4}-\frac{99}{16}m+\frac{1431}{128}m^2\right)$

Produit

$$\left\{\begin{array}{lll}
\cos cv + c'mv & e\varepsilon' & \left(-\frac{497}{12}m^4-\frac{429}{16}m^4+\frac{1431}{64}m^4\right) \\
\cos c'mv & \varepsilon' & \left(-\frac{3213}{128}m^2e^2-\frac{123039}{2048}m^3e^2-\frac{1485}{128}m^2e^2-\frac{15147}{512}m^3e^2+\frac{21165}{1024}m^3e^2\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . . $2\sin 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{3}{4}-\frac{21}{16}m-\frac{3699}{128}m^2\right)$

Produit

$$\left\{\begin{array}{lll}
\cos cv - c'mv & e\varepsilon' & \left(\frac{71}{12}m^4-\frac{91}{16}m^4-\frac{3699}{64}m^4\right) \\
\cos c'mv & \varepsilon' & \left(\frac{459}{128}m^2e^2+\frac{17577}{2048}m^3e^2-\frac{315}{128}m^2e^2-\frac{3213}{512}m^3e^2-\frac{55485}{1024}m^3e^2\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . . $2\sin 2Ev + c'mv + cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{3}{4}+\frac{21}{16}m+\frac{2151}{128}m^2\right)$

Produit

$$\left\{\begin{array}{lll}
\cos cv + c'mv & e\varepsilon' & \left(\frac{71}{12}m^4+\frac{91}{16}m^4+\frac{2151}{64}m^4\right) \\
\cos c'mv & \varepsilon' & \left(-\frac{45}{32}m^2e^2-\frac{9}{64}m^3e^2-\frac{315}{128}m^3e^2\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur .... $2\sin 2Ev - c'mv + cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{21}{4}+\frac{99}{16}m-\frac{4419}{128}m^2\right)$

Produit

$$\left\{\begin{array}{lll}
\cos cv - c'mv & e\varepsilon' & \left(-\frac{497}{12}m^4+\frac{429}{16}m^4-\frac{4419}{64}m^4\right) \\
\cos c'mv & \varepsilon' & \left(\frac{315}{32}m^2e^2+\frac{63}{64}m^3e^2-\frac{1485}{128}m^3e^2\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur		Produit	
$2\sin 2Ev - 2c'mv$	$\varepsilon'^2\left(\frac{51}{8}\right)$	$\cos 2c'mv$	$\varepsilon'^2\left(\frac{221}{8}m^3\right)$
$2\sin 4Ev - cv$	$e\left(-\frac{45}{16}m\right)$	$\cos 2Ev - 2cv$	$e^2\left(\frac{675}{128}m^3\right)$
$2\sin 4Ev - 2cv$	$e^2\left(\frac{45}{32}m\right)$	$\cos 2Ev - 2cv$	$e^2\left(\frac{45}{16}m^3\right)$
$2\sin 4Ev - 2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{9}{32}m\right)$	$\cos 2Ev - 2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{9}{16}m^3\right)$.

La réunion de ces produits partiels donne

$$(10) \ldots\ldots\ \sigma R_1 \frac{d.\delta u}{dv} =$$

$$\cos c'mv\ \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} \frac{21}{2}+\frac{21}{2}-\frac{3}{2}-\frac{3}{2}-\frac{351}{128}+\frac{45}{16}-\frac{2553}{128}-\frac{105}{16} \\ -\frac{45}{32}+\frac{315}{32}+\frac{21}{2}+\frac{21}{2}-\frac{3}{2}-\frac{3}{2}-\frac{3213}{128}-\frac{1485}{128} \\ +\frac{459}{128}-\frac{315}{128}-\frac{45}{32}+\frac{315}{32}-\frac{405}{128}+\frac{405}{128}=-\frac{585}{64} \end{array} \right\} m^2 e^2 \\ +\left(\frac{453}{8}-\frac{65}{24}+\frac{497}{24}+9-\frac{71}{24}=\frac{242}{3}\right) m^4 \\ +\left(\frac{51}{128}-\frac{99}{128}-\frac{147}{256}+\frac{21}{256}=-\frac{111}{128}\right) m^2\gamma^2 \\ +\left(\frac{10191}{64}-\frac{3391}{576}+\frac{4949}{144}+\frac{39}{2}-\frac{707}{144}=\frac{7283}{36}\right) m^5 \\ +\left\{ \begin{array}{l} \frac{1815}{32}+\frac{273}{6}-\frac{25}{32}-\frac{13}{8}-\frac{52623}{1024}-\frac{351}{128}-\frac{10989}{512}-\frac{2553}{128} \\ -\frac{207}{64}+\frac{45}{32}+\frac{297}{64}-\frac{315}{32}+\frac{1295}{32}+\frac{91}{4}-\frac{185}{32}-\frac{13}{4}-\frac{123089}{2048} \\ -\frac{15147}{512}+\frac{21465}{1024}+\frac{17577}{2048}-\frac{3213}{512}-\frac{55485}{1024}-\frac{9}{64}-\frac{315}{128} \\ +\frac{63}{64}-\frac{1485}{128}-\frac{9531}{512}-\frac{46845}{1024}+\frac{9531}{512}+\frac{40905}{1024}=-\frac{154555}{1024} \end{array} \right\} m^3 e^2 \end{array} \right\}$$

$\cos 2c'mv \qquad e'^2 \left\{ \frac{221}{4} - \frac{91}{32} - \frac{273}{32} + \frac{221}{8} = \frac{143}{2} \right\} m^3$

$$\cos cv + c'mv \quad ee' \left\{ \begin{array}{l} \frac{40059}{2048} - \frac{435543}{16384} + \frac{65}{12} + \frac{13}{8} - \frac{453}{4} + \frac{273}{8} \\ + \frac{3339}{1024} - \frac{135}{16} - \frac{281445}{16384} - \frac{497}{12} - \frac{429}{16} + \frac{1431}{64} \\ + \frac{71}{12} + \frac{91}{16} + \frac{2151}{64} - \frac{135}{32} = -\frac{1806663}{12288} \end{array} \right\} m^4$$

$$\cos cv - c'mv \quad ee' \left\{ \begin{array}{l} \frac{8129223}{16384} - \frac{58563}{2048} - \frac{453}{4} - \frac{273}{8} + \frac{65}{12} - \frac{13}{8} + \frac{1970115}{16384} - \frac{477}{1024} \\ + \frac{71}{12} - \frac{91}{16} - \frac{3699}{64} - \frac{497}{12} + \frac{429}{16} - \frac{4419}{64} + \frac{135}{32} + \frac{1377}{64} = \frac{8517955}{24576} \end{array} \right\} m^4$$

$\cos 2Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ \frac{45}{8} + \frac{45}{8} + \frac{675}{128} - \frac{6885}{512} - \frac{15885}{512} + \frac{45}{16} + \frac{675}{128} + \frac{45}{16} = -\frac{4365}{256} \right\} m^3$

$\cos 2Ev - 2gv \quad \gamma^2 \left\{ -\frac{9}{64} - \frac{63}{1024} - \frac{9}{16} - \frac{9}{16} = -\frac{1359}{1024} \right\} m^3.$

86. Pour obtenir les produits partiels de $-2\left(\frac{d^2.\delta u}{dv^2} + \delta u\right)\int R_1 dv$ on pourra employer la valeur de $-\left(\frac{d^2.\delta u}{dv^2} + \delta u\right)$ donnée dans les pages 272-274, après y avoir ajouté les termes suivans, qu'on obtient en ayant sous les yeux les pages 153-157 de ce volume, et les pages 303-305, 407 du second volume.

$$-\left(\frac{d^2.\delta u}{dv^2} + \delta u\right) =$$

$\cos cv - c'mv$	$ee'\left(-\frac{9}{4} m^2\right)$
$\cos cv + c'mv$	$ee'\left(-\frac{9}{4} m^2\right)$
$\cos 2cv$	$e^2\left(\frac{45}{4} m^3\right)$
$\cos 2gv$	$\gamma^2\left(\frac{3}{2} m^2 - \frac{9}{32} m^3\right)$
$\cos 2Ev - c'mv$	$e'\left\{ \left(\frac{183}{8} - \frac{399}{16} = -\frac{33}{16}\right) m^5 + \frac{975}{16} m^3 e^2 \right\}$
$\cos 2Ev + c'mv$	$e'\left\{ \left(-\frac{33}{4} + \frac{19}{16} = -\frac{113}{16}\right) m^5 + \frac{15}{16} m^3 e^2 \right\}$

$\cos 2Ev - 2c'mv \quad \varepsilon'^2\left(\frac{51}{2}m^2+\frac{51}{2}m^3\right)$

$\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left\{-\frac{327}{2}+\frac{9}{128}=-\frac{20919}{128}\right\}m^4$

$\cos 2Ev + c'mv + cv \quad e\varepsilon'\left\{\frac{38479}{576}-\frac{15}{32}=\frac{38209}{576}\right\}m^4$

$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left\{-\frac{11703}{64}-\frac{5073}{128}=-\frac{28479}{128}\right\}m^4$

$\cos 2Ev - c'mv + cv \quad e\varepsilon'\left\{-\frac{5567}{64}+\frac{105}{32}=-\frac{5357}{64}\right\}m^4$

$\cos 4Ev - 2cv \quad e^2\left(\frac{45}{4}m^3\right)$

$\cos 4Ev - 2gv \quad \gamma^2\left(-\frac{27}{256}m^2+\frac{117}{512}m^3\right).$

Produits partiels de $-2\left(\frac{d^2.\delta u}{dv^2}+\delta u\right)\int R_1\,dv$.

Multiplicateur		Produit	
$2\cos cv$	$e\left(\frac{45}{8}m+\frac{1059}{32}m^2\right)$....	$\cos cv + c'mv$	$e\varepsilon'\left(\frac{3177}{64}m^4\right)$
		$\cos cv - c'mv$	$e\varepsilon'\left(\frac{3177}{64}m^2\right)$
		$\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{405}{32}m^3e^2\right)$
		$\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{405}{32}m^3e^2\right)$
		$\cos 2Ev - 2cv$	$e^2\left(-\frac{675}{16}m^3\right)$
$2\cos 2cv$	$e^2\left(-\frac{45}{32}m\right)$........	$\cos 2Ev - 2cv$	$e^2\left(-\frac{135}{32}m^3\right)$
$2\cos 2gv$	$\gamma^2\left(\frac{9}{32}m\right)$........	$\cos 2Ev - 2gv$	$\gamma^2\left(\frac{27}{32}m^3\right)$

Multiplicateur .... $2\cos 2Ev\left(-\frac{3}{4}-\frac{3}{4}m-\frac{3}{4}m^2-\frac{3}{2}e^2-\frac{3}{4}m^3-\frac{3}{2}me^2\right)$

Produit

$$\cos 2Ev-2cv \quad e^2\left(-\frac{9}{8}m^3-\frac{135}{16}m^3\right)$$

$$\cos 2Ev-2gv \quad \gamma^2\left(-\frac{9}{8}m^3+\frac{27}{128}m^3\right)$$

$$\cos c'mv \quad \varepsilon'\left\{\begin{array}{l}-\frac{963}{64}m^4-\frac{63}{4}m^2e^2-\frac{333}{256}m^2\gamma^2+\frac{99}{64}m^5-\frac{2925}{64}m^3e^2\\ -\frac{189}{32}m^4+\frac{63}{64}m^2\gamma^2-\frac{963}{64}m^5-\frac{63}{4}m^3e^2-\frac{63}{8}m^4\\ -\frac{189}{32}m^5-\frac{63}{8}m^5-\frac{63}{4}m^2e^2-\frac{189}{16}m^3e^2-\frac{63}{4}m^3e^2\end{array}\right\}$$

$$\cos c'mv \quad \varepsilon'\left\{\begin{array}{l}\frac{189}{64}m^4+\frac{9}{4}m^2e^2-\frac{63}{256}m^2\gamma^2+\frac{339}{64}m^5-\frac{45}{64}m^3e^2\\ +\frac{9}{32}m^4-\frac{27}{64}m^2\gamma^2+\frac{189}{64}m^5+\frac{9}{4}m^3e^2+\frac{9}{8}m^4\\ +\frac{9}{32}m^5+\frac{9}{8}m^5+\frac{9}{4}m^2e^2+\frac{9}{16}m^3e^2+\frac{9}{4}m^3e^2\end{array}\right\}$$

$$\cos 2c'mv \quad \varepsilon'^2\left(-\frac{153}{8}m^3-\frac{153}{8}m^3\right)$$

$$\cos cv-c'mv \quad e\varepsilon'\left(\frac{62757}{512}m^4+\frac{441}{128}m^4-\frac{45}{16}m^4\right)$$

$$\cos cv+c'mv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{38209}{768}m^4-\frac{113}{32}m^4-\frac{15}{8}m^4\right)$$

$$\cos cv+c'mv \quad e\varepsilon'\left(\frac{85437}{512}m^4+\frac{10809}{128}m^4+\frac{315}{16}m^4\right)$$

$$\cos cv-c'mv \quad e\varepsilon'\left(\frac{16071}{256}m^4-\frac{327}{32}m^4+\frac{105}{8}m^4\right)$$

$$\cos 2Ev-2cv \quad e^2\left(-\frac{135}{16}m^3\right)$$

$$\cos 2Ev-2gv \quad \gamma^2\left(-\frac{351}{2048}m^3+\frac{81}{1024}m^3\right)$$

Multiplicateur	Produit
$2\cos 2Ev-2c'mv \quad \varepsilon'^2\left(-\frac{51}{8}-\frac{51}{4}m\right)$	$\cos 2c'mv \quad \varepsilon'^2\left(-\frac{153}{4}m^3-\frac{153}{16}m^3\right)$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev - cv \quad e\left(3 + 9.m + \frac{63}{4}m^2\right)$

Produit
$$\begin{cases} \cos cv - c'mv & e\varepsilon'\left(\frac{963}{16}m^4 + \frac{567}{8}m^4 + \frac{1323}{8}m^4\right) \\ \cos cv + c'mv & e\varepsilon'\left(-\frac{189}{16}m^4 - \frac{27}{8}m^4 - \frac{189}{8}m^4\right) \\ \cos c'mv & \varepsilon'\left(\frac{45}{4}m^2e^2 - \frac{441}{32}m^3e^2 + \frac{135}{4}m^3e^2\right) \\ \cos c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{315}{4}m^2e^2 - \frac{10809}{32}m^3e^2 - \frac{945}{4}m^3e^2\right) \end{cases}$$

Multiplicateur . . . $2\cos 2Ev + cv \quad e\left(1 - \frac{1}{3}m + \frac{1}{16}m^2\right)$

Produit
$$\begin{cases} \cos cv + c'mv & e\varepsilon'\left(\frac{321}{16}m^4 - \frac{21}{8}m^4 + \frac{7}{24}m^4\right) \\ \cos cv - c'mv & e\varepsilon'\left(-\frac{63}{16}m^4 + \frac{1}{8}m^4 - \frac{1}{24}m^4\right) \\ \cos c'mv & \varepsilon'\left(\frac{5}{2}m^2e^2 + \frac{113}{24}m^3e^2 - \frac{5}{6}m^3e^2\right) \\ \cos c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{35}{2}m^2e^2 + \frac{109}{8}m^3e^2 + \frac{35}{6}m^3e^2\right) \\ \cos 2Ev - 2cv & e^2\left(-\frac{75}{8}m^3\right) \end{cases}$$

Multiplicateur... $2\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{21}{8} - \frac{63}{16}m - \frac{333}{32}m^2 - \frac{21}{4}e^2 - \frac{999}{64}m^3 - \frac{63}{8}me^2\right)$

Produit
$$\begin{cases} \cos c'mv & \varepsilon'\begin{Bmatrix} -\frac{819}{512}m^2\gamma^2 - \frac{63}{4}m^2e^2 + \frac{273}{32}m^5 - \frac{2205}{64}m^3e^2 - \frac{189}{32}m^4 + \frac{567}{256}m^3\gamma^2 \\ -\frac{189}{8}m^3e^2 - \frac{999}{32}m^4 - \frac{999}{64}m^5 - \frac{63}{4}m^2e^2 - \frac{63}{8}m^3e^2 - \frac{2997}{64}m^5 - \frac{189}{8}m^3e^2 \end{Bmatrix} \\ \cos cv - c'mv & e\varepsilon'\left(\frac{54747}{512}m^4 + \frac{24003}{256}m^4 + \frac{4995}{64}m^4\right) \\ \cos cv + c'mv & e\varepsilon'\left(-\frac{2807}{192}m^4 - \frac{231}{16}m^4 + \frac{1665}{32}m^4\right) \\ \cos 2c'mv & \varepsilon'^2\left(\frac{189}{32}m^3 + \frac{63}{64}m^3\right) \end{cases}$$

Multiplicateur... $2\cos 2Ev+c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{3}{8}+\frac{3}{16}m+\frac{3}{32}m^2+\frac{3}{4}e^2+\frac{3}{64}m^3+\frac{3}{8}me^2\right)$

Produit

$$\cos c'mv \quad \varepsilon'\left\{\begin{array}{l}\frac{117}{512}m^2\gamma^2+\frac{9}{4}m^2e^2-\frac{39}{32}m^3+\frac{315}{64}m^3e^2+\frac{9}{32}m^4-\frac{27}{256}m^2\gamma^2+\frac{9}{8}m^3e^2\\ +\frac{9}{32}m^4+\frac{9}{64}m^3+\frac{9}{4}m^2e^2+\frac{9}{8}m^3e^2+\frac{9}{64}m^3+\frac{9}{8}m^3e^2\end{array}\right\}$$

$$\cos cv+c'mv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{7821}{512}m^4-\frac{1148}{256}m^4-\frac{45}{64}m^4\right)$$

$$\cos cv-c'mv \quad e\varepsilon'\left(\frac{401}{192}m^4+\frac{11}{16}m^4-\frac{15}{32}m^4\right)$$

$$\cos 2c'mv \quad \varepsilon'^2\left(\frac{189}{64}m^3+\frac{63}{32}m^3\right)$$

Multiplicateur.... $2\cos 2Ev+c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{3}{2}+\frac{9}{8}m+\frac{3843}{64}m^2\right)$

Produit

$$\cos cv-c'mv \quad e\varepsilon'\left(\frac{27}{16}m^4+\frac{11529}{64}m^4\right)$$

$$\cos c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{45}{4}m^2e^2+\frac{1143}{32}m^3e^2-\frac{135}{16}m^3e^2\right)$$

Multiplicateur.... $2\cos 2Ev-c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{21}{2}+\frac{351}{8}m+\frac{6489}{64}m^2\right)$

Produit

$$\cos cv+c'mv \quad e\varepsilon'\left(\frac{1053}{16}m^4+\frac{19467}{64}m^4\right)$$

$$\cos c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{315}{4}m^2e^2-\frac{8001}{32}m^3e^2-\frac{5265}{16}m^3e^2\right)$$

Multiplicateur.... $2\cos 2Ev+c'mv+cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{1}{2}-\frac{25}{24}m-\frac{6725}{576}m^2\right)$

Produit

$$\cos cv+c'mv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{25}{16}m^4-\frac{6725}{192}m^4\right)$$

$$\cos c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{5}{2}m^2e^2-\frac{11}{6}m^3e^2+\frac{125}{24}m^3e^2\right)$$

Multiplicateur.... $2\cos 2Ev-c'mv+cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{7}{2}-\frac{5}{8}m+\frac{1489}{64}m^2\right)$

Produit

$$\cos cv-c'mv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{15}{16}m^4+\frac{4467}{64}m^4\right)$$

$$\cos c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{35}{2}m^2e^2+\frac{77}{6}m^3e^2+\frac{25}{8}m^3e^2\right)$$

Multiplicateur Produit

$$2\cos 4Ev - cv \quad e\left(\tfrac{15}{8}m\right)\ldots\ldots \left\{\cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left(-\tfrac{75}{8}m^3\right)\right.$$

$$2\cos 4Ev - 2cv \quad e^2\left(-\tfrac{45}{32}m\right)\ldots\ldots \left\{\cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left(-\tfrac{135}{32}m^3\right)\right.$$

$$2\cos 4Ev - 2gv \quad \gamma^2\left(\tfrac{9}{32}m\right)\ldots\ldots \left\{\cos 2Ev - 2gv \quad \gamma^2\left(\tfrac{27}{32}m^3\right).\right.$$

La réunion de ces produits partiels donne

$$(11)\ \ldots\ldots\ -2\left(\frac{d^2.\delta u}{dv^2}+\delta u\right)\int R_{,}dv =$$

$$\cos c'mv \quad e' \left\{\begin{aligned}
&+\left(\tfrac{189}{64}-\tfrac{963}{64}-\tfrac{189}{32}-\tfrac{63}{8}+\tfrac{9}{32}+\tfrac{9}{8}-\tfrac{189}{32}-\tfrac{999}{32}+\tfrac{9}{32}+\tfrac{9}{32}=-\tfrac{1953}{32}\right)m \\
&+\left\{\begin{aligned}&\tfrac{9}{4}-\tfrac{63}{4}-\tfrac{63}{4}+\tfrac{9}{4}+\tfrac{45}{4}-\tfrac{315}{4}+\tfrac{5}{2}-\tfrac{35}{2}-\tfrac{63}{4}\\ &-\tfrac{63}{4}+\tfrac{9}{4}+\tfrac{9}{4}+\tfrac{45}{4}-\tfrac{315}{4}+\tfrac{5}{2}-\tfrac{35}{2}=-219\end{aligned}\right\}m^2e^2 \\
&+\left(\tfrac{63}{64}-\tfrac{333}{256}-\tfrac{63}{256}-\tfrac{27}{64}-\tfrac{819}{512}+\tfrac{567}{256}+\tfrac{117}{512}-\tfrac{27}{256}=-\tfrac{63}{256}\right)m^2\gamma^2 \\
&+\left\{\begin{aligned}&\tfrac{99}{64}-\tfrac{963}{64}-\tfrac{189}{32}-\tfrac{63}{8}+\tfrac{339}{64}+\tfrac{189}{64}+\tfrac{9}{32}+\tfrac{9}{8}\\ &+\tfrac{273}{32}-\tfrac{999}{64}-\tfrac{2997}{64}-\tfrac{39}{32}+\tfrac{9}{64}+\tfrac{9}{64}=-\tfrac{2319}{32}\end{aligned}\right\}m^3 \\
&+\left\{\begin{aligned}&-\tfrac{2925}{64}-\tfrac{63}{4}-\tfrac{189}{16}-\tfrac{63}{4}-\tfrac{45}{64}+\tfrac{9}{4}+\tfrac{9}{16}+\tfrac{9}{4}-\tfrac{441}{32}\\ &+\tfrac{135}{4}-\tfrac{10809}{32}-\tfrac{945}{4}+\tfrac{113}{24}-\tfrac{5}{6}+\tfrac{109}{8}+\tfrac{35}{6}-\tfrac{2205}{64}-\tfrac{189}{8}\\ &-\tfrac{63}{6}-\tfrac{189}{8}+\tfrac{315}{64}+\tfrac{9}{8}+\tfrac{9}{8}+\tfrac{9}{8}+\tfrac{1143}{32}-\tfrac{135}{16}-\tfrac{8001}{32}\\ &-\tfrac{5265}{16}-\tfrac{11}{6}+\tfrac{125}{24}+\tfrac{77}{6}+\tfrac{25}{8}-\tfrac{405}{32}-\tfrac{405}{32}=-\tfrac{30107}{24}\end{aligned}\right\}m^3e^2
\end{aligned}\right.$$

$$\cos 2c'mv \quad e'^2\left\{\tfrac{189}{32}-\tfrac{153}{8}-\tfrac{153}{8}+\tfrac{63}{64}+\tfrac{189}{64}+\tfrac{63}{32}-\tfrac{153}{4}-\tfrac{153}{16}=-\tfrac{297}{4}\right\}m^3$$

$$\cos cv - c'mv \quad ee'\left\{\begin{aligned}&\tfrac{62757}{512}+\tfrac{441}{128}-\tfrac{45}{16}+\tfrac{16071}{256}-\tfrac{327}{32}+\tfrac{105}{8}+\tfrac{963}{16}+\tfrac{567}{8}\\ &+\tfrac{1323}{8}-\tfrac{63}{16}+\tfrac{1}{8}-\tfrac{1}{24}+\tfrac{54747}{512}+\tfrac{24003}{256}+\tfrac{4995}{64}+\tfrac{401}{192}\\ &+\tfrac{11}{16}-\tfrac{15}{32}+\tfrac{27}{16}+\tfrac{11529}{64}-\tfrac{15}{16}+\tfrac{4467}{64}+\tfrac{3177}{64}=\tfrac{34011}{32}\end{aligned}\right\}m^4$$

$$\cos cv + c'mv \quad e\epsilon' \left\{ \begin{array}{l} \frac{85437}{512} - \frac{38209}{768} - \frac{113}{32} - \frac{15}{8} + \frac{10809}{128} + \frac{315}{16} - \frac{189}{16} - \frac{27}{8} \\ - \frac{189}{8} + \frac{321}{16} - \frac{21}{8} + \frac{7}{24} - \frac{2807}{192} - \frac{231}{16} + \frac{1665}{32} - \frac{7821}{512} \\ - \frac{1143}{256} - \frac{45}{64} + \frac{1053}{16} + \frac{19467}{64} - \frac{25}{16} - \frac{6725}{192} + \frac{3177}{64} = \frac{37141}{64} \end{array} \right\} m^4$$

$$\cos 2Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ - \frac{9}{8} - \frac{135}{16} - \frac{135}{16} - \frac{75}{8} - \frac{675}{16} - \frac{135}{32} - \frac{75}{8} - \frac{135}{32} = - \frac{699}{8} \right\} m^3$$

$$\cos 2Ev - 2gv \quad \gamma^2 \left\{ - \frac{9}{8} + \frac{27}{128} - \frac{351}{2048} + \frac{81}{1024} + \frac{27}{32} + \frac{27}{32} = \frac{1395}{2048} \right\} m^3.$$

87. La réunion des termes compris dans la fonction

$$(1) + \mu^2 \left\{ (2) + 2.(3) + (4) + (5) \ldots\ldots + (11) \right\}$$

fournira l'équation différentielle cherchée. Il faut observer, qu'on a pris les termes de l'ordre inférieur dans les pages 303, 304, 407, 408 du second volume, et qu'on a marqué par un astérisque les parties des coefficiens numériques, qui sont dues à la différence entre les deux quantités μ^2 et m^2 (sur quoi voyez la page 285 de ce volume).

$$- \frac{d^2 . \delta u}{dv^2} - \left(1 - \frac{3}{2} \mu^2 \right) \delta u =$$

$$\cos c'mv \;\; \epsilon' \left\{ \begin{array}{l} \frac{3}{2} m^2 - \frac{645}{16} m^4 - \frac{69}{4} m^2 e^2 - \frac{3}{2} m^2 \gamma^2 + \frac{27}{16} m^2 \epsilon'^2 - \frac{1543}{6} m^3 \\ - \frac{4965}{32} m^3 e^2 + \frac{57}{16} m^3 \gamma^2 + \frac{75}{32} m b^4 \\ + \left(\frac{27}{2} - \frac{42649}{48} - \frac{8683}{32} + \frac{242}{3} - \frac{1953}{32} - \frac{\overset{(*)}{513}}{64} = - \frac{217871}{192} \right) m^4 \\ + \left\{ \begin{array}{l} \frac{5865}{128} - \frac{270669}{256} - \frac{357}{16} + \frac{18981}{64} - \frac{6489}{64} \\ - \frac{585}{64} - 219 - \frac{\overset{(*)}{2025}}{128} = - \frac{277137}{256} \end{array} \right\} m^4 e^2 \\ + \left(\frac{6759}{512} + \frac{4515}{256} - \frac{357}{64} + \frac{1437}{256} - \frac{111}{128} - \frac{63}{256} = \frac{15287}{512} \right) m^4 \gamma^2 \\ + \left(\frac{209}{2} - \frac{367577}{108} - \frac{161359}{192} + \frac{7283}{36} - \frac{2319}{32} - \frac{\overset{(*)}{1293}}{32} = - \frac{6998351}{1728} \right) m^5 \\ + \left\{ \begin{array}{l} \frac{119175}{256} - \frac{44485001}{6144} - \frac{548}{3} - \frac{585}{16} + \frac{1745805}{1024} \\ - \frac{561107}{1024} - \frac{154555}{1024} - \frac{30107}{24} - \frac{\overset{(*)}{17955}}{256} = - \frac{44929199}{6144} \end{array} \right\} m^5 e^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2c'mv \quad \varepsilon'^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{9}{4}m^2 - \frac{5445}{64}m^4 + \frac{7}{4}m^2\varepsilon'^2 - \frac{453}{32}m^2e^2 - \frac{273}{128}m^2\gamma^2 \\ -\left(\frac{1507}{3} + \frac{1617}{8} - \frac{143}{2} + \frac{297}{4} = \frac{16973}{24}\right)m^5 \end{array} \right\}$$

$$\cos cv + c'mv \quad e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\frac{9}{4}m - \frac{873}{32}m^3 - \frac{8433}{64}m^4 - \frac{9}{8}m^2e^2 + \frac{9}{2}m^2\gamma^2 \\ -\frac{81}{32}m^2\varepsilon'^2 - \frac{896311}{2048}m^5 \\ +\left\{ \begin{array}{l} \frac{119713}{512} - \frac{4118665}{3072} - \frac{1071}{64} - \frac{1164075}{4096} + \frac{137}{3} \\ -\frac{1306663}{12288} + \frac{37141}{64} + \overset{(*)}{\frac{1539}{128}} = -\frac{897175}{1024} \end{array} \right\} m^6 \end{array} \right\}$$

$$\cos cv - c'mv \quad e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\frac{9}{4}m^2 - \frac{1077}{32}m^3 - \frac{549}{2}m^4 - \frac{9}{8}m^2e^2 + \frac{9}{2}m^2\gamma^2 \\ +\frac{81}{32}m^2\varepsilon'^2 - \frac{3934567}{2048}m^5 \\ +\left\{ \begin{array}{l} \frac{153663}{512} - \frac{1111871}{96} - \frac{1071}{64} - \frac{20435407}{8192} - \frac{137}{3} \\ +\frac{8517955}{24576} + \frac{34011}{32} + \overset{(*)}{\frac{1539}{128}} = -\frac{152584525}{12288} \end{array} \right\} m^6 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ \begin{array}{l} -\frac{15}{4}m - \frac{147}{16}m^2 - \frac{3171}{256}m^3 + \frac{75}{8}m\varepsilon'^2 - \frac{45}{8}me^2 + \frac{135}{64}m\gamma^2 \\ -\frac{43737}{1024}m^4 - 10\,.\,m^2e^2 - 15\,.\,m^2\varepsilon'^2 + \frac{5619}{512}m^2\gamma^2 \\ +\left\{ \begin{array}{l} \frac{35545}{512} - \frac{1590423}{8192} - \frac{891}{16} + \frac{7059}{128} + \frac{1125}{128} \\ +\frac{135}{32} - \frac{4365}{256} - \frac{699}{8} + \overset{(*)}{\frac{2565}{128}} = -\frac{1610855}{8192} \end{array} \right\} m^5 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - 2gv \quad \gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} -\frac{3}{16}m + \frac{69}{64}m^2 + \frac{1713}{1024}m^3 - \frac{3}{128}m\gamma^2 + \frac{33}{8}me^2 + \frac{15}{32}m\varepsilon'^2 \\ -\frac{20709}{4096}m^4 - \frac{399}{512}m^2\gamma^2 - \frac{51}{64}m^2\varepsilon'^2 - \frac{189}{64}m^2e^2 \\ +\left\{ \begin{array}{l} -\frac{293839}{32768} - \frac{19}{8} - \frac{64635}{8192} + \frac{81}{64} + \frac{2973}{2048} + \frac{27}{256} \\ -\frac{9}{32} - \frac{1559}{1024} + \frac{1395}{2048} + \overset{(*)}{\frac{513}{512}} = -\frac{535259}{32768} \end{array} \right\} m^5 \end{array} \right\}$$

Pour tirer de là la valeur de δu il faudra multiplier chaque terme par le facteur correspondant que voici.

Argument	Facteur pour l'intégration
$c'mv$	$-1-\frac{5}{2}m^2-\frac{25}{4}m^4$
$2c'mv$	$-1-\frac{11}{2}m^2$
$cv+c'mv$ . . .	$\frac{1}{2m}\left(1-\frac{1}{2}m+\frac{257}{32}m^2+\frac{3923}{128}m^3+\frac{376951}{2048}m^4\right)$
$cv-c'mv$ . . .	$-\frac{1}{2m}\left(1+\frac{1}{2}m-\frac{193}{32}m^2-\frac{3923}{128}m^3-\frac{168135}{2048}m^4\right)$
$2Ev-2cv$ . . .	$-1-\frac{11}{2}m^2+6\,.\,m^3+\frac{95}{4}m^4$
$2Ev-2gv$. . .	$-1-\frac{11}{2}m^2-6\,.\,m^3-\frac{121}{4}m^4$

ce qui donnera ;

$$\delta u =$$

$$\cos c'mv \quad \varepsilon' \left\{\begin{aligned} &-\frac{3}{2}m^2+\left(\frac{645}{16}-\frac{15}{4}=\frac{585}{16}\right)m^4+\frac{69}{4}m^2e^2+\frac{3}{2}m^2\gamma^2-\frac{27}{16}m^2\varepsilon'^2 \\ &+\frac{1543}{6}m^5+\frac{4965}{32}m^3e^2-\frac{57}{16}m^3\gamma^2-\frac{75}{32}m\,b^4 \\ &+\left(\frac{217871}{192}+\frac{3225}{32}-\frac{75}{8}=\frac{235421}{192}\right)m^6+\left(\frac{277137}{256}+\frac{345}{8}=\frac{288177}{256}\right)m^4e^2 \\ &-\left(\frac{15237}{512}-\frac{15}{4}=\frac{13317}{512}\right)m^4\gamma^2+\left(\frac{6998351}{1728}+\frac{7715}{12}=\frac{8109311}{1728}\right)m^7 \\ &+\left(\frac{44929199}{6144}+\frac{24825}{64}=\frac{47312399}{6144}\right)m^5e^2 \end{aligned}\right\}$$

$$\cos 2c'mv \quad \varepsilon'^2 \left\{\begin{aligned} &-\frac{9}{4}m^2+\left(\frac{5445}{64}-\frac{99}{8}=\frac{4653}{64}\right)m^4 \\ &-\frac{7}{4}m^2\varepsilon'^2+\frac{453}{32}m^2e^2+\frac{273}{128}m^2\gamma^2+\frac{16973}{24}m^5 \end{aligned}\right\}$$

$$\cos cv+c'mv \quad e\varepsilon' \left\{\begin{aligned} &-\frac{9}{8}m-\frac{837}{64}m^2-\frac{17483}{256}m^3-\frac{9}{16}me^2+\frac{9}{4}m\gamma^2-\frac{81}{64}m\varepsilon'^2-\frac{1351233}{4096}m^4 \\ &-\left(\frac{2691525}{6144}-\frac{896311}{8192}+\frac{2167281}{4096}+\frac{3424779}{8192}+\frac{3392559}{16384}=\frac{72888057}{49152}\right)m^5 \end{aligned}\right\}$$

$$\cos cv - c'mv \; e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \frac{9}{8}m + \frac{1113}{64}m^2 + \frac{35653}{256}m^3 + \frac{9}{16}me^2 - \frac{9}{4}m\gamma^2 + \frac{81}{64}m\varepsilon'^2 + \frac{3658705}{4096}m^4 \\ + \left(\frac{152584525}{24576} + \frac{3934567}{8192} - \frac{105957}{128} - \frac{4225071}{8192} - \frac{1515915}{16384} = \frac{258190793}{49152}\right)m^5 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - 2cv \; e^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{15}{4}m + \frac{147}{16}m^2 + \frac{8451}{256}m^3 - \frac{75}{8}m\varepsilon'^2 + \frac{45}{8}me^2 - \frac{135}{64}m\gamma^2 \\ + \frac{72441}{1024}m^4 + 10 . m^2e^2 + 15 . m^2\varepsilon'^2 - \frac{5619}{512}m^2\gamma^2 \\ + \left(\frac{1610855}{8192} + \frac{34881}{512} - \frac{441}{8} - \frac{1425}{16} = \frac{987767}{8192}\right)m^5 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - 2gv \; \gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{3}{16}m - \frac{69}{64}m^2 - \frac{657}{1024}m^3 + \frac{3}{128}m\gamma^2 - \frac{33}{8}me^2 - \frac{15}{32}m\varepsilon'^2 \\ + \frac{1029}{4096}m^4 + \frac{399}{512}m^2\gamma^2 + \frac{51}{64}m^2\varepsilon'^2 + \frac{189}{64}m^2e^2 \\ + \left(\frac{535259}{32768} - \frac{18843}{2048} - \frac{207}{32} + \frac{363}{64} = \frac{207659}{32768}\right)m^5 \end{array} \right\}$$

Maintenant, si l'on observe que le produit $\left(\frac{1}{u_1} - 1\right)\delta u$ renferme les termes suivans:

Produits partiels de $\left(\frac{1}{u_1} - 1\right)\delta u$.

Multiplicateur	Produit
$\cos 0v \left(-\frac{1}{4}\gamma^2 - \frac{1}{2}e^2\right) \dots\dots$	$\cos c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{585}{64}m^4\gamma^2 - \frac{585}{32}m^4e^2 - \frac{1548}{12}m^5e^2\right)$
	$\cos cv + c'mv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{1548}{12}m^5\right)$
	$\cos cv - c'mv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{1548}{12}m^5\right)$
$2\cos cv \quad e\left(-\frac{1}{2}\right) \dots\dots$	$\cos c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{1351338}{8192}m^4e^2 - \frac{72888057}{98304}m^5e^2\right)$
	$\cos c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{3658705}{8192}m^4e^2 - \frac{258190793}{98304}m^5e^2\right)$
	$\cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left(-\frac{11717381}{98304}m^5\right)$
$2\cos 2cv \quad e^2\left(\frac{1}{4}\right) \dots\dots$	$\cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left(\frac{1475}{432}m^5\right)$
$2\cos 2gv \quad \gamma^2\left(\frac{1}{8}\right) \dots\dots$	$\cos 2Ev - 2gv \quad \gamma^2\left(\frac{1475}{864}m^5\right)$;

on en conclura, que (Voyez les pag. 315, 439 du second volume pour ce qui concerne les termes de l'ordre inférieur)

$$\frac{\delta u}{u_{\prime}} =$$

$$\cos c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\frac{3}{2}m^3+\frac{585}{16}m^4+\frac{507}{32}m^3e^2+\frac{15}{8}m^3\gamma^2-\frac{27}{16}m^3\varepsilon'^2+\frac{1543}{6}m^5+\frac{7665}{64}m^3e^2 \\ -\frac{57}{16}m^3\gamma^2-\frac{75}{32}m\,b^4+\frac{285421}{192}m^6-\left(\frac{13817}{512}+\frac{585}{64}=\frac{17997}{512}\right)m^4\gamma^2 \\ +\left(\frac{288177}{256}-\frac{585}{32}+\frac{1351333}{8192}-\frac{3658705}{8192}=\frac{1691133}{2048}\right)m^4e^2 \\ +\left(\frac{47312599}{6144}-\frac{1543}{12}+\frac{72888057}{98304}-\frac{258190798}{98304}=\frac{17470481}{3072}\right)m^5e^2 \\ +\frac{8109311}{1728}m^7 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2c'mv \quad \varepsilon'^2\left(-\frac{9}{4}m^3+\frac{4653}{64}m^4-\frac{7}{4}m^3\varepsilon'^2+\frac{3297}{256}m^3e^2+\frac{345}{128}m^3\gamma^2+\frac{16973}{24}m^5\right)$$

$$\cos cv+c'mv \quad e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\frac{9}{8}m-\frac{789}{64}m^2-\frac{17433}{256}m^3-\frac{1426213}{4096}m^4 \\ -\left(\frac{72888057}{49152}+\frac{1543}{12}=\frac{79208185}{49152}\right)m^5 \end{array} \right\}$$

$$\cos cv-c'mv \quad e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \frac{9}{8}m+\frac{1161}{64}m^2+\frac{85553}{256}m^3+\frac{3583825}{4096}m^4 \\ +\left(\frac{258190798}{49152}-\frac{1543}{12}=\frac{251870665}{49152}\right)m^5 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev-2cv \quad e^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{45}{16}m+\frac{331}{64}m^2+\frac{62219}{3072}m^3-\frac{225}{32}m\,\varepsilon'^2+\frac{105}{64}m\,e^2 \\ -\frac{33}{16}m\,\gamma^2+\frac{1191013}{36864}m^4+\frac{305}{16}m^2\varepsilon'^2-\frac{4577}{512}m^2\gamma^2+\frac{217}{256}m^2e^2 \\ +\left(\frac{987767}{8192}-\frac{11717381}{98304}+\frac{1475}{432}=\frac{4243207}{884736}\right)m^5 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev-2gv \quad \gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{3}{16}m-\frac{61}{64}m^2-\frac{755}{3072}m^3-\frac{3}{64}m\gamma^2-\frac{477}{128}me^2-\frac{15}{32}m\varepsilon'^2 \\ +\frac{42029}{36864}m^4+\frac{31}{64}m^2\varepsilon'^2+\frac{4865}{1024}m^2e^2+\frac{285}{256}m^2\gamma^2 \\ +\left(\frac{207659}{32768}+\frac{1475}{864}=\frac{7117193}{884736}\right)m^5 \end{array} \right\}$$

88. L'objet de ce paragraphe est rempli par cette expression de $\frac{\delta u}{u_{,}}$. Mais avant de le terminer, nous ajouterons ici le calcul des deux termes du sixième ordre de δnt, de la forme

$$\delta nt = \sin 2cv \; e^2(Am^4) + \sin 4Ev - 2cv \; e^2(Bm^4),$$

afin de les avoir préparés, lorsqu'il sera question de déterminer le terme du huitième ordre de δu de la forme $\cos 2Ev - 2cv \; e^2(C.m^6)$.

Pour cela, remarquons d'abord qu'on a (Voyez p. 333)

$$-m^2.\int R_{,}dv = \cos 2cv \quad e^2\left(\frac{45}{32}m^3 + \frac{2133}{128}m^4\right)$$
$$\cos 4Ev - 2cv \quad e^2\left(\frac{45}{32}m^3 + \frac{2241}{128}m^4\right).$$

Ensuite, en ayant sous les yeux les pages 743-749 du second volume on trouvera les termes suivans:

Produits partiels de $\left(-m^2\int R_{,}dv\right)^2$.

Multiplicateur		Produit
$2\cos 2Ev \left(\frac{3}{4}m^2 + \frac{3}{4}m^3\right)\ldots\ldots$	$\cos 4Ev - 2cv$	$e^2\left(-\frac{477}{128}m^4 - \frac{45}{32}m^4\right)$
	$\cos 2cv$	$e^2\left(-\frac{477}{128}m^4 - \frac{45}{32}m^4\right)$
	$\cos 2cv$	$e^2\left(\frac{45}{64}m^4\right)$
$2\cos 2Ev - cv \; e\left(-3.m^2\right)\ldots\ldots$	$\cos 2cv$	$e^2\left(3.m^4\right)$
	$\cos 4Ev - 2cv$	$e^2\left(\frac{9}{2}m^4\right)$;

lesquels étant réunis donnent;

$$\left(-m^2\int R_{,}dv\right)^2 = \cos 2cv \quad e^2\left\{-\frac{477}{128} - \frac{45}{32} + 3 + \frac{45}{64} = -\frac{183}{128}\right\}m^4$$
$$\cos 4Ev - 2cv \quad e^2\left\{-\frac{477}{128} - \frac{45}{32} + \frac{9}{2} = -\frac{81}{128}\right\}m^4.$$

Il suit de là, que

$$-B = -m^2.\int R_1 dv - \tfrac{3}{2}m^4\left(\int R_1 dv\right)^2 =$$

$$\cos 2cv \;\; e^2\left\{\tfrac{2433}{128}+\tfrac{549}{256}=\tfrac{5415}{256}\right\}m^4 + \cos 4Ev-2cv \;\; e^2\left\{\tfrac{2241}{128}+\tfrac{243}{256}=\tfrac{4725}{256}\right\}m^4.$$

Les valeurs de $\frac{\delta u}{u_1}$ et $4\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$, posées dans les p. 337, 338, donnent

$$A = 2\tfrac{\delta u}{u_1} - 3\left(\tfrac{\delta u}{u_1}\right)^2 = \cos 2cv \qquad e^2\left\{\tfrac{73}{2}-\tfrac{1623}{256}=\tfrac{7721}{256}\right\}m^4$$

$$\cos 4Ev-2cv \quad e^2\left\{\tfrac{22851}{256}-\tfrac{1157181}{4096}=-\tfrac{791565}{4096}\right\}m^4.$$

Maintenant, on obtiendra aisément les termes appartenans au produit BA, à l'aide des valeurs de B et A posées dans les pages 751, 752; 775-785 du second volume.

Produits partiels de BA.

Multiplicateur		Produit	
$2\cos 2Ev$	$\left(-\frac{3}{8}m^2-\frac{3}{8}m^3\right)\ldots\ldots$	$\cos 4Ev-2cv$	$e^2\left(-\frac{993}{256}m^4-\frac{135}{64}m^4\right)$
		$\cos 2cv$	$e^2\left(-\frac{993}{256}m^4-\frac{135}{64}m^4\right)$
		$\cos 2cv$	$e^2\left(-\frac{45}{64}m^4\right)$
$2\cos 2Ev-cv$	$e\left(\frac{3}{2}m^2+\frac{9}{2}m^3\right)\ldots$	$\cos 4Ev-2cv$	$e^2\left(\frac{771}{32}m^4+\frac{135}{8}m^4\right)$
		$\cos 2cv$	$e^2\left(-\frac{27}{8}m^4\right)$
$2\cos 2Ev+cv$	$e\left(\frac{1}{2}m^2-\frac{1}{6}m^3\right)\ldots$	$\cos 2cv$	$e^2\left(\frac{257}{32}m^4-\frac{5}{8}m^4\right)$
$2\cos 2Ev-2cv$	$e^2\left(\frac{15}{16}m+\frac{159}{64}m^2\right)\ldots$	$\cos 4Ev-2cv$	$e^2\left(\frac{95}{16}m^4+\frac{159}{32}m^4\right)$
		$\cos 2cv$	$e^2\left(\frac{95}{16}m^4+\frac{159}{32}m^4\right)$
$2\cos 2Ev+2cv$	$e^2\left(-\frac{15}{32}m^2\right)\ldots\ldots$	$\cos 2cv$	$e^2\left(-\frac{15}{16}m^4\right).$

En réunissant ces termes, on aura;

$$BA = \cos 2cv \quad e^2 \left\{ -\frac{993}{256} - \frac{135}{64} - \frac{45}{64} - \frac{27}{8} + \frac{257}{32} - \frac{5}{8} + \frac{95}{16} + \frac{159}{32} - \frac{15}{16} = \frac{1871}{256} \right\} m^4$$

$$\cos 4Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ -\frac{993}{256} - \frac{135}{64} + \frac{771}{32} + \frac{135}{8} + \frac{95}{16} + \frac{159}{32} = \frac{11747}{256} \right\} m^4.$$

Cela posé, il est évident, que nous avons

$$Y = A - B + AB =$$

$$\cos 2cv \qquad e^2 \left\{ \frac{7721}{256} + \frac{5415}{256} + \frac{1871}{256} = \frac{15007}{256} \right\} m^4$$

$$\cos 4Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ -\frac{791565}{4096} + \frac{4725}{256} + \frac{11747}{256} = -\frac{528013}{4096} \right\} m^4.$$

La valeur de Y, qui occupe les p. 796-808 du second vol., donne;

$$Y.\, 2\cos cv \quad e\left(1\right) = \cos 2cv \ e^2\left(-\frac{8923}{128}m^4\right) + \cos 4Ev - 2cv \ e^2\left(-\frac{3751}{64}m^4\right);$$

$$Y.\, 2\cos 2cv \ e^2\left(-\frac{3}{4}\right) = \cos 2cv \ e^2\left(\frac{513}{128}m^4\right) + \cos 4Ev - 2cv \ e^2\left(\frac{849}{256}m^4\right).$$

Donc, en observant qu'il faut ici tenir compte du terme

$$\frac{3}{2}\left(\frac{1+\zeta}{1+\Pi} - 1\right) e^2 \cos 2cv = -\frac{513}{128} m^4 e^2 \cos 2cv$$

(Voyez p. 317 et 321), comme faisant aussi partie de l'expression de $\frac{d.\delta nt}{dv}$ (sur quoi voyez la page 318 du I.er volume), il viendra, en prenant dans les pages 823 et 834 du second volume les termes de l'ordre inférieur;

$$\frac{d.\delta nt}{dv} = \left(1 - \frac{X}{\lambda}\right) Y - Y + \frac{3}{2}\left(\frac{1+\zeta}{1+\Pi} - 1\right) e^2 \cos 2cv =$$

$$\cos 2cv \qquad e^2 \left\{ -m^2 - \frac{1485}{64}m^3 - \left(\frac{15007}{256} + \frac{8923}{128} - \frac{513}{128} + \frac{513}{128} = \frac{32853}{256}\right) m^4 \right\}$$

$$\cos 4Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ \frac{675}{128}m^2 + \frac{6345}{256}m^3 + \left(\frac{528013}{4096} - \frac{3751}{64} + \frac{849}{256} = \frac{301533}{4096}\right) m^4 \right\}.$$

Mais on a; $\quad \frac{1}{2c} = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{3}{4}m^2\right); \quad \frac{1}{4E - 2c} = \frac{1}{2}\left(1 + 2.m + \frac{13}{4}m^2\right);$

partant

$$\delta nt =$$

$$\sin 2cv \qquad e^2 \left\{ -\frac{1}{2}m^2 - \frac{1485}{128}m^3 - \left(\frac{32853}{512} + \frac{3}{8} = \frac{33045}{512}\right) m^4 \right\}$$

$$\sin 4Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ \frac{675}{256}m^2 + \frac{9045}{512}m^3 + \left(\frac{301533}{8192} + \frac{6345}{256} + \frac{8775}{1024} = \frac{574773}{8192}\right) m^4 \right\}.$$

89. Le coefficient de l'argument $4Ev-2cv$ est un de ceux que Laplace a déterminé avec l'intention de tenir compte de toutes les quantités du cinquième ordre. Mais il est facile de démontrer qu'il y a l'omission de deux termes dans le calcul exposé dans les pages 243, 244 du troisième volume de la Mécanique Céleste. En effet, l'expression de dt, posée dans la page 226 du même volume, donne

$$\begin{aligned}\frac{dt.\sqrt{a_1}}{a^2} = \; & dv.a\delta u - \frac{dv}{2}.\frac{2}{h^2}\int\left(\frac{dQ}{dv}\right)\frac{dv}{u^2} \\ & -3dv.a\delta u.e\cos cv.\frac{2}{h^2}\int\left(\frac{dQ}{dv}\right)\frac{dv}{u^2} \\ & + dv.e\cos cv.\frac{2}{h^2}\int\left(\frac{dQ}{dv}\right)\frac{dv}{u^2} \\ & + \text{etc.}\end{aligned}$$

Maintenant, si l'on fait

$$\frac{2}{h^2}\left(\frac{dQ}{dv}\right).\frac{1}{u^2} = -\frac{3m'}{h^2}\frac{u'^3}{u^4}\sin(2v-2v'),$$

dans la *seconde* ligne de cette expression, et si l'on prend seulement (Voyez p. 196, et 200 du même volume)

$$\frac{2}{h^2}\int\left(\frac{dQ}{dv}\right)\frac{dv}{u^2} = \frac{3m^2}{2(1-m)}.\cos 2Ev\,; \qquad a\delta u = A_1^{(1)}e\cos 2Ev-cv$$

il viendra;

$$(1)\ldots -3dv.a\delta u.e\cos cv.\frac{2}{h^2}\int\left(\frac{dQ}{dv}\right)\frac{dv}{u^2} = -\frac{9}{8}.\frac{m^2A_1^{(1)}}{1-m}e^2\cos 4Ev-2cv.dv$$

La *troisième* ligne de l'expression de $\frac{dt.\sqrt{a_1}}{a^2}$ produit un autre terme: voici comment. La variation du terme affecté du signe intégral renferme le terme

$$\begin{aligned}\frac{2}{h^2}\int\left(\frac{dQ}{dv}\right)\frac{dv}{u^2} &= \frac{12.m'}{h^2}\int\frac{u'^3}{u^4}\frac{\delta u}{u}\sin(2v-2v')dv \\ &= 12.m^2\int a\delta u.\sin 2Ev.dv.\end{aligned}$$

Donc, en faisant de nouveau $a\delta u = A_1^{(1)}.e\cos 2Ev - cv$, on obtiendra

$$(2)\ldots\ldots dv\,.\,e\cos cv\,.\,\frac{2}{h^2}\int\left(\frac{dQ}{dv}\right)\frac{dv}{u^2} = -\frac{3\,dv\,.\,m^2 A_1^{(1)}}{4E-c}e^2\cos 4Ev - 2cv.$$

La partie $\left[-\frac{9}{8}\,\frac{m^2}{1-m} - \frac{3m^2}{4-4m-c}\right]A_1^{(1)}$ ne se trouve pas dans l'expression du coefficient $C_2^{(5)}(4-4m-2c)$ qu'on voit dans la page 244 du 3.ième volume de la M.e C.e.

§ 7.

Intégration spéciale de l'équation différentielle en δu, propre à déterminer le coefficient de chacun des trois argumens, Ev, $Ev-cv$, $3Ev$, jusqu'aux quantités du septième *ordre inclusivement.*

90. L'expression de δu posée dans les pages 482, 483 du second volume renferme les coefficiens des deux argumens Ev, $3Ev$, développés jusqu'aux quantités du cinquième ordre inclusivement; et celui de l'argument $Ev-cv$ développé, en tenant compte des quantités du sixième ordre. Pour développer ultérieurement les coefficiens de ces mêmes argumens, nous simplifierons la recherche, en observant, que chacun de ces trois coefficiens étant de la forme $b^2.K$ ou $eb^2.K'$, il est inutile d'avoir égard aux termes d'un ordre supérieur, qui, dans l'expression du second facteur K ou K' se trouvent multipliés par l'une ou l'autre des trois quantités e^2, γ^2, e'^2. Et cela, à cause de la convergence plus rapide de ces séries qu'on pourrait appeler secondaires. En conséquence, il suffira de considérer la série principale qui entre dans le développement du facteur K ou K'; c'est-à-dire la série qui procède suivant les puissances de la quantité m. Ainsi, nous réduirons la question qu'il s'agit de résoudre à celle-ci : soit

$$\begin{aligned}\delta u = \quad & \cos Ev & & b^2(Am + A'm^2 + A''m^3 + xm^4 + A^{IV}m^5) \\ & + \cos Ev - cv & & eb^2(Bm + B'm^2 + B''m^3 + B'''m^4) \\ & + \cos 3Ev & & b^2(Cm^2 + C'm^3 + x'm^4 + C'''m^5);\end{aligned}$$

regardons les coefficiens A, A', A'', B, B', B'', C, C' comme connus, et proposons nous de découvrir les cinq coefficiens numériques représentés par x, A^{IV}, B''', x', C'''. D'après notre marche ordinaire, il faudrait avoir les deux coefficiens x, x' avant de passer

à la recherche du coefficient A'''. Mais, dans le cas actuel, on peut, sans une grande complication, réserver vers la fin de l'opération la détermination des deux coefficiens x et x'. On acquiert par là l'avantage de pouvoir, d'un seul coup, avancer de deux ordres l'approximation du coefficient de l'argument Ev, qui nous intéresse davantage, eû égard à la connexion qu'il y a entre cet argument et la parallaxe du Soleil.

L'objet de ce paragraphe étant par là déclaré, on sent, que la formation actuelle de l'équation différentielle en δu exige aussi la connaissance préalable du terme du sixième ordre, de la forme $\cos 3Ev \;\; b^2(x''.m^4)$, qui entre dans la valeur de

$$-\frac{d^2.\delta u}{dv^2}-\left(1-\frac{3}{2}\mu^2\right)\delta u:$$

mais nous introduirons à sa place la lettre x'', sans tirer parti de l'équation par laquelle on pourrait déterminer le nombre x'', en fonction de C, C' et x'. Il n'y aurait en cela aucun avantage réel. Au reste, nous pourrions ici emprunter par anticipation la valeur des trois nombres désignés par x, x', x'', et nous appuyer sur la considération qu'ils sont indépendans des quantités actuellement inconnues; mais, afin de rendre plus palpable cette même indépendance, nous préférons la voie tout-à-fait directe, malgré le petit inconvenient qui est inhérent à la forme littérale des trois coefficiens désignés par x, x', x''.

Pour prévenir le besoin que nous aurons, dans le paragraphe suivant, des termes du *sixième* ordre qui font partie du coefficient de l'argument $4Ev-cv$, dans l'expression de $\frac{\delta u}{u_1}$, nous avons pris le parti d'associer cette recherche secondaire à celle qui constitue l'objet principal de ce paragraphe. Cela posé, voici la suite des opérations par lesquelles on parvient à la valeur cherchée de δu.

91. Nous avons (Voyez p. 207 du second volume)

$$2s_1\delta s=\cos 4Ev-cv \quad e\gamma^2\left(-\frac{15}{8}m^3\right);$$

d'où on tire

$$(1)\ \ldots\ldots -q\left(\frac{a}{a_1}\right)\delta T = \cos 4Ev - cv \quad e\gamma^2\left(-\frac{45}{16}m^3\right).$$

92. Il est clair que dans le cas actuel on a ;

$$\left[\frac{3}{2}u_1 - \frac{3}{2}q\left(\frac{a'u'}{u_1}\right)^3\right]\frac{\delta u}{u_1} = 2\cos cv \quad e(3) \times \cos Ev \quad b^2\left(-\frac{15}{16}m - \frac{81}{16}m^2\right)$$
$$= \cos 2Ev - cv \quad eb^2\left(-\frac{243}{16}m^2\right).$$

En combinant les termes affectés des trois argumens $2Ev$, Ev, $3Ev$, on trouve (Voyez p. 754, 758, 759 du second volume) ;

$$4\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2 = \cos Ev \quad b^3\left\{-\frac{81}{4} - \frac{95}{8} + \frac{25}{16} = -\frac{489}{16}\right\} m^4$$
$$\cos 3Ev \quad b^3\left\{-\frac{81}{4} - \frac{95}{8} = -\frac{257}{8}\right\} m^4.$$

Donc, en ajoutant ces termes à ceux qu'on voit dans les pag. 772, 773 du second volume, on aura ;

$$3q\left(\frac{a'u'}{u_1}\right)^3\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2 = 3\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2 = \cos Ev \quad b^3\left(-\frac{45}{16}m^3 - \frac{1467}{64}m^4\right)$$
$$\cos Ev - cv \quad eb^3\left(-\frac{675}{128}m^3\right)$$
$$\cos 3Ev \quad b^3\left(-\frac{45}{16}m^3\right)$$
$$\cos 4Ev - cv \quad e\left(\frac{45}{8}m^3\right).$$

En réunissant ces deux parties il viendra ;

$$(2)\ \ldots\ldots\ \delta R^{IV} + \frac{3}{2}\delta u =$$

$$\cos Ev \quad b^3\left(-\frac{45}{16}m^3 - \frac{1467}{64}m^4\right)$$
$$\cos Ev - cv \quad eb^3\left\{-\frac{243}{16} - \frac{675}{128} = -\frac{2619}{128}\right\} m^3$$
$$\cos 3Ev \quad b^3\left(-\frac{45}{16}m^3\right)$$
$$\cos 4Ev - cv \quad e\left(\frac{45}{8}m^3\right).$$

93. Produits partiels de $-6q.\frac{(a'u')^3}{u_1^4}\,{}^{\sin}_{\cos}(2v-2v').\frac{\delta u}{u_1}$

On prendra les termes de $\frac{\delta u}{u_1}$ dans les pages 600, 601, 754-760 du second volume ; et on aura égard à la définition des nombres x, x' donnée plus haut p. 389.

Multiplicateur			Produit
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev\left(-3-6e^2+\frac{15}{2}\epsilon'^2\right)\ldots$	${}^{\sin}_{\cos}$	Ev	$b^2\left(\frac{9693}{128}m^3-3\,x.m^4\right)$
		$3Ev$	$b^2\left(\frac{243}{16}m^2+\frac{9693}{128}m^3\right)$
		$Ev-cv$	$eb^2\left(-\frac{3045}{256}m^3\right)$
		$-Ev$	$b^2\left(-\frac{1245}{256}m^3-3\,x'.m^4\right)$
		$-(Ev-cv)$	$eb^2\left(\frac{32085}{512}m^3\right)$
		$4Ev-cv$	$e\left\{-\frac{39193}{512}m^3+\frac{9}{2}m\gamma^2+\frac{225}{16}m\epsilon'^2 -\frac{45}{4}me^2+\frac{225}{16}m\epsilon'^2\right\}$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+cv\;\; e(6-6m)\ldots$	${}^{\sin}_{\cos}$	$4Ev-cv$	$e\left(\frac{185}{8}me^2\right)$
		$-(Ev-cv)$	$eb^2\left(\frac{1245}{128}m^3-\frac{75}{32}m^3\right)$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-cv\;\; e(6+6m)\ldots$	${}^{\sin}_{\cos}$	$4Ev-cv$	$e\left(19.m^3+6.m^3-\frac{9}{8}m\gamma^2-\frac{45}{8}me^2\right)$
		$Ev-cv$	$eb^2\left(-\frac{9693}{128}m^3-\frac{243}{8}m^3\right)$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+c'mv\;\; \epsilon'\left(\frac{3}{2}\right)\ldots$	${}^{\sin}_{\cos}$	$4Ev-cv$	$e\left(\frac{105}{16}m\epsilon'^2\right)$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-c'mv\;\; \epsilon'\left(-\frac{21}{2}\right)\ldots$	${}^{\sin}_{\cos}$	$4Ev-cv$	$e\left(\frac{315}{16}m\epsilon'^2\right)$.

La réunion de ces termes donne

$$(a) \; \ldots\ldots -6q.\frac{(\alpha' u')^3}{u_1^4}\genfrac{}{}{0pt}{}{\sin}{\cos}(2v-2v').\frac{\delta u}{u_1}=$$

$$\genfrac{}{}{0pt}{}{\sin}{\cos}\; Ev \qquad b^2\left(\frac{9693}{128}m^3-3x.m^4\right)$$

$$-Ev \qquad b^2\left(-\frac{1245}{256}m^3-3x'.m^4\right)$$

$$Ev-cv \qquad eb^2\left\{-\frac{3045}{256}-\frac{9693}{64}-\frac{243}{8}=-\frac{49598}{256}\right\}m^3$$

$$-(Ev-cv) \qquad eb^2\left\{\frac{32085}{512}+\frac{1245}{128}-\frac{75}{32}=\frac{35865}{512}\right\}m^3$$

$$3Ev \qquad b^2\left(\frac{243}{16}m^2+\frac{9693}{128}m^3\right)$$

$$4Ev-cv \quad e\left\{\begin{array}{l}\left(6+19-\frac{39193}{512}=-\frac{26393}{512}\right)m^3+\left(\frac{9}{2}-\frac{9}{8}=\frac{27}{8}\right)m\gamma^2\\ +\left(\frac{135}{8}-\frac{45}{4}-\frac{45}{8}=0\right)me^2+\left(\frac{225}{16}+\frac{225}{16}+\frac{105}{16}+\frac{315}{16}=\frac{435}{8}\right)m\varepsilon'^2\end{array}\right\}.$$

Produits partiels de $-\frac{15}{8}qb^2.\frac{(\alpha' u')^4}{u_1^5}\genfrac{}{}{0pt}{}{\sin}{\cos}(v-v').\frac{\delta u}{u_1}$.

Multiplicateur | Produit

$$2\genfrac{}{}{0pt}{}{\sin}{\cos}Ev \qquad b^2\left(-\frac{15}{16}\right)\ldots\ldots\left\{\begin{array}{lll}\genfrac{}{}{0pt}{}{\sin}{\cos}\; 3Ev & & b^2\left(-\frac{15}{16}m^2-\frac{95}{32}m^3\right)\\ -Ev & & b^2\left(-\frac{95}{32}m^3-\frac{20}{3}m^4\right)\\ -(Ev-cv) & & eb^2\left(-\frac{195965}{8192}m^3\right)\end{array}\right.$$

$$2\genfrac{}{}{0pt}{}{\sin}{\cos}Ev+cv \quad eb^2\left(\frac{75}{32}-\frac{15}{16}m\right)\ldots\left\{\genfrac{}{}{0pt}{}{\sin}{\cos}-(Ev-cv) \quad eb^2\left(\frac{475}{64}m^3-\frac{15}{16}m^3\right).\right.$$

En réunissant ces termes on aura ;

$$(b) \; \ldots\ldots -\frac{15}{8}qb^2.\frac{(\alpha' u')^4}{u_1^5}\genfrac{}{}{0pt}{}{\sin}{\cos}(v-v').\frac{\delta u}{u_1}=$$

$$\genfrac{}{}{0pt}{}{\sin}{\cos}-Ev \qquad b^2\left(-\frac{95}{32}m^3-\frac{20}{3}m^4\right)$$

$$-(Ev-cv) \qquad eb^2\left\{-\frac{195965}{8192}+\frac{475}{64}-\frac{15}{16}=-\frac{142845}{8192}\right\}m^3$$

$$3Ev \qquad b^2\left(-\frac{15}{16}m^2-\frac{95}{32}m^3\right).$$

Produits partiels de $-\frac{75}{8} q\, b^2 . \frac{(a'u')^4}{u_1^5} \frac{\sin}{\cos} (3v-3v') . \frac{\delta u}{u_1}$.

Multiplicateur		Produit	
$2 \frac{\sin}{\cos} 3Ev \quad b^2\left(-\frac{75}{16}\right) \ldots\ldots$	$\frac{\sin}{\cos}$	Ev	$b^2\left(-\frac{475}{32} m^3 - \frac{100}{3} m^4\right)$
		$Ev-cv$	$eb^2\left(\frac{2475}{256} m^3\right)$
		$-(Ev-cv)$	$eb^2\left(\frac{5625}{1024} m^3\right)$
		$-Ev$	$b^2\left(\frac{75}{32} m^4\right)$
$2 \frac{\sin}{\cos} 3Ev-cv \quad eb^2\left(\frac{375}{32}+\frac{225}{16} m\right) \ldots$	$\frac{\sin}{\cos}$	$Ev-cv$	$eb^2\left(\frac{2375}{64} m^3 + \frac{225}{16} m^4\right)$.

La réunion de ces termes donne

$$(c) \ldots -\frac{75}{8} q\, b^2 . \frac{(a'u')^4}{u_1^5} \frac{\sin}{\cos} (3v-3v') . \frac{\delta u}{u_1} = \frac{\sin}{\cos} \begin{cases} Ev & b^2\left(-\frac{475}{32} m^3 - \frac{100}{3} m^4\right) \\ -Ev & b^2\left(\frac{75}{32} m^4\right) \\ Ev-cv & eb^2\left\{\frac{2475}{256}+\frac{2375}{64}+\frac{225}{16}=\frac{15575}{256}\right\} m^4 \\ -(Ev-cv) & eb^2\left(\frac{5625}{1024} m^3\right). \end{cases}$$

Produits partiels de $15 q . \frac{(a'u')^3}{u_1^4} \frac{\sin}{\cos} (2v-2v') . \left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$.

On prendra les termes de $\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$ dans les pages 553, 554, 770-774 du second volume, et dans la page 391 de celui-ci.

Multiplicateur		Produit	
$2 \frac{\sin}{\cos} 2Ev \quad \left(\frac{15}{2}\right) \ldots\ldots$	$\frac{\sin}{\cos}$	Ev	$b^2\left(-\frac{225}{32} m^3 - \frac{7335}{128} m^4\right)$
		$3Ev$	$b^2\left(-\frac{225}{32} m^3\right)$
		$-Ev$	$b^2\left(-\frac{225}{32} m^3 - \frac{3855}{64} m^4\right)$
		$Ev-cv$	$eb^2\left(\frac{2925}{1024} m^3\right)$
		$-(Ev-cv)$	$eb^2\left(-\frac{111525}{1024} m^3\right)$

$2\,{}^{sin}_{cos}\,2Ev+cv \quad e\left(-15\right) \ldots\ldots \left\{{}^{sin}_{cos} -(Ev-cv) \quad eb^{2}\left(\frac{225}{16}m^{3}\right)\right.$

$2\,{}^{sin}_{cos}\,2Ev-cv \quad e^{2}\left(-15\right) \ldots\ldots \left\{{}^{sin}_{cos} \quad Ev-cv \quad eb^{2}\left(\frac{225}{16}m^{3}\right).\right.$

En réunissant ces termes on aura

$$(d) \ldots\ldots\; 15.q\,\frac{(a'u')^{3}}{u_{1}^{4}}\,{}^{sin}_{cos}(2v-2v').\left(\frac{\delta u}{u_{1}}\right)^{2}=$$

$$\begin{array}{lll}
{}^{sin}_{cos} \; Ev & b^{2}\left(-\frac{225}{32}m^{3}-\frac{7335}{128}m^{4}\right) & \\
-Ev & b^{2}\left(-\frac{225}{32}m^{3}-\frac{3855}{64}m^{4}\right) & \\
Ev-cv & eb^{2}\left\{\frac{2925}{1024}+\frac{225}{16}=\frac{17325}{1024}\right\}m^{3} & \\
-(Ev-cv) & eb^{2}\left\{-\frac{141525}{1024}+\frac{225}{16}=-\frac{127125}{1024}\right\}m^{3} & \\
3Ev & b^{2}\left(-\frac{225}{32}m^{3}\right). &
\end{array}$$

On trouve aisément

$$(e)\ldots\frac{45}{8}q\,b^{2}\frac{(a'u')^{4}}{u_{1}^{5}}\,{}^{sin}_{cos}(v-v').\left(\frac{\delta u}{u_{1}}\right)^{2}=2\,{}^{sin}_{cos}\,Ev \quad b^{2}\left(\frac{45}{16}\right)\times\left(\frac{1}{2}m^{4}+\frac{15}{8}m^{3}e.\cos cv\right)$$

$$={}^{sin}_{cos}\,Ev \quad b^{2}\left(\frac{45}{16}m^{4}\right) \;+\; {}^{sin}_{cos}\,Ev-cv \quad eb^{2}\left(\frac{675}{128}m^{3}\right).$$

$$(f) \ldots\ldots\; \frac{225}{8}q\,b^{2}\frac{(a'u')^{4}}{u_{1}^{5}}\,{}^{sin}_{cos}(3v-3v').\left(\frac{\delta u}{u_{1}}\right)^{2}=$$

$$2\,{}^{sin}_{cos}\,3Ev \quad b^{2}\left(\frac{225}{16}\right)\times\left\{\begin{array}{ll}\cos 4Ev & \left(\frac{1}{2}m^{4}\right)\\ +\cos 4Ev-cv & e\left(\frac{15}{8}m^{3}\right)\end{array}\right\}$$

$$={}^{sin}_{cos}-Ev \quad b^{2}\left(\frac{225}{32}m^{4}\right) \;+\; {}^{sin}_{cos}-(Ev-cv) \quad eb^{2}\left(\frac{3375}{128}m^{3}\right).$$

Produits partiels de $\delta\left[(\alpha' u')^3 \begin{smallmatrix} \sin \\ \cos \end{smallmatrix} (2v - 2v')\right]$.

On prendra les termes de δnt parmi ceux qui occupent les pages 838-846 du second volume.

Multiplicateur		Produit	
$-2 \begin{smallmatrix} \cos \\ \sin \end{smallmatrix} - 2Ev \quad (m)$	$\begin{smallmatrix} \sin \\ \cos \end{smallmatrix}$ Ev	$b^2\left(\frac{93}{8}m^3 + \frac{1773}{32}m^4\right)$
	$3Ev$	$b^2\left(-\frac{15}{8}m^2 - \frac{93}{8}m^3\right)$
	$Ev - cv$	$eb^2\left(-\frac{27}{4}m^3\right)$
	$-Ev$	$b^2\left(-\frac{15}{32}m^3 - \frac{415}{128}m^4\right)$
	$-(Ev - cv)$	$eb^2\left(\frac{495}{256}m^3\right)$
	$4Ev - cv$	$e\left(\frac{285}{16}m^3\right)$
	$4Ev$	$\left(\frac{11}{8}m^3\right)$
$-2 \begin{smallmatrix} \cos \\ \sin \end{smallmatrix} - (2Ev - cv) \quad e(-2.m^3)$ ..	$\begin{smallmatrix} \sin \\ \cos \end{smallmatrix}$ $Ev - cv$	$eb^2\left(-\frac{15}{4}m^3\right)$

La réunion de ces termes donne

$$\delta\left[(\alpha' u')^3 \begin{smallmatrix} \sin \\ \cos \end{smallmatrix} (2v - 2v')\right] = \begin{smallmatrix} \sin \\ \cos \end{smallmatrix} \begin{array}{ll} Ev & b^2\left(\frac{93}{8}m^3 + \frac{1773}{32}m^4\right) \\ -Ev & b^2\left(-\frac{15}{32}m^3 - \frac{415}{128}m^4\right) \\ Ev - cv & eb^2\left\{-\frac{27}{4} - \frac{15}{4} = -\frac{21}{2}\right\}m^3 \\ -(Ev - cv) & eb^2\left(\frac{495}{256}m^3\right) \\ 3Ev & b^2\left(-\frac{15}{8}m^2 - \frac{93}{8}m^3\right) \\ 4Ev & \left(\frac{11}{8}m^3\right) \\ 4Ev - cv & e\left(\frac{285}{16}m^3\right). \end{array}$$

Le produit de cette fonction par $\frac{8}{2}\cdot\frac{q}{u_1^4}=\frac{8}{2}+2\cos cv\ \ e(-3)$ donne

$$(g)\ \ldots\ldots\ \frac{8}{2}q\cdot\frac{\partial\left[(\alpha' u')^3 \begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}(2v-2v')\right]}{u_1^4}=$$

$$\begin{array}{lll}
\begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix} & Ev & b^2\left(\ \frac{279}{16}m^3+\frac{5319}{64}m^4\right)\\
& -Ev & b^2\left(-\frac{45}{64}m^3-\frac{1245}{256}m^4\right)\\
& Ev-cv & eb^2\left\{-\frac{63}{4}-\frac{279}{8}=-\frac{405}{8}\right\}m^3\\
& -(Ev-cv) & eb^2\left\{\ \frac{1485}{512}+\frac{45}{32}=\frac{2205}{512}\right\}m^4\\
& 3Ev & b^2\left(-\frac{45}{16}m^3-\frac{279}{16}m^3\right)\\
& 4Ev-cv & e\left\{\ \frac{855}{32}-\frac{33}{8}=\frac{723}{32}\right\}m^3.
\end{array}$$

Produits partiels de $b^2\partial\left[(\alpha' u')^4 \begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}(v-v')\right]$.

Multiplicateur | Produit

$$-2\begin{smallmatrix}\cos\\ \sin\end{smallmatrix}-Ev\ \ b^2\left(\frac{m}{2}\right)\ldots\ldots\ \left\{\begin{array}{lll}
\begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}\ 3Ev & b^2\left(\ \frac{11}{16}m^3\right)\\
-Ev & b^2\left(-\frac{11}{16}m^3-\frac{59}{24}m^4\right)\\
-(Ev-cv) & eb^2\left(-\frac{285}{32}m^3\right)
\end{array}\right.$$

Le produit de cette fonction par $\frac{8}{8}\cdot\frac{q}{u_1^5}=\frac{8}{8}+2\cos cv\ \ e\left(-\frac{15}{16}\right)$ donne

$$(h)\ \ldots\ldots\ \frac{8}{8}qb^2\cdot\frac{\partial\left[(\alpha' u')^4 \begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}(v-v')\right]}{u_1^5}=$$

$$\begin{array}{lll}
\begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix} & -Ev & b^2\left(-\frac{33}{128}m^3-\frac{59}{64}m^4\right)\\
& -(Ev-cv) & eb^2\left\{\ \frac{165}{256}-\frac{855}{256}=-\frac{345}{128}\right\}m^4\\
& 3Ev & b^2\left(\ \frac{33}{128}m^3\right).
\end{array}$$

Produits partiels de $b^4\delta[(\alpha'u')^4 {}^{sin}_{cos}(3v-3v')]$

Multiplicateur		Produit	
$-2{}^{cos}_{sin}-3Ev \quad b^4\left(\frac{3}{2}m\right)$	${}^{sin}_{cos}Ev$		$b^4\left(-\frac{33}{16}m^3-\frac{59}{8}m^4\right)$
	$Ev-cv$		$eb^4\left(\ 8.m^3\right)$.

Le produit de cette fonction par $\frac{15}{8}\cdot\frac{q}{u_1^5}=\frac{15}{8}+2\cos cv \ e\left(-\frac{75}{16}\right)$ donne

$$(i) \ldots\ldots \frac{15}{8}q\,b^4.\frac{\delta[(\alpha'u')^4 {}^{sin}_{cos}(3v-3v')]}{u_1^5}=$$

$${}^{sin}_{cos}Ev \qquad b^4\left(-\frac{495}{128}m^3-\frac{885}{64}m^4\right)$$

$$Ev-cv \quad eb^4\left\{\ \frac{45}{8}+\frac{2175}{256}=\frac{3915}{256}\right\}m^3$$

Produits partiels de $-4\frac{\delta u}{u_1}\cdot\frac{3}{2}q\frac{\delta[(\alpha'u')^3 {}^{sin}_{cos}(2v-2v')]}{u_1^5}$

On prendra les termes du multiplicateur dans les pages 232, 464 du second volume, et dans la page précédente.

Multiplicateur		Produit	
$2{}^{sin}_{cos}0v \quad \left(\ \frac{33}{8}m^3\right)$......	${}^{sin}_{cos}\ Ev$		$b^4\left(-\frac{495}{128}m^4\right)$
	$-Ev$		$b^4\left(-\frac{495}{128}m^4\right)$
$2{}^{sin}_{cos}cv \quad e\left(\ \frac{45}{4}m^2\right)$......	${}^{sin}_{cos}-(Ev-cv)$		$eb^4\left(-\frac{675}{64}m^3\right)$
$2{}^{sin}_{cos}Ev \quad b^4\left(-\frac{45}{8}m^2\right)$......	${}^{sin}_{cos}-Ev$		$b^4\left(-\frac{45}{8}m^4\right)$
	$-(Ev-cv)$		$eb^4\left(-\frac{675}{64}m^3\right)$
$2{}^{sin}_{cos}3Ev \quad b^4\left(\ \frac{45}{8}m^2\right)$......	${}^{sin}_{cos}\ Ev$		$b^4\left(\ \frac{45}{8}m^4\right)$.

La réunion de ces termes donne

$$(l) \ldots\ldots -4\,\frac{\delta u}{u_1}\cdot\frac{3}{2}\,q\,\frac{\partial\left[(\alpha' u')^4 \,{}^{sin}_{cos}(2v-2v')\right]}{u_1^{\,5}} =$$

$$\begin{array}{lll}
{}^{sin}_{cos}\ Ev & b^3 & \left\{\ \frac{45}{8}-\frac{495}{128} = \frac{225}{128}\right\} m^4 \\
-Ev & b^3 & \left\{-\frac{45}{8}-\frac{495}{128} = -\frac{1215}{128}\right\} m^4 \\
-(Ev-cv) & eb^3 & \left\{-\frac{675}{64}-\frac{675}{64} = -\frac{675}{32}\right\} m^3.
\end{array}$$

94. La valeur de R' se compose du seul terme (Voyez p. 343 du I.er vol.)

$$R' = sin\,Ev - cv \quad eb^3\left(-\frac{9}{32}m^3\right).$$

Maintenant, la réunion de ce terme de R', et de ceux compris dans les fonctions (a), (b), (c)......(l), prises avec le signe *sinus*, fournit le résultat suivant, où les termes de l'ordre inférieur ont été empruntés de ceux posés dans les pages 468, 469, 372 du second volume.

$$R_1 = R' + \delta R' =$$

$$sin\,Ev \qquad b^3\left\{\begin{array}{l}
\frac{3}{8}+\frac{45}{16}m+\frac{987}{64}m^2 \\
+\left\{\begin{array}{l}\frac{9693}{128}+\frac{1245}{256}+\frac{95}{32}-\frac{475}{32}-\frac{225}{32}+\frac{225}{32} \\ +\frac{279}{16}+\frac{45}{64}+\frac{33}{128}-\frac{495}{128}=\frac{21311}{268}\end{array}\right\} m^3 \\
-\left(3x-3x'\right)m^4 \\
+\left\{\begin{array}{l}\frac{20}{3}-\frac{100}{3}-\frac{75}{32}-\frac{7335}{128}+\frac{3855}{64}+\frac{45}{16}-\frac{225}{32} \\ +\frac{5319}{64}+\frac{1245}{256}+\frac{59}{64}-\frac{885}{64}+\frac{225}{128}+\frac{1215}{128}=\frac{43021}{768}\end{array}\right\} m^4
\end{array}\right\}$$

$$sin\,Ev - cv \quad eb^3\left\{\begin{array}{l}
-\frac{15}{16}-\frac{723}{128}m-\frac{11427}{512}m^2 \\
+\left\{\begin{array}{l}-\frac{9}{32}-\frac{49593}{256}-\frac{35865}{512}+\frac{142845}{8192}+\frac{13376}{256}-\frac{5625}{1024} \\ +\frac{17325}{1024}+\frac{127125}{1024}+\frac{675}{128}-\frac{3375}{128}-\frac{405}{8}-\frac{2205}{512} \\ +\frac{345}{128}+\frac{3915}{256}+\frac{675}{32}=-\frac{713915}{8192}\end{array}\right\} m^3
\end{array}\right\}$$

$$\sin 3Ev \quad b^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{15}{8} + \frac{45}{16} m + \left(\frac{243}{16} - \frac{15}{16} - \frac{45}{16} = \frac{183}{16} \right) m^2 \\ + \left(\frac{9693}{128} - \frac{95}{32} - \frac{225}{32} - \frac{279}{16} + \frac{88}{128} = \frac{3107}{64} \right) m^3 \end{array} \right\}$$

$$\sin 4Ev - cv \quad e \left\{ -\frac{45}{8} m - \frac{399}{32} m^2 - \left(\frac{26393}{512} - \frac{723}{32} = \frac{14825}{512} \right) m^3 + \frac{27}{8} m\gamma^2 + \frac{435}{8} me'^2 \right\}.$$

En multipliant chacun de ces termes par le facteur correspondant que voici :

Argument	Facteur pour l'intégration
Ev	$1 + m + m^2 + m^3 + m^4$
$Ev - cv$	$-\frac{1}{m}\left(1 + \frac{3}{4} m + \frac{243}{32} m^2 + \frac{5475}{128} m^3\right)$
$3Ev$	$\frac{1}{3}\left(1 + m + m^2 + m^3\right)$
$4Ev - cv$ . . .	$\frac{1}{3}\left(1 + \frac{3}{4} m + \frac{55}{36} m^2\right)$

on aura ;

$$(3) \; \ldots\ldots \; -\int R_1 dv =$$

$$\cos Ev \quad b^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{3}{8} + \frac{51}{16} m + \frac{1191}{64} m^2 + \left(\frac{21311}{256} + \frac{987}{64} + \frac{45}{16} + \frac{3}{8} = \frac{26075}{256} \right) m^3 \\ + \left\{ \begin{array}{l} -3x + 3x' + \frac{43021}{768} + \frac{21311}{256} + \frac{987}{64} \\ + \frac{45}{16} + \frac{3}{8} = -3x + 3x' + \frac{60623}{384} \end{array} \right\} m^4 \end{array} \right\}$$

$$\cos Ev - cv \quad eb^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{15}{16} . m^{-1} + \frac{813}{128} . m^0 + \frac{17241}{512} m \\ + \left(\frac{713915}{8192} + \frac{34281}{2048} + \frac{175689}{4096} + \frac{82125}{2048} = \frac{1530917}{8192} \right) m^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 3Ev \quad b^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{5}{8} + \frac{25}{16} m + \left(\frac{61}{16} + \frac{15}{16} + \frac{5}{8} = \frac{43}{8} \right) m^2 \\ + \left(\frac{3107}{192} + \frac{61}{16} + \frac{15}{16} + \frac{5}{8} = \frac{4139}{192} \right) m^3 \end{array} \right\}$$

$$\cos 4Ev - cv \quad e \left\{ -\frac{15}{8} m - \frac{213}{32} m^2 - \left(\frac{14825}{1536} + \frac{133}{24} + \frac{825}{288} = \frac{27737}{1536} \right) m^3 + \frac{9}{8} m\gamma^2 + \frac{145}{8} me'^2 \right\}$$

Il est d'ailleurs évident qu'on a les trois résultats suivans ;

$$(4) \;\ldots\ldots\; -2\left(e^2+\tfrac{1}{4}\gamma^2\right)\int R_{,}dv = \cos 4Ev - cv \quad e\left(-\tfrac{15}{4}me^2 - \tfrac{15}{16}m\gamma^2\right).$$

$$(5) \;\ldots\ldots\; \frac{2Q}{1+\gamma^2}e\cos cv . \int R_{,}dv = 2\cos cv \quad e\left(-\tfrac{3}{2}m^2\right) \times \cos Ev \quad b^2\left(-\tfrac{3}{8}\right)$$

$$= \cos Ev - cv \quad eb^2\left(\tfrac{9}{16}m^2\right).$$

$$(6) \;\ldots\ldots\ldots\; -R_{,}\frac{du_{,}}{dv} =$$

$$2\sin cv \quad e\left(\tfrac{1}{2}-\tfrac{3}{8}m^2\right) \times \left\{\begin{array}{ll} \sin 4Ev - 2cv & e^2\left(\tfrac{45}{16}m\right) \\ \sin 4Ev & \left(-3.m^2 - \tfrac{119}{16}m^3 + \tfrac{9}{16}m\gamma^2 + \tfrac{225}{16}me^2\right) \\ \sin Ev & b^2\left(\tfrac{3}{8}+\tfrac{45}{16}m+\tfrac{987}{64}m^2\right) \end{array}\right\}$$

$$= \begin{array}{ll} \cos Ev - cv & eb^2\left\{\tfrac{987}{128}-\tfrac{9}{64}=\tfrac{969}{128}\right\}m^2 \\ \cos 4Ev - cv & e\left\{-\tfrac{119}{32}m^3+\tfrac{9}{32}m\gamma^2+\left(\tfrac{225}{32}-\tfrac{45}{32}=\tfrac{45}{8}\right)me^2\right\}. \end{array}$$

95. En réunissant les termes compris dans la fonction

$$\tfrac{3}{4}(a)+\tfrac{12}{5}(b)+\tfrac{4}{5}(c)+\tfrac{3}{5}(d)+2.(e)+\tfrac{2}{3}(f)+(g)+3.(h)+(i)+\tfrac{3}{4}(l),$$

prise avec le signe *cosinus*, on aura

$$\frac{\delta R^{v}}{u_{,}} =$$

$$\cos Ev \qquad b^2 \left\{\begin{array}{l} \tfrac{135}{64}m + \tfrac{1875}{256}m^2 \\ + \left\{\begin{array}{l} \tfrac{29079}{512} - \tfrac{3735}{1024} - \tfrac{57}{8} - \tfrac{95}{8} - \tfrac{135}{32} - \tfrac{135}{32} \\ + \tfrac{279}{16} - \tfrac{45}{64} - \tfrac{99}{128} - \tfrac{495}{128} = \tfrac{38711}{1024} \end{array}\right\} m^3 \\ + \left(-\tfrac{9}{4}x - \tfrac{9}{4}x'\right)m^4 \\ + \left\{\begin{array}{l} -16 - \tfrac{80}{3} + \tfrac{15}{8} - \tfrac{4401}{128} - \tfrac{2313}{64} + \tfrac{45}{8} + \tfrac{75}{16} + \tfrac{675}{512} \\ + \tfrac{5319}{64} - \tfrac{1245}{256} - \tfrac{177}{64} - \tfrac{885}{64} - \tfrac{3045}{512} = -\tfrac{8669}{192} \end{array}\right\} m^4 \end{array}\right\}$$

$$\cos Ev - cv \quad eb^2 \left\{ \frac{4005}{512} - \frac{3861}{128} - \frac{1593}{128} + \frac{435}{32} - \frac{2025}{256} - \frac{495}{64} - \frac{135}{64} = -\frac{19941}{512} \right\} m^4$$

$$\cos 3Ev \quad b^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{729}{64} - \frac{9}{4} - \frac{45}{16} = \frac{405}{64} \right) m^2 \\ + \left(\frac{29079}{512} - \frac{57}{8} - \frac{135}{32} - \frac{279}{16} + \frac{99}{128} = \frac{14739}{512} \right) m^3 \end{array} \right\},$$

$$\cos 4Ev - cv \quad e \left\{ \left(-\frac{79179}{2048} + \frac{723}{32} = -\frac{32907}{2048} \right) m^3 + \frac{81}{32} m \gamma^2 + \frac{1305}{32} m \epsilon'^2 \right\}.$$

En multipliant cette fonction par $u_1 = 1 + e^2 + \frac{1}{4}\gamma^2 + 2\cos cv \ e\left(\frac{1}{2}\right)$, et ayant égard aux termes affectés des argumens $4Ev$, $4Ev - 2cv$, qu'on prendra dans la page 384 du second volume, on aura ;

$$(7) \ldots \ldots \delta R^{V} =$$

$$\cos Ev \quad b^2 \left\{ \frac{135}{64} m + \frac{1875}{256} m^2 + \frac{38711}{1024} m^3 + \left(-\frac{9}{4} x - \frac{9}{4} x' - \frac{8669}{192} \right) m^4 \right\}$$

$$\cos Ev - cv \quad eb^2 \left\{ -\frac{19941}{512} + \frac{1875}{512} = -\frac{9033}{256} \right\} m^4$$

$$\cos 3Ev \quad b^2 \left(\frac{405}{64} m^2 + \frac{14739}{512} m^3 \right)$$

$$\cos 4Ev - cv \quad e \left\{ \begin{array}{l} -\left(\frac{32907}{2048} + \frac{81}{32} = \frac{38091}{2048} \right) m^3 + \left(\frac{81}{32} + \frac{27}{128} - \frac{135}{128} = \frac{27}{16} \right) m \gamma^2 \\ + \frac{1305}{32} m \epsilon'^2 + \left(\frac{675}{128} + \frac{135}{128} - \frac{135}{32} = \frac{135}{64} \right) m e^2 \end{array} \right\}$$

96. Produits partiels de $-R_1 \frac{d.\delta u}{dv}$.

Multiplicateur		Produit	
$2 \sin cv$	$e\left(-\frac{45}{16} m\right) \ldots\ldots$	$\cos Ev - cv$	$eb^2 \left(\frac{675}{256} m^3 \right)$

Multiplicateur . . . . $2\sin 2Ev \quad \left(\frac{3}{4}+\frac{3}{2}e^2-\frac{15}{8}\varepsilon'^2\right)$

Produit

$$\left\{\begin{array}{ll}
\cos Ev & b^2\left(-\frac{7749}{512}m^3+\left(\frac{3}{4}x+\frac{9693}{512}\right)m^4\right\} \\
\cos 3Ev & b^2\left(\quad\frac{99}{32}m^2+\frac{7749}{512}m^3\right) \\
\cos Ev & b^2\left\{\quad\frac{2835}{1024}m^3+\left(\frac{9}{4}x'-\frac{3735}{1024}\right)m^4\right\} \\
\cos Ev-cv & eb^2\left(-\frac{27}{16}m^2\right) \\
\cos Ev-cv & eb^2\left(-\frac{15}{4}m^2\right) \\
\cos 4Ev-cv & e\left(-\frac{17577}{2048}m^3-\frac{185}{64}me^2+\frac{225}{64}m\varepsilon'^2+\frac{27}{32}m\gamma^2-\frac{45}{16}me^2+\frac{225}{64}m\varepsilon'^2\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . . $2\sin 2Ev-cv \quad e\left(-\frac{3}{2}-\frac{3}{2}m\right)$

Produit

$$\left\{\begin{array}{ll}
\cos Ev-cv & eb^2\left(\quad\frac{99}{16}m^2+\frac{45}{32}m^3\right) \\
\cos 4Ev-cv & e\left(\quad\frac{13}{2}m^3+3.m^3-\frac{9}{16}m\gamma^2\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur — Produit

$2\sin 2Ev+cv \quad e\left(-\frac{3}{2}\right) \ldots\ldots \left\{\cos Ev-cv \quad eb^2\left(-\frac{225}{128}m^2\right)\right.$

$2\sin 2Ev+c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{3}{8}\right) \ldots\ldots \left\{\cos 4Ev-cv \quad e\left(\quad\frac{105}{64}m\varepsilon'^2\right)\right.$

$2\sin 2Ev-c'mv \quad \varepsilon'\left(\quad\frac{21}{8}\right) \ldots\ldots \left\{\cos 4Ev-cv \quad e\left(\quad\frac{315}{64}m\varepsilon'^2\right)\right.$

Multiplicateur . . . . $2\sin Ev \quad b^2\left(\frac{3}{16}+\frac{45}{32}m+\frac{987}{128}m^2\right)$

Produit

$$\left\{\begin{array}{ll}
\cos Ev & b^2\left(\quad\frac{13}{16}m^3+\frac{71}{48}m^4+\frac{45}{16}m^3+\frac{195}{32}m^4+\frac{987}{64}m^4\right) \\
\cos 3Ev & b^2\left(-\frac{3}{8}m^2-\frac{13}{16}m^3-\frac{45}{16}m^3\right) \\
\cos Ev-cv & eb^2\left(\quad\frac{459}{512}m^2+\frac{675}{256}m^3\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur — Produit

$2\sin Ev+cv \quad eb^2\left(-\frac{15}{32}\right) \ldots\ldots \left\{\cos Ev-cv \quad eb^2\left(-\frac{15}{16}m^2\right)\right.$

Multiplicateur ..... $2\sin 3Ev \quad b^2\left(\frac{15}{16}+\frac{45}{32}m+\frac{183}{32}m^2\right)$

$$\text{Produit}\begin{cases} \cos Ev & b^2\left(\frac{65}{16}m^3+\frac{355}{48}m^4+\frac{45}{16}m^3+\frac{195}{32}m^4+\frac{183}{16}m^4\right) \\ \cos Ev-cv & eb^2\left(-\frac{225}{128}m^4\right) \\ \cos Ev & b^2\left(-\frac{15}{8}m^4\right) \end{cases}$$

Multiplicateur | Produit

$$2\sin 3Ev-cv \quad eb^2\left(-\frac{75}{32}\quad\right)\ldots\ldots\left\{\cos Ev-cv \quad eb^2\left(-\frac{75}{16}m^2\right)\right.$$

$$2\sin 4Ev \qquad \left(-\frac{3}{2}m^2\right)\ldots\ldots\begin{cases}\cos 3Ev & b^2\left(\frac{45}{32}m^3\right) \\ \cos Ev & b^2\left(-\frac{225}{128}m^4\right)\end{cases}$$

En réunissant ces produits partiels, on aura

$$(8)\ \ldots\ldots\ -R_1\frac{d.\delta u}{dv}=$$

$$\cos Ev \quad b^2\left\{\begin{array}{l} \left(\frac{2835}{1024}-\frac{7749}{512}+\frac{13}{16}+\frac{65}{16}+\frac{45}{16}+\frac{45}{16}=-\frac{1911}{1024}\right)m^3 \\ +\left(\frac{3}{4}x+\frac{9}{4}x'\right)m^4 \\ +\left\{\begin{array}{l}\frac{9693}{512}-\frac{3785}{1024}+\frac{71}{48}+\frac{195}{32}+\frac{987}{64}+\frac{355}{48} \\ -\frac{225}{128}-\frac{15}{8}+\frac{195}{32}+\frac{183}{16}=\frac{61008}{1024}\end{array}\right\}m^4 \end{array}\right\}$$

$$\cos Ev-cv \quad eb^2\left\{\begin{array}{l}-\frac{27}{16}+\frac{99}{16}+\frac{459}{512}-\frac{15}{16}-\frac{75}{16}+\frac{675}{256} \\ -\frac{225}{128}+\frac{45}{32}+\frac{675}{256}-\frac{15}{4}-\frac{225}{128}=-\frac{417}{512}\end{array}\right\}m^2$$

$$\cos 3Ev \quad b^2\left\{\left(\frac{99}{32}-\frac{3}{8}=\frac{87}{32}\right)m^2+\left(\frac{7749}{512}-\frac{13}{16}-\frac{45}{16}+\frac{45}{32}=\frac{6613}{512}\right)m^3\right\}$$

$$\cos 4Ev-cv \quad e\left\{\begin{array}{l}\left(3+\frac{13}{2}-\frac{17577}{2048}=\frac{1879}{2048}\right)m^3+\left(\frac{27}{32}-\frac{9}{16}=\frac{9}{32}\right)m\gamma^2 \\ -\left(\frac{135}{64}+\frac{45}{16}=\frac{315}{64}\right)me^2+\left(\frac{225}{64}+\frac{225}{64}+\frac{105}{64}+\frac{315}{64}=\frac{435}{32}\right)me'^2\end{array}\right\}.$$

Pour trouver ces termes on a employé la valeur suivante de $-\frac{d.\delta u}{dv}$.

$$-\frac{d.\delta u}{dv}=$$

$sin\, 2Ev$ $\left(2.m^2+\frac{13}{3}m^3+\frac{71}{9}m^4-\frac{3}{8}m\gamma^2\right)$

$sin\, 2Ev-cv$ $e\left(\frac{15}{8}m+\frac{153}{32}m^2+\frac{5859}{512}m^3+\frac{45}{16}me^2-\frac{75}{16}me'^2-\frac{9}{8}m\gamma^2\right)$

$sin\, 2Ev+cv$ $e\left(-\frac{15}{8}m^2\right)$

$sin\, 2Ev+c'mv-cv$ $ee'\left(-\frac{15}{8}m\right)$

$sin\, 2Ev-c'mv-cv$ $ee'\left(\frac{35}{8}m\right)$

$sin\, Ev$ $b^2\left\{-\frac{15}{16}m-\frac{33}{8}m^2-\left(\frac{3231}{128}-\frac{81}{16}=\frac{2583}{128}\right)m^3+\left(x+\frac{3231}{128}\right)m^4\right\}$

$sin\, Ev+cv$ $eb^2\left(-\frac{9}{4}m^2\right)$

$sin\, 3Ev$ $b^2\left\{\frac{75}{64}m^2+\left(\frac{1245}{256}-\frac{75}{64}=\frac{945}{256}\right)m^3+\left(3x'-\frac{1245}{256}\right)m^4\right\}$

$sin\, 3Ev-cv$ $eb^2\left(-5.m^2\right)$

$sin\, 4Ev$ $\left(-2.m^4\right)$.

97. Produits partiels de $-2\left(\frac{d^2.\delta u}{dv^2}+\delta u\right)\int R_1 dv$.

Multiplicateur	Produit
$2\cos 2Ev-cv$ $e\left(3+9.m\right)$..	$\cos Ev-cv$ $eb^2\left(\frac{45}{8}m^2\right)$
	$\cos 4Ev-cv$ $e\left(\frac{9}{2}m^3-\frac{27}{16}m\gamma^2+27.m^3\right)$
$2\cos 2Ev+cv$ $e\left(1\right)$	$\cos Ev-cv$ $eb^2\left(\frac{25}{8}m^2\right)$

Multiplicateur .... $2\cos 2Ev\ \left(-\frac{3}{4}-\frac{3}{4}m-\frac{3}{4}m^2\right)$

Produit

$\cos Ev \quad b^2\left(-\frac{441}{64}m^3-\frac{8721}{256}m^4-\frac{45}{32}m^3-\frac{441}{64}m^4-\frac{45}{32}m^4\right)$

$\cos 3Ev \quad b^2\left(-\frac{45}{32}m^2-\frac{441}{64}m^3-\frac{45}{32}m^3\right)$

$\cos Ev \quad b^2\left(-\frac{285}{64}m^3+\frac{225}{512}m^4-\frac{3}{4}x''.m^4-\frac{75}{32}m^3-\frac{285}{64}m^4-\frac{75}{32}m^4\right)$

$\cos Ev-cv \quad eb^2\left(\frac{81}{32}m^2\right)$

$\cos Ev-cv \quad eb^2\left(\frac{45}{8}m^3\right)$

$\cos 4Ev-cv \quad e\left(\frac{1143}{64}m^3+\frac{45}{8}m^3\right)$

Multiplicateur .... $2\cos Ev\ \ b^2\left(-\frac{3}{8}-\frac{51}{16}m-\frac{1191}{64}m^2\right)$

Produit

$\cos Ev \quad b^2\left(-\frac{9}{16}m^3-\frac{153}{16}m^3-\frac{3573}{64}m^4-\frac{153}{32}m^4\right)$

$\cos 3Ev \quad b^2\left(-\frac{9}{8}m^2-\frac{9}{16}m^3-\frac{153}{16}m^3\right)$

$\cos Ev-cv \quad eb^2\left(\frac{45}{16}m^2\right)$

Multiplicateur	Produit
$2\cos Ev+cv\ \ eb^2\left(\frac{15}{32}\right)$	$\cos Ev-cv\ \ eb^2\left(\frac{45}{32}m^2\right)$

Multiplicateur .... $2\cos 3Ev\ \left(-\frac{5}{8}-\frac{25}{16}m-\frac{43}{8}m^2\right)$

Produit

$\cos Ev \quad b^2\left(-\frac{15}{16}m^3-\frac{75}{16}m^3-\frac{75}{32}m^4-\frac{129}{8}m^4\right)$

$\cos Ev-cv \quad eb^2\left(\frac{25}{8}m^2\right)$

$\cos Ev \quad b^2\left(\frac{75}{16}m^4\right)$

Multiplicateur	Produit
$2\cos 3Ev-cv\ \ eb^2\left(\frac{75}{32}\right)$	$\cos Ev-cv\ \ eb^2\left(\frac{225}{32}m^2\right)$
$2\cos 4Ev\ \ \left(\frac{3}{4}m^2\right)$	$\cos Ev\ \ b^2\left(\frac{75}{32}m^4\right)$.

La réunion de ces produits partiels donne

$$(9) \; \ldots\ldots\ldots - 2\left(\frac{d^2.\delta u}{dv^2} + \delta u\right)\int R_1 dv =$$

$$\cos Ev \quad b' \left\{ \begin{array}{l} -\left(\frac{441}{64} - \frac{45}{32} - \frac{285}{64} - \frac{75}{32} - \frac{9}{16} - \frac{153}{16} - \frac{15}{16} - \frac{75}{16} = -\frac{987}{32}\right) m^3 - \frac{3}{4} x''.m^4 \\ + \left\{ \begin{array}{l} -\frac{8721}{256} - \frac{441}{64} - \frac{45}{32} + \frac{225}{512} - \frac{285}{64} - \frac{3573}{64} - \frac{153}{32} \\ -\frac{75}{32} - \frac{75}{32} - \frac{129}{8} + \frac{75}{16} + \frac{75}{32} = -\frac{61833}{512} \end{array} \right\} m^4 \end{array} \right\}$$

$$\cos Ev - cv \quad eb' \left\{ \frac{81}{32} + \frac{45}{8} + \frac{45}{8} + \frac{25}{8} + \frac{45}{16} + \frac{45}{32} + \frac{25}{8} + \frac{225}{32} = \frac{1001}{32} \right\} m^2$$

$$\cos 3Ev \quad b' \left\{ -\left(\frac{45}{32} + \frac{9}{8} = \frac{81}{32}\right) m^2 - \left(\frac{441}{64} + \frac{45}{32} + \frac{9}{16} + \frac{153}{16} = \frac{1179}{64}\right) m^3 \right\}$$

$$\cos 4Ev - cv \quad e \left\{ \left(\frac{1143}{64} + \frac{45}{8} + \frac{9}{2} + 27 = \frac{3519}{64}\right) m^3 - \frac{27}{16} m\gamma^2 \right\}.$$

Pour trouver ces termes on a employé la valeur suivante de

$$-\left(\frac{d^2.\delta u}{dv^2} + \delta u\right) =$$

$$\cos 2Ev \quad \left(3.m^2 + \frac{3}{2} m^3 - \frac{9}{16} m\gamma^2 + 0.m^4 \right)$$

$$\cos 2Ev - cv \quad e\left(-\frac{15}{2} m^2 - \frac{381}{16} m^3\right)$$

$$\cos Ev \quad b' \left\{ \frac{15}{8} m^2 + \left(\frac{249}{32} + \frac{45}{32} = \frac{147}{16}\right) m^3 + \left(\frac{2421}{64} + \frac{243}{32} = \frac{2907}{64}\right) m^4 \right\}$$

$$\cos Ev + cv \quad eb' \left(-\frac{27}{8} m^2\right)$$

$$\cos 3Ev \quad b' \left\{ \frac{25}{8} m^2 + \frac{95}{16} m^3 + \left(x'' - \frac{75}{128}\right) m^4 \right\}$$

$$\cos 3Ev - cv \quad eb' \left(-\frac{15}{2} m^3\right)$$

$$\cos 4Ev \quad \left(-\frac{15}{2} m^4\right).$$

98. La réunion des termes compris dans la fonction

$$(1)+\mu^2\left\{2+2.(3)+(4)+(5)\;.\;.\;.\;.\;.\;+(9)\right\}$$

fournira l'équation différentielle cherchée. Il faut observer que les termes de l'ordre inférieur ont été pris dans les pages 479, 480, et 413 du second volume; et que le nombre $\frac{2565}{256}$ marqué par un astérique provient de la différence entre μ^2 et m^2 (sur quoi Voyez la page 285 de ce volume).

$$-\frac{d^2.\delta u}{dv^2}-\left(1-\frac{3}{2}\mu^2\right)\delta u=$$

$$\cos Ev\;\; b^2\left\{\begin{array}{l}\frac{15}{8}m^2+\frac{249}{32}m^3+\frac{2421}{64}m^4+\left(\frac{26075}{128}-\frac{45}{16}+\frac{38711}{1024}-\frac{1911}{1024}-\frac{987}{32}=\frac{26367}{128}\right)m^5\\ +\left\{\begin{array}{l}\frac{60623}{192}-\frac{1467}{64}-\frac{8669}{192}+\frac{61003}{1024}-\frac{61833}{512}-\overset{(*)}{\frac{2565}{256}}-\frac{3}{4}x''\\ -\frac{15}{2}x+6.x'=-\frac{3}{4}x''-\frac{15}{2}x+6.x'+\frac{180693}{1024}\end{array}\right\}m^6\end{array}\right\}$$

$$\cos Ev-cv\;\; eb^2\left\{\begin{array}{l}\frac{15}{8}m+\frac{681}{64}m^2+\frac{14883}{256}m^3\\ +\left(\frac{1530917}{4096}-\frac{2619}{128}+\frac{9}{16}+\frac{969}{128}-\frac{9033}{256}-\frac{417}{512}+\frac{1001}{32}=\frac{1460685}{4096}\right)m^4\end{array}\right\}$$

$$\cos 3Ev\;\; b^2\left\{\begin{array}{l}\frac{25}{8}m^2+\frac{95}{16}m^3+\left(\frac{43}{4}+\frac{405}{64}+\frac{87}{32}-\frac{81}{32}=\frac{1105}{64}\right)m^4\\ +\left(\frac{4139}{96}-\frac{45}{16}+\frac{14739}{512}+\frac{6618}{512}-\frac{1179}{64}=\frac{768}{12}\right)m^5\end{array}\right\}$$

$$\cos 4Ev-cv\;\; e\left\{\begin{array}{l}-\frac{75}{8}m^3-\frac{815}{32}m^4+\left(\frac{45}{8}+\frac{135}{64}-\frac{315}{64}-\frac{15}{4}=-\frac{15}{16}\right)m^3e^2\\ +\left(\frac{45}{8}-\frac{27737}{768}-\frac{119}{32}-\frac{38091}{2048}+\frac{1879}{2048}+\frac{3519}{64}=\frac{4751}{1536}\right)m^5\\ +\left(-\frac{45}{16}+\frac{9}{4}+\frac{9}{32}+\frac{27}{16}+\frac{9}{32}-\frac{27}{16}-\frac{15}{16}=-\frac{15}{16}\right)m^3\gamma^2\\ +\left(\frac{145}{4}+\frac{1305}{32}+\frac{435}{32}=\frac{725}{8}\right)m^3e'^2\end{array}\right\}$$

Pour tirer de là la valeur de δu il faudra multiplier chaque terme par le facteur correspondant que voici:

Argument	Facteur pour l'intégration
Ev	$-\frac{1}{2m}\left(1+\frac{5}{4}m+\frac{25}{16}m^2+\frac{125}{64}m^3+\frac{625}{256}m^4\right)$
$Ev-cv$	$-1-\frac{5}{2}m^2+\frac{3}{2}m^3$
$3Ev$	$\frac{1}{8}\left(1+\frac{9}{4}m+\frac{15}{4}m^2+\frac{351}{64}m^3\right)$
$4Ev-cv$	$\frac{1}{8}\left(1+3.m+\frac{25}{4}m^2\right)$.

Cette équation donne d'abord $x''=\frac{1105}{64}$ (Voyez pag. 390): ensuite on en tire, $\partial u = \cos 3Ev\ b^2\left\{\frac{1105}{512}+\frac{855}{512}+\frac{375}{256}=\frac{1355}{256}\right\}m^4$

et par conséquent, $x'=\frac{1355}{256}$ (Voyez pag. 389).

La même équation différentielle donne

$$\partial u = \cos E\vartheta\ \ b^2\left\{-\frac{26367}{256}-\frac{12105}{512}-\frac{6225}{1024}-\frac{1875}{1024}=-\frac{68889}{512}\right\}m^4,$$

partant, $x=-\frac{68889}{512}$ (Voyez pag. 389).

Il suit de là que

$$-\frac{3}{4}x''-\frac{15}{2}x+6.x'+\frac{180693}{1024}=\frac{154161}{128}.$$

Maintenant, si l'on intègre l'équation différentielle précédente il viendra

$$\partial u =$$

$$\cos Ev \qquad b^2\left\{\begin{array}{l}-\frac{15}{16}m-\frac{81}{16}m^2-\frac{3231}{128}m^3-\frac{68889}{512}m^4\\ -\left(\frac{131835}{1024}+\frac{60525}{2048}+\frac{31125}{4096}+\frac{9375}{4096}+\frac{154161}{256}=\frac{1577733}{2048}\right)m^5\end{array}\right\}$$

$$\cos Ev-cv\ \ eb^2\left\{-\frac{15}{8}m-\frac{681}{64}m^2-\frac{16083}{256}m^3-\left(\frac{1460685}{4096}+\frac{3405}{128}-\frac{45}{16}=\frac{1558125}{4096}\right)m^4\right\}$$

$$\cos 3Ev \qquad b^2 \left\{ \frac{25}{64}m^2 + \frac{415}{256}m^3 + \frac{1355}{256}m^4 + \left(\frac{763}{96} + \frac{9945}{2048} + \frac{1425}{512} + \frac{8775}{4096} = \frac{217859}{12288}\right) m^5 \right\}$$

$$\cos 4Ev - cv \quad e \left\{ \begin{array}{l} -\frac{75}{64}m^3 - \frac{1215}{256}m^4 - \frac{15}{128}m^3\gamma^2 + \frac{725}{64}m^3\varepsilon'^2 - \frac{15}{128}m^3e^2 \\ -\left(\frac{945}{256} + \frac{1875}{256} - \frac{4751}{12288} = \frac{130609}{12288}\right) m^5 \end{array} \right\}$$

En multipliant cette valeur par $1 - \frac{1}{4}\gamma^2 - \frac{1}{2}e^2 + 2\cos cv \quad e\left(-\frac{1}{2}\right)$, on aura (Voyez les pages 445, 485, 486, 487 pour ce qui concerne les termes de l'ordre inférieur)

$$\frac{\delta u}{u_i} =$$

$$\cos Ev \qquad b^2 \left\{ -\frac{15}{16}m - \frac{81}{16}m^2 - \frac{3231}{128}m^3 - \frac{68889}{512}m^4 - \frac{1577733}{2048}m^5 \right\}$$

$$\cos Ev - cv \quad eb^2 \left\{ -\frac{45}{32}m - \frac{519}{64}m^2 - \frac{3213}{64}m^3 - \left(\frac{1558125}{4096} - \frac{68889}{1024} = \frac{1282569}{4096}\right) m^4 \right\}$$

$$\cos 3Ev \qquad b^2 \left\{ \frac{25}{64}m^2 + \frac{415}{256}m^3 + \frac{1355}{256}m^4 + \frac{217859}{12288}m^5 \right\}$$

$$\cos 4Ev - cv \quad e \left\{ \begin{array}{l} -\frac{75}{64}m^3 - \frac{1151}{256}m^4 - \left(\frac{130609}{12288} - \frac{351}{320} = \frac{585653}{61440}\right) m^5 \\ +\left(\frac{75}{128} - \frac{45}{64} - \frac{15}{8} - \frac{15}{128} = -\frac{135}{64}\right) m^3e^2 \\ +\frac{725}{64}m^3\varepsilon'^2 + \left(-\frac{15}{128} + \frac{75}{256} - \frac{3}{64} = \frac{33}{256}\right) m^3\gamma^2 \end{array} \right\}.$$

§ 8.

Développement des principaux termes du septième ordre, qui affectent les coefficiens des argumens $2cv$, $2Ev-cv$, $4Ev-2cv$ dans l'expression de δu.

99. Le terme de δu, auquel est consacrée la plus grande partie de ce paragraphe, est de la forme

$$\delta u = \cos 2Ev - cv \;\; e\left(A m^6 + A' m^4 e^2 + A'' m^4 \varepsilon'^2 + A''' m^4 \gamma^2\right);$$

de sorte que, il s'agit de déterminer les quatre coefficiens numériques représentés par A, A', A'', A'''. En ajoutant cette partie du coefficient de l'argument $2Ev-cv$ à celle qu'on voit dans la page 160, on pourra ensuite le regarder comme développé jusqu'aux quantités du septième ordre inclusivement. Il est vrai que cela n'est pas exact, analytiquement parlant, puisque les termes multipliés par

$$e^5 m^2, \; e\gamma^4 m^2, \; e^3\gamma^2 m^2, \; e\varepsilon'^4 m^2, \; e^3\varepsilon'^2 m^2, \; e\varepsilon'^2\gamma^2 m^2$$

ne s'y trouvent pas. Mais on peut se dispenser d'avoir égard à ces derniers termes à cause de leur petitesse, et borner la recherche de la partie du septième ordre à celle des quatre principaux termes qui s'y trouvent renfermés.

Le coefficient A''' dépend de la fonction δs; et avec une légère réflexion on conçoit qu'il nous faut, avant tout, développer l'équation différentielle en δs, de manière à pouvoir en déduire les trois termes de la forme

$$\delta s = \sin 2Ev \pm gv - cv \;\; e\gamma(B.m^5) + \sin 4Ev - gv - cv \;\; e\gamma(B'.m^4).$$

Pour cela, il n'y a qu'à suivre la marche déjà tracée dans le premier paragraphe de ce Chapitre. Ainsi, nous commencerons par

chercher cette valeur auxiliaire de δs en procédant de la manière que je vais exposer.

100. Produits partiels de $-6q.\frac{(a'u')^3}{u_i^4}.\frac{\delta u}{u_i}$

Multiplicateur		Produit
$\cos 0v$	(-6)	$\{\cos 2Ev-cv \quad e\left(-\frac{39193}{256}m^2\right)$
$2\cos cv$	$e(\ 12)$	$\{\cos 2Ev-cv \quad e\left(\ 38.m^2\ \right)$.

En ajoutant ces deux termes on aura

$$R_i = \cos 2Ev-cv \quad e\left(38-\frac{39193}{256}=-\frac{29465}{256}\right)m^2;$$

d'où on tire

$$(1) \ldots\ldots R_i.\gamma \sin gv = \begin{array}{l} \sin 2Ev+gv-cv \quad e\gamma\left(-\frac{29465}{512}m^2\right) \\ \sin 2Ev-gv-cv \quad e\gamma\left(\ \frac{29465}{512}m^2\right). \end{array}$$

En prenant (Voyez p. 70 et 88)

$$R_i = \ 2\cos cv \ e(-3) + 2\cos 2Ev-cv \quad e\left(-\frac{45}{8}m\right),$$

$$\delta s = \ \sin 2Ev-gv \ \gamma\left(\frac{3}{8}m+\frac{3}{32}m^2-\frac{273}{512}m^2\right);$$

et faisant le produit de ces deux fonctions, il viendra

$$(2) \ldots\ldots \left(R_i-\frac{3}{2}\right)\delta s = \begin{array}{l} \sin 2Ev-gv-cv \quad e\gamma\left(\ \frac{819}{512}m^2\right) \\ \sin 4Ev-gv-cv \quad e\gamma\left(-\frac{135}{64}m^2\right). \end{array}$$

Maintenant, si l'on prend (Voyez p. 76)

$$-\frac{ds_i}{dv} = \ 2\cos gv \ \ \gamma\left(-\frac{1}{2}-\frac{3}{8}m^2+\frac{9}{64}m^3\right),$$

et (Voyez p. 369, 372 du second volume)

$$R_i = \sin 2Ev-cv \quad e\left(-3-3.m-\frac{369}{64}m^2\right)+\sin 4Ev-cv \quad e\left(-\frac{45}{8}m-\frac{399}{32}m^2\right)$$

on aura

$$(3) \ldots\ldots -R_1 \frac{ds_1}{dv} = \sin 2Ev+gv-cv \quad e\gamma\left\{\frac{369}{128}+\frac{9}{8}-\frac{27}{64}=\frac{459}{128}\right\} m^2$$
$$\sin 2Ev-gv-cv \quad e\gamma\left\{\frac{369}{128}+\frac{9}{8}-\frac{27}{64}=\frac{459}{128}\right\} m^2$$
$$\sin 4Ev-gv-cv \quad e\gamma\left(\frac{399}{64}m^2\right).$$

En prenant (Voyez les pages 266, 274, 336 du I.er volume, et les pages 355-368 du second volume).

$$R_3 = \cos 2Ev-cv \quad e\left\{-3-3.m+\left(\frac{225}{64}-\frac{9}{4}+\frac{225}{16}+\frac{225}{16}=\frac{1881}{64}\right)m^2\right\}$$
$$\cos 4Ev-cv \quad e\left\{-\frac{45}{8}m-\left(\frac{579}{32}-\frac{45}{8}=\frac{399}{32}\right)m^2\right\},$$

on aura

$$(4) \ldots\ldots R_3.\gamma \sin gv = \sin 2Ev+gv-cv \quad e\gamma\left(\frac{1881}{128}m^2\right)$$
$$\sin 2Ev-gv-cv \quad e\gamma\left(-\frac{1881}{128}m^2\right)$$
$$\sin 4Ev-gv-cv \quad e\gamma\left(\frac{399}{64}m^2\right).$$

Maintenant, à l'aide de la valeur précédente de R_3, de celle posée dans la page 75, et de la valeur de δs qui occupe les pages 204-207 du second volume on aura les termes suivans du produit $R_3\delta s$.

Produits partiels de $R_3\delta s$.

Multiplicateur		Produit
$2\cos cv$	$e\left(-\frac{45}{16}m-\frac{459}{64}m^2\right)$..	$\sin 2Ev-gv-cv \quad e\gamma\left(-\frac{1377}{512}m^2-\frac{135}{512}m^2\right)$
		$\sin 2Ev-gv-cv \quad e\gamma\left(-\frac{9}{32}m^2\right)$
$2\cos 2Ev$	$\left(\frac{3}{4}\right)$	$\sin 2Ev+gv-cv \quad e\gamma\left(\frac{27}{8}m^2\right)$
		$\sin 4Ev-gv-cv \quad e\gamma\left(-\frac{9}{4}m^2\right)$

$2\cos 2Ev-cv \quad e\left(-\frac{3}{2}-\frac{3}{2}m\right)\ldots\left\{\sin 4Ev-gv-cv \quad e\gamma\left(-\frac{9}{64}m^3-\frac{9}{16}m^3\right)\right.$

$2\cos 4Ev-cv \quad e\left(-\frac{45}{16}m-\frac{399}{64}m^2\right)..\left\{\sin 2Ev+gv-cv \quad e\gamma\left(\frac{1197}{512}m^3+\frac{135}{512}m^3\right)\right.;$

partant ;

$$(5)\ \ldots\ldots R_3\delta s = \begin{array}{l} \sin 2Ev+gv-cv \quad e\gamma\left\{\frac{27}{8}+\frac{1197}{512}+\frac{135}{512} = \frac{765}{128}\right\}m^3 \\ \sin 2Ev-gv-cv \quad e\gamma\left\{-\frac{9}{32}-\frac{1377}{512}-\frac{135}{512}=-\frac{207}{64}\right\}m^3 \\ \sin 4Ev-gv-cv \quad e\gamma\left\{-\frac{9}{4}-\frac{9}{64}-\frac{9}{16}=-\frac{189}{64}\right\}m^3. \end{array}$$

En prenant

$$-\frac{d.\delta s}{dv} = \cos gv+cv \quad e\gamma\left(2.m^2-\frac{3}{4}m^3\right)+\cos 2Ev-gv \quad \gamma\left(-\frac{3}{8}m+\frac{21}{32}m^2\right),$$

on aura ces produits partiels ;

Produits partiels de $-R_1\frac{d.\delta s}{dv}$.

Voyez les pages 60 et 372 du second volume pour avoir les termes de R_1

Multiplicateur		Produit
$2\sin cv$	$e\left(-\frac{45}{16}m-\frac{1059}{64}m^2\right)..$	$\left\{\sin 2Ev-gv-cv \quad e\gamma\left(\frac{945}{512}m^3-\frac{3177}{512}m^3\right)\right.$
$2\sin 2Ev$	$\left(\frac{3}{4}\right)\ldots\ldots$	$\left\{\sin 2Ev-gv-cv \quad e\gamma\left(-\frac{9}{16}m^3\right)\right.$
$2\sin 2Ev-cv$	$e\left(-\frac{3}{2}-\frac{3}{2}m\right)\ldots$	$\left\{\sin 4Ev-gv-cv \quad e\gamma\left(\frac{9}{16}m^3-\frac{63}{64}m^3\right)\right.$
$2\sin 4Ev-cv$	$e\left(-\frac{45}{16}m-\frac{399}{64}m^2\right)..$	$\left\{\sin 2Ev+gv-cv \quad e\gamma\left(\frac{1197}{512}m^3-\frac{945}{512}m^3\right)\right.$.

La réunion de ces termes donne

$$(6)\ldots\ldots -R_1\frac{d.\delta s}{dv} = \sin 2Ev+gv-cv \quad e\gamma\left\{\frac{1197}{512}-\frac{945}{512}=\frac{63}{128}\right\}m^2$$

$$\sin 2Ev-gv-cv \quad e\gamma\left\{\frac{945}{512}-\frac{3177}{512}-\frac{9}{16}=-\frac{315}{64}\right\}m^2$$

$$\sin 4Ev-gv-cv \quad e\gamma\left\{\frac{9}{16}-\frac{63}{64}=-\frac{27}{64}\right\}m^2.$$

En prenant $P=\frac{3}{2}m^2-\frac{9}{16}m^3$, et $\int R_1 dv = \cos 2Ev-cv \quad e(3+9.m)$, on aura,

$$(7)\ldots\ldots \gamma\sin gv.2P\int R_1 dv = \sin 2Ev+gv-cv \quad e\gamma\left\{\frac{27}{2}-\frac{27}{16}=\frac{189}{16}\right\}m^3$$

$$\sin 2Ev-gv-cv \quad e\gamma\left\{-\frac{27}{2}+\frac{27}{16}=-\frac{189}{16}\right\}m^3.$$

Enfin, si l'on prend (Voyez p. 200-203 du second volume)

$$-\left(\frac{d^2.\delta s}{dv^2}+\delta s\right)=$$

$$\sin gv+cv \quad e\gamma\left(-3.m^2+\frac{9}{8}m^3\right) + \sin gv-cv \quad e\gamma\left(-3.m^2-\frac{9}{2}m^3\right)$$

$$+\sin 2Ev-gv \quad \gamma\left(-\frac{3}{2}m^2\right) + \sin 2Ev-gv-cv \quad e\gamma\left(3.m^2\right),$$

on aura, par la combinaison de ces termes avec ceux de l'intégrale $\int R_1 dv$ (qu'on pourra prendre dans les pages 61, 62 du second volume) les

Produits partiels de $-2\left(\frac{d^2.\delta s}{dv^2}+\delta s\right)\int R_1 dv$.

Multiplicateur		Produit
$2\cos cv$	$e\left(\frac{45}{8}m\right)\ldots$	$\sin 2Ev-gv-cv \quad e\gamma\left(-\frac{135}{16}m^3\right)$
$2\cos 2Ev$	$\left(-\frac{3}{4}-\frac{3}{4}m\right)\ldots$	$\sin 2Ev-gv-cv \quad e\gamma\left(\frac{27}{32}m^2-\frac{9}{4}m^3\right)$
		$\sin 2Ev+gv-cv \quad e\gamma\left(\frac{27}{8}m^2+\frac{9}{4}m^3\right)$
		$\sin 4Ev-gv-cv \quad e\gamma\left(-\frac{9}{4}m^2\right)$

$$2\cos 2Ev - cv \quad e\left(\ \tfrac{3}{2}\ \right) \ldots \Big\{ \sin 4Ev - gv - cv \quad e\gamma\left(-\tfrac{9}{2}m^2\right)$$

$$2\cos 4Ev - cv \quad e\left(\ \tfrac{15}{8}m\right) \ldots \Big\{ \sin 2Ev + gv - cv \quad e\gamma\left(\ \tfrac{45}{16}m^3\right);$$

de sorte que, en réunissant ces termes, on obtient

$$(8) \ldots\ldots -2\left(\frac{d^2.\delta s}{dv^2}+\delta s\right)\int R_1\, dv =$$

$$\sin 2Ev + gv - cv \quad e\gamma\left\{ \tfrac{27}{8}+\tfrac{9}{4}+\tfrac{45}{16} = \tfrac{135}{16}\right\} m^3.$$

$$\sin 2Ev - gv - cv \quad e\gamma\left\{ \tfrac{27}{32}-\tfrac{9}{4}-\tfrac{135}{16} = -\tfrac{315}{32}\right\} m^3$$

$$\sin 4Ev - gv - cv \quad e\gamma\left\{ -\tfrac{9}{4}-\tfrac{9}{2} = -\tfrac{27}{4}\right\} m^2.$$

Maintenant, si l'on fait la somme des termes compris dans la fonction $m^2\{(1)+(2)+(3) \ldots + (8)\}$, on formera l'équation différentielle suivante en δs, pourvu qu'on ait soin de prendre les termes de l'ordre inférieur dans les pages 204, 220 du second volume, et 87 de celui-ci;

$$-\frac{d^2.\delta s}{dv^2} - \left(1+\tfrac{3}{2}\mu^2\right)\delta s =$$

$$\sin 2Ev - gv - cv \quad e\gamma \left\{ \begin{array}{l} 3.m^2 + \tfrac{15}{2}m^3 + \tfrac{789}{64}m^4 \\ + \left(\tfrac{29465}{512}+\tfrac{819}{512}+\tfrac{459}{128}-\tfrac{1881}{128}-\tfrac{207}{64}-\tfrac{315}{64}-\tfrac{189}{16}-\tfrac{315}{32}=\tfrac{2333}{128}\right)m^5 \end{array} \right\}$$

$$\sin 2Ev + gv - cv \quad e\gamma \left\{ \begin{array}{l} 0.m^2 - \tfrac{45}{8}m^3 - \tfrac{875}{64}m^4 \\ + \left(\tfrac{459}{128}-\tfrac{29465}{512}+\tfrac{1881}{128}+\tfrac{765}{128}+\tfrac{63}{128}+\tfrac{189}{16}+\tfrac{135}{16}=-\tfrac{6425}{512}\right)m^5 \end{array} \right\}$$

$$\sin 4Ev - gv - cv \quad e\gamma\left\{ \tfrac{45}{8}m^3 + \left(\tfrac{399}{64}+\tfrac{399}{64}-\tfrac{189}{64}-\tfrac{27}{64}-\tfrac{27}{4}-\tfrac{135}{64}=\tfrac{15}{64}\right)m^4\right\}.$$

Pour tirer de là la valeur de δs, on multipliera chaque terme par le facteur correspondant que voici ;

Argument	Facteur pour l'intégration
$2Ev-gv-cv$	$-1-\frac{5}{2}m^2+0.m^3$
$2Ev+gv-cv$	$\frac{1}{3}\left(1+\frac{8}{3}m+\frac{77}{18}m^2\right)$
$4Ev-gv-cv$	$\frac{1}{3}\left(1+\frac{16}{3}m\right)$;

ce qui donnera ;

$$\delta s =$$

$$\sin 2Ev-gv-cv \quad e\gamma\left\{-3.m^2-\frac{15}{2}m^3-\frac{1269}{64}m^4-\left(\frac{2333}{128}+\frac{75}{4}=\frac{4733}{128}\right)m^5\right\}$$

$$\sin 2Ev+gv-cv \quad e\gamma\left\{-\frac{15}{8}m^3-\frac{445}{64}m^4-\left(\frac{6425}{1536}+\frac{125}{24}+\frac{385}{48}=\frac{8915}{512}\right)m^5\right\}$$

$$\sin 4Ev-gv-cv \quad e\gamma\left\{\frac{15}{8}m^3+\left(\frac{5}{64}+10=\frac{645}{64}\right)m^4\right\}.$$

101. Cela posé, il est évident, que de là on tire

$$2s_{,}\delta s = \cos 2Ev-cv \quad e\gamma^2\left\{\frac{4733}{128}-\frac{8915}{512}=\frac{10017}{512}\right\}m^5.$$

En faisant le carré de δs (Voyez p. 204-207 du second volume) et ayant égard au terme précédent affecté de l'argument $4Ev-gv-cv$ on y trouve les deux termes suivans ;

Multiplicateur	Produit
$2\sin gv-cv \quad e\gamma\left(3m^2+\frac{9}{2}m^3+\frac{789}{64}m^4\right)$..	$\cos 2Ev-cv \quad e\gamma^2\left(\frac{819}{512}m^5-\frac{27}{64}m^5-\frac{2367}{512}m^5\right)$
$2\sin 2Ev-gv \quad \gamma\left(\frac{3}{8}m+\frac{3}{32}m^2\right)$...	$\cos 2Ev-cv \quad e\gamma^2\left(\frac{1935}{512}m^5+\frac{45}{256}m^5\right)$;

de sorte que on a

$$(\delta s)^2 = \cos 2Ev-cv \quad e\gamma^2\left\{\frac{819}{512}-\frac{27}{64}-\frac{2367}{512}+\frac{1935}{512}+\frac{45}{256}=\frac{261}{512}\right\}m^5.$$

D'après cela on obtient (en prenant les termes de l'ordre inférieur dans la page 92),

$$2s_{,}\delta s+(\delta s)^2=\cos 2Ev-cv \quad e\gamma^2\left\{3.m^2+\frac{9}{2}m^3+\frac{743}{64}m^4+\left(\frac{10017}{512}+\frac{261}{512}=\frac{5139}{256}\right)m^5\right\};$$

donc, en multipliant ce terme par $\frac{3}{2}+\frac{3}{4}m^2$ (Voyez p. 94) il viendra

$$(1) \ldots\ldots -q\left(\frac{a}{a_{,}}\right)\delta T=\cos 2Ev-cv \quad e\gamma^2\left\{\frac{15417}{512}+\frac{27}{8}=\frac{17145}{512}\right\}m^5.$$

Tel est le premier terme qui appartient à l'équation différentielle en δu qu'il s'agit de former. Je préviens une fois pour toutes, que dans ces résultats intermédiaires je ne tiens pas compte des termes de l'ordre inférieur.

102. Développons maintenant les autres fonctions qui composent l'équation différentielle en δu, en suivant, relativement aux argumens, $2cv$, $2Ev-cv$, $4Ev-2cv$, la marche tracée dans le deuxième paragraphe de ce Chapitre. Le motif pour lequel nous préparons dans ce paragraphe la portion de δu, qui est de la forme

$$A m^5 e^2 \cos 2cv \ + \ B m^5 e^2 \cos 4Ev-2cv\,,$$

est tout-à-fait analogue à celui déjà déclaré dans la page 329, au sujet de l'argument $2Ev-2cv$: c'est-à-dire que, nous regardons ces deux termes comme auxiliaires, pour parvenir dans le paragraphe suivant au terme du *huitième* ordre de δu, dont la forme est

$$A m^6 e^2 . \cos 2Ev-2cv.$$

Cela posé, voici la suite des développemens par lesquels on détermine la valeur partielle de δu telle qu'elle vient d'être définie.

103. Produits partiels de $\left[\frac{3}{2}u_{,}-\frac{3}{2}q\left(\frac{a'u'}{u_{,}}\right)^{3}\right]\cdot\frac{\delta u}{u_{,}}$.

On prendra les termes du multiplicateur dans la page 350 du Ier volume, et ceux de $\frac{\delta u}{u_{,}}$ dans les pages 754-760 du second volume.

Multiplicateur	Produit
$\cos 0v \quad \left(-\frac{9}{4}\varepsilon'^{2}\right)$	$\cos 2Ev-cv \quad e\left(-\frac{117579}{2048}m^{3}\varepsilon'^{2}\right)$
$2\cos cv \quad e\left(3+\frac{15}{8}e^{2}+\frac{27}{8}\varepsilon'^{2}\right)$...	$\cos 2Ev-cv \quad e\left\{\begin{array}{l}\frac{1475}{36}m^{5}-\frac{95}{4}m^{3}\varepsilon'^{2}-\frac{15929}{1024}m^{3}e^{2}\\+\frac{95}{16}m^{3}e^{2}+\frac{171}{16}m^{3}\varepsilon'^{2}-\frac{2893}{1024}m^{3}\gamma^{2}\end{array}\right\}$
	$\cos 2Ev-cv \quad e\left(\frac{62219}{1024}m^{3}e^{2}\right)$
	$\cos 4Ev-2cv \quad e^{2}\left(-\frac{225}{64}m^{3}\right)$
$2\cos c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{9}{4}\right)$	$\cos 2Ev-cv \quad e\left(-\frac{161913}{1024}m^{3}\varepsilon'^{2}\right)$
	$\cos 2Ev-cv \quad e\left(-\frac{188883}{1024}m^{3}\varepsilon'^{2}\right)$
$2\cos 2cv \quad e^{2}\left(-\frac{9}{4}\right)$	$\cos 2Ev-cv \quad e\left(\frac{297}{64}m^{3}e^{2}\right)$
$2\cos cv+c'mv \quad e\varepsilon'\left(\frac{27}{8}+\frac{9}{4}m\right)$...	$\cos 2Ev-cv \quad e\left(-\frac{171}{64}m^{3}\varepsilon'^{2}-\frac{9}{8}m^{3}\varepsilon'^{2}\right)$
$2\cos cv-c'mv \quad e\varepsilon'\left(\frac{27}{8}-\frac{9}{4}m\right)$...	$\cos 2Ev-cv \quad e\left(\frac{3591}{64}m^{3}\varepsilon'^{2}-\frac{63}{8}m^{3}\varepsilon'^{2}\right)$.

La réunion de ces termes donne

$$(a') \ldots\ldots \left[\frac{3}{2}u_{,}-\frac{3}{2}q\left(\frac{a'u'}{u_{,}}\right)^{3}\right]\frac{\delta u}{u_{,}}=$$

$$\cos 2Ev-cv \quad e\left\{\begin{array}{l}\frac{1475}{36}m^{5}-\frac{2898}{1024}m^{3}\gamma^{2}+\left(\frac{95}{16}-\frac{15929}{1024}+\frac{62219}{1024}+\frac{297}{64}=\frac{58561}{512}\right)m^{3}e^{2}\\+\left\{\begin{array}{l}\frac{171}{16}-\frac{117579}{2048}-\frac{95}{4}-\frac{171}{64}-\frac{9}{8}-\frac{63}{8}\\+\frac{3591}{64}-\frac{161913}{1024}-\frac{188883}{1024}=-\frac{754915}{2048}\end{array}\right\}m^{3}\varepsilon'^{2}\end{array}\right\}$$

$$\cos 4Ev-2cv \quad e^{2}\left(-\frac{225}{64}m^{3}\right).$$

Produits partiels de $4\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$

Multiplicateur		Produit	
$2\cos c'mv$	$\epsilon'\left(-3.m^2\right)\ldots\ldots$	$\cos 2Ev-cv$	$e\left(\frac{45}{4}m^3\epsilon'^2\right)$
		$\cos 2Ev-cv$	$e\left(-\frac{105}{4}m^3\epsilon'^2\right)$
$2\cos cv+c'mv$	$e\epsilon'\left(-\frac{9}{4}m\right)\ldots\ldots$	$\cos 2Ev-cv$	$e\left(\frac{9}{4}m^3\epsilon'^2\right)$
$2\cos cv-c'mv$	$e\epsilon'\left(\frac{9}{4}m\right)\ldots\ldots$	$\cos 2Ev-cv$	$e\left(\frac{63}{4}m^3\epsilon'^2\right)$
$2\cos 2Ev$	$\left(2.m^2\right)\ldots\ldots$	$\cos 2Ev-cv$	$e\left(-\frac{75}{16}m^5\right)$;

partant,

$$4\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2 = \cos 2Ev-cv \quad e\left\{-\frac{75}{16}m^5+\left(\frac{45}{4}-\frac{105}{4}+\frac{9}{4}+\frac{63}{4}=3\right)m^3\epsilon'^2\right\}.$$

A l'aide de ce terme, et de ceux posés dans les pages 770-774 du second volume, on obtiendra les

Produits partiels de $3q\left(\frac{a'u'}{u_1}\right)^3.\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$.

Multiplicateur		Produit	
$\cos 0v$	$\left(3\right)\ldots\ldots\ldots$	$\cos 2cv$	$e^2\left(\frac{135}{64}m^3\right)$
		$\cos 2Ev-cv$	$e\left(-\frac{225}{64}m^5+\frac{9}{4}m^3\epsilon'^2\right)$
		$\cos 4Ev-2cv$	$e^2\left(\frac{18725}{256}m^3\right)$
$2\cos cv$	$e\left(-\frac{9}{2}\right)\ldots\ldots\ldots$	$\cos 2cv$	$e^2\left(-\frac{185}{16}m^3\right)$
		$\cos 4Ev-2cv$	$e^2\left(-\frac{135}{16}m^3\right)$
$2\cos c'mv$	$\epsilon'\left(\frac{9}{2}\right)\ldots\ldots\ldots$	$\cos 2Ev-cv$	$e\left(-\frac{243}{32}m^3\epsilon'^2\right)$
		$\cos 2Ev-cv$	$e\left(-\frac{567}{32}m^3\epsilon'^2\right)$;

de sorte que nous avons

$$(b') \ldots\ldots\ 3q\left(\frac{\alpha'u'}{u_1}\right)^3\cdot\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2=$$

$$\cos 2cv \qquad e^2\left\{\frac{135}{64}-\frac{135}{16}=-\frac{405}{64}\right\}m^3$$

$$\cos 2Ev-cv \quad e\left\{-\frac{225}{64}m^5+\left(\frac{9}{4}-\frac{243}{32}-\frac{567}{32}=-\frac{369}{16}\right)m^3\varepsilon'^2\right\}$$

$$\cos 4Ev-2cv \quad e^2\left\{\frac{13725}{256}-\frac{135}{16}=\frac{11565}{256}\right\}m^3.$$

Remarquons maintenant qu'on a

$$8\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^3=4\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2\times 2\frac{\delta u}{u_1}=$$

$$\left\{\begin{matrix}\cos 0v\ \left(2.m^4+\frac{225}{32}m^2e^2\right)+\cos cv\quad e\left(\frac{15}{2}m^3\right)\\ +\cos 4Ev-cv\quad e\left(\frac{15}{2}m^3\right)+\cos 4Ev-2cv\quad e^2\left(\frac{225}{32}m^2\right)\end{matrix}\right\}\times$$

$$\left\{2\cos 2Ev\qquad\left(m^2\right)+2\cos 2Ev-cv\quad e\left(\frac{15}{8}m\right)\right\}$$

$$=\quad\cos 2Ev-cv\quad e\left\{\begin{matrix}\left(\frac{15}{2}+\frac{15}{2}+\frac{15}{2}=\frac{45}{2}\right)m^5\\ +\left(\frac{3375}{128}+\frac{3375}{256}=\frac{10125}{256}\right)m^3e^2\end{matrix}\right\},$$

et par conséquent

$$(c')\ \ldots\ldots -5q\left(\frac{\alpha'u'}{u_1}\right)^3\cdot\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^3=-5\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^3=$$

$$\cos 2Ev-cv\quad e\left(-\frac{225}{16}m^5-\frac{50625}{2048}m^3e^2\right).$$

En prenant

$$\delta\left[(\alpha'u')^3\right]=\delta nt.2\sin c'mv\quad\varepsilon'\left(-\frac{3}{2}m\right)=$$

$$\cos 2Ev \qquad \left\{-\frac{231}{32}-\frac{33}{32}=-\frac{33}{4}\right\}m^3\varepsilon'^2$$

$$\cos 2Ev-cv\quad e\left\{-\frac{5325}{64}-\frac{45}{64}=-\frac{2685}{32}\right\}m^3\varepsilon'^2,$$

et faisant le produit de ces deux termes par

$$\frac{q}{2u_1^3}=\frac{1}{2}\;+\;2\cos cv\quad e\left(-\frac{3}{4}\right),$$

on aura

$$(d')\;.\;.\;.\;.\;.\;\frac{q}{2}\frac{\delta\left[(a'u')^3\right]}{u_1^3}=\cos 2Ev-cv\quad e\left\{-\frac{2685}{64}+\frac{99}{16}=-\frac{2289}{64}\right\}m^3\varepsilon'^2.$$

Cette même fonction renferme le terme $\cos ov\left(-\frac{9}{4}m^2\varepsilon'^2\right)$ (Voyez p. 238): donc en le multipliant par $-3\frac{\delta u}{u_1}=\cos 2Ev-cv\;\;e\left(-\frac{45}{8}m\right)$ on aura

$$(e')\;.\;.\;.\;.\;.\;-\frac{3}{2}q\frac{\delta\left[(a'u')^3\right]}{u_1^3}\cdot\frac{\delta u}{u_1}=\;\cos 2Ev-cv\quad e\left(\frac{405}{32}m^3\varepsilon'^2\right).$$

La réunion des fonctions (a'), (b'), (c'), (d'), (e') donne

$$(2)\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;\delta R^{IV}+\frac{3}{2}\delta u=$$

$$\cos 2cv\qquad e^2\left(-\frac{405}{64}m^3\right)$$

$$\cos 2Ev-cv\quad e\begin{cases}\left(\frac{1475}{36}-\frac{225}{64}-\frac{225}{16}=\frac{13475}{576}\right)m^5-\frac{2893}{1024}m^3\gamma^2\\+\left(\frac{28561}{512}-\frac{50625}{2048}=\frac{63619}{2048}\right)m^3e^2\\+\left(-\frac{754915}{2048}-\frac{369}{16}-\frac{2289}{64}+\frac{405}{32}=-\frac{849175}{2048}\right)m^3\varepsilon'^2\end{cases}$$

$$\cos 4Ev-2cv\quad e^2\left\{\frac{11565}{256}-\frac{225}{64}=\frac{10665}{256}\right\}m^3.$$

104. Avant d'aller plus loin, remarquons qu'il suffit ici de prendre (Voyez p. 266, et 336 du I.er volume)

$$R' = \sin 2Ev - cv \quad e \left\{ \begin{matrix} -8 - 8.\frac{m}{c} - \left(\frac{9}{4} + \frac{8}{4}\frac{m}{c} - \frac{38}{4}\frac{m^2}{c^2}\right)e^2 + \left(\frac{15}{2} + \frac{15}{2}\frac{m}{c}\right)e'^2 \\ + \left(\frac{8}{4} + \frac{8}{4}\frac{m}{c}\right)\gamma^2 + \overset{(*)}{6}.m^3 e^2 \end{matrix} \right\};$$

d'où on tire, en substituant par $\frac{1}{c}$ sa valeur (Voyez p. 256)

$$R' = \sin 2Ev - cv \quad e \left\{ \begin{matrix} -\frac{12429}{128}m^5 + \left(\frac{9}{8} - \frac{9}{16} + 6 = \frac{105}{16}\right)m^3 e^2 \\ + \left(\frac{9}{2} + \frac{9}{16} = \frac{81}{16}\right)m^3\gamma^2 + \left(\frac{45}{8} - \frac{27}{8} = \frac{9}{4}\right)m^3 e'^2 \end{matrix} \right\}.$$

On aura de même la valeur de R^V en prenant d'abord (Voyez p. 353 du Ier volume)

$$R^V = \cos 2Ev - cv \quad e \left\{ -\frac{9}{4} - 8.\frac{m}{c} - \left(\frac{9}{8} + \frac{3}{16}\frac{m}{c}\right)e^2 + \left(\frac{45}{8} + \frac{15}{2}\frac{m}{c}\right)e'^2 + \overset{(*)}{6}.m^3 e^2 \right\};$$

ce qui donne en substituant pour $\frac{1}{c}$ sa valeur

$$(3) \ldots . R^V = \cos 2Ev - cv \quad e \left\{ \begin{matrix} -\frac{12429}{128}m^5 + \left(\frac{9}{8} - \frac{9}{64} + 6 = \frac{447}{64}\right)m^3 e^2 + \frac{9}{2}m^3\gamma^2 \\ + \left(\frac{45}{8} - \frac{27}{8} = \frac{9}{4}\right)m^3 e'^2 \end{matrix} \right\}.$$

Le développement des différentes fonctions qui composent l'expression de $\delta R'$ s'obtient ainsi qu'il suit.

105. Produits partiels de $-6q.\frac{(a'u')^3}{u_1^4}\frac{\sin}{\cos}(2v - 2v').\frac{\delta u}{u_1}$.

On prendra les termes de $\frac{\delta u}{u_1}$ dans les pages 752-760 du second volume, et dans la page 410 de celui-ci.

(*) Le terme $6.m^3e^2$ naît du développement des fonctions des cordonnées élliptiques, lorsqu'on tient compte des quantités du sixième ordre.

Multiplicateur . . . . $2\,{\sin \atop \cos}\,2Ev \quad \left(-3-6.e^2+\frac{15}{2}\varepsilon'^2\right)$

Produit
$$\left\{\begin{array}{lll} {\sin \atop \cos} & 4Ev-2cv & e^2\left(-\frac{62219}{1024}m^3\right) \\ & -(2Ev-cv) & e\left\{\begin{array}{l} \frac{585653}{20480}m^5+\frac{405}{64}m^3e^2-\frac{2175}{64}m^3\varepsilon'^2 \\ -\frac{99}{256}m^3\gamma^2+\frac{225}{32}m^3e^2-\frac{1125}{128}m^3\varepsilon'^2 \end{array}\right\} \\ & 2Ev-cv & e\left(\frac{45}{8}m^3e^2\right) \quad (*) \end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . . $2\,{\sin \atop \cos}\,2Ev-cv \quad e\left(6+6.m\right)$

Produit
$$\left\{\begin{array}{lll} {\sin \atop \cos} & 4Ev-2cv & e^2\left(\frac{39193}{256}m^3+\frac{771}{16}m^3\right) \\ & -(2Ev-cv) & e\left(\frac{1665}{64}m^3e^2\right) \end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . . $2\,{\sin \atop \cos}\,2Ev+cv \quad e\left(6-6.m\right)$

Produit
$$\left\{\begin{array}{lll} {\sin \atop \cos} & 2Ev-cv & e\left(\frac{45}{2}m^3e^2-3.m^3e^2\right) \\ & -(2Ev-cv) & e\left(-\frac{1053}{80}m^5+\frac{765}{64}m^3e^2+\frac{9}{16}m^3\gamma^2+3.m^5\right) \end{array}\right.$$

Multiplicateur — Produit

$$2\,{\sin \atop \cos}\,2Ev+c'mv \qquad \varepsilon'\left(\frac{3}{2}\right) \ldots\ldots \left\{\begin{array}{lll} {\sin \atop \cos} & 2Ev-cv & e\left(-\frac{52299}{512}m^3\varepsilon'^2\right) \\ & -(2Ev-cv) & e\left(\frac{675}{256}m^3\varepsilon'^2\right) \end{array}\right.$$

$$2\,{\sin \atop \cos}\,2Ev-c'mv \qquad \varepsilon'\left(-\frac{21}{2}\right) \ldots\ldots \left\{\begin{array}{lll} {\sin \atop \cos} & 2Ev-cv & e\left(-\frac{746613}{512}m^3\varepsilon'^2\right) \\ & -(2Ev-cv) & e\left(\frac{18375}{256}m^3\varepsilon'^2\right) \end{array}\right.$$

(*) Puisque $\delta u = \cos 2cv \; e^2\left(\frac{1}{2}m^2+\frac{15}{4}m^3\right)$ (Voyez pag. 336); en multipliant ce terme par $2\cos cv \quad e\left(-\frac{1}{2}\right)$, on aura $\frac{\delta u}{u_s} = \cos cv \quad e\left(-\frac{1}{4}m^2e^2-\frac{15}{8}m^3e^2\right)$.

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-2cv \quad e^2\left(-\frac{15}{2}-\frac{57}{4}m\right)\ldots\ldots\left\{{}^{\sin}_{\cos}\right. \quad 4Ev-2cv \quad e^4\left(-\frac{95}{4}m^3-\frac{57}{4}m^3\right)$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left(-3-\frac{3}{2}m\right)\ldots\left\{{}^{\sin}_{\cos}\right. \quad 2Ev-cv \quad e\left(\quad\frac{9}{4}\quad m^3\varepsilon'^2\right)$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left(\quad 21+\frac{63}{2}m\right)\ldots\left\{{}^{\sin}_{\cos}\right. \quad 2Ev-cv \quad e\left(-\quad\frac{189}{4}\quad m^3\varepsilon'^2\right).$$

En réunissant ces produits partiels avec ceux affectés de l'argument $\pm 2cv$, qu'on prendra dans la page 229 du second volume on aura

$$(a)\ \ldots\ldots -6q.\frac{(a'u')^3}{u_1^4}\,{}^{\sin}_{\cos}\,(2v-2v').\frac{\delta u}{u_1}=$$

$${}^{\sin}_{\cos} \quad 2cv \qquad e^2\left(\quad\frac{35481}{1024}m^3\right)$$

$$-2cv \qquad e^2\left(-\frac{1903}{32}m^3\right)$$

$$2Ev-cv \quad e\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{45}{8}+\frac{45}{2}-3=\frac{201}{8}\right)m^3e^2 \\ -\left(\frac{52299}{512}+\frac{746613}{512}-\frac{9}{4}+\frac{189}{4}=\frac{12843}{8}\right)m^3\varepsilon'^2\end{array}\right\}$$

$$-(2Ev-cv) \quad e\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{585653}{20480}-\frac{1053}{80}+3=\frac{75505}{4096}\right)m^5+\left(\frac{9}{16}-\frac{99}{256}=\frac{45}{256}\right)m^3\gamma^2 \\ +\left(\frac{405}{64}+\frac{225}{32}+\frac{1665}{64}+\frac{765}{64}=\frac{3285}{64}\right)m^3e^2 \\ +\left(\frac{675}{256}-\frac{2175}{64}-\frac{1125}{128}+\frac{18375}{256}=\frac{2025}{64}\right)m^3\varepsilon'^2\end{array}\right\}$$

$$4Ev-2cv \quad e^2\left\{-\frac{62219}{1024}+\frac{39193}{256}+\frac{771}{16}-\frac{95}{4}-\frac{57}{4}=\frac{104985}{1024}\right\}m^3.$$

La fonction $4\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$ contient les termes suivans, du sixième ordre, affectés de l'argument $4Ev-cv$. Il suffit d'indiquer les termes qui servent de multiplicateur (Voyez les pag. 754-760 du second vol.).

Produits partiels de $4\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$.

Multiplicateur — Produit

$$2\cos 2Ev \ldots\ldots \left\{ \cos 4Ev - cv \quad e \left\{ \begin{array}{l} \frac{39193}{384} m^5 - 6.m^3\gamma^2 - \frac{75}{4} m^3\varepsilon'^2 + \frac{4883}{48} m^5 \\ - \frac{771}{128} m^3\gamma^2 - \frac{3855}{128} m^3 e^2 + \frac{160}{8} m^5 \\ - \frac{75}{4} m^3\varepsilon'^2 - \frac{2355}{128} m^3 e^2 - \frac{525}{128} m^3\gamma^2 \end{array} \right\} \right.$$

$$2\cos 2Ev + cv \ldots\ldots \left\{ \cos 4Ev - cv \quad e \left(- \frac{405}{32} m^3 e^2 \right) \right.$$

$$2\cos 2Ev + c'mv \ldots \left\{ \cos 4Ev - cv \quad e \left(- \frac{35}{4} m^3\varepsilon'^2 \right) \right.$$

$$2\cos 2Ev - c'mv \ldots \left\{ \cos 4Ev - cv \quad e \left(- \frac{105}{4} m^3\varepsilon'^2 \right) ; \right.$$

partant on a

$$4\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2 =$$

$$\cos 4Ev - cv \quad e \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{39193}{384} + \frac{4883}{48} + \frac{160}{3} = \frac{98737}{384}\right) m^5 - \left(6 + \frac{771}{128} + \frac{525}{128} = \frac{129}{8}\right) m^3\gamma^2 \\ - \left(\frac{3855}{128} + \frac{2355}{128} + \frac{405}{32} = \frac{3915}{64}\right) m^3 e^2 - \left(\frac{75}{4} + \frac{75}{4} + \frac{35}{4} + \frac{105}{4} = \frac{145}{2}\right) m^3\varepsilon'^2 \end{array} \right\}.$$

A l'aide de ce terme, de celui affecté de l'argument cv, qu'on prendra dans la page 236, et de ceux posés dans les pages 770-774 du second volume, on formera les

Produits partiels de $15q\,\frac{(\alpha' u')^3}{u_1^4}\,{}^{\sin}_{\cos}(2v - 2v').\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$.

Multiplicateur .... $2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev\,\left(\frac{15}{2} + 15.e^2 - \frac{75}{4}\varepsilon'^2\right)$

$$\text{Produit} \left\{ \begin{array}{l} {}^{\sin}_{\cos} \quad 2Ev - cv \quad e \left\{ \begin{array}{l} \frac{450485}{1024} m^5 + \frac{825}{16} m^3\varepsilon'^2 - \frac{7155}{256} m^3\gamma^2 \\ + \frac{41625}{256} m^3 e^2 + \frac{225}{8} m^3 e^2 - \frac{1125}{32} m^3\varepsilon'^2 \end{array} \right\} \\ \quad - (2Ev - cv) \quad e \left\{ \begin{array}{l} \frac{493685}{1024} m^5 - \frac{1935}{64} m^3\gamma^2 - \frac{58725}{512} m^3 e^2 \\ - \frac{2175}{16} m^3\varepsilon'^2 + \frac{225}{8} m^3 e^2 - \frac{1125}{32} m^3\varepsilon'^2 \end{array} \right\} \end{array} \right.$$

$$\text{Multiplicateur} \ldots\ldots 2\,{}^{\sin}_{\cos}\, 2Ev - cv \quad e\left(-15 - 15.m\right)$$

$$\text{Produit}\begin{cases} {}^{\sin}_{\cos}\quad 2Ev - cv \quad e\left(-95.m^5 + \frac{45}{8}m^3\gamma^2 - 15.m^5 - \frac{54225}{128}m^3e^2 - \frac{3375}{64}m^3e^2\right) \\ \quad -(2Ev - cv) \quad e\left(-\frac{68625}{256}m^3e^2 - \frac{3375}{128}m^3e^2\right) \end{cases}$$

$$\text{Multiplicateur} \ldots\ldots 2\,{}^{\sin}_{\cos}\, 2Ev + cv \quad e\left(-15 + 15.m\right)$$

$$\text{Produit}\begin{cases} {}^{\sin}_{\cos}\quad 2Ev - cv \quad e\left(-\frac{675}{64}m^3e^2\right) \\ \quad -(2Ev - cv) \quad e\left(-\frac{95}{2}m^5 + \frac{45}{16}m^3\gamma^2 + \frac{2925}{64}m^3e^2 + \frac{15}{2}m^3\right) \end{cases}$$

Multiplicateur Produit

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\, 2Ev + c'mv \quad \epsilon'\left(-\frac{15}{4}\right)\ldots\ldots \begin{cases} {}^{\sin}_{\cos}\quad 2Ev - cv \quad e\left(-\frac{825}{64}m^3\epsilon'^2\right) \\ \quad -(2Ev - cv) \quad e\left(\frac{675}{64}m^3\epsilon'^2\right) \end{cases}$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\, 2Ev - c'mv \quad \epsilon'\left(\frac{105}{4}\right)\ldots\ldots \begin{cases} {}^{\sin}_{\cos}\quad 2Ev - cv \quad e\left(\frac{3875}{64}m^3\epsilon'^2\right) \\ \quad -(2Ev - cv) \quad e\left(\frac{18375}{64}m^3\epsilon'^2\right) \end{cases}$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\, 2Ev - 2cv \quad e^2\left(\frac{75}{4}\right)\ldots\ldots \left\{ {}^{\sin}_{\cos}\quad 2Ev - cv \quad e\left(\frac{1125}{32}m^3e^2\right).\right.$$

La réunion de ces produits partiels donne

$$(b)\ \ldots\ldots\ 15.q\,\frac{(a'u')^3}{u_1^4}\,{}^{\sin}_{\cos}(2v - 2v').\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2 =$$

$$\left\{\begin{array}{l} {}^{\sin}_{\cos}\quad 2Ev - cv \quad e\left\{\begin{array}{l} \left(\frac{450485}{1024} - 95 - 15 = \frac{337845}{1024}\right)m^5 \\ +\left(\frac{825}{16} - \frac{825}{64} + \frac{7875}{64} - \frac{1125}{32} = \frac{2025}{16}\right)m^3\epsilon'^2 \\ -\left(\frac{7155}{256} - \frac{45}{8} = \frac{5715}{256}\right)m^3\gamma^2 \\ +\left(\frac{41625}{256} - \frac{3375}{64} + \frac{225}{8} - \frac{54225}{128} - \frac{675}{64} + \frac{1125}{32} = -\frac{66825}{256}\right)m^3e^2 \end{array}\right. \\ -(2Ev - cv) \quad e\left\{\begin{array}{l} \left(\frac{408685}{1024} - \frac{95}{2} + \frac{15}{2} = \frac{452725}{1024}\right)m^5 - \left(\frac{1935}{64} - \frac{45}{16} = \frac{1755}{64}\right)m^3\gamma^2 \\ +\left(\frac{225}{8} - \frac{58725}{512} - \frac{68625}{256} - \frac{3375}{128} + \frac{2925}{64} = -\frac{171675}{512}\right)m^3e^2 \\ +\left(\frac{675}{64} - \frac{2175}{16} - \frac{1125}{32} + \frac{18375}{64} = \frac{2025}{16}\right)m^3\epsilon'^2 \end{array}\right. \end{array}\right\}$$

Produits partiels de $\delta\left[(\alpha' u')^3 \frac{\sin}{\cos}(2v - 2v')\right]$. (*)

Multiplicateur — Produit

$$-2\frac{\cos}{\sin} - 2Ev\ (m) \ldots \left\{ \begin{array}{l} \frac{\sin}{\cos}\ 2Ev - cv \quad e\left(\frac{8923}{128} m^5 - \frac{135}{128} m^3\gamma^2 + \frac{273}{32} m^3 e^2\right) \\ \quad -(2Ev - cv)\ e\left(\frac{369}{16} m^5 - \frac{225}{64} m^3 e^2 - \frac{45}{128} m^3\gamma^2\right) \\ \quad 4Ev - 2cv\ e^2\left(\frac{23}{4} m^3\right) \end{array}\right.$$

$$-2\frac{\cos}{\sin} - (2Ev - cv) \qquad e\left(-2.m^2\right)\ldots\left\{\frac{\sin}{\cos} 4Ev - 2cv\ e^2\left(-\frac{15}{2}\ m^3\epsilon'^2\right)\right.$$

$$-2\frac{\cos}{\sin} - (2Ev + c'mv) \qquad \epsilon'\left(-\frac{1}{4} m\right)\ldots\left\{\frac{\sin}{\cos} 2Ev - cv \quad e\left(-\frac{621}{128}\ m^3\epsilon'^2\right)\right.$$

$$-2\frac{\cos}{\sin} - (2Ev - c'mv) \qquad \epsilon'\left(\frac{21}{4} m\right)\ldots\left\{\frac{\sin}{\cos} 2Ev - cv \quad e\left(-\frac{27909}{128} m^3\epsilon'^2\right)\right.$$

$$-2\frac{\cos}{\sin} - (2Ev + c'mv - cv)\ e\epsilon'\left(\frac{m^2}{4}\right)\ldots\left\{\frac{\sin}{\cos} 2Ev - cv \quad e\left(\frac{3}{4}\ m^3\epsilon'^2\right)\right.$$

$$-2\frac{\cos}{\sin} - (2Ev - c'mv - cv)\ e\epsilon'\left(-\frac{63}{4} m^2\right)\ldots\left\{\frac{\sin}{\cos} 2Ev - cv \quad e\left(\frac{189}{4}\ m^3\epsilon'^2\right).\right.$$

Le carré de δnt renferme ces deux termes :

$$(\delta nt)^2 = 2 \sin 2Ev\ \left(-\frac{11}{8} m^2\right) \times \sin 2Ev - cv\ \ e\left(-\frac{15}{4}\ m\right)$$

$$= \cos cv\ \ e\left(\frac{165}{32} m^3\right) + \cos 4Ev - cv\ \ e\left(-\frac{165}{32} m^3\right).$$

Donc, on aura

Multiplicateur — Produit

$$2\frac{\sin}{\cos} 2Ev\ (-m^2) \ldots\ldots \left\{ \begin{array}{l} \frac{\sin}{\cos}\ 2Ev - cv \quad e\left(-\frac{165}{32} m^5\right) \\ \quad -(2Ev - cv)\ e\left(\frac{165}{32} m^5\right). \end{array}\right.$$

(*) Voyez les pages 331-334 du 1.er volume, et les pages 838-846 du second volume. Mais remarquez, que relativement au terme du cinquième ordre de δnt affecté de l'argument cv on doit prendre

$$\sin cv \quad e\left\{\left(\frac{8239}{128} + \frac{171}{32} = \frac{8923}{128}\right) m^5 + \left(\frac{675}{64} - \frac{129}{64} = \frac{273}{32}\right) m^3 e^2\right\}$$

au lieu du terme correspondant donné dans la page 838. Et cela, afin de tenir compte du terme $-2e\left(\frac{1+\zeta}{1+\Pi} - 1\right)\sin cv$, qui fait partie de l'expression de δnt (Voyez p. 318 du 1.er volume).

La réunion de ces produits partiels, et des autres termes qui sont nécessaires pour former le produit par $\frac{3}{2}\frac{q}{u_{,}^{4}}$ donne,

$$\delta\left[(\alpha' u')^{3} \tfrac{\sin}{\cos}(2v-2v')\right]=$$

$$\begin{array}{lll}
\tfrac{\sin}{\cos} -2Ev & & \left(\frac{283}{256}m^{3}\right) \text{ (Voyez p. 116 de ce volume)} \\
2Ev-cv & e & \left\{\begin{array}{l} \left(\frac{8923}{128}-\frac{165}{32}=\frac{8263}{128}\right)m^{5}-\frac{185}{128}m^{3}\gamma^{2}+\frac{278}{32}m^{3}e^{2} \\ +\left(-\frac{621}{128}-\frac{27909}{128}+\frac{3}{4}+\frac{189}{4}=-\frac{11193}{64}\right)m^{3}\varepsilon'^{2} \end{array}\right\} \\
-(2Ev-cv) & e & \left\{ \left(\frac{369}{16}+\frac{165}{32}=\frac{903}{32}\right)m^{5}-\frac{225}{64}m^{3}e^{2}-\frac{45}{128}m^{3}\gamma^{2} \right\} \\
2Ev-2cv & e^{2} & \left(-\frac{1}{2}m^{3}\right) \\
-(2Ev-2cv) & e^{2} & \left(\frac{675}{256}m^{3}\right) \quad \text{(Voyez p. 365 du second volume)} \\
4Ev & & \left(\frac{11}{8}m^{3}\right) \\
4Ev-cv & e & \left(\frac{15}{4}m^{3}+\frac{285}{16}m^{3}\right) \text{ (Voyez p. 365 du second vol., et p. 396 de celui-ci)} \\
4Ev-2cv & e^{2} & \left(\frac{23}{4}-\frac{15}{2}=-\frac{7}{4}m^{3}\right).
\end{array}$$

En multipliant ces termes par $\frac{3}{2}\frac{q}{u_{,}^{4}}=\frac{3}{2}+2\cos cv\; e\left(-3\right)+2\cos 2cv\; e^{2}\left(\frac{15}{4}\right)$ on aura

$$(c) \;\ldots\ldots\; \frac{3}{2}q.\frac{\delta\left[(\alpha' u')^{3} \tfrac{\sin}{\cos}(2v-2v')\right]}{u_{,}^{4}}=$$

$$\begin{array}{lll}
\tfrac{\sin}{\cos} \; 2cv & e^{2} & \left(\frac{909}{32}m^{3}\right) \\
-2cv & e^{2} & \left(-\frac{909}{64}m^{3}\right) \\
2Ev-cv & e & \left\{ \frac{24789}{256}m^{5}-\frac{405}{256}m^{3}\gamma^{2}+\left(\frac{819}{64}+\frac{3}{2}=\frac{915}{64}\right)m^{3}e^{2}-\frac{33579}{128}m^{3}\varepsilon'^{2} \right\} \\
-(2Ev-cv) & e & \left\{ \left(\frac{2709}{64}-\frac{849}{256}=\frac{9987}{256}\right)m^{5}-\frac{135}{256}m^{3}\gamma^{2}-\left(\frac{675}{128}+\frac{2025}{256}=\frac{3375}{256}\right)m^{3}e^{2} \right\} \\
4Ev-2cv & e^{2} & \left\{ -\frac{21}{8}-\frac{855}{16}+\frac{165}{32}=-\frac{1629}{32} \right\} m^{3}.
\end{array}$$

Produits partiels de $-4\frac{\delta u}{u_1}\cdot\frac{3}{2}q\,\frac{\delta\left[(a'u')^3\,{}^{\sin}_{\cos}(2v-2v')\right]}{u_1^4}$

On prendra les termes du multiplicateur dans les pages 232, 367, 368 du second volume, et dans les pages 332, 397 de celui-ci.

Multiplicateur ..... $2\,{}^{\sin}_{\cos}\,0v\;\left(\frac{33}{8}m^3+\frac{59}{4}m^4-\frac{9}{16}m^2\gamma^2-\frac{495}{16}m^2e^2\right)$

Produit $\begin{cases} {}^{\sin}_{\cos}\quad 2Ev-cv & e\left(\frac{885}{32}m^5-\frac{135}{128}m^3\gamma^2-\frac{7425}{128}m^3e^2+\frac{8481}{256}m^5\right)\\ \quad -(2Ev-cv) & e\left(\frac{885}{32}m^5-\frac{135}{128}m^3\gamma^2-\frac{7425}{128}m^3e^2+\frac{8481}{256}m^5\right)\end{cases}$

Multiplicateur ..... $2\,{}^{\sin}_{\cos}\,cv\;\;e\left(\frac{45}{4}m^2+\frac{723}{16}m^3\right)$

Produit $\begin{cases} {}^{\sin}_{\cos}-(2Ev-cv) & e\left(\frac{723}{16}m^5+\frac{285}{8}m^5-\frac{135}{64}m^3\gamma^2-\frac{675}{64}m^3e^2\right)\\ \quad 2Ev-cv & e\left(\frac{2025}{64}m^{1}e^2\right)\end{cases}$

Multiplicateur			Produit
$2\,{}^{\sin}_{\cos}-cv$	$e\left(-\frac{57}{4}m^3\right)$	.....	${}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-cv\;\;e\left(-\frac{57}{4}\,m^5\right)$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\;\;2Ev+c'mv$	$\varepsilon'\left(\;9.m^2\right)$	.....	${}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-cv\;\;e\left(-\frac{81}{8}m^3\varepsilon'^2\right)$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\;\;2Ev-c'mv$	$\varepsilon'\left(-9.m^2\right)$	.....	${}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-cv\;\;e\left(-\frac{81}{8}m^3\varepsilon'^2\right)$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\;\;4Ev$	$\left(-\frac{33}{8}m^3\right)$	.....	${}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-cv\;\;e\left(\;\frac{297}{64}\,m^5\right)$

Multiplicateur ..... $2\,{}^{\sin}_{\cos}\,4Ev-cv\;\;e\left(-\frac{45}{4}m^2-\frac{723}{16}m^3\right)$

Produit $\left\{ {}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-cv\quad e\left(-\frac{723}{16}m^5-\frac{285}{8}m^5+\frac{135}{64}m^3\gamma^2+\frac{675}{64}m^3e^2\right)\right.$

Multiplicateur			Produit
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,4Ev-2cv$	$e^2\left(\frac{225}{16}\,m^2\right)$	....	${}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-cv\quad e\left(\frac{3375}{128}\,m^3e^2\right).$

La réunion de ces produits partiels donne

$$(d) \; \ldots\ldots \; -4\frac{\delta u}{u_1}\cdot\frac{3}{2}\,q\,\frac{\partial\left[(\alpha' u')^3 \begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}(2v-2v')\right]}{u_1^{\,4}} =$$

$$\begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}\; 2Ev - cv \quad e\left\{\begin{array}{l} \left(\frac{885}{32}+\frac{8181}{256}-\frac{57}{4}+\frac{297}{64}-\frac{723}{16}-\frac{285}{8}=-\frac{7587}{256}\right)m^5 \\ +\left(\frac{135}{64}-\frac{135}{128}=\frac{135}{128}\right)m^3\gamma^2-\left(\frac{81}{8}+\frac{81}{8}=\frac{81}{4}\right)m^3\varepsilon'^2 \\ +\left(-\frac{7125}{128}+\frac{3375}{128}+\frac{2025}{64}+\frac{675}{64}=\frac{675}{64}\right)m^3e^2 \end{array}\right\}$$

$$-(2Ev-cv) \quad e\left\{\begin{array}{l} \left(\frac{885}{32}+\frac{8181}{256}+\frac{723}{16}+\frac{285}{8}=\frac{36219}{256}\right)m^5 \\ -\left(\frac{135}{128}+\frac{135}{64}=\frac{405}{128}\right)m^3\gamma^2-\left(\frac{7125}{128}+\frac{675}{64}=\frac{8775}{128}\right)m^3e^2 \end{array}\right\}.$$

106. La réunion des termes compris dans les fonctions (a), (b), (c), (d) prises avec le signe *sinus*, avec la valeur de R' posée dans la page 423 donne le résultat suivant ;

$$R_1 = R' + \partial R' =$$

$$\sin 2cv \qquad e^2\left\{ \frac{45}{16}m+\frac{2433}{64}m^2+\left(\frac{35481}{1024}+\frac{1903}{32}+\frac{909}{32}+\frac{909}{64}=\frac{140009}{1024}\right)m^3 \right\}$$

$$\sin 2Ev-cv \quad e\left\{\begin{array}{l} -3-3.m-\frac{9}{4}e^2+\frac{15}{2}\varepsilon'^2+\frac{3}{4}\gamma^2-\frac{369}{64}m^3-\frac{3}{4}me^2+\frac{3}{4}m\gamma^2 \\ -6.m\varepsilon'^2-\frac{14505}{256}m^4+\frac{6117}{256}m^2e^2-\frac{6561}{32}m^2\varepsilon'^2 \\ +\left\{\begin{array}{l} \frac{337815}{1024}-\frac{12129}{128}-\frac{75505}{4096}-\frac{452725}{1024}+\frac{24789}{256} \\ -\frac{9987}{256}-\frac{7587}{256}-\frac{36219}{256}=-\frac{1397297}{4096} \end{array}\right\}m^5 \\ +\left\{\begin{array}{l} \frac{105}{16}+\frac{201}{8}-\frac{3285}{64}-\frac{66825}{256}+\frac{171675}{512} \\ +\frac{915}{64}+\frac{3375}{256}+\frac{675}{64}+\frac{8775}{128}=\frac{82539}{512} \end{array}\right\}m^3e^2 \\ +\left(\frac{81}{16}-\frac{45}{256}-\frac{5715}{256}+\frac{1755}{64}-\frac{405}{256}+\frac{135}{256}+\frac{135}{128}+\frac{405}{128}=\frac{1683}{128}\right)m^3\gamma^2 \\ +\left(\frac{9}{4}-\frac{12843}{8}-\frac{2025}{64}+\frac{2025}{16}-\frac{2025}{16}-\frac{33579}{128}-\frac{81}{4}=-\frac{245421}{128}\right)m^3\varepsilon'^2 \end{array}\right\}$$

$$\sin 4Ev-2cv \quad e^2\left\{ \frac{45}{16}m+\frac{1881}{64}m^2+\left(\frac{104985}{1024}-\frac{1629}{32}=\frac{52857}{1024}\right)m^3 \right\};$$

Produits partiels de $-4\frac{\delta u}{u_1}\cdot\frac{3}{2}\,q\,\frac{\delta\left[(\alpha' u')^3\,{}^{\sin}_{\cos}(2v-2v')\right]}{u_1^4}$

On prendra les termes du multiplicateur dans les pages 232, 367, 368 du second volume, et dans les pages 332, 397 de celui-ci.

Multiplicateur ..... $2\,{}^{\sin}_{\cos}\,0v\left(\frac{33}{8}m^3+\frac{69}{4}m^4-\frac{9}{16}m^2\gamma^2-\frac{495}{16}m^2e^2\right)$

Produit $\begin{cases} {}^{\sin}_{\cos}\quad 2Ev-cv & e\left(\frac{885}{32}m^5-\frac{135}{128}m^3\gamma^2-\frac{7425}{128}m^3e^2+\frac{8481}{256}m^5\right) \\ \quad -(2Ev-cv) & e\left(\frac{885}{32}m^5-\frac{135}{128}m^3\gamma^2-\frac{7425}{128}m^3e^2+\frac{8481}{256}m^5\right) \end{cases}$

Multiplicateur ..... $2\,{}^{\sin}_{\cos}\,cv\ \ e\left(\frac{45}{4}m^2+\frac{723}{16}m^3\right)$

Produit $\begin{cases} {}^{\sin}_{\cos}-(2Ev-cv) & e\left(\frac{723}{16}m^5+\frac{285}{8}m^5-\frac{135}{64}m^3\gamma^2-\frac{675}{64}m^3e^2\right) \\ \quad 2Ev-cv & e\left(\frac{2025}{64}m^3e^2\right) \end{cases}$

Multiplicateur			Produit
$2\,{}^{\sin}_{\cos}-cv$	$e\left(-\frac{57}{4}m^3\right)$	${}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-cv$	$e\left(-\frac{57}{4}m^5\right)$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\quad 2Ev+c'mv$	$\varepsilon'\left(9.m^2\right)$	${}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-cv$	$e\left(-\frac{81}{8}m^3\varepsilon'^2\right)$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\quad 2Ev-c'mv$	$\varepsilon'\left(-9.m^2\right)$	${}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-cv$	$e\left(-\frac{81}{8}m^3\varepsilon'^2\right)$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\quad 4Ev$	$\left(-\frac{33}{8}m^3\right)$	${}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-cv$	$e\left(\frac{297}{64}m^5\right)$

Multiplicateur ..... $2\,{}^{\sin}_{\cos}\,4Ev-cv\ \ e\left(-\frac{45}{4}m^2-\frac{723}{16}m^3\right)$

Produit $\left\{ {}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-cv\quad e\left(-\frac{723}{16}m^5-\frac{285}{8}m^5+\frac{135}{64}m^3\gamma^2+\frac{675}{64}m^3e^2\right)\right.$

Multiplicateur			Produit
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,4Ev-2cv$	$e^2\left(\frac{225}{16}m^2\right)$	${}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-cv$	$e\left(\frac{3375}{128}m^3e^2\right)$.

La réunion de ces produits partiels donne

$$(d) \;\ldots\ldots\; -4\frac{\delta u}{u_1}\cdot\frac{3}{2}\,q\,\frac{\delta\left[(\alpha' u')^3 \begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}(2v-2v')\right]}{u_1^4} =$$

$$\begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}\; 2Ev-cv \quad e\left\{\begin{array}{l} \left(\frac{885}{32}+\frac{8481}{256}-\frac{57}{4}+\frac{297}{64}-\frac{723}{16}-\frac{285}{8}=-\frac{7587}{256}\right)m^5 \\ +\left(\frac{135}{64}-\frac{135}{128}=\frac{135}{128}\right)m^3\gamma^2-\left(\frac{81}{8}+\frac{81}{8}=\frac{81}{4}\right)m^3\varepsilon'^2 \\ +\left(-\frac{7425}{128}+\frac{3375}{128}+\frac{2025}{64}+\frac{675}{64}=\frac{675}{64}\right)m^3e^2 \end{array}\right\}$$

$$-(2Ev-cv) \quad e\left\{\begin{array}{l} \left(\frac{885}{32}+\frac{8481}{256}+\frac{723}{16}+\frac{285}{8}=\frac{36249}{256}\right)m^5 \\ -\left(\frac{135}{128}+\frac{135}{64}=\frac{405}{128}\right)m^3\gamma^2-\left(\frac{7425}{128}+\frac{675}{64}=\frac{8775}{128}\right)m^3e^2 \end{array}\right\}.$$

106. La réunion des termes compris dans les fonctions (a), (b), (c), (d) prises avec le signe *sinus*, avec la valeur de R' posée dans la page 423 donne le résultat suivant ;

$$R_1 = R' + \delta R' =$$

$$\sin 2cv \qquad e^2\left\{\frac{45}{16}m+\frac{2433}{64}m^2+\left(\frac{35481}{1024}+\frac{1903}{32}+\frac{909}{32}+\frac{909}{64}=\frac{140009}{1024}\right)m^3\right\}$$

$$\sin 2Ev-cv \quad e\left\{\begin{array}{l} -3-3.m-\frac{9}{4}e^2+\frac{15}{2}\varepsilon'^2+\frac{3}{4}\gamma^2-\frac{369}{64}m^2-\frac{3}{4}me^2+\frac{3}{4}m\gamma^2 \\ -6.m\varepsilon'^2-\frac{14505}{256}m^4+\frac{6147}{256}m^2e^2-\frac{6561}{32}m^2\varepsilon'^2 \\ +\left\{\begin{array}{l} \frac{337845}{1024}-\frac{12429}{128}-\frac{75505}{4096}-\frac{452725}{1024}+\frac{24789}{256} \\ -\frac{9987}{256}-\frac{7587}{256}-\frac{36249}{256}=-\frac{1397297}{4096} \end{array}\right\}m^3 \\ +\left\{\begin{array}{l} \frac{105}{16}+\frac{201}{8}-\frac{3285}{64}-\frac{66825}{256}+\frac{171675}{512} \\ +\frac{915}{64}+\frac{3375}{256}+\frac{675}{64}+\frac{8775}{128}=\frac{82539}{512} \end{array}\right\}m^3e^2 \\ +\left(\frac{81}{16}-\frac{45}{256}-\frac{5715}{256}+\frac{1755}{64}-\frac{405}{256}+\frac{135}{256}+\frac{135}{128}+\frac{405}{128}=\frac{1683}{128}\right)m^3\gamma^2 \\ +\left(\frac{9}{4}-\frac{12843}{8}-\frac{2025}{64}+\frac{2025}{16}-\frac{2025}{16}-\frac{33579}{128}-\frac{81}{4}=-\frac{245421}{128}\right)m^3\varepsilon'^2 \end{array}\right\}$$

$$\sin 4Ev-2cv \quad e^2\left\{\frac{45}{16}m+\frac{1881}{64}m^2+\left(\frac{104985}{1024}-\frac{1629}{32}=\frac{52857}{1024}\right)m^3\right\};$$

où les termes de l'ordre inférieur sont ceux déjà rapportés dans les pages 121 et 332.

En multipliant chacun de ces termes par le facteur correspondant que voici :

Argument	Facteur pour l'intégration
$2cv$	$\frac{1}{2}+\frac{3}{8}m^2$
$2Ev-cv$ . .	$\left\{\begin{array}{l} 1+2.m+\frac{13}{4}m^2-\frac{65}{32}m^3-\frac{6703}{128}m^4-\frac{653941}{2048}m^5 \\ +e^2\left(\frac{3}{8}m^2+\frac{771}{64}m^3\right)+\gamma^2\left(\frac{3}{2}m^2+\frac{381}{32}m^3\right)-e'^2\left(\frac{9}{8}m^2+\frac{969}{32}m^3\right) \end{array}\right\}$
$4Ev-2cv$ . .	$\frac{1}{2}\left(1+2.m+\frac{13}{4}m^2\right)$

on aura ;

$$(4) \ldots\ldots -\int R_1 dv =$$

$$\cos 2cv \qquad e^2\left\{\frac{140009}{2048}+\frac{135}{128}=\frac{142169}{2048}\right\}m^3$$

$$\cos 2Ev-cv \qquad e\left\{\begin{array}{l} \left(-\frac{1397297}{4096}-\frac{14505}{128}-\frac{4797}{256}+\frac{20109}{128}+\frac{1961823}{2048}=\frac{2628925}{4096}\right)m^5 \\ +\left(\frac{82539}{512}-\frac{9}{8}+\frac{6447}{128}-\frac{39}{16}+\frac{585}{128}-\frac{2313}{64}=\frac{90339}{512}\right)m^3e^2 \\ +\left(\frac{1683}{128}-\frac{195}{128}-\frac{1143}{32}-\frac{9}{2}+\frac{39}{16}=-\frac{837}{32}\right)m^3\gamma^2 \\ -\left(\frac{245421}{128}+\frac{6561}{16}+\frac{39}{2}+\frac{975}{64}-\frac{2907}{32}-\frac{27}{8}=\frac{290295}{128}\right)m^3e'^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 4Ev-2cv \quad e^2\left\{\frac{52857}{2048}+\frac{1881}{64}+\frac{585}{128}=\frac{122409}{2048}\right\}m^3.$$

En multipliant par $2e^2+\frac{1}{2}\gamma^2$ les termes de l'ordre inférieur posés dans la page 124, il viendra

$$(5)\ldots\ldots -\left(2.e^2+\tfrac{1}{2}\gamma^2\right)\int R_1 dv = \cos 2Ev - cv \quad e\left(-\tfrac{603}{32}m^3e^2-\tfrac{603}{128}m^3\gamma^2\right).$$

Si l'on observe maintenant qu'on a (Voyez p. 126, 290, 123 de ce volume; et 61, 62 du second volume)

$$\frac{Q'q}{1+\gamma^2}=Q'(1+e_1^2)= \tfrac{3}{2}m^2+\tfrac{225}{16}m^3+\tfrac{4035}{64}m^4+\tfrac{3}{4}m^2e^2+\tfrac{9}{4}m^2\varepsilon'^2$$
$$-3.m^2\gamma^2+\tfrac{254693}{1024}m^5-\tfrac{225}{32}m^3e^2-\tfrac{189}{16}m^3\gamma^2+\tfrac{825}{16}m^3\varepsilon'^2;$$

$$-\int R_1 dv = \cos cv \quad e\left(-\tfrac{45}{8}m\right)+\cos 4Ev-cv \quad e\left(-\tfrac{15}{8}m\right)$$
$$+\cos 2Ev \quad \left(\tfrac{3}{4}+\tfrac{3}{4}m+\tfrac{3}{4}m^2+\tfrac{3}{2}e^2-\tfrac{15}{8}\varepsilon'^2+\tfrac{3}{4}m^3+\tfrac{3}{2}me^2-\tfrac{15}{8}m\varepsilon'^2\right)$$
$$+\cos 2Ev-2cv \quad e^2\left(-\tfrac{15}{8}.m^{-1}-\tfrac{159}{32}.m^0-\tfrac{5667}{512}m\right)$$

on en conclura, que

$$(6)\ldots\ldots\ \frac{2Q'q}{1+\gamma^2}.e\cos cv.\int R_1 dv=$$

$$\cos 2cv \qquad e^2\left(-\tfrac{135}{16}m^3\right)$$

$$\cos 2Ev-cv \quad e\left\{\begin{array}{l}\left(\tfrac{764079}{4096}+\tfrac{12105}{256}+\tfrac{675}{64}+\tfrac{9}{8}=\tfrac{1005567}{4096}\right)m^5\\ +\left(\tfrac{9}{16}-\tfrac{675}{128}+\tfrac{675}{32}+\tfrac{9}{4}=\tfrac{2385}{128}\right)m^3e^2-\left(\tfrac{567}{64}+\tfrac{9}{4}=\tfrac{711}{64}\right)m^3\gamma^2\\ +\left(\tfrac{2475}{64}+\tfrac{27}{16}-\tfrac{3375}{128}-\tfrac{45}{16}=\tfrac{1431}{128}\right)m^3\varepsilon'^2\end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev-cv \quad e\left\{-\tfrac{60525}{512}-\tfrac{35775}{512}-\tfrac{17001}{1024}=-\tfrac{209601}{1024}\right\}m^3e^2$$

$$\cos 4Ev-2cv \quad e^2\left(-\tfrac{45}{16}m^3\right).$$

107. Les mêmes équations (a), (b), (c), (d); trouvées précédemment, étant prises avec le signe *cosinus*, donnent;

$$\frac{\delta R^v}{u_1} = \frac{3}{4}\cdot(a) + \frac{3}{5}\cdot(b) + (c) + \frac{3}{4}\cdot(d) =$$

$$\cos 2cv \quad e^2 \left\{ \frac{106443}{4096} - \frac{5709}{128} + \frac{909}{32} - \frac{909}{64} = -\frac{18069}{4096} \right\} m^3$$

$$\cos 2Ev - cv \quad e \left\{ \begin{aligned} & \left\{ \begin{aligned} & \frac{226515}{16384} + \frac{202707}{1024} + \frac{24789}{256} + \frac{9987}{256} \\ & -\frac{22761}{1024} + \frac{108747}{1024} + \frac{271635}{1024} = \frac{11417427}{16384} \end{aligned} \right\} m^5 \\ & + \left\{ \begin{aligned} & \frac{603}{32} + \frac{9855}{256} - \frac{40095}{256} + \frac{915}{64} - \frac{3375}{256} \\ & + \frac{2025}{256} - \frac{26325}{512} - \frac{103005}{512} = -\frac{87771}{256} \end{aligned} \right\} m^3 e^2 \\ & + \left(\frac{6075}{256} - \frac{38529}{32} + \frac{1215}{16} - \frac{83579}{128} - \frac{243}{16} + \frac{1215}{16} = -\frac{834323}{256} \right) m^3 e'^2 \\ & + \left(\frac{135}{1024} - \frac{3429}{256} - \frac{405}{256} - \frac{135}{256} + \frac{405}{512} - \frac{1215}{512} - \frac{1053}{64} = -\frac{34209}{1024} \right) m^3 \gamma^2 \end{aligned} \right\}$$

$$\cos 4Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ \frac{314955}{4096} - \frac{1629}{32} = \frac{106443}{4096} \right\} m^3.$$

En ayant sous les yeux les termes de cette même fonction posés dans les pages 128, 366, 402 de ce volume; et 233, 383 du second volume, on aura les

Produits partiels de $\frac{\delta R^v}{u_1}(u_1 - 1)$.

Multiplicateur		Produit	
$\cos 0v$	$\left(e^2 + \frac{1}{4}\gamma^2\right)\ldots$	$\cos 2Ev - cv$	$e\left(\frac{4995}{256} m^3 e^2 + \frac{4995}{1024} m^3 \gamma^2\right)$
$2\cos cv$	$e\left(\frac{1}{2}\right)\ldots\ldots$	$\cos 2cv$	$e^2\left(-\frac{81387}{4096} m^3\right)$
		$\cos 2Ev - cv$	$e\left(\frac{134241}{5120} m^5 + \frac{27135}{1024} m^3 e^2 - \frac{351}{256} m^3 \gamma^2\right)$
		$\cos 2Ev - cv$	$e\left(\frac{23241}{1024} m^3 e^2\right)$
		$\cos 4Ev - 2cv$	$e^2\left(-\frac{32907}{4096} m^3\right)$;

de sorte que on a,

$$(7) \; \ldots\ldots \; \partial R^{V} =$$

$$\cos 2cv \qquad e^2 \left\{ -\frac{18069}{4096} - \frac{81387}{4096} = -\frac{777}{32} \right\} m^3$$

$$\cos 2Ev - cv \qquad e \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{11417427}{16384} + \frac{134241}{5120} = \frac{59234991}{81920}\right) m^5 \\ + \left(-\frac{87771}{256} + \frac{4995}{256} + \frac{27135}{1024} + \frac{28241}{1024} = -\frac{35091}{128}\right) m^3 e^2 \\ + \left(-\frac{34209}{1024} + \frac{4995}{1024} - \frac{351}{256} = -\frac{15309}{512}\right) m^3 \gamma^2 - \frac{334323}{256} m^3 e'^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 4Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ \frac{106443}{4096} - \frac{32907}{4096} = \frac{1149}{64} \right\} m^3.$$

108. En prenant (Voyez pag. 307 du premier volume, et pag. 245 du second volume)

$$-\frac{du_1}{dv} = 2 \sin cv \quad e \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} + \frac{1}{2} e^2 - \frac{3}{8} m^2 - \frac{225}{64} m^3 - \frac{4071}{256} m^4 - \frac{3}{16} m^2 e^2 + \frac{3}{4} m^2 \gamma^2 \\ - \frac{9}{16} m^2 e'^2 - \frac{265493}{4096} m^5 + \frac{225}{128} m^3 e^2 + \frac{189}{64} m^3 \gamma^2 - \frac{825}{64} m^3 e'^2 \end{array} \right\},$$

et multipliant ce terme par ceux affectés des argumens cv, $2Ev$, $2Ev - 2cv$, $4Ev - cv$, qui entrent dans la valeur de R_1 (Voyez pag. 121, 255, 400 de ce volume, et pag. 369 du second volume) on aura;

$$(8) \; \ldots\ldots \; -R_1 \frac{du_1}{dv} =$$

$$\cos 2cv \qquad e^2 \left\{ \frac{63721}{1024} - \frac{135}{64} = \frac{61561}{1024} \right\} m^3$$

$$\cos 2Ev - cv \qquad e \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{29147}{5120} - \frac{796479}{8192} = -\frac{3749219}{40960}\right) m^5 \\ + \left(\frac{56205}{512} - \frac{675}{64} + \frac{675}{256} + \frac{35949}{512} + \frac{171}{64} + \frac{3375}{256} = \frac{48111}{256}\right) m^3 e^2 \\ + \left(\frac{567}{128} - \frac{9}{16} = \frac{495}{128}\right) m^3 \gamma^2 + \left(\frac{3375}{256} - \frac{2475}{128} = -\frac{1575}{256}\right) m^3 e'^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 4Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ -\frac{14825}{1024} + \frac{135}{64} = -\frac{12665}{1024} \right\} m^3.$$

109. Produits partiels de $-R_{\prime}\frac{d.\delta u}{dv}$.

On trouvera dans les pages 134, 135, 263, 264, 265, 368 les termes de $-\frac{d.\delta u}{dv}$ nécessaires pour la formation de ces produits, après avoir ajouté dans la page 135 le terme

$$-\frac{d.\delta u}{dv}=\sin 4Ev-cv \quad e\left\{\begin{array}{l}-\left(\frac{130609}{4096}-\frac{1215}{64}+\frac{225}{256}=\frac{56449}{4096}\right)m^5\\ -\frac{45}{128}m^3\gamma^2+\frac{2175}{64}m^3\varepsilon'^2-\frac{45}{128}m^3e^2\end{array}\right\},$$

déduit du terme de δu posé dans la page 410.

Multiplicateur... $2\sin cv \; e\left(-\frac{45}{16}m-\frac{1059}{64}m^2-\frac{63721}{1024}m^3+\frac{675}{64}me^2+\frac{153}{64}m\gamma^2-\frac{165}{16}m\varepsilon'^2\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{l}\cos 2Ev-cv \;\; e\left\{\begin{array}{l}-\frac{63721}{512}m^5+\frac{675}{32}m^3e^2+\frac{153}{32}m^3\gamma^2-\frac{165}{8}m^3\varepsilon'^2-\frac{4589}{64}m^5\\ +\frac{3177}{512}m^3\gamma^2-\frac{855}{16}m^5-\frac{45}{4}m^3e^2+\frac{225}{16}m^3\varepsilon'^2+\frac{315}{512}m^3\gamma^2\end{array}\right\}\\ \cos 2Ev-cv \;\; e\left(-\frac{675}{32}m^3e^2\right)\end{array}\right.$$

Multiplicateur ... Produit

$2\sin 2cv \quad e^2\left(\frac{45}{32}m\right)$ ..... $\left\{\cos 2Ev-cv \;\; e\left(-\frac{675}{256}m^3e^2\right)\right.$

$2\sin cv+c'mv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{165}{32}m\right)$ ..... $\left\{\cos 2Ev-cv \;\; e\left(\frac{165}{32}m^3\varepsilon'^2\right)\right.$

$2\sin cv-c'mv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{225}{32}m\right)$ ..... $\left\{\cos 2Ev-cv \;\; e\left(-\frac{1575}{32}m^3\varepsilon'^2\right)\right.$

Multiplicateur .... $2\sin 2Ev \left(\frac{3}{4}+\frac{3}{2}e^2-\frac{15}{8}\varepsilon'^2\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{ll}\cos 2cv & e^2\left(-\frac{153}{16}m^3\right)\\ \cos 2cv & e^2\left(-\frac{21}{16}m^3\right)\\ \cos 2Ev-cv & e\left\{\begin{array}{l}-\frac{169347}{16384}m^5-\frac{135}{512}m^3\gamma^2+\frac{6525}{256}m^3\varepsilon'^2\\ -\frac{135}{512}m^3e^2-\frac{675}{128}m^3e^2+\frac{3375}{512}m^3\varepsilon'^2\end{array}\right\}\\ \cos 4Ev-2cv & e^2\left(\frac{153}{16}m^3\right)\end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . . $2 \sin 2Ev - cv \quad e\left(-\frac{3}{2} - \frac{3}{2} m\right)$

Produit
$$\begin{cases} \cos 2cv & e^2\left(\frac{9}{32} m^2 + \frac{45}{16} m^3\right) \\ \cos 2Ev - cv & e\left(-\frac{45}{4} m^3 e^2\right) \\ \cos 4Ev - 2cv & e^2\left(\frac{17577}{1024} m^3 + \frac{459}{64} m^3\right) \end{cases}$$

Multiplicateur . . . . $2 \sin 2Ev + cv \quad e\left(-\frac{3}{2} + \frac{3}{2} m\right)$

Produit
$$\begin{cases} \cos 2cv & e^2\left(-\frac{17577}{1024} m^3 + \frac{459}{64} m^3\right) \\ \cos 2Ev - cv & e\left(-\frac{45}{4} m^3 e^2 + \frac{3}{2} m^3 e^2\right) \\ \cos 2Ev - cv & e\left(\frac{813}{80} m^5 - \frac{135}{16} m^3 e^2 - \frac{9}{16} m^3 \gamma^2 - 8 . m^4\right) \end{cases}$$

Multiplicateur	Produit
$2 \sin 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{21}{8} + \frac{9}{2} m^2\right)$ ...	$\cos 2Ev - cv \quad e\left(\frac{648585}{2048} m^3 \varepsilon'^2 + \frac{81}{16} m^3 \varepsilon'^2\right)$
	$\cos 2Ev - cv \quad e\left(-\frac{55125}{1024} m^3 \varepsilon'^2\right)$
$2 \sin 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{3}{8}\right)$	$\cos 2Ev - cv \quad e\left(\frac{61695}{2048} m^3 \varepsilon'^2\right)$
	$\cos 2Ev - cv \quad e\left(-\frac{2025}{1024} m^3 \varepsilon'^2\right)$
$2 \sin 2Ev - 2cv \quad e^2\left(\frac{15}{8} + \frac{57}{16} m\right)$ ...	$\cos 2cv \quad e^2\left(\frac{65}{8} m^3 + \frac{57}{8} m^3\right)$
	$\cos 4Ev - 2cv \quad e^2\left(-\frac{65}{8} m^3 - \frac{57}{8} m^3\right)$
$2 \sin 2Ev + 2cv \quad e^2\left(\frac{15}{8} - \frac{57}{16} m\right)$ ...	$\cos 2cv \quad e^2\left(\frac{65}{8} m^3 - \frac{57}{8} m^3\right)$
$2 \sin 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{3}{4}\right)$	$\cos 2Ev - cv \quad e\left(-\frac{9}{8} m^3 \varepsilon'^2\right)$
$2 \sin 2Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{21}{4}\right)$	$\cos 2Ev - cv \quad e\left(-\frac{63}{8} m^3 \varepsilon'^2\right)$

Multiplicateur ..... $2 \sin 4Ev \quad \left(-\frac{3}{2} m^2 - \frac{119}{32} m^3 + \frac{225}{32} m e^2 + \frac{9}{32} m \gamma^2\right)$

Produit $\left\{ \cos 2Ev - cv \quad e\left(\frac{1785}{256} m^5 - \frac{8375}{256} m^3 e^2 - \frac{135}{256} m^3 \gamma^2 + \frac{9}{32} m^5\right)\right.$

Multiplicateur... $2\sin 4Ev - cv \quad e\left(-\frac{45}{16}m - \frac{399}{64}m^2 - \frac{14825}{1024}m^3 + \frac{27}{16}m\gamma^2 + \frac{435}{16}m\varepsilon'^2\right)$

Produit $\left\{\cos 2Ev - cv \quad e \left\{ \begin{array}{l} -\frac{14825}{512}m^5 + \frac{27}{8}m^3\gamma^2 + \frac{435}{8}m^3\varepsilon'^2 - \frac{1729}{64}m^5 + \frac{1197}{512}m^3\gamma^2 \\ -\frac{355}{16}m^5 - \frac{45}{4}m^3e^2 + \frac{225}{16}m^3\varepsilon'^2 + \frac{315}{512}m^3\gamma^2 \end{array} \right\}\right.$

Multiplicateur | Produit

$2\sin 4Ev - 2cv \quad e^2\left(\frac{45}{32}m + \frac{1881}{128}m^2\right) .. \left\{\cos 2Ev - cv \quad e\left(\frac{28215}{1024}m^3e^2 + \frac{6885}{1024}m^3e^2\right)\right.$

$2\sin 4Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{135}{32}m\right) \ldots \left\{\cos 2Ev - cv \quad e\left(-\frac{135}{32}m^3\varepsilon'^2\right)\right.$

$2\sin 4Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{525}{32}m\right) \ldots \left\{\cos 2Ev - cv \quad e\left(-\frac{3675}{32}m^3\varepsilon'^2\right)\right.$.

En réunissant ces produits partiels, on aura

$$(9) \ldots\ldots -R_1 \frac{d.\delta u}{dv} =$$

$$\cos 2cv \quad e^2\left\{-\frac{153}{16} - \frac{21}{16} + \frac{9}{32} + \frac{45}{16} - \frac{17577}{1024} + \frac{459}{64} + \frac{65}{8} + \frac{57}{8} + \frac{65}{8} - \frac{57}{8} = -\frac{1561}{1024}\right\}m^3$$

$$\cos 2Ev - cv \quad e\left\{\begin{array}{l} \left\{\begin{array}{l} -\frac{63721}{512} - \frac{4589}{64} - \frac{355}{16} - \frac{169347}{16384} + \frac{813}{80} - 8 + \frac{1785}{256} \\ +\frac{9}{32} - \frac{14825}{512} - \frac{1729}{64} - \frac{355}{16} = -\frac{23955343}{81920} \end{array}\right\} m^5 \\ + \left\{\begin{array}{l} \frac{675}{32} - \frac{45}{4} - \frac{675}{32} - \frac{675}{256} - \frac{45}{4} - \frac{135}{512} - \frac{675}{128} - \frac{45}{4} \\ +\frac{3}{2} - \frac{135}{16} - \frac{3375}{256} - \frac{45}{4} + \frac{28215}{1024} + \frac{6885}{1024} = -\frac{19977}{512} \end{array}\right\} m^3e^2 \\ + \left\{\begin{array}{l} \frac{153}{32} + \frac{3177}{512} + \frac{315}{512} - \frac{135}{512} - \frac{9}{16} \\ -\frac{135}{256} + \frac{27}{8} + \frac{1197}{512} + \frac{315}{512} = \frac{8487}{512} \end{array}\right\} m^3\gamma^2 \\ + \left\{\begin{array}{l} \frac{225}{16} - \frac{165}{8} + \frac{165}{32} - \frac{1575}{32} + \frac{6525}{256} + \frac{3375}{512} \\ +\frac{648585}{2048} + \frac{81}{16} - \frac{55125}{1024} + \frac{61695}{2048} - \frac{2025}{1024} - \frac{9}{8} \\ -\frac{63}{8} + \frac{435}{8} + \frac{225}{16} - \frac{135}{32} - \frac{3675}{32} = \frac{27891}{128} \end{array}\right\} m^3\varepsilon'^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 4Ev - 2cv \quad e^2\left\{\frac{153}{16} + \frac{17577}{1024} + \frac{459}{64} - \frac{65}{8} - \frac{57}{8} = \frac{19097}{1024}\right\}m^3.$$

110. Produits partiels de $-2\left(\frac{d^2.\delta u}{dv^2}+\delta u\right)\int R_1\,dv$.

On trouvera dans les pages 143, 144, 272, 273, 274, 373, 374 les termes de $-\left(\frac{d^2.\delta u}{dv^2}+\delta u\right)$ nécessaires pour la formation de ces produits, après avoir ajouté dans la page 144 le terme

$$-\left(\frac{d^2.\delta u}{dv^2}+\delta u\right)=$$

$$\cos 4Ev-cv \quad e\left\{\left(\frac{1751}{1536}+\frac{225}{128}=\frac{7451}{1536}\right)m^5-\frac{15}{16}m^3\gamma^2+\frac{725}{8}m^3\varepsilon'^2-\frac{15}{16}m^3e^2\right\}$$

déduit de l'équation differentielle en δu posée dans la page 408.

Multiplicateur... $2\cos cv \quad e\left(\frac{45}{8}m+\frac{1059}{32}m^2+\frac{65881}{512}m^3-\frac{675}{32}me^2-\frac{153}{32}m\gamma^2+\frac{165}{8}m\varepsilon'^2\right)$

Produit

$$\cos 2Ev-cv \quad e\left\{\begin{array}{l}\frac{197643}{512}m^5-\frac{2025}{32}m^3e^2-\frac{459}{32}m^3\gamma^2+\frac{495}{8}m^3\varepsilon'^2+\frac{3177}{64}m^5\\ -\frac{9531}{512}m^3\gamma^2+\frac{135}{4}m^3e^2-\frac{675}{16}m^3\varepsilon'^2+\frac{1755}{512}m^3\gamma^2\end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev-cv \quad e\left(-\frac{15885}{128}m^3e^2-\frac{6615}{128}m^3e^2\right)$$

Multiplicateur		Produit
$2\cos 2cv$	$e^2\left(-\frac{45}{32}m\right)$	$\cos 2Ev-cv \quad e\left(\frac{225}{32}m^3e^2\right)$
$2\cos cv+c'mv$	$e\varepsilon'\left(\frac{165}{16}m\right)$	$\cos 2Ev-cv \quad e\left(-\frac{495}{32}m^3\varepsilon'^2\right)$
$2\cos cv-c'mv$	$e\varepsilon'\left(\frac{225}{16}m\right)$	$\cos 2Ev-cv \quad e\left(\frac{4725}{32}m^3\varepsilon'^2\right)$

Multiplicateur .... $2\cos 2Ev \left(-\frac{3}{4}-\frac{3}{4}m-\frac{3}{4}m^2-\frac{3}{2}e^2+\frac{15}{8}\varepsilon'^2\right)$

Produit

$$\cos 2cv \quad e^2\left(\frac{13833}{1024}m^3+\frac{441}{64}m^3+\frac{45}{16}m^3\right)$$

$$\cos 2cv \quad e^2\left(\frac{117}{16}m^3-\frac{135}{32}m^3\right)$$

$$\cos 2Ev-cv \quad e\left\{\begin{array}{l}-\frac{7451}{2048}m^5+\frac{45}{64}m^3\gamma^2-\frac{2175}{32}m^3\varepsilon'^2+\frac{45}{64}m^3e^2\\ +\frac{915}{128}m^5+\frac{225}{32}m^5+\frac{225}{16}m^3e^2-\frac{1125}{64}m^3\varepsilon'^2\end{array}\right\}$$

$$\cos 4Ev-2cv \quad e^2\left(\frac{13833}{1024}m^3+\frac{441}{64}m^3+\frac{45}{16}m^3\right)$$

Multiplicateur — Produit

$$2\cos 2Ev - cv \quad e\left(3 + 9.m\right) \ldots \begin{cases} \cos 2cv & e^2\left(\quad 11.m^3 - 45.m^3\right) \\ \cos 2Ev - cv & e\left(\quad \frac{135}{4} m^3 e^2\right) \\ \cos 4Ev - 2cv & e^2\left(-\frac{1148}{16} m^3 - \frac{135}{2} m^3\right) \end{cases}$$

Multiplicateur . . . $2\cos 2Ev + cv \quad e\left(1 - \frac{1}{8} m\right)$

$$\text{Produit} \begin{cases} \cos 2cv & e^2\left(-\frac{381}{16} m^3 + \frac{5}{2} m^3\right) \\ \cos 2Ev - cv & e\left(-\frac{541}{32} m^5 + \frac{675}{32} m^3 e^2 + \frac{45}{32} m^3 \gamma^2 + \frac{5}{2} m^5\right) \\ \cos .2Ev - cv & e\left(\quad \frac{45}{4} m^3 e^2 - \frac{1}{2} m^3 e^2\right) \end{cases}$$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{21}{8} - \frac{63}{16} m\right)$

$$\text{Produit} \begin{cases} \cos 2Ev - cv & e\left(\frac{567}{64} m^3 \varepsilon'^2 + \frac{23751}{256} m^3 \varepsilon'^2\right) \\ \cos 2Ev - cv & e\left(\frac{18375}{128} m^3 \varepsilon'^2\right) \end{cases}$$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{3}{8} + \frac{3}{16} m\right)$

$$\text{Produit} \begin{cases} \cos 2Ev - cv & e\left(-\frac{2457}{256} m^3 \varepsilon'^2 - \frac{27}{64} m^3 \varepsilon'^2\right) \\ \cos 2Ev - cv & e\left(\quad \frac{675}{128} m^3 \varepsilon'^2\right) \end{cases}$$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left(\frac{15}{8}.m^{-1} + \frac{159}{32} m^0 + \frac{5667}{512} m\right)$

$$\text{Produit} \begin{cases} \cos 2cv & e^2\left(\quad \frac{477}{64} m^3 + \frac{17001}{512} m^3\right) \\ \cos 4Ev - 2cv & e^2\left(\quad \frac{477}{64} m^3 + \frac{17001}{512} m^3\right) \end{cases}$$

Multiplicateur			Produit
$2\cos 2Ev + 2cv$	$e^2\left(-\frac{15}{16}+\frac{21}{16}m\right)\ldots$	$\cos 2cv$	$e\left(-\frac{45}{32}m^2+\frac{63}{16}m^3\right)$
$2\cos 2Ev + c'mv - cv$	$e\epsilon'\left(-\frac{3}{2}+\frac{9}{8}m\right)\ldots$	$\cos 2Ev - cv$	$e\left(\frac{27}{16}m^3\epsilon'^2\right)$
$2\cos 2Ev - c'mv - cv$	$e\epsilon'\left(\frac{21}{2}+\frac{351}{8}m\right)\ldots$	$\cos 2Ev - cv$	$e\left(\frac{1053}{16}m^3\epsilon'^2\right)$

Multiplicateur . . . . $2\cos 4Ev\ \left(\frac{3}{4}m^2+\frac{167}{64}m^3-\frac{225}{64}me^2-\frac{9}{64}m\gamma^2\right)$

Produit $\left\{\cos 2Ev - cv \quad e\left(-\frac{835}{64}m^5+\frac{1125}{64}m^3e^2+\frac{45}{64}m^3\gamma^2+\frac{11}{4}m^5\right)\right.$

Multiplicateur.... $2\cos 4Ev - cv\ \ e\left(\frac{15}{8}m+\frac{213}{32}m^2+\frac{27737}{1536}m^3-\frac{9}{8}m\gamma^2-\frac{145}{8}m\epsilon'^2\right)$

$$\text{Produit}\left\{\cos 2Ev - cv \quad e\left\{\begin{array}{l}\frac{27737}{512}m^5-\frac{27}{8}m^3\gamma^2-\frac{435}{8}m^3\epsilon'^2+\frac{639}{64}m^5\\ -\frac{1917}{512}m^3\gamma^2+\frac{45}{4}m^3e^2-\frac{225}{16}m^3\epsilon'^2+\frac{585}{512}m^3\gamma^2\end{array}\right\}\right.$$

Multiplicateur			Produit
$2\cos 4Ev - 2cv$	$e^2\left(-\frac{45}{32}m\right)\ldots$	$\cos 2Ev - cv$	$e\left(\frac{675}{64}m^3e^2\right)$
$2\cos 4Ev + c'mv - cv$	$e\epsilon'\left(-\frac{45}{16}m\right)\ldots$	$\cos 2Ev - cv$	$e\left(\frac{135}{32}m^3\epsilon'^2\right)$
$2\cos 4Ev - c'mv - cv$	$e\epsilon'\left(\frac{175}{16}m\right)\ldots$	$\cos 2Ev - cv$	$e\left(\frac{3675}{32}m^3\epsilon'^2\right)$.

En réunissant ces produits partiels on aura ;

$$(10)\ \ldots\ldots\ -2\left(\frac{d^2.\delta u}{dv^2}+\delta u\right)\int R_1\,dv=$$

$$\cos 2cv \qquad e^2\left\{\begin{array}{l}\frac{13833}{1024}+\frac{441}{64}+\frac{45}{16}+\frac{117}{16}-\frac{135}{32}+11-45\\ +\frac{5}{2}-\frac{381}{16}+\frac{477}{64}+\frac{17001}{512}-\frac{45}{32}+\frac{63}{16}=\frac{14523}{1024}\end{array}\right\}m^3$$

$$\cos 2Ev-cv \quad e\left\{\begin{array}{l}\left\{\begin{array}{l}\frac{197643}{512}+\frac{3177}{64}-\frac{7451}{2048}+\frac{945}{128}+\frac{225}{32}-\frac{541}{32}\\ +\frac{5}{2}-\frac{835}{64}+\frac{11}{4}+\frac{27787}{512}+\frac{639}{64}=\frac{995109}{2048}\end{array}\right\}m^2\\ +\left\{\begin{array}{l}\frac{135}{4}-\frac{2025}{32}-\frac{15885}{128}-\frac{6615}{128}+\frac{225}{32}+\frac{45}{64}+\frac{225}{16}\\ -\frac{1}{2}+\frac{135}{4}+\frac{675}{32}+\frac{45}{4}+\frac{1125}{64}+\frac{45}{4}+\frac{675}{64}=-\frac{5027}{64}\end{array}\right\}m^3e^2\\ +\left(\frac{1755}{512}-\frac{459}{32}-\frac{9531}{512}+\frac{45}{64}+\frac{45}{32}+\frac{45}{64}-\frac{27}{8}-\frac{1917}{512}+\frac{585}{512}=-\frac{4185}{128}\right)m^3\gamma^2\\ +\left\{\begin{array}{l}\frac{495}{8}-\frac{675}{16}-\frac{495}{32}+\frac{4725}{32}-\frac{2175}{32}-\frac{1125}{64}\\ +\frac{567}{64}+\frac{23751}{256}+\frac{18375}{128}-\frac{2457}{256}-\frac{27}{64}+\frac{675}{128}\\ +\frac{27}{16}+\frac{1053}{16}-\frac{435}{8}-\frac{225}{16}+\frac{135}{32}+\frac{3675}{32}=\frac{54387}{128}\end{array}\right\}m^3e'^2\end{array}\right\}$$

$$\cos 4Ev-2cv \quad e^2\left\{\frac{13833}{1024}+\frac{441}{64}+\frac{45}{16}-\frac{1143}{16}-\frac{135}{2}+\frac{477}{64}+\frac{17001}{512}=-\frac{76869}{1024}\right\}m^3.$$

111. Maintenant, si l'on fait la somme des termes compris dans la fonction

$$(1)+\mu^2\{(2)+(3)+2.(4)+(5)\ \ldots\ldots\ +(10)\},$$

et si l'on a soin de prendre dans les pages 154, 155, 336 les termes de l'ordre inférieur, on obtiendra cette équation différentielle en δu.

$$-\frac{d^2.\delta u}{dv^2}-\left(1-\frac{3}{2}\mu^2\right)\delta u=$$

$$\cos 2cv \quad e^2\left\{\begin{array}{l}\frac{3}{2}m^2+\frac{45}{4}m^3+\frac{105}{2}m^4\\ +\left(\frac{142169}{1024}-\frac{777}{32}-\frac{405}{64}-\frac{135}{16}+\frac{61561}{1024}-\frac{1561}{1024}+\frac{14523}{1024}=\frac{44177}{256}\right)m^5\end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev-cv \quad e\left\{\begin{array}{l}-\frac{15}{2}m^2-21.m^3-\frac{447}{16}m^4-\frac{45}{4}m^2e^2+\frac{75}{4}m^2\varepsilon'^2+\frac{9}{2}m^2\gamma^2\\ +\frac{99}{16}m^3\gamma^2+\frac{3835}{128}m^5-\frac{471}{16}m^3e^2+\frac{285}{32}m^3\varepsilon'^2+\frac{743579}{1536}m^6\\ +\frac{1233}{32}m^4e^2-\frac{70263}{128}m^4\varepsilon'^2+\frac{21}{8}m^4\gamma^2-\frac{45}{2}m^4(\varepsilon'^2-E'^2)\\ +\left\{\begin{array}{l}\quad\frac{13475}{576}+\frac{2628925}{2048}+\frac{1005567}{4096}+\frac{59234991}{81920}\\ -\frac{12429}{128}-\frac{3749219}{40960}-\frac{23955343}{81920}+\frac{995109}{2048}\\ +\frac{\overset{(*)}{6165}}{32}+\frac{\overset{(*)}{3591}}{32}=\frac{191303239}{73728}\end{array}\right\}m^7\\ +\left\{\begin{array}{l}\quad\frac{63619}{2048}+\frac{90339}{256}-\frac{603}{32}+\frac{2385}{128}-\frac{209601}{1024}\\ -\frac{35091}{128}+\frac{48111}{256}-\frac{19977}{512}-\frac{5027}{64}+\frac{447}{64}\\ +\frac{\overset{(*)}{89775}}{256}+\frac{\overset{(*)}{14175}}{64}=\frac{1135461}{2048}\end{array}\right\}m^5e^2\\ +\left\{\begin{array}{l}\quad\frac{17145}{512}-\frac{2893}{1024}-\frac{837}{16}-\frac{603}{128}-\frac{711}{64}-\frac{15309}{512}\\ +\frac{9}{2}+\frac{495}{128}+\frac{8487}{512}-\frac{4185}{128}-\frac{\overset{(*)}{675}}{64}=-\frac{87727}{1024}\end{array}\right\}m^5\gamma^2\\ -\left\{\begin{array}{l}\frac{819475}{2048}+\frac{290295}{64}-\frac{1431}{128}+\frac{331323}{256}-\frac{9}{4}\\ +\frac{1575}{256}-\frac{27891}{128}-\frac{54387}{128}=\frac{11482147}{2048}\end{array}\right\}m^5\varepsilon'^2-\overset{(*)}{63}.m^5(\varepsilon'^2-E'^2)\end{array}\right\}$$

$$\cos 4Ev-2cv \quad e^2\left\{\frac{45}{4}m^3+\frac{8595}{128}m^4+\left\{\begin{array}{l}\quad\frac{10665}{256}+\frac{122409}{1024}+\frac{1149}{64}-\frac{45}{16}\\ -\frac{12665}{1024}+\frac{19097}{1024}-\frac{76869}{1024}=\frac{13767}{128}\end{array}\right\}m^5\right\}$$

On a remplacé μ^2 par sa valeur (Voyez p. 285) dans le terme

$$\cos 2Ev-cv \quad e\left(-\frac{15}{2}\mu^2-21.m\mu^2\right);$$

de là sont nés les nombres marqués par un astérisque qu'on voit dans l'équation précédente. En multipliant chacun de ces trois termes par le facteur correspondant que voici :

Argument	Facteur pour l'intégration
$2cv$	$\frac{1}{3}\left(1+\frac{3}{2}m^2+\frac{75}{4}m^3\right)$;
$2Ev-cv$.....	$-\frac{1}{4m}\left\{\begin{array}{l}1+\frac{7}{4}m+\frac{373}{64}m^2+\frac{6157}{256}m^3+\frac{9}{16}m\epsilon'^2-\frac{3}{16}me^2-\frac{3}{4}m\gamma^2\\+\frac{224517}{2048}m^4+\frac{879}{64}m^2\epsilon'^2-\frac{711}{128}m^2e^2-\frac{261}{64}m^2\gamma^2+\frac{12946541}{24576}m^5\\+\frac{36759}{256}m^3\epsilon'^2-\frac{45669}{1024}m^3e^2-\frac{6723}{256}m^3\gamma^2+\frac{9}{8}m^3(\epsilon'^2-E'^2)\end{array}\right\}$;
$4Ev-2cv$....	$\frac{1}{8}\left(1+\frac{16}{3}m+\frac{371}{18}m^2\right)$;

on aura

$$\delta u =$$

$$\cos 2cv \qquad e^2\left\{\frac{44177}{768}+\frac{45}{8}+\frac{75}{8}=\frac{55697}{768}\right\}m^5$$

$$\cos 2Ev-cv \qquad e\left\{\begin{array}{l}\left\{\begin{array}{l}-\frac{191303239}{294912}-\frac{5205053}{24576}-\frac{1430455}{32768}+\frac{2752179}{16384}\\+\frac{4714857}{8192}+\frac{64732705}{65536}=\frac{487866553}{580824}\end{array}\right\}m^6\\+\left\{\begin{array}{l}-\frac{1135461}{8192}-\frac{8631}{512}+\frac{175683}{4096}+\frac{277065}{4096}\\-\frac{1341}{1024}-\frac{14931}{512}-\frac{685035}{8192}=-\frac{20355}{128}\end{array}\right\}m^4e^2\\+\left\{\begin{array}{l}\frac{87727}{4096}-\frac{147}{128}-\frac{36927}{4096}-\frac{55413}{2048}\\-\frac{1341}{256}-\frac{5481}{256}-\frac{100845}{2048}=-\frac{93893}{1024}\end{array}\right\}m^4\gamma^2\\+\left\{\begin{array}{l}\frac{11482147}{8192}+\frac{491841}{2048}-\frac{106305}{8192}-\frac{461775}{4096}\\+\frac{4023}{1024}+\frac{18459}{256}+\frac{551385}{2048}=\frac{3812017}{2048}\end{array}\right\}m^4\epsilon'^2\\+\left(\frac{63}{4}+\frac{315}{32}+\frac{135}{64}=\frac{1773}{64}\right)m^4(\epsilon'^2-E'^2)\end{array}\right\}$$

$$\cos 4Ev-2cv \quad e^2\left\{\frac{4589}{128}+\frac{955}{8}+\frac{1855}{24}=\frac{89287}{384}\right\}m^5.$$

Pour former la valeur correspondante de $\frac{\delta u}{u_{,}}$ on remarquera, que d'après les termes de δu rapportés dans les pag. 159, 160, 382, 410 de ce volume, et la page 420 du second, on a ces produits partiels;

Produits partiels de $\left(\frac{1}{u_{,}} - 1\right)\delta u$

Multiplicateur	Produit
$\cos 0v \quad \left(-\frac{1}{4}\gamma^2 - \frac{1}{2}e^2\right) \ldots\ldots$	$\cos 2Ev - cv \quad e\left(-\frac{164711}{8192}m^4\gamma^2 - \frac{164711}{4096}m^4e^2\right)$

Multiplicateur . . . . $2\cos cv \quad e\left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\gamma^2 + \frac{1}{8}e^2\right)$

$$\text{Produit}\begin{cases} \cos 2Ev - cv \quad e\begin{Bmatrix} -\frac{59717}{5184}m^6 + \frac{16}{9}m^4\gamma^2 + \frac{8}{9}m^4e^2 \\ -\frac{16211}{1152}m^4e^2 + \frac{1099}{72}m^4\varepsilon'^2 - \frac{35579}{73728}m^4\gamma^2 \end{Bmatrix} \\ \cos 2Ev - cv \quad e\left(-\frac{72441}{2048}m^4e^2\right) \\ \cos 4Ev - 2cv \quad e^2\left(\frac{130609}{24576}m^6\right) \end{cases}$$

Multiplicateur	Produit
$2\cos 2cv \quad e^2\left(\frac{1}{4}\right) \ldots\ldots\ldots$	$\begin{cases} \cos 2Ev - cv \quad e\left(-\frac{71}{4608}m^4e^2\right) \\ \cos 4Ev - 2cv \quad e^2\left(-\frac{351}{640}m^5\right); \end{cases}$

et que par conséquent

$$\frac{\delta u}{u_{,}} =$$

$$\cos 2cv \qquad e^2\left(\frac{55697}{768}m^5\right)$$

$$\cos 2Ev - cv \quad e\begin{Bmatrix} \left(\frac{487866553}{589824} - \frac{59717}{5184} = \frac{4329648769}{5308416}\right)m^6 \\ +\left(-\frac{20355}{128} - \frac{164711}{4096} - \frac{16211}{1152} + \frac{8}{9} - \frac{72441}{2048} - \frac{71}{4608} = -\frac{3045043}{12288}\right)m^4e^2 \\ +\left(-\frac{93893}{1024} - \frac{164711}{8192} - \frac{35579}{73728} + \frac{16}{9} = -\frac{1357867}{12288}\right)m^4\gamma^2 \\ +\left(\frac{3812017}{2048} + \frac{1099}{72} = \frac{34589497}{18432}\right)m^4\varepsilon'^2 + \frac{1773}{64}m^4(\varepsilon'^2 - E'^2) \end{Bmatrix}$$

$$\cos 4Ev - 2cv \quad e^2\left\{\frac{89287}{384} + \frac{130609}{24576} - \frac{351}{640} = \frac{29157493}{122880}\right\}m^5.$$

112. Je finirai ce paragraphe en plaçant ici les termes analogues affectés des argumens $2cv$, $4Ev-2cv$, qui entrent dans l'expression de $4\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$, afin de les avoir préparés pour le paragraphe suivant.

Produits partiels de $4\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$:

Multiplicateur ..... $2\cos 2Ev \left(2.m^2+\frac{19}{3}m^3+\frac{128}{9}m^4\right)$

$$\text{Produit}\begin{cases}\cos 2cv & e^2\left(\frac{25}{8}m^5+\frac{95}{8}m^5\right)\\ \cos 2cv & e^2\left(\frac{62219}{768}m^5+\frac{6289}{96}m^5+80.m^5\right)\\ \cos 4Ev-2cv & e^2\left(\frac{62219}{768}m^5+\frac{6289}{96}m^5+80.m^5\right)\end{cases}$$

Multiplicateur... $2\cos 2Ev-cv \; e\left(\frac{15}{4}m+\frac{257}{16}m^2+\frac{39198}{768}m^3+\frac{1406863}{9216}m^4\right)$

$$\text{Produit}\begin{cases}\cos 2cv & e^2\left(-\frac{6945}{256}m^5-\frac{8481}{128}m^5-\frac{117579}{1024}m^5\right).\\ \cos 4Ev-2cv & e^2\left(\frac{7084315}{12288}m^5+\frac{10072601}{12288}m^5\right);\end{cases}$$

de sorte que on a ;

$$4\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2=\cos 2cv \; e^2\left(\frac{102348}{3072}m^5\right)+\cos 4Ev-2cv \; e^2\left(\frac{1985118}{3072}m^5\right).$$

Pour plus de clarté j'ajouterai qu'on obtient ces deux termes par la combinaison des termes affectés des argumens $2Ev$, $2Ev\mp cv$, $2Ev\mp 2cv$ (Voyez les pages 754, 755 du second volume).

§ 9.

Intégration spéciale de l'équation différentielle en δu, propre à déterminer le terme du huitième ordre de la forme $Am^6e^2.\cos 2Ev-2cv$.

113. La principale série qui constitue le coefficient de l'argument $2Ev-2cv$ dans l'expression de δu est celle qui procède suivant les puissances de m. Jusqu'à présent nous en connaissons les cinq premiers termes (Voyez p. 382); mais cela ne suffit pas, et il est indispensable de calculer au moins le sixième, pour obvier à l'inconvénient inhérent à la lenteur de la convergence de cette série. Ainsi, la question se réduit à développer les différentes fonctions qui composent l'équation différentielle en δu, de manière à pouvoir déterminer le coefficient désigné par A dans le titre de ce paragraphe. Rien ne manque pour remplir cet objet, si l'on fait attention, que les termes d'un ordre supérieur au cinquième des trois fonctions $\frac{\delta u}{u_1}$, $\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$, δnt, affectés de l'un ou de l'autre des trois argumens $2cv$, $4Ev-cv$, $4Ev-2cv$, se trouvent déjà convenablement préparés dans les pages 386, 410, 426, 445, 446 de ce volume.

Pour prévenir le besoin que nous aurons dans le paragraphe suivant des termes du *sixième* ordre de la forme

$$Bee'm^4.\cos 4Ev\pm c'mv-cv,$$

qui font partie de l'expression de δu, nous avons pris le parti d'associer cette recherche sécondaire à celle qui constitue l'objet principal de ce paragraphe.

Cela posé, voici la suite des opérations qui conduisent au résultat cherché.

114. Les valeurs de $2\frac{\delta u}{u_1}$, $4\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$, $8\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^3$, posées dans le second volume (Voyez pag. 752-775) donnent immédiatement les termes suivans.

$$\left[\tfrac{3}{2}u_1 - \tfrac{3}{2}q\left(\tfrac{a'u'}{u_1}\right)^3\right]\tfrac{\delta u}{u_1} = \left[2\cos cv \;\; e\left(3\right) + 2\cos 2cv \;\; e^2\left(-\tfrac{9}{4}\right)\right]\tfrac{\delta u}{u_1}$$

$$= \cos 2Ev - 2cv \;\; e^2\left(\tfrac{1116863}{6144}m^4\right) + \cos 2Ev - 2cv \;\; e^2\left(-16.m^4\right);$$

$$3q\left(\tfrac{a'u'}{u_1}\right)^3\left(\tfrac{\delta u}{u_1}\right)^2 = \quad 3\left(\tfrac{\delta u}{u_1}\right)^2 = \cos 2Ev - 2cv \;\; e^2\left(\;\tfrac{3}{2}\;m^4\right);$$

$$-5q\left(\tfrac{a'u'}{u_1}\right)^3\left(\tfrac{\delta u}{u_1}\right)^3 = -5\left(\tfrac{\delta u}{u_1}\right)^3 = \cos 2Ev - 2cv \;\; e^2\left(-\tfrac{3375}{256}m^4\right);$$

de sorte que on a

$$(1)\ldots\ldots R_1 + \tfrac{3}{2}\delta u = \cos 2Ev - 2cv \;\; e^2\left\{\tfrac{1116863}{6144} - 16 + \tfrac{3}{2} - \tfrac{3375}{256} = \tfrac{1246775}{6144}\right\}m^4$$

115. Développons maintenant les différentes fonctions qui composent la valeur de R_1. D'abord on fera

$$R' = \sin 2Ev - 2cv \;\; e^2\left\{\tfrac{57}{8}.\tfrac{m}{c} + \tfrac{3m^2}{c^2} = \tfrac{236151}{1024}m^3 + \tfrac{675}{16}m^3 = \tfrac{279351}{1024}\right\}m^3.$$

(Voyez pag. 337 du I.er volume). Ensuite on procédera ainsi qu'il suit dans le développement de la fonction $\delta R'$.

Produits partiels de $-6q\frac{(a'u')^3}{u_1^4}\frac{\sin}{\cos}(2v-2v').\frac{\delta u}{u_1}$

Multiplicateur			Produit	
$2\frac{\sin}{\cos}2Ev$	$(-3)\ldots\ldots$	$\frac{\sin}{\cos}$	$2Ev-2cv$	$e^2\left(-\frac{55697}{256}m^5\right)$ (*)
			$-(2Ev-2cv)$	$e^2\left(-\frac{29157493}{40960}m^5\right)$ (*)
			$4Ev+c'mv-cv$	$ee'\left(-\frac{89}{64}m^3\right)$
			$4Ev-c'mv-cv$	$ee'\left(-\frac{4737}{64}m^3\right)$
$2\frac{\sin}{\cos}2Ev+cv$	$e\left(6-6.m\right)\ldots$	$\frac{\sin}{\cos}$	$-(2Ev-2cv)$	$e^2\left(-\frac{585653}{10240}m^5+\frac{3453}{128}m^5\right)$ (**)
$2\frac{\sin}{\cos}2Ev-cv$	$e\left(6\right)\ldots\ldots$	$\frac{\sin}{\cos}$	$4Ev+c'mv-cv$	$ee'\left(-3.m^3\right)$
			$4Ev-c'mv-cv$	$ee'\left(21.m^3\right)$

(*) Voyez p. 445. (**) Voyez p. 410.

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+c'mv\;\;\varepsilon'\left(\;\;\frac{3}{2}\right)\ldots\ldots\left\{\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\right.\;\;4Ev+c'mv-cv\;\;e\varepsilon'\left(\;\;\frac{771}{64}\,m^2\right)$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-c'mv\;\;\varepsilon'\left(-\frac{21}{2}\right)\ldots\ldots\left\{\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\right.\;\;4Ev-c'mv-cv\;\;e\varepsilon'\left(-\frac{5397}{64}\,m^2\right)$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+2cv\;\;e^2\left(-\frac{15}{2}+\frac{57}{4}m\right)\ldots\left\{\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\right.-(2Ev-2cv)\;\;e^2\left(\frac{5265}{320}\,m^3-\frac{57}{8}\,m^3\right)$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+c'mv-cv\;\;e\varepsilon'\left(-3\right)\ldots\left\{\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\right.\;\;4Ev+c'mv-cv\;\;e\varepsilon'\left(-\;3.\;m^2\right)$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-c'mv-cv\;\;e\varepsilon'\left(\;\;21\right)\ldots\left\{\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\right.\;\;4Ev-c'mv-cv\;\;e\varepsilon'\left(\;\;21.\,m^2\right).$$

$$(a)\;\ldots\ldots\;-6q\,\frac{(a'u')^3}{u_1^{\,4}}\,{}^{\sin}_{\cos}\,(2v-2v').\frac{\delta u}{u_1}=$$

$${}^{\sin}_{\cos}\quad 2Ev-2cv\quad e^2\left(-\;\frac{55697}{256}\,m^3\right)$$

$$-(2Ev-2cv)\;\;e^2\left\{-\frac{29157493}{40960}-\frac{585653}{10240}+\frac{3453}{128}+\frac{5265}{320}-\frac{57}{8}=-\frac{6002613}{8192}\right\}m^3$$

$$4Ev+c'mv-cv\;\;e\varepsilon'\left\{-\;\frac{39}{64}\;+\;\frac{771}{64}\;-\;3\;-\;3\;\;=\;\;\frac{87}{16}\right\}m^2$$

$$4Ev-c'mv-cv\;\;e\varepsilon'\left\{-\frac{4737}{64}-\frac{5397}{64}+21+21=-\frac{3723}{32}\right\}m^2.$$

Produits partiels de $15q.\frac{(a'u')^3}{u_1^{\,4}}\,{}^{\sin}_{\cos}(2v-2v').\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$

Multiplicateur — Produit

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev\qquad\left(\;\;\frac{15}{2}\right)\ldots\ldots\left\{\begin{matrix}{}^{\sin}_{\cos}\quad 2Ev-2cv\quad e^2\left(\;\;\frac{511715}{8192}\;m^3\right)\\ -(2Ev-2cv)\;\;e^2\left(\;\;\frac{24925565}{8192}\,m^3\right)\end{matrix}\right\}(^*)$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-cv\quad e\left(-15-15.m\right)\ldots\left\{\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\right.\quad 2Ev-2cv\quad e^2\left(-\overset{(^{**})}{\frac{450485}{512}}\,m^3-\frac{6165}{32}\,m^3\right)$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+cv\quad e\left(-15+15.m\right)\ldots\left\{\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\right.-(2Ev-2cv)\;\;e^2\left(-\overset{(^{***})}{\frac{493685}{512}}\,m^3+\frac{6705}{32}\,m^3\right)$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+2cv\;\;e^2\left(\;\;\frac{75}{4}-\frac{285}{8}m\right)\ldots\left\{\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\right.-(2Ev-2cv)\;\;e^2\left(\;\;\frac{475}{8}\,m^3-\frac{285}{16}\,m^3\right)$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-2cv\;\;e^2\left(\;\;\frac{75}{4}+\frac{285}{8}m\right)\ldots\left\{\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\right.\quad 2Ev-2cv\quad e^2\left(\;\;\frac{475}{4}\,m^3+\frac{285}{8}\,m^3\right)$$

(*) Voyez p. 446. (**) Voyez p. 236. (***) Voyez p. 426.

$$(b)\ \ldots\ldots\ 15\,q\,.\,\frac{(\alpha' u')^3}{u_1^4}\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}(2v-2v')\,.\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2=$$

$$\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\ 2Ev-2cv \quad e^2\left\{\frac{511715}{8192}-\frac{450485}{512}-\frac{6165}{32}+\frac{475}{4}+\frac{285}{8}=-\frac{7009645}{8192}\right\}m^6$$

$$-(2Ev-2cv) \quad e^2\left\{\frac{24925565}{8192}-\frac{493685}{512}+\frac{6705}{32}+\frac{475}{8}-\frac{285}{16}=\frac{19083565}{8192}\right\}m^5.$$

Le carré de δnt contient les termes suivans

Multiplicateur		Produit	
$2\sin 2Ev$	$\left(-\frac{11}{8}m^2\right)\ldots\ldots$	$\cos cv$	$e\left(\frac{165}{32}m^3\right)$
		$\cos 2cv$	$e^2\left(\frac{495}{128}m^3\right)$
		$\cos 4Ev-cv$	$e\left(-\frac{165}{32}m^3\right)$
		$\cos 4Ev-2cv$	$e^2\left(-\frac{495}{128}m^3\right)$
$2\sin 2Ev-cv$	$e\left(-\frac{15}{4}m-\frac{285}{16}m^2\right)\ldots$	$\cos 2cv$	$e^2\left(-\frac{15}{2}m^3\right)$
		$\cos 4Ev-2cv$	$e^2\left(-\frac{4275}{64}m^3\right).$

$$(\delta nt)^2=$$

$$\cos cv \quad e\left(\frac{165}{32}m^3\right)+\cos 2cv \quad e^2\left\{\frac{495}{128}-\frac{15}{2}=-\frac{465}{128}\right\}m^3$$

$$\cos 4Ev-cv \quad e\left(-\frac{165}{32}m^3\right)+\cos 4Ev-2cv \quad e^2\left\{-\frac{495}{128}-\frac{4275}{64}=-\frac{9045}{128}\right\}m^3.$$

Produits partiels de $\delta\left[(\alpha' u')^3\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}(2v-2v')\right]$

Multiplicateur		Produit	
$2\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}-(2Ev-cv)$	$e\left(-2.m^2\right)\ldots\left\{\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\right.$	$2Ev-2cv$	$e^2\left(-\frac{405}{16}m^5\right)$
$2\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}-(2Ev+cv)$	$e\left(2.m^2\right)\ldots\left\{\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\right.$	$-(2Ev-2cv)$	$e^2\left(\frac{15}{2}m^5\right)$

$$2\,{}^{\cos}_{\sin}-2Ev \quad (m) \ldots\ldots\ldots \left\{\begin{array}{lll} {}^{\sin}_{\cos}\;\; 2Ev-cv & e\left(\frac{8923}{128}\,m^5\right) \\ -(2Ev-cv) & e\left(\frac{369}{16}\,m^5\right) \\ 2Ev-2cv & e^2\left(-\frac{33045}{512}\,m^5\right) \\ -(2Ev-2cv) & e^2\left(\frac{574778}{8192}\,m^5\right) \\ 4Ev+c'mv-cv & e\epsilon'\left(-\frac{15}{4}\,m^2\right) \\ 4Ev-c'mv-cv & e\epsilon'\left(\frac{35}{4}\,m^2\right) \end{array}\right.$$

$$2\,{}^{\cos}_{\sin}-(2Ev+c'mv) \;\; \epsilon'\left(-\frac{1}{4}\,m\right)\ldots\; {}^{\sin}_{\cos}\;\; 4Ev+c'mv-cv \;\; e\epsilon'\left(-\frac{15}{16}\,m^2\right)$$

$$2\,{}^{\cos}_{\sin}-(2Ev-c'mv) \;\; \epsilon'\left(\frac{21}{4}\,m\right)\ldots\; {}^{\sin}_{\cos}\;\; 4Ev-c'mv-cv \;\; e\epsilon'\left(\frac{315}{16}\,m^2\right).$$

Le carré de δnt donne ce produit

Multiplicateur — Produit

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev \quad (-m^2) \;\ldots\ldots\ldots \left\{\begin{array}{lll} {}^{\sin}_{\cos}\;\; 2Ev-2cv & e^2\left(\frac{465}{128}\,m^5\right) \\ -(2Ev-2cv) & e^2\left(\frac{9045}{128}\,m^5\right) \\ 2Ev-cv & e\left(-\frac{165}{32}\,m^5\right) \\ -(2Ev-cv) & e\left(\frac{165}{32}\,m^5\right); \end{array}\right.$$

partant nous avons

$$\delta\left[(\alpha' u')^3\,{}^{\sin}_{\cos}\,(2v-2v')\right]=$$

$${}^{\sin}_{\cos}-2Ev \qquad \left(\frac{283}{256}\,m^5\right)$$ (Voyez p. 116)

$$2Ev-cv \qquad e\left\{\frac{8923}{128}-\frac{165}{32}=\frac{8263}{128}\right\}m^5$$

$$-(2Ev-cv) \qquad e\left\{\frac{369}{16}+\frac{165}{32}=\frac{903}{32}\right\}m^5$$

$$2Ev-2cv \qquad e^2\left\{-\frac{33045}{512}-\frac{405}{16}+\frac{465}{128}=-\frac{44145}{512}\right\}m^5$$

$\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix} -(2Ev-2cv) \quad e^2\left\{\frac{574773}{8192}+\frac{15}{2}+\frac{9045}{128}=\frac{1215093}{8192}\right\} m^3$

$4Ev+c'mv-cv \quad ee'\left\{-\frac{15}{4}-\frac{15}{16}=-\frac{75}{16}\right\} m^2$

$4Ev-c'mv-cv \quad ee'\left\{\frac{85}{4}+\frac{815}{16}=-\frac{455}{16}\right\} m^2.$

En multipliant ces termes par

$$\frac{3}{2}\frac{q}{u_1^{\,2}}=\cos ov \left(\frac{3}{2}\right) + 2\cos cv \; e(-3) + 2\cos 2cv \; e^2\left(\frac{15}{4}\right)$$

on aura

$$(c) \dots\dots \frac{3}{2}q.\frac{\partial[(\alpha' u')^3 {}^{\sin}_{\cos}(2v-2v')]}{u_1^{\,4}}=$$

$\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix} \quad 2Ev-2cv \quad e^2\left\{-\frac{132435}{1024}-\frac{24789}{128}=-\frac{330747}{1024}\right\} m^2$

$-(2Ev-2cv) \quad e^2\left\{\frac{3645279}{16384}-\frac{2709}{32}+\frac{4215}{1024}=\frac{2326191}{16384}\right\} m^3$

$4Ev+c'mv-cv \quad ee'\left(-\frac{225}{32}m^2\right)$

$4Ev-c'mv-cv \quad ee'\left(\frac{1365}{32}m^2\right).$

Maintenant si l'on prend (Voyez pag. 232, 368 du second volume, et pag. 253, 332, 429 de celui-ci)

$$\frac{3}{2}q.\frac{\partial[(\alpha' u')^3 {}^{\sin}_{\cos}(2v-2v')]}{u_1^{\,4}}={}^{\sin}_{\cos}$$

ov	$\left(-\frac{33}{16}m^3-\frac{59}{8}m^4\right)$
cv	$e\left(-\frac{45}{8}m^2-\frac{723}{32}m^3-\frac{46601}{512}m^4\right)$
$-cv$	$e\left(\frac{57}{8}m^3+\frac{421}{16}m^4\right)$
$2cv$	$e^2\left(\frac{225}{32}m^2+\frac{909}{32}m^3\right)$
$-2cv$	$e^2\left(-\frac{900}{64}m^3\right)$
$4Ev$	$\left(\frac{33}{16}m^3\right)$
$4Ev-cv$	$e\left(\frac{45}{8}m^2+\frac{723}{32}m^3\right)$
$4Ev-2cv$	$e^2\left(-\frac{225}{32}m^2-\frac{1629}{32}m^3\right),$

on formera aisément les

$$\text{Produits partiels de } -\tfrac{3}{2}\cdot q\,\frac{\delta\left[(\alpha' u')^3 \tfrac{\sin}{\cos}(2v-2v')\right]}{u_1^4}\cdot 4\frac{\delta u}{u_1}.$$

Multiplicateur **Produit**

$$2\tfrac{\sin}{\cos}\, ov\ \left(\tfrac{33}{8}m^3+\tfrac{59}{4}m^4\right)\ldots\begin{cases}\tfrac{\sin}{\cos}\quad 2Ev-2cv & e^2\left(\tfrac{10923}{512}m^5+\tfrac{2655}{64}m^5\right)\\ \quad -(2Ev-2cv) & e^2\left(\tfrac{10923}{512}m^5+\tfrac{2655}{64}m^5\right)\end{cases}$$

$$\text{Multiplicateur}\ \ldots\ldots\ 2\tfrac{\sin}{\cos}cv\ \ e\left(\tfrac{45}{4}m^2+\tfrac{723}{16}m^3+\tfrac{46601}{256}m^4\right)$$

$$\text{Produit}\left\{\tfrac{\sin}{\cos}-(2Ev-2cv)\ \ e^2\left(\tfrac{587895}{2048}m^5+\tfrac{185811}{512}m^5+\tfrac{699015}{2048}m^5\right)\right.$$

Multiplicateur **Produit**

$$2\tfrac{\sin}{\cos}-cv\quad e\left(-\tfrac{57}{4}m^3-\tfrac{421}{8}m^4\right)\ldots\left\{\tfrac{\sin}{\cos}\quad 2Ev-2cv\quad e^2\left(-\tfrac{14649}{128}m^5-\tfrac{6315}{64}m^5\right)\right.$$

$$2\tfrac{\sin}{\cos}\quad 2cv\ e^2\left(-\tfrac{225}{16}m^2-\tfrac{909}{16}m^3\right)\ldots\left\{\tfrac{\sin}{\cos}-(2Ev-2cv)\ e^2\left(-\tfrac{909}{16}m^5-\tfrac{1425}{32}m^5\right)\right.$$

$$2\tfrac{\sin}{\cos}-2cv\ e^2\left(\tfrac{909}{32}m^3\right)\ldots\ldots\left\{\tfrac{\sin}{\cos}\quad 2Ev-2cv\quad e^2\left(\tfrac{909}{32}m^5\right)\right.$$

$$2\tfrac{\sin}{\cos}\quad 4Ev\ \left(-\tfrac{33}{8}m^3\right)\ldots\ldots\left\{\tfrac{\sin}{\cos}\quad 2Ev-2cv\quad e^2\left(-\tfrac{495}{128}m^5\right)\right.$$

$$2\tfrac{\sin}{\cos}\quad 4Ev-cv\quad e\left(-\tfrac{45}{4}m^2-\tfrac{723}{16}m^3\right)\ldots\left\{\tfrac{\sin}{\cos}2Ev-2cv\ \ e^2\left(\tfrac{1485}{64}m^3+\tfrac{6507}{128}m^5\right)\right.$$

$$2\tfrac{\sin}{\cos}\quad 4Ev-2cv\ \ e^2\left(\tfrac{225}{16}m^2+\tfrac{1629}{16}m^3\right)\ldots\left\{\tfrac{\sin}{\cos}2Ev-2cv\ \ e^2\left(\tfrac{1629}{16}m^5+\tfrac{1425}{32}m^5\right)\right.;$$

lesquels étant réunis donnent;

$$(d)\ \ldots\ldots -4\frac{\delta u}{u_1}\cdot\frac{3}{2}q\,\frac{\delta.\left[(\alpha' u')^3\tfrac{\sin}{\cos}(2v-2v')\right]}{u_1^4}=$$

$$\tfrac{\sin}{\cos}\quad 2Ev-2cv\quad e^2\left\{\begin{matrix}\tfrac{10923}{512}+\tfrac{2655}{64}-\tfrac{14649}{128}-\tfrac{6315}{64}+\tfrac{909}{32}-\tfrac{495}{128}\\ +\tfrac{1485}{64}+\tfrac{6507}{128}+\tfrac{1629}{16}+\tfrac{1425}{32}=\tfrac{48447}{512}\end{matrix}\right\}m^5$$

$$\tfrac{\sin}{\cos}-(2Ev-2cv)\ e^2\left\{\begin{matrix}\tfrac{10923}{512}+\tfrac{2655}{64}+\tfrac{587895}{2048}+\tfrac{185811}{512}\\ +\tfrac{699015}{2048}-\tfrac{909}{16}-\tfrac{1425}{32}=\tfrac{975627}{1024}\end{matrix}\right\}m^5.$$

116. La valeur de R' (Voyez p. 448), et les équations (a), (b), (c), (d) donnent

$$R_{\iota}=R'+\delta R'=$$

$$\sin 2Ev-2cv \quad e^2\left\{\begin{array}{l}\frac{15}{4}+\frac{57}{8}m-\frac{2991}{256}m^2-\frac{35949}{256}m^3-\frac{6657513}{8192}m^4 \\ +\left\{\begin{array}{l}\frac{279351}{1024}-\frac{55697}{256}+\frac{6002618}{8192}-\frac{7009645}{8192}-\frac{19083565}{8192} \\ -\frac{2326191}{16384}-\frac{330747}{1024}+\frac{48447}{512}-\frac{975627}{1024}=-\frac{60954057}{16384}\end{array}\right\}m^5\end{array}\right\}$$

$$\sin 4Ev+c'mv-cv \quad ee'\left\{\frac{135}{16}m+\left(\frac{87}{16}-\frac{225}{32}=-\frac{51}{32}\right)m^2\right\}$$

$$\sin 4Ev-c'mv-cv \quad ee'\left\{-\frac{525}{16}m+\left(-\frac{3723}{32}+\frac{1365}{32}=-\frac{1179}{16}\right)m^2\right\}.$$

En multipliant chacun de ces termes par le facteur correspondant que voici :

Argument	Facteur pour l'intégration
$2Ev-2cv$	$-\frac{1}{2m}\left(1+\frac{3}{4}m+\frac{243}{32}m^2+\frac{5475}{128}m^3+\frac{489395}{2048}m^4+\frac{32948391}{24576}m^5\right)$
$4Ev+c'mv-cv$ . . .	$\frac{1}{8}\left(1+m\right)$
$4Ev-c'mv-cv$ . . .	$\frac{1}{8}\left(1+\frac{5}{8}m\right)$

on aura

$$(2)\ \ldots\ldots -\int R_{\iota}\,dv=$$

$$\cos 2Ev-2cv \qquad e^2\left\{\begin{array}{l}\frac{60954057}{32768}+\frac{19972539}{65536}+\frac{8735607}{16384}+\frac{16375725}{65536} \\ -\frac{27895515}{32768}-\frac{164716955}{65536}=-\frac{27309179}{65536}\end{array}\right\}m^4$$

$$\cos 4Ev+c'mv-cv \quad ee'\left\{-\frac{17}{32}+\frac{45}{16}=\frac{73}{32}\right\}m^2$$

$$\cos 4Ev-c'mv-cv \quad ee'\left\{-\frac{393}{16}-\frac{873}{48}=-\frac{1027}{24}\right\}m^2.$$

En prenant $-\frac{Q'q}{1+\gamma^2}=\frac{3}{2}m^2+\frac{225}{16}m^3+\frac{4035}{64}m^4$, et

$$-\int R_1 dv = \cos 2Ev - cv \quad e\left(-3-9.m-\frac{63}{4}m^2\right)$$

on aura

$$(3)\ldots\ldots \frac{2Q'q}{1+\gamma^2}e.\cos cv\int R_1 dv = \cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left\{-\frac{12105}{64}-\frac{2025}{16}-\frac{189}{8}=-\frac{21717}{64}\right\}m^4.$$

117. Nous avons (Voyez p. 267 et 354 du I.er volume)

$$(4)\ldots\ldots R^{v} = \cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left\{\frac{45}{8}\frac{m}{c}+\frac{3m^2}{c^2}=\frac{10125}{256}+\frac{9}{2}=\frac{11277}{256}\right\}m^4.$$

Les équations désignées par (a), (b), (c), (d) dans le paragraphe 6 de ce Chapitre (Voyez p. 347-365) donnent

$$\frac{3}{4}(a)+\frac{3}{5}(b)+(c)+\frac{3}{4}(d)=\frac{\delta R^{v}}{u_1}=$$

$$\cos 2Ev-2cv \quad e^2\left\{\begin{matrix}-\frac{657}{16}-\frac{230535}{2048}-\frac{57195}{512}+\frac{2625975}{8192} \\ -\frac{14175}{256}+\frac{26415}{1024}+\frac{4455}{512}+\frac{66285}{512}=\frac{1341891}{8192}\end{matrix}\right\}m^4$$

$$\cos 4Ev+c'mv \quad e'\left(\frac{9}{4}m^2\right)$$

$$\cos 4Ev-c'mv \quad e'\left(-\frac{63}{4}m^2\right)$$

$$\cos 4Ev+c'mv-cv \quad ee'\left\{\frac{261}{64}-\frac{225}{32}=-\frac{189}{64}\right\}m^2$$

$$\cos 4Ev-c'mv-cv \quad ee'\left\{-\frac{11169}{128}+\frac{1365}{32}=-\frac{5709}{128}\right\}m^2.$$

Cette même fonction renferme le terme $\cos 2Ev - cv \quad e\left(\frac{154863}{1024}m^4\right)$ (Voyez p. 128). Donc en faisant le produit par $1+e.\cos cv$ il viendra

$$(5)\ldots\ldots \delta R^{v} = \cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left\{\frac{1341891}{8192}+\frac{154863}{2048}=\frac{1961343}{8192}\right\}m^4$$

$$\cos 4Ev+c'mv-cv \quad ee'\left\{-\frac{189}{64}+\frac{9}{8}=-\frac{117}{64}\right\}m^2$$

$$\cos 4Ev-c'mv-cv \quad ee'\left\{-\frac{5709}{128}-\frac{63}{8}=-\frac{6717}{128}\right\}m^2.$$

118. En prenant

$$-\frac{du_1}{dv} = \quad 2\sin cv \quad e\left(\frac{1}{2} - \frac{3}{8}m^2 - \frac{225}{64}m^3 - \frac{4071}{256}m^4\right);$$

$$R_1 = \quad \sin 2Ev - cv \quad e\left(-3 - 3.m - \frac{369}{64}m^3 - \frac{14505}{256}m^4\right)$$

$$+ \sin 4Ev + c'mv \quad \epsilon'\left(3.m^2\right) + \sin 4Ev - c'mv \quad \epsilon'\left(-21.m^2\right);$$

et faisant le produit de ces deux fonctions il viendra

$$(6)\ldots\ldots -R_1\frac{du_1}{dv} = \cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left\{-\frac{14505}{512} + \frac{675}{64} + \frac{12213}{256} = \frac{15321}{512}\right\} m^4$$

$$\cos 4Ev + c'mv - cv \quad e\epsilon'\left(\ \frac{3}{2}m^2\right)$$

$$\cos 4Ev - c'mv - cv \quad e\epsilon'\left(-\frac{21}{2}m^2\right).$$

119. Pour avoir les termes donnés par le produit $-R_1\frac{d.\delta u}{dv}$ on pourra employer la valeur de $-\frac{d.\delta u}{dv}$ posée dans les pages 263-265, après y avoir ajouté ces trois termes, savoir

$$-\frac{d.\delta u}{dv} = \quad \sin 2cv \qquad e^2\left\{\ \frac{15}{2}m^3 + \left(\frac{73}{2} - \frac{3}{4} = \frac{143}{4}\right)m^4\right\}$$

$$+ \sin 4Ev - cv \quad e\left\{-\frac{3645}{256} + \frac{75}{16} = -\frac{2445}{256}\right\} m^4$$

$$+ \sin 4Ev - 2cv \quad e^2\left\{\ \frac{15}{2}m^2 + \left(\frac{5425}{64} - 15 = \frac{4465}{64}\right)m^4\right\}.$$

Les termes du multiplicateur R_1 on les trouvera dans les pag. 265-270, après y avoir ajouté ceux-ci.

$$2\sin cv \quad e\left(-\frac{1059}{64}m^2 - \frac{63721}{1024}m^4\right) + 2\sin 2cv \quad e^2\left(\frac{45}{32}m + \frac{2433}{128}m^2\right)$$

$$2\sin 4Ev - cv \quad e\left(-\frac{399}{64}m^2\right) + 2\sin 4Ev - 2cv \quad e^2\left(\frac{45}{32}m + \frac{1881}{128}m^2\right)$$

pris dans les pages 256, 332, 333.

Produits partiels de $-R_1 \frac{d.\delta u}{dv}$.

Multiplicateur .... $2 \sin cv \quad e\left(-\frac{45}{16}m - \frac{1059}{64}m^2 - \frac{63721}{1024}m^3\right)$

Produit $\left\{ \cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left(-\frac{263655}{8192}m^4 - \frac{162027}{2048}m^4 - \frac{955815}{8192}m^4\right)\right.$

Multiplicateur	Produit
$2 \sin 2cv \quad e^2\left(\frac{45}{32}m + \frac{2433}{128}m^2\right)$	$\cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left(\frac{195}{32}m^4 + \frac{2433}{64}m^4\right)$
$2 \sin 2Ev \quad \left(\frac{3}{4}\right)$	$\cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left(\frac{429}{16}m^4\right)$
	$\cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left(\frac{13395}{256}m^4\right)$
	$\cos 4Ev + c'mv - cv \quad ee'\left(-\frac{351}{256}m^2\right)$
	$\cos 4Ev - c'mv - cv \quad ee'\left(-\frac{2553}{256}m^2\right)$
$2 \sin 2Ev + cv \quad e\left(-\frac{3}{2} + \frac{3}{2}m\right)$ ...	$\cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left(-\frac{675}{128}m^4 + \frac{7335}{512}m^4\right)$
$2 \sin 2Ev - cv \quad e\left(-\frac{3}{2}\right)$	$\cos 4Ev + c'mv - cv \quad ee'\left(-\frac{3}{2}m^2\right)$
	$\cos 4Ev - c'mv - cv \quad ee'\left(\frac{21}{2}m^2\right)$
$2 \sin 2Ev + c'mv \quad e'\left(-\frac{3}{8}\right)$	$\cos 4Ev + c'mv - cv \quad ee'\left(\frac{459}{256}m^2\right)$
$2 \sin 2Ev - c'mv \quad e'\left(\frac{21}{8}\right)$	$\cos 4Ev - c'mv - cv \quad ee'\left(-\frac{3213}{256}m^2\right)$
$2 \sin 2Ev + 2cv \quad e^2\left(\frac{15}{8}\right)$	$\cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left(-\frac{15}{4}m^4\right)$
$2 \sin 2Ev + c'mv - cv \quad ee'\left(\frac{3}{4}\right)$	$\cos 4Ev + c'mv - cv \quad ee'\left(-\frac{3}{2}m^2\right)$
$2 \sin 2Ev - c'mv - cv \quad ee'\left(-\frac{21}{4}\right)$	$\cos 4Ev - c'mv - cv \quad ee'\left(\frac{21}{2}m^2\right)$

$2\sin 4Ev \quad \left(-\frac{3}{2}m^2\right)\ldots\ldots\ldots \Big\{ \cos 2Ev - 2cv \qquad e^2\left(-\frac{9}{4}m^4\right)$

$2\sin 4Ev - cv \quad e\left(-\frac{45}{16}m - \frac{399}{64}m^2\right)\ldots \Big\{ \cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left(\frac{135}{256}m^4 + \frac{-5985}{512}m^4\right)$

$2\sin 4Ev - 2cv \quad e^2\left(\frac{45}{32}m + \frac{1881}{128}m^2\right)\ldots \Big\{ \cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left(\frac{195}{32}m^4 + \frac{1881}{64}m^4\right).$

La réunion de ces produits partiels donne

$$(7)\ \ldots\ldots -R_1\frac{d.\delta u}{dv} =$$

$$\cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left\{\begin{array}{l} \frac{195}{32} + \frac{2438}{64} + \frac{429}{16} + \frac{13395}{256} - \frac{675}{128} + \frac{7335}{512} + \frac{135}{256} + \frac{5985}{512} \\ + \frac{195}{32} + \frac{1881}{64} - \frac{15}{4} - \frac{9}{4} - \frac{263655}{8192} - \frac{162027}{2048} - \frac{955815}{8192} = -\frac{221085}{4096} \end{array}\right\} m^4$$

$$\cos 4Ev + c'mv - cv \quad ee'\left\{-\frac{351}{256} - \frac{3}{2} + \frac{459}{256} - \frac{3}{2} = -\frac{165}{64}\right\} m^3$$

$$\cos 4Ev - c'mv - cv \quad ee'\left\{-\frac{2553}{256} + \frac{21}{2} - \frac{3213}{256} + \frac{21}{2} = -\frac{195}{128}\right\} m^3.$$

120. Pour avoir les termes donnés par le produit

$$-2\left(\frac{d^2.\delta u}{dv^2} + \delta u\right)\int R_1\,dv,$$

on pourra employer la valeur de $-\left(\frac{d^2.\delta u}{dv^2} + \delta u\right)$ posée dans les pag. 272-274, après y avoir ajouté ces termes

$$\cos 2cv \quad e^2\left\{\frac{45}{4}m^3 + \left(\frac{105}{2} - \frac{3}{4} = \frac{207}{4}\right)m^4\right\}$$

$$+\cos 4Ev - cv \quad e\left(-\frac{315}{32}m^4\right) + \cos 4Ev - 2cv \quad e^2\left(\frac{45}{4}m^3 + \frac{8595}{128}m^4\right).$$

Produits partiels de $-2\left(\frac{d^2.\delta u}{dv^2} + \delta u\right)\int R_1\,dv$.

Multiplicateur	Produit
$2\cos cv \quad e\left(\frac{45}{8}m + \frac{1059}{32}m^2\right)\ldots$	$\Big\{ \cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left(-\frac{17145}{128}m^4 - \frac{15885}{64}m^4\right)$
$2\cos 2cv \quad e^2\left(-\frac{45}{32}m - \frac{2433}{128}m^2\right)\ldots$	$\Big\{ \cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left(-\frac{7299}{128}m^4 - \frac{135}{64}m^4\right)$

$$2\cos 2Ev\left(-\frac{3}{4}-\frac{3}{4}m-\frac{3}{4}m^2\right)\ldots\begin{cases}\cos 2Ev-2cv\;\; e^2\left(-\;\frac{621}{16}\;m^4-\frac{135}{16}m^4-\frac{9}{8}m^4\right)\\ \cos 2Ev-2cv\;\; e^2\left(-\frac{25785}{512}m^4-\frac{135}{16}m^4\right)\\ \cos 4Ev+c'mv-cv\;\; e\epsilon'\left(-\frac{45}{16}m^3\right)\\ \cos 4Ev-c'mv-cv\;\; e\epsilon'\left(\;\frac{315}{16}m^3\right)\end{cases}$$

$$2\cos 2Ev+cv\quad e\left(1-\frac{1}{8}m\right)\ldots\left\{\cos 2Ev-2cv\quad e^2\left(-\frac{315}{32}m^4\,\frac{25}{8}m^4\right)\right.$$

$$2\cos 2Ev-cv\quad e\left(\;3\;\right)\ldots\ldots\begin{cases}\cos 4Ev+c'mv-cv\;\; e\epsilon'\left(-\;\frac{9}{2}\;m^3\right)\\ \cos 4Ev-c'mv-cv\;\; e\epsilon'\left(\;\frac{63}{2}m^3\right)\end{cases}$$

$$2\cos 2Ev+c'mv\quad \epsilon'\left(\;\frac{3}{8}\right)\ldots\ldots\left\{\cos 4Ev+c'mv-cv\;\; e\epsilon'\left(-\frac{45}{16}m^3\right)\right.$$

$$2\cos 2Ev-c'mv\quad \epsilon'\left(-\frac{21}{8}\right)\ldots\ldots\left\{\cos 4Ev-c'mv-cv\;\; e\epsilon'\left(\;\frac{315}{16}m^3\right)\right.$$

$$2\cos 2Ev+2cv\quad e^2\left(-\frac{15}{16}\right)\ldots\ldots\left\{\cos 2Ev-2cv\qquad e^2\left(\;\frac{225}{32}m^4\right)\right.$$

$$2\cos 2Ev+c'mv-cv\quad e\epsilon'\left(-\frac{3}{2}\right)\ldots\left\{\cos 4Ev+c'mv-cv\;\; e\epsilon'\left(-\;\frac{9}{2}\;m^3\right)\right.$$

$$2\cos 2Ev-c'mv-cv\quad e\epsilon'\left(\;\frac{21}{2}\right)\ldots\left\{\cos 4Ev-c'mv-cv\;\; e\epsilon'\left(\;\frac{63}{2}m^3\right)\right.$$

$$2\cos 4Ev\qquad\left(\;\frac{3}{4}m^2\right)\ldots\ldots\ldots\left\{\cos 2Ev-2cv\;\; e^2\left(\;\frac{135}{32}m^4\right)\right.$$

$$2\cos 4Ev-cv\quad e\left(\;\frac{15}{8}m+\frac{213}{32}m^2\right)\ldots\left\{\cos 2Ev-2cv\;\; e^2\left(-\frac{1065}{32}m^4+\frac{55}{8}m^4\right)\right.$$

$$2\cos 4Ev-2cv\quad e^2\left(-\frac{45}{32}m-\frac{2241}{128}m^2\right)\ldots\left\{\cos 2Ev-2cv\;\; e^2\left(-\frac{6723}{128}m^4-\frac{135}{64}m^4\right).\right.$$

La réunion de ces produits partiels donne

$$(8) \ldots\ldots -2\left(\frac{d^2.\delta u}{dv^2}+\delta u\right)\int R_1 dv =$$

$$\cos 2Ev-2cv \quad e^2 \left\{\begin{matrix} -\frac{17145}{128}-\frac{15885}{64}-\frac{7299}{128}-\frac{135}{64}-\frac{621}{16}-\frac{135}{16}-\frac{9}{8}-\frac{25785}{512}-\frac{135}{16} \\ -\frac{815}{32}+\frac{25}{8}+\frac{225}{32}+\frac{135}{32}-\frac{1065}{32}+\frac{55}{8}-\frac{6723}{128}-\frac{135}{64}=-\frac{819981}{512} \end{matrix}\right\} m^4$$

$$\cos 4Ev+c'mv-cv \quad ee' \left\{-\frac{45}{16}-\frac{9}{2}-\frac{45}{16}-\frac{9}{2}=-\frac{117}{8}\right\} m^2$$

$$\cos 4Ev-c'mv-cv \quad ee' \left\{\frac{315}{16}+\frac{63}{2}+\frac{315}{16}+\frac{63}{2}=\frac{819}{8}\right\} m^2.$$

121. Maintenant si l'on réunit les termes compris dans la fonction $\mu^2\left\{(1)+2.(2)+(3) \ldots\ldots (8)\right\}$, on formera l'équation différentielle suivante, en observant que les nombres marqués par un astérisque naissent de la substitution de la valeur de μ^2 donnée dans la p. 285.

$$-\frac{d^2.\delta u}{dv^2}-\left(1-\frac{3}{2}\mu^2\right)\delta u=$$

$$\cos 2Ev-2cv \quad e^2 \left\{\begin{matrix} -\frac{15}{4}m-\frac{147}{16}m^2-\frac{3171}{256}m^3-\frac{43737}{1024}m^4-\frac{1610855}{8192}m^5 \\ +\left\{\begin{matrix} \frac{1246775}{6144}-\frac{27309179}{32768}+\frac{11277}{256}+\overset{(*)}{\frac{6465}{64}}+\overset{(*)}{\frac{25137}{512}}+\frac{1961348}{8192} \\ -\frac{21717}{64}+\frac{15321}{512}-\frac{221085}{4096}-\frac{819981}{512}=-\frac{116514181}{98304} \end{matrix}\right\} m^6 \end{matrix}\right\}$$

$$\cos 4Ev+c'mv-cv \quad ee' \left\{\frac{225}{16}m^3+\left(\frac{73}{16}-\frac{117}{64}+\frac{3}{2}-\frac{165}{64}-\frac{117}{8}=-\frac{415}{32}\right)m^4\right\}$$

$$\cos 4Ev-c'mv-cv \quad ee' \left\{-\frac{875}{16}m^3+\left(-\frac{1027}{12}-\frac{6717}{128}-\frac{21}{2}-\frac{195}{128}+\frac{819}{8}=-\frac{1145}{24}\right)m^4\right\}.$$

En multipliant chacun de ces trois termes par le facteur correspondant que voici :

Argument	Facteur pour l'intégration
$2Ev-2cv$	$-1-\frac{11}{2}m^2+6.m^3+\frac{95}{4}m^4+\frac{1113}{4}m^5$
$4Ev+c'mv-cv$ . . .	$\frac{1}{8}\left(1+\frac{9}{4}m\right)$
$4Ev-c'mv-cv$ . . .	$\frac{1}{8}\left(1+\frac{15}{4}m\right)$

on aura ;

$$\delta u =$$

$$\cos 2Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ \frac{116514181}{98304} + \frac{481107}{2048} - \frac{9513}{128} - \frac{13965}{64} - \frac{16695}{16} = \frac{8277013}{98304} \right\} m^6$$

$$\cos 4Ev + c'mv - cv \quad ee' \left\{ \frac{2025}{512} - \frac{415}{256} = \frac{1195}{512} \right\} m^4$$

$$\cos 4Ev - c'mv - cv \quad ee' \left\{ -\frac{1145}{192} - \frac{13125}{512} = -\frac{48535}{1536} \right\} m^4.$$

L'expression de δu renferme aussi les deux termes (V. p. 159 et 444).

$$\cos 2Ev \quad \left(\frac{59717}{2592} m^6\right) + \cos 2Ev - cv \quad e\left(\frac{487866553}{589824} m^6\right);$$

donc en la multipliant par

$$\frac{1}{u_1} = 1 + 2\cos cv \; e\left(-\frac{1}{2}\right) + 2\cos 2cv \; e^2\left(\frac{1}{4}\right)$$

il viendra ;

$$\frac{\delta u}{u_1} =$$

$$\cos 2Ev - 2cv \qquad e^2 \left\{ \frac{8277013}{98304} + \frac{59717}{10368} - \frac{487866553}{1179648} = -\frac{3435731365}{10616832} \right\} m^6$$

$$\cos 4Ev + c'mv - cv \quad ee' \left\{ \frac{1195}{512} - \frac{1}{4} = \frac{1067}{512} \right\} m^4$$

$$\cos 4Ev - c'mv - cv \quad ee' \left\{ -\frac{48535}{1536} + \frac{7}{4} = -\frac{45847}{1536} \right\} m^4.$$

On obtient aisément les deux termes analogues affectés des argumens $4Ev \pm c'mv - cv$ qui entrent dans l'expression du carré de $2\frac{\delta u}{u_1}$.

Produits partiels de $4\left(\frac{\delta u}{u_{,}}\right)^2$

Multiplicateur		Produit
$2\cos 2Ev$	$\left(2 . m^2+\frac{19}{3} m^3\right)$..	$\cos 4Ev+c'mv-cv \quad ee'\left(\frac{15}{16} m^4-\frac{95}{4} m^4\right)$
		$\cos 4Ev-c'mv-cv \quad ee'\left(\frac{1579}{16} m^4+\frac{665}{12} m^4\right)$
$2\cos 2Ev-cv$	$e\left(\frac{15}{4} m+\frac{257}{16} m^2\right)$..	$\cos 4Ev+c'mv-cv \quad ee'\left(-\frac{95}{16} m^4-\frac{257}{16} m^4\right)$
		$\cos 4Ev-c'mv-cv \quad ee'\left(\frac{1995}{16} m^4+\frac{1799}{16} m^4\right)$;

de sorte que on a ;

$$4\left(\frac{\delta u}{u_{,}}\right)^2=\cos 4Ev+c'mv-cv \; ee'\left(-\frac{719}{16} m^4\right)+\cos 4Ev-c'mv-cv \; ee'\left(\frac{18779}{48} m^4\right);$$

§ 10.

Intégration ultérieure de l'équation différentielle en δu, relativement aux coefficiens des argumens $2Ev \pm c'mv - cv$, $2Ev \pm c'mv + cv$.

122. Ce paragraphe doit être considéré comme un supplément au second paragraphe de ce Chapitre. En effet, il est ici question de déterminer par rapport à δu, le terme du *septième* ordre de la forme $C^r m^5 . ee'$ qui entre dans le coefficient de chacun des quatre argumens $2Ev + c'mv - cv$, $2Ev - c'mv - cv$, $2Ev + c'mv + cv$, $2Ev - c'mv + cv$. Pour remplir cet objet, il suffit d'ajouter les termes convenables à chacune des fonctions déjà considérées dans le second paragraphe. Ainsi nous allons exposer, d'après l'ordre suivi depuis la page 95 jusqu'à la page 171, les différens supplémens qu'il faut ajouter aux fonctions désignées par (2), (3) . . . . . (11), pour pouvoir déterminer la valeur partielle de $\frac{\delta u}{u_1}$ qui renferme le terme multiplié par m^5, à l'égard de chacun des quatre coefficiens qu'on voit dans la page 171. A l'aide de cette disposition, quelques mots suffiront pour rendre tout-à-fait claire l'origine des nouveaux termes qui font partie des développemens suivans.

Produits partiels de $\left[\frac{3}{2}u_1 - \frac{3}{2}q\left(\frac{a'u'}{u_1}\right)^3\right]\frac{\delta u}{u_1}$

Multiplicateur		Produit
$2\cos cv$	$e(\ 3\ )$	$\cos 2Ev + c'mv - cv \quad ee'\left(-\frac{317}{48}m^4\right)$
		$\cos 2Ev + c'mv + cv \quad ee'\left(-\frac{19}{8}m^3\right)$
		$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad ee'\left(\frac{3009}{16}m^4\right)$
		$\cos 2Ev - c'mv + cv \quad ee'\left(\frac{399}{8}m^3\right)$

$$2\cos c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{9}{4}\right) \ldots\ldots\ldots \begin{cases} \cos 2Ev + c'mv - cv & e\varepsilon'\left(-\frac{1416863}{8192}\,m^4\right) \\ \cos 2Ev - c'mv - cv & e\varepsilon'\left(-\frac{1416863}{8192}\,m^4\right) \\ \cos 2Ev + c'mv + cv & e\varepsilon'\left(\frac{297}{64}\,m^3\right) \\ \cos 2Ev - c'mv + cv & e\varepsilon'\left(\frac{297}{64}\,m^3\right) \end{cases}$$

$$2\cos cv + c'mv \quad e\varepsilon'\left(\frac{27}{8} + \frac{9}{4}\,m\right) \ldots \begin{cases} \cos 2Ev + c'mv + cv & e\varepsilon'\left(\frac{171}{16}\,m^3 + \frac{9}{4}\,m^3\right) \\ \cos 2Ev - c'mv - cv & e\varepsilon'\left(24.m^4 + \frac{57}{8}\,m^4\right) \end{cases}$$

$$2\cos cv - c'mv \quad e\varepsilon'\left(\frac{27}{8} - \frac{9}{4}\,m\right) \ldots \begin{cases} \cos 2Ev - c'mv + cv & e\varepsilon'\left(\frac{171}{16}\,m^3 - \frac{9}{4}\,m^3\right) \\ \cos 2Ev + c'mv - cv & e\varepsilon'\left(24.m^4 - \frac{57}{8}\,m^4\right). \end{cases}$$

La réunion de ces produits partiels donne

$$\left[\frac{3}{2}u_1 - \frac{3}{2}\,q\left(\frac{\alpha'u'}{u_1}\right)^3\right]\frac{\delta u}{u_1} =$$

$$\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left\{-\frac{317}{48} - \frac{1416863}{8192} + 24 - \frac{57}{8} = -\frac{3998173}{24576}\right\} m^4$$

$$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left\{\frac{3009}{16} - \frac{1416863}{8192} + 24 + \frac{57}{8} = \frac{378721}{8192}\right\} m^4$$

$$\cos 2Ev + c'mv + cv \quad e\varepsilon'\left\{-\frac{19}{8} + \frac{297}{64} + \frac{171}{16} + \frac{9}{4} = \frac{973}{64}\right\} m^3$$

$$\cos 2Ev - c'mv + cv \quad e\varepsilon'\left\{\frac{399}{8} + \frac{297}{64} + \frac{171}{16} - \frac{9}{4} = \frac{4029}{64}\right\} m^3.$$

$$\delta\left[(\alpha'u')^3\right] = \delta nt.\left\{\begin{matrix} 2\sin c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{3}{2}\,m\right) + 2\sin cv + c'mv \quad e\varepsilon'\left(\frac{3}{2}\,m^2\right) \\ 2\sin cv - c'mv \quad e\varepsilon'\left(\frac{3}{2}\,m^2\right) \end{matrix}\right\}$$

$$= \cos 2Ev + c'mv \qquad \varepsilon'\left(-\frac{33}{16}\,m^3 - \frac{59}{8}\,m^4\right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv \qquad \varepsilon'\left(\frac{33}{16}\,m^3 + \frac{59}{8}\,m^4\right)$$

$+$

$\cos 2Ev + c'mv - cv \quad ee' \left\{ -\frac{52041}{512} - \frac{33}{16} = -\frac{53097}{512} \right\} m^4$

$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad ee' \left\{ \frac{52041}{512} - \frac{33}{16} = \frac{50985}{512} \right\} m^4$

$\cos 2Ev + c'mv + cv \quad ee' \left(3.m^3 \right)$

$\cos 2Ev - c'mv + cv \quad ee' \left(-3.m^3 \right).$

En faisant le produit de ces termes par

$$\frac{q}{2u_1^3} = \frac{1}{2} + 2\cos cv \;\; e\left(-\frac{3}{4}\right)$$

on aura

$$\frac{q}{2} \cdot \frac{\delta[(a'u')^3]}{u_1^3} =$$

$\cos 2Ev + c'mv + cv \quad ee' \left\{ \frac{3}{2} + \frac{99}{64} = \frac{195}{64} \right\} m^3$

$\cos 2Ev - c'mv + cv \quad ee' \left\{ -\frac{3}{2} - \frac{99}{64} = -\frac{195}{64} \right\} m^3$

$\cos 2Ev + c'mv - cv \quad ee' \left\{ -\frac{53097}{1024} + \frac{177}{32} = -\frac{47433}{1024} \right\} m^4$

$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad ee' \left\{ \frac{50985}{1024} - \frac{177}{32} = \frac{45321}{1024} \right\} m^4.$

Il est d'ailleurs clair qu'on a

$$3q\left(\frac{a'u'}{u_1}\right)^3\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2 = \left[3 + 2\cos cv \;\; e\left(-\frac{9}{2}\right)\right]\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$$

$= \cos 2Ev + c'mv - cv \quad ee' \left\{ \frac{927}{32} + \frac{27}{4} = \frac{1143}{32} \right\} m^4$
$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad ee' \left\{ -\frac{1341}{16} + \frac{27}{4} = -\frac{1233}{16} \right\} m^4$ (Voyez p. 304).

$\cos 2Ev + c'mv + cv \quad ee' \left(-\frac{27}{8} m^3 \right)$

$\cos 2Ev - c'mv + cv \quad ee' \left(\frac{27}{8} m^3 \right).$

Il suit de là que

$$(2)\ldots\ R_{,}+\frac{3}{2}\delta u=\left[\frac{3}{2}u_{,}-\frac{3}{2}q\left(\frac{a'u'}{u_{,}}\right)^{3}\right]\frac{\delta u}{u_{,}}+\frac{q}{2}\frac{\delta\left[(a'u')^{3}\right]}{u_{,}^{3}}+3q\left(\frac{a'u'}{u_{,}}\right)^{3}\left(\frac{\delta u}{u_{,}}\right)^{2}$$

$$=\cos 2Ev+c'mv-cv\ \ ee'\left\{-\frac{3998173}{24576}-\frac{47433}{1024}+\frac{1143}{32}=-\frac{4258741}{24576}\right\}m^{4}$$

$$\cos 2Ev-c'mv-cv\ \ ee'\left\{\frac{378721}{8192}+\frac{45321}{1024}-\frac{1233}{16}=\frac{109993}{8192}\right\}m^{4}$$

$$\cos 2Ev+c'mv+cv\ \ ee'\left\{\frac{973}{64}+\frac{195}{64}-\frac{27}{8}=\frac{119}{8}\right\}m^{3}$$

$$\cos 2Ev-c'mv+cv\ \ ee'\left\{\frac{4029}{64}-\frac{195}{64}+\frac{27}{8}=\frac{2025}{32}\right\}m^{3}.$$

123. On fera dans le cas actuel

$$R'=\sin 2Ev+c'mv-cv\ \ ee'\left(\frac{675}{128}m^{4}\right)+\sin 2Ev+c'mv+cv\ \ ee'\left(-\frac{9}{16}m^{3}\right)$$
$$\sin 2Ev-c'mv-cv\ \ ee'\left(-\frac{14175}{128}m^{4}\right)+\sin 2Ev-c'mv+cv\ \ ee'\left(\frac{189}{16}m^{3}\right);$$

$$(3)\ldots R''=\cos 2Ev+c'mv-cv\ \ ee'\left(\frac{675}{128}m^{4}\right)+\cos 2Ev+c'mv+cv\ \ ee'\left(-\frac{9}{16}m^{3}\right)$$
$$\cos 2Ev-c'mv-cv\ \ ee'\left(-\frac{14175}{128}m^{4}\right)+\cos 2Ev-c'mv+cv\ \ ee'\left(\frac{189}{16}m^{3}\right);$$

et on développera ainsi qu'il suit les fonctions qui composent la valeur de $\delta R'$.

Produits partiels de $-6q.\frac{(a'u')^{3}}{u_{,}^{4}}\frac{\sin}{\cos}(2v-2v').\frac{\delta u}{u_{,}}$.

Multiplicateur	Produit
$2\frac{\sin}{\cos}2Ev\ (-3)\ldots$	$\frac{\sin}{\cos}\ 2Ev-c'mv-cv\ \ ee'\left(\frac{4278639}{4096}m^{4}\right)$
	$2Ev+c'mv+cv\ \ ee'\left(\frac{52299}{256}m^{3}\right)$
	$2Ev+c'mv-cv\ \ ee'\left(-\frac{10751475}{4096}m^{4}\right)$
	$2Ev-c'mv+cv\ \ ee'\left(-\frac{106659}{256}m^{3}\right)$
	$-(2Ev+c'mv-cv\ \ ee'\left(-\frac{3201}{512}m^{4}\right)$ (V. p. 461)
	$-(2Ev-c'mv-cv)\ \ ee'\left(\frac{45847}{512}m^{4}\right)$ (V. p. 461)

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{21}{2}\right)\ldots\ \left\{{}^{\sin}_{\cos}\right. -(2Ev+c'mv-cv)\quad e\varepsilon'\left(\frac{24171}{512}\,m^4\right)$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{3}{2}\right)\ldots\ \left\{{}^{\sin}_{\cos}\right. -(2Ev-c'mv-cv)\quad e\varepsilon'\left(-\frac{3453}{512}\,m^4\right)$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-cv \qquad e\left(6+6.m\right)\ldots\left\{\begin{array}{ll}{}^{\sin}_{\cos} & 2Ev+c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{1755}{8}\,m^4\right)\\ & 2Ev-c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{1755}{8}\,m^4\right)\end{array}\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+cv \qquad e\left(6-6.m\right)\ldots\left\{\begin{array}{ll}{}^{\sin}_{\cos} & 2Ev+c'mv+cv \quad e\varepsilon'\left(9.\,m^3\right)\\ & 2Ev-c'mv+cv \quad e\varepsilon'\left(9.\,m^3\right)\\ & -(2Ev+c'mv-cv) \quad e\varepsilon'\left(3.\,m^4\right)\\ & -(2Ev-c'mv-cv) \quad e\varepsilon'\left(-21.\,m^4\right)\end{array}\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+c'mv+cv \quad e\varepsilon'\left(-3\right)\ldots\left\{{}^{\sin}_{\cos}\right. -(2Ev-c'mv-cv)\quad e\varepsilon'\left(\frac{3}{2}\,m^4\right)$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-c'mv+cv \quad e\varepsilon'\left(21\right)\ldots\left\{{}^{\sin}_{\cos}\right. -(2Ev+c'mv-cv)\quad e\varepsilon'\left(-\frac{21}{2}\,m^4\right).$$

La réunion de ces produits partiels donne

$$(a)\ \ldots\ldots\ -6q\,\frac{(a'u')^3}{u_1^4}\,{}^{\sin}_{\cos}(2v-2v')\cdot\frac{\delta u}{u_1}=$$

$${}^{\sin}_{\cos}\quad 2Ev+c'mv+cv \quad e\varepsilon'\left\{\frac{52299}{256}+9=\frac{54603}{256}\right\}m^3$$

$$2Ev-c'mv+cv \quad e\varepsilon'\left\{-\frac{106659}{256}+9=-\frac{104355}{256}\right\}m^3$$

$$2Ev+c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left\{-\frac{10751475}{4096}+\frac{1755}{8}=-\frac{9852915}{4096}\right\}m^4$$

$$-(2Ev+c'mv-cv) \quad e\varepsilon'\left\{-\frac{3201}{512}+\frac{24171}{512}+3-\frac{21}{2}=\frac{8565}{256}\right\}m^4$$

$$2Ev-c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left\{\frac{4278639}{4096}+\frac{1755}{8}=\frac{5177199}{4096}\right\}m^4$$

$$-(2Ev-c'mv-cv) \quad e\varepsilon'\left\{\frac{45847}{512}-\frac{3453}{512}-21+\frac{3}{2}=\frac{16205}{256}\right\}m^4.$$

Produits partiels de $15q.\frac{(a'u')^3}{u_1^4}\frac{\sin}{\cos}(2v-2v').\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2.$

Multiplicateur		Produit		
$2\frac{\sin}{\cos}2Ev$	$\left(\frac{15}{2}\right)\ldots$	$\frac{\sin}{\cos}\ 2Ev+c'mv+cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{825}{32}m^3\right)$	(Voyez p. 303).
		$2Ev-c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{28165}{128}m^4\right)$	
		$2Ev-c'mv+cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{1125}{32}m^3\right)$	
		$2Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{48165}{128}m^4\right)$	
		$-(2Ev+c'mv-cv)$	$e\varepsilon'\left(-\frac{10785}{128}m^4\right)$	(Voyez p. 462).
		$-(2Ev-c'mv-cv)$	$e\varepsilon'\left(\frac{93895}{128}m^4\right)$	
$2\frac{\sin}{\cos}2Ev-cv$	$e\left(-15\right)\ldots$	$\frac{\sin}{\cos}\ 2Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left(-45.\ m^4\right)$	
		$2Ev-c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left(-45.\ m^4\right)$	
$2\frac{\sin}{\cos}2Ev+cv$	$e\left(-15\right)\ldots$	$\frac{\sin}{\cos}-(2Ev+c'mv-cv)$	$e\varepsilon'\left(\frac{15}{2}m^4\right)$	
		$-(2Ev-c'mv-cv)$	$e\varepsilon'\left(-\frac{105}{2}m^4\right)$	
$2\frac{\sin}{\cos}2Ev+c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{15}{4}\right)\ldots$	$\frac{\sin}{\cos}\ 2Ev+c'mv+cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{225}{32}m^3\right)$	
		$2Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{6165}{128}m^4\right)$	
		$-(2Ev-c'mv-cv)$	$e\varepsilon'\left(-\frac{6705}{128}m^4\right)$	
$2\frac{\sin}{\cos}2Ev-c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{105}{4}\right)\ldots$	$\frac{\sin}{\cos}\ 2Ev-c'mv+cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{1575}{32}m^3\right)$	
		$2Ev-c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{43155}{128}m^4\right)$	
		$-(2Ev+c'mv-cv)$	$e\varepsilon'\left(\frac{46935}{128}m^4\right)$	
$2\frac{\sin}{\cos}2Ev+c'mv+cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{15}{2}\right)\ldots$	$\frac{\sin}{\cos}-(2Ev-c'mv-cv)$	$e\varepsilon'\left(\frac{15}{4}m^4\right)$	

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev - c'mv + cv \;\; e\varepsilon'\left(-\frac{105}{2}\right) .. \left\{{}^{\sin}_{\cos} - (2Ev + c'mv - cv) \;\; e\varepsilon'\left(-\frac{105}{4}\,m^4\right)\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev + c'mv - cv \;\; e\varepsilon'\left(\frac{15}{2}\right) .. \left\{{}^{\sin}_{\cos} \;\; 2Ev + c'mv - cv \;\; e\varepsilon'\left(\frac{15}{2}\,m^4\right)\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev - c'mv - cv \;\; e\varepsilon'\left(-\frac{105}{2}\right) .. \left\{{}^{\sin}_{\cos} \;\; 2Ev - c'mv - cv \;\; e\varepsilon'\left(-\frac{105}{2}\,m^4\right).\right.$$

$$(b) \;\ldots\ldots\; 15\,q \,.\, \frac{(\alpha'u')^3}{u_1^4}\,{}^{\sin}_{\cos}\,(2v - 2v') \,.\, \left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2 =$$

$${}^{\sin}_{\cos} \;\; 2Ev + c'mv + cv \quad e\varepsilon'\left\{ \frac{825}{32} - \frac{225}{32} = \frac{75}{4} \right\} m^2$$

$$2Ev - c'mv + cv \quad e\varepsilon'\left\{ \frac{1125}{32} + \frac{1575}{32} = \frac{675}{8} \right\} m^3$$

$$2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left\{ \frac{48165}{128} - 45 - \frac{6165}{128} + \frac{15}{2} = \frac{2325}{8} \right\} m^4$$

$$-(2Ev + c'mv - cv) \quad e\varepsilon'\left\{ -\frac{10785}{128} + \frac{15}{2} + \frac{46935}{128} - \frac{105}{4} = \frac{16875}{64} \right\} m^4$$

$$2Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left\{ \frac{28465}{128} - 45 + \frac{43155}{128} - \frac{105}{2} = \frac{14785}{32} \right\} m^4$$

$$-(2Ev - c'mv - cv) \quad e\varepsilon'\left\{ \frac{93895}{128} - \frac{105}{2} - \frac{6705}{128} + \frac{15}{4} = \frac{40475}{64} \right\} m^4.$$

Produits partiels de $\delta\left[(\alpha'u')^3\,{}^{\sin}_{\cos}\,(2v - 2v')\right]$

Multiplicateur — Produit

$$-2\,{}^{\cos}_{\sin} - 2Ev \quad (m) \;\ldots\ldots\; \left\{\begin{array}{lll} {}^{\sin}_{\cos} \;\; 2Ev - c'mv + cv & e\varepsilon' & \left(\frac{1329}{32}\,m^3\right) \\ 2Ev + c'mv - cv & e\varepsilon' & \left(-\frac{37035}{128}\,m^4\right) \\ 2Ev + c'mv + cv & e\varepsilon' & \left(-\frac{621}{32}\,m^3\right) \\ 2Ev - c'mv - cv & e\varepsilon' & \left(\frac{18135}{128}\,m^4\right) \\ 2Ev + c'mv & \varepsilon' & \left(\frac{735}{16}\,m^4\right) \\ 2Ev - c'mv & \varepsilon' & \left(-\frac{735}{16}\,m^4\right) \\ -(2Ev + c'mv - cv) & e\varepsilon' & \left(-\frac{45}{8}\,m^4\right) \\ -(2Ev - c'mv - cv) & e\varepsilon' & \left(\frac{175}{8}\,m^4\right). \end{array}\right.$$

$$-2\,{}^{\cos}_{\sin}-(2Ev+c'mv)\;\; \iota'\left(-\tfrac{1}{4}m\right)\ldots\left\{\begin{array}{lll} {}^{\sin}_{\cos} & 2Ev+c'mv-cv & e\iota'\left(-\ \tfrac{405}{128}\ m^4\right) \\ & -(2Ev-c'mv-cv) & e\iota'\left(-\ \tfrac{15}{16}\ m^4\right) \end{array}\right.$$

$$-2\,{}^{\sin}_{\cos}-(2Ev-c'mv)\;\; \iota'\left(\ \tfrac{21}{4}m\right)\ldots\left\{\begin{array}{lll} {}^{\sin}_{\cos} & 2Ev-c'mv-cv & e\iota'\left(\ \tfrac{8505}{128}\ m^4\right) \\ & -(2Ev+c'mv-cv) & e\iota'\left(\ \tfrac{315}{16}\ m^4\right) \end{array}\right.$$

$$-2\,{}^{\cos}_{\sin}-(2Ev+cv)\;\; c\left(\ 2.m^2\right)\ldots\left\{\begin{array}{lll} {}^{\sin}_{\cos} & 2Ev+c'mv+cv & e\iota'\left(-\ 6.\ m^3\right) \\ & 2Ev-c'mv+cv & e\iota'\left(\ 6.\ m^3\right). \end{array}\right.$$

$$\partial\left[(\alpha' u')^3\,{}^{\sin}_{\cos}(2v-2v')\right]=$$

$$\begin{array}{lll} {}^{\sin}_{\cos}\quad 2Ev+c'mv & \iota'\left(\ \tfrac{735}{16}m^4\right) & \\ 2Ev-c'mv & \iota'\left(-\tfrac{735}{16}m^4\right) & \\ 2Ev+c'mv+cv & e\iota' & \left\{-\tfrac{621}{32}-6=-\tfrac{813}{32}\right\}m^3 \\ 2Ev-c'mv+cv & e\iota' & \left\{\ \tfrac{1329}{32}+6=\tfrac{1521}{32}\right\}m^3 \\ 2Ev+c'mv-cv & e\iota' & \left\{-\tfrac{37035}{128}-\tfrac{405}{128}=-\tfrac{585}{2}\right\}m^4 \\ -(2Ev+c'mv-cv) & e\iota' & \left\{\ \tfrac{315}{16}-\tfrac{45}{8}=\tfrac{225}{16}\right\}m^4 \\ 2Ev-c'mv-cv & e\iota' & \left\{\ \tfrac{18135}{128}+\tfrac{8505}{128}=\tfrac{1665}{8}\right\}m^4 \\ -(2Ev-c'mv-cv) & e\iota' & \left\{\ \tfrac{175}{8}-\tfrac{15}{16}=\tfrac{335}{16}\right\}m^4. \end{array}$$

En faisant le produit de ces termes par

$$\frac{3}{2}\frac{q}{u_0^4}=\frac{3}{2}+2\cos cv \quad e(-3)$$

on aura ;

$$(c) \ldots\ldots \frac{3}{2}q\,\frac{\delta\left[(\alpha' u')^3 \tfrac{\sin}{\cos}(2v-2v')\right]}{u_1^4} =$$

$$\begin{array}{lll}
{}^{\sin}_{\cos} & 2Ev+c'mv+cv & e\epsilon'\left(-\frac{2439}{64}m^3\right) \\
 & 2Ev-c'mv+cv & e\epsilon'\left(\frac{4563}{64}m^3\right) \\
 & 2Ev+c'mv-cv & e\epsilon'\left\{-\frac{1755}{4}-\frac{2205}{16}=-\frac{9225}{16}\right\}m^4 \\
 & -(2Ev+c'mv-cv) & e\epsilon'\left(\frac{675}{32}m^4\right) \\
 & 2Ev-o'mv-cv & e\epsilon'\left\{\frac{4995}{16}+\frac{2205}{16}=450\right\}m^4 \\
 & -(2Ev-c'mv-cv) & e\epsilon'\left(\frac{1005}{32}m^4\right).
\end{array}$$

Produits partiels de $-\frac{3}{2}q\,\frac{\delta\left[(\alpha' u')^3 \tfrac{\sin}{\cos}(2v-2v')\right]}{u_1^4}\cdot 4\frac{\delta u}{u_1}$

Multiplicateur		Produit
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,ov$	$\left(\frac{33}{8}m^2\right)\ldots\ldots$	${}^{\sin}_{\cos}\ 2Ev+c'mv-cv\quad e\epsilon'\left(-\frac{495}{64}m\right)$
		$-(2Ev+c'mv-cv)\quad e\epsilon'\left(-\frac{495}{64}m^4\right)$
		$2Ev-c'mv-cv\quad e\epsilon'\left(\frac{1155}{64}m^4\right)$
		$-(2Ev-c'mv-cv)\quad e\epsilon'\left(\frac{1155}{64}m^4\right)$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,cv$	$e\left(\frac{45}{2}m^2\right)\ldots\ldots$	${}^{\sin}_{\cos}-(2Ev+c'mv-cv)\quad e\epsilon'\left(-\frac{45}{8}m^4\right)$
		$-(2Ev-c'mv-cv)\quad e\epsilon'\left(\frac{315}{8}m^4\right)$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,cv+c'mv$	$e\epsilon'\left(\frac{375}{16}m^2\right)\ldots\ldots$	${}^{\sin}_{\cos}-(2Ev-c'mv-cv)\quad e\epsilon'\left(-\frac{375}{16}m^4\right)$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,cv-c'mv$	$e\epsilon'\left(\frac{765}{16}m^2\right)\ldots\ldots$	${}^{\sin}_{\cos}-(2Ev+c'mv-cv)\quad e\epsilon'\left(\frac{765}{16}m^4\right)$

$$2\,{}^{sin}_{cos}\,c'mv \qquad e'\left(\overset{(*)}{\frac{429}{32}}m^3\right)\ldots\ldots\begin{cases}{}^{sin}_{cos}\quad 2Ev+c'mv-cv & ee'\left(\frac{6435}{256}m^4\right)\\ -(2Ev-c'mv-cv) & ee'\left(\frac{6435}{256}m^4\right)\end{cases}$$

$$2\,{}^{sin}_{cos}\,-c'mv \qquad e'\left(\overset{(*)}{\frac{627}{32}}m^3\right)\ldots\ldots\begin{cases}{}^{sin}_{cos}\quad 2Ev-c'mv-cv & ee'\left(\frac{9405}{256}m^4\right)\\ -(2Ev+c'mv-cv) & ee'\left(\frac{9405}{256}m^4\right)\end{cases}$$

$$2\,{}^{sin}_{cos}\,4Ev-cv \qquad e\left(-\frac{45}{4}m^2\right)\ldots\ldots\begin{cases}{}^{sin}_{cos}\quad 2Ev-c'mv-cv & ee'\left(\frac{45}{8}m^4\right)\\ 2Ev+c'mv-cv & ee'\left(-\frac{315}{8}m^4\right)\end{cases}$$

$$2\,{}^{sin}_{cos}\,4Ev+c'mv-cv \quad ee'\left(\overset{(**)}{\frac{225}{16}}m^2\right)\ldots\begin{cases}sin\\cos\end{cases}\quad 2Ev+c'mv-cv \quad ee'\left(\frac{225}{16}m^4\right)$$

$$2\,{}^{sin}_{cos}\,4Ev-c'mv-cv \quad ee'\left(-\overset{(**)}{\frac{1365}{16}}m^2\right)\ldots\begin{cases}sin\\cos\end{cases}\quad 2Ev-c'mv-cv \quad ee'\left(-\frac{1365}{16}m^4\right).$$

La réunion de ces produits partiels donne

$$(d)\ \ldots\ldots\ -4\frac{\delta u}{u_i}\cdot\frac{3}{2}q\,\frac{\delta\left[(\alpha' u')^3\,{}^{sin}_{cos}(2v-2v')\right]}{u_i^4}=$$

$${}^{sin}_{cos}\quad 2Ev+c'mv-cv \quad ee'\left(-\frac{495}{64}+\frac{6435}{256}-\frac{315}{8}+\frac{225}{16}=-\frac{2025}{256}\right)m^4$$

$$-(2Ev+c'mv-cv)\quad ee'\left(-\frac{45}{8}-\frac{495}{64}+\frac{765}{16}+\frac{9405}{256}=\frac{18225}{256}\right)m^4$$

$$2Ev-c'mv-cv \quad ee'\left(\frac{1155}{64}+\frac{9405}{256}+\frac{45}{8}-\frac{1365}{16}=-\frac{6375}{256}\right)m^4$$

$$-(2Ev-c'mv-cv)\quad ee'\left(\frac{315}{8}+\frac{1155}{64}+\frac{375}{16}+\frac{6435}{256}=\frac{27135}{256}\right)m^4.$$

La réunion des termes de R' (Voyez p. 466) et de ceux compris dans les fonctions (a), (b), (c), (d), prises avec le signe *sinus*, donne ;

(*) Voyez p. 286 du second volume. (**) Voyez p. 452 de ce volume.

$$R_{1} = R' + \delta R' =$$

$$\sin 2Ev + c'mv - cv \quad ee' \left\{ \begin{array}{l} \frac{3}{2} - \frac{21}{8}m - \frac{3699}{64}m^2 - \frac{124263}{256}m^3 \\ + \left\{ \begin{array}{l} \frac{675}{128} - \frac{9852915}{4096} - \frac{8565}{256} + \frac{2325}{8} - \frac{16875}{64} \\ - \frac{9225}{16} - \frac{675}{32} - \frac{2025}{256} - \frac{18225}{256} = - \frac{12629955}{4096} \end{array} \right\} m^4 \end{array} \right\}$$

$$\sin 2Ev - c'mv - cv \quad ee' \left\{ \begin{array}{l} - \frac{21}{2} - \frac{99}{8}m + \frac{1431}{64}m^2 + \frac{47319}{256}m^3 \\ + \left\{ \begin{array}{l} - \frac{14175}{128} + \frac{5177199}{4096} - \frac{16205}{256} + \frac{14785}{32} - \frac{40475}{64} \\ + 450 - \frac{1005}{32} - \frac{6375}{256} - \frac{27135}{256} = \frac{4944799}{4096} \end{array} \right\} m^4 \end{array} \right\}$$

$$\sin 2Ev + c'mv + cv \quad ee' \left\{ \begin{array}{l} \frac{3}{2} + \frac{21}{8}m + \frac{2151}{64}m^2 \\ + \left(- \frac{9}{16} + \frac{54603}{256} + \frac{75}{4} - \frac{2439}{64} = \frac{49503}{256} \right) m^3 \end{array} \right\}$$

$$\sin 2Ev - c'mv + cv \quad ee' \left\{ \begin{array}{l} - \frac{21}{2} + \frac{99}{8}m - \frac{4419}{64}m^2 \\ + \left(\frac{189}{16} - \frac{104355}{256} + \frac{675}{8} + \frac{4563}{64} = - \frac{61479}{256} \right) m^3 \end{array} \right\}.$$

En multipliant chacun de ces termes par le facteur correspondant que voici :

Argument	Facteur pour l'intégration
$2Ev + c'mv - cv$	$1 + m + \frac{1}{4}m^2 - \frac{241}{32}m^3 - \frac{5959}{128}m^4$
$2Ev - c'mv - cv$	$1 + 3.m + \frac{33}{4}m^2 + \frac{495}{32}m^3 - \frac{1623}{128}m^4$
$2Ev + c'mv + cv$	$\frac{1}{3}\left(1 + \frac{1}{3}m + \frac{13}{36}m^2 + \frac{2201}{864}m^3\right)$
$2Ev - c'mv + cv$	$\frac{1}{3}\left(1 + m + \frac{5}{4}m^2 + \frac{123}{32}m^3\right)$

on aura ;

$$(4) \ldots\ldots -\int R_{,} dv =$$

$$\cos 2Ev + c'mv - cv \quad ee'\left(-\frac{12629955}{4096} - \frac{124263}{256} - \frac{3699}{256} + \frac{5061}{256} - \frac{17877}{256} = -\frac{14882403}{4096}\right) m^4$$

$$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad ee'\left(\frac{4944799}{4096} + \frac{141957}{256} + \frac{47223}{256} - \frac{49005}{256} + \frac{34083}{256} = \frac{7732927}{4096}\right) m^4$$

$$\cos 2Ev + c'mv + cv \quad ee'\left(\frac{16501}{256} + \frac{239}{64} + \frac{91}{288} + \frac{2201}{1728} = \frac{482327}{6912}\right) m^3$$

$$\cos 2Ev - c'mv + cv \quad ee'\left(-\frac{20193}{256} - \frac{1473}{64} + \frac{165}{32} - \frac{861}{64} = -\frac{28509}{256}\right) m^3.$$

Il est d'ailleurs clair qu'on a ici ;

$$(6) \ldots\ldots \frac{2Q'q}{1+\gamma^2} . e \cos cv . \int R_{,} dv =$$

$$\cos 2Ev + c'mv - cv \quad ee'\left(-\frac{9}{64} - \frac{675}{256} - \frac{12105}{512} = -\frac{13527}{512}\right) m^4$$

$$\cos 2Ev + c'mv + cv \quad ee'\left(-\frac{9}{32} - \frac{675}{128} = -\frac{711}{128}\right) m^3$$

$$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad ee'\left(\frac{999}{64} + \frac{14175}{256} + \frac{81735}{512} = \frac{121077}{512}\right) m^4$$

$$\cos 2Ev - c'mv + cv \quad ee'\left(\frac{189}{32} + \frac{4725}{128} = \frac{5481}{128}\right) m^3.$$

124. Les fonctions (a), (b), (c), (d) étant prises avec le signe *cosinus*, donnent ;

$$\frac{\delta R'}{u_{,}} = \frac{3}{4} . (a) + \frac{3}{5} . (b) + (c) + \frac{3}{4} . (d) =$$

$$\cos 2Ev + c'mv - cv \quad ee'\left\{\begin{array}{l} -\frac{29558745}{16384} + \frac{25695}{1024} + \frac{1395}{8} + \frac{10125}{64} \\ -\frac{9225}{16} + \frac{675}{32} - \frac{6075}{1024} + \frac{54675}{1024} = -\frac{32021865}{16384} \end{array}\right\} m^4$$

$$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad ee'\left\{\begin{array}{l} \frac{15531597}{16384} + \frac{48615}{1024} + \frac{8871}{32} + \frac{24285}{64} \\ + 450 + \frac{1005}{32} - \frac{19125}{1024} + \frac{81405}{1024} = \frac{35952189}{16384} \end{array}\right\} m^4$$

$$\cos 2Ev + c'mv + cv \quad ee'\left(\frac{163809}{1024} + \frac{45}{4} - \frac{2139}{64} = \frac{136305}{1024}\right) m^3$$

$$\cos 2Ev - c'mv + cv \quad ee'\left(-\frac{313065}{1024} + \frac{405}{8} + \frac{4563}{64} = -\frac{188217}{1024}\right) m^3.$$

Cette même fonction renferme les deux termes (Voyez p. 129)

$$\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{9}{8}m^2 + \frac{405}{64}m^4\right), \quad \cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{63}{8}m^2 - \frac{6399}{64}m^4\right);$$

donc en faisant le produit par $u_1 = 1 + 2\cos cv \quad e\left(\frac{1}{2}\right)$, il viendra;

$$(8)\ldots\ldots \delta R^V = \cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{32021865}{16384} + \frac{405}{128} = -\frac{31970025}{16384}\right)m^4$$

$$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{35952189}{16384} - \frac{6399}{128} = \frac{35133117}{16384}\right)m^4$$

$$\cos 2Ev + c'mv + cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{136305}{1024}m^3\right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv + cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{188217}{1024}m^3\right).$$

125. En prenant (Voyez p. 121, 122, 132)

$$-\frac{du_1}{dv} = 2\sin cv \quad e\left(\frac{1}{2} - \frac{3}{8}m^2 - \frac{225}{64}m^3 - \frac{4071}{256}m^4\right);$$

$$R_1 = \sin 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{3}{4} - \frac{1125}{32}m^2\right) + \sin 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{21}{4} + 9.m^2 - \frac{5247}{32}m^4\right);$$

et faisant le produit de ces deux fonctions on aura;

$$(9)\ldots\ldots -R_1\frac{du_1}{dv} = \cos 2Ev + c'mv + cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{675}{256}m^3\right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv + cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{4725}{256}m^3\right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{1125}{64} + \frac{12213}{1024} = -\frac{5787}{1024}\right)m^4$$

$$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{5747}{64} - \frac{27}{8} - \frac{85191}{1024} = -\frac{180899}{1024}\right)m^4.$$

Produits partiels de $-R_1\frac{d.\delta u}{dv}$.

126. Pour obtenir ces produits on peut employer la valeur de $-\frac{d.\delta u}{dv}$ posée dans les pages 134, 135, après y avoir ajouté ces quatre termes

$$-\frac{d.\delta u}{dv}=$$

$$\cos cv - c'mv \qquad e\epsilon' \left\{ \frac{3658705}{4096} - \frac{35553}{256} - \frac{3339}{256} - \frac{2025}{256} = \frac{3004033}{4096} \right\} m^4$$

$$\cos cv + c'mv \qquad e\epsilon' \left\{ -\frac{1351333}{4096} - \frac{17433}{256} + \frac{2511}{256} + \frac{2025}{256} = -\frac{1557685}{4096} \right\} m^4$$

$$\cos 4Ev + c'mv - cv \qquad e\epsilon' \left\{ \frac{3585}{512} - \frac{675}{128} = \frac{885}{512} \right\} m^4$$

$$\cos 4Ev - c'mv - cv \qquad e\epsilon' \left\{ -\frac{48535}{512} + \frac{4375}{128} = -\frac{31035}{512} \right\} m^4,$$

déduits des valeurs de δu trouvées dans les pag. 158 et 461.

Multiplicateur	Produit
$2\sin cv \quad e\left(-\frac{45}{16}m - \frac{1059}{64}m^2 - \overset{(*)}{\frac{63721}{1024}}m^3\right)\ldots$	$\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\epsilon'\left(\frac{1059}{64}m^4 + \frac{195}{64}m^4\right)$
	$\cos 2Ev + c'mv + cv \quad e\epsilon'\left(-\frac{45}{16}m^3\right)$
	$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\epsilon'\left(-\frac{7413}{64}m^4 - \frac{4095}{64}m^4\right)$
	$\cos 2Ev - c'mv + cv \quad e\epsilon'\left(\frac{315}{16}m^3\right)$
$2\sin c'mv \quad \epsilon'\left(-\frac{357}{64}m^3\right) \ldots\ldots$	$\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\epsilon'\left(\frac{5355}{512}m^4\right)$
	$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\epsilon'\left(-\frac{5355}{512}m^4\right)$
$2\sin cv + c'mv \quad e\epsilon'\left(-\frac{165}{32}m - \frac{1341}{32}m^2\right)\ldots$	$\cos 2Ev + c'mv + cv \quad e\epsilon'\left(\frac{165}{16}m^3\right)$
	$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\epsilon'\left(-\frac{1341}{16}m^4 - \frac{715}{32}m^4\right)$
$2\sin cv - c'mv \quad e\epsilon'\left(-\frac{225}{32}m - \frac{3807}{64}m^2\right)\ldots$	$\cos 2Ev - c'mv + cv \quad e\epsilon'\left(\frac{225}{16}m^3\right)$
	$\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\epsilon'\left(-\frac{3807}{32}m^4 - \frac{975}{32}m^4\right)$
$2\sin 2Ev - cv \quad e\left(-\frac{3}{2} - \frac{3}{2}m\right)\ldots\ldots$	$\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\epsilon'\left(-\frac{9}{4}m^4\right)$
	$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\epsilon'\left(\frac{9}{4}m^4\right)$

(*) Voyez p. 255.

$$2\sin 2Ev+cv \quad e\left(-\frac{3}{2}+\frac{3}{2}m\right)\ldots\ldots \begin{cases} \cos 2Ev+c'mv+cv & e\epsilon'\left(-\frac{9}{4}m^3\right) \\ \cos 2Ev-c'mv+cv & e\epsilon'\left(\frac{9}{4}m^3\right) \\ \cos 2Ev+c'mv-cv & e\epsilon'\left(-3.m^4\right) \\ \cos 2Ev-c'mv-cv & e\epsilon'\left(21.m^4\right) \end{cases}$$

$$2\sin 2Ev \;\left(\frac{3}{4}\right)\ldots\ldots\ldots\ldots \begin{cases} \cos 2Ev-c'mv+cv & e\epsilon'\left(-\frac{92655}{1024}m^3\right) \\ \cos 2Ev+c'mv-cv & e\epsilon'\left(\frac{9012099}{16384}m^4\right) \\ \cos 2Ev+c'mv+cv & e\epsilon'\left(\frac{61695}{1024}m^3\right) \\ \cos 2Ev-c'mv-cv & e\epsilon'\left(-\frac{4678055}{16384}m^4\right) \\ \cos 2Ev+c'mv-cv & e\epsilon'\left(\frac{2655}{2048}m^4\right) \\ \cos 2Ev-c'mv-cv & e\epsilon'\left(-\frac{93105}{2048}m^4\right) \end{cases}$$

$$2\sin 2Ev-c'mv \quad \epsilon'\left(\frac{21}{8}+\frac{9}{2}m^2\right)\ldots\; \{\cos 2Ev+c'mv-cv \quad e\epsilon'\left(-\frac{51845}{2048}m^4\right)$$

$$2\sin 2Ev+c'mv \quad \epsilon'\left(-\frac{3}{8}\right)\ldots\ldots\; \{\cos 2Ev-c'mv-cv \quad e\epsilon'\left(\frac{7335}{2048}m^4\right)$$

$$2\sin 2Ev+c'mv+cv \quad e\epsilon'\left(\frac{3}{4}\right)\ldots\; \{\cos 2Ev-c'mv-cv \quad e\epsilon'\left(-\frac{3}{2}m^4\right)$$

$$2\sin 2Ev-c'mv+cv \quad e\epsilon'\left(-\frac{21}{4}\right)\ldots\; \{\cos 2Ev+c'mv-cv \quad e\epsilon'\left(\frac{21}{2}m^4\right)$$

$$2\sin 4Ev \;\left(-\frac{3}{2}m^2\right)\ldots\ldots\ldots \begin{cases} \cos 2Ev-c'mv+cv & e\epsilon'\left(\frac{45}{16}m^3\right) \\ \cos 2Ev+c'mv+cv & e\epsilon'\left(-\frac{105}{16}m^3\right) \\ \cos 2Ev-c'mv-cv & e\epsilon'\left(-\frac{45}{32}m^4\right) \\ \cos 2Ev+c'mv-cv & e\epsilon'\left(\frac{315}{32}m^4\right) \end{cases}$$

$$2\sin 4Ev - cv \quad e\left(-\tfrac{45}{16}m - \tfrac{399}{64}m^2\right)\ldots \begin{cases} \cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\epsilon'\left(\tfrac{399}{64}m^4 + \tfrac{195}{64}m^4\right) \\ \cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\epsilon'\left(-\tfrac{2793}{64}m^4 - \tfrac{4095}{64}m^4\right) \end{cases}$$

$$2\sin 4Ev + c'mv \quad \epsilon'\left(\tfrac{3}{2}m^2\right)\ldots\ldots \begin{cases} \cos 2Ev + c'mv + cv \quad e\epsilon'\left(\tfrac{45}{16}m^3\right) \\ \cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\epsilon'\left(-\tfrac{45}{16}m^4\right) \end{cases}$$

$$2\sin 4Ev - c'mv \quad \epsilon'\left(-\tfrac{21}{2}m^2\right)\ldots\ldots \begin{cases} \cos 2Ev - c'mv + cv \quad e\epsilon'\left(-\tfrac{315}{16}m^3\right) \\ \cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\epsilon'\left(\tfrac{315}{16}m^4\right) \end{cases}$$

$$2\sin 4Ev + c'mv - cv \quad e\epsilon'\left(\tfrac{135}{32}m - \tfrac{51}{64}m^2\right)\Big\{ \cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\epsilon'\left(-\tfrac{51}{32}m^4 + \tfrac{585}{32}m^4\right)$$

$$2\sin 4Ev - c'mv - cv \quad e\epsilon'\left(-\tfrac{525}{32}m - \tfrac{1179}{32}m^2\right)\Big\{ \cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\epsilon'\left(-\tfrac{1179}{16}m^4 - \tfrac{2275}{82}m^4\right).$$

En réunissant ces produits partiels on aura ;

$$(10)\ \ldots\ldots\ -R_1\frac{d.\delta u}{dv} =$$

$$\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\epsilon' \left\{ \begin{array}{l} \tfrac{1059}{61} + \tfrac{195}{64} - \tfrac{3807}{32} - \tfrac{975}{32} + \tfrac{9012099}{16384} + \tfrac{2655}{2048} \\ -\tfrac{9}{4} - 3 - \tfrac{51345}{2048} + \tfrac{21}{2} + \tfrac{315}{32} + \tfrac{5355}{512} - \tfrac{2793}{64} \\ -\tfrac{4095}{61} - \tfrac{45}{16} - \tfrac{51}{32} + \tfrac{585}{32} = \tfrac{5877875}{16384} \end{array} \right\} m^4$$

$$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\epsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\tfrac{7413}{64} - \tfrac{4095}{64} - \tfrac{1341}{16} - \tfrac{715}{32} - \tfrac{4673055}{16384} - \tfrac{93105}{2048} \\ +\tfrac{9}{4} + 21 - \tfrac{5355}{512} + \tfrac{7335}{2048} - \tfrac{3}{2} - \tfrac{45}{32} \\ +\tfrac{399}{64} + \tfrac{195}{64} + \tfrac{315}{16} - \tfrac{1179}{16} - \tfrac{2275}{32} = -\tfrac{12036017}{16384} \end{array} \right\} m^4$$

$$\cos 2Ev + c'mv + cv \quad e\epsilon' \left\{ \tfrac{165}{16} - \tfrac{45}{16} + \tfrac{61695}{1024} - \tfrac{9}{4} - \tfrac{105}{16} + \tfrac{45}{16} = \tfrac{63231}{1024} \right\} m^3$$

$$\cos 2Ev - c'mv + cv \quad e\epsilon' \left\{ \tfrac{315}{16} + \tfrac{225}{16} - \tfrac{92655}{1024} + \tfrac{9}{4} + \tfrac{45}{16} - \tfrac{315}{16} = -\tfrac{73071}{1024} \right\} m^3.$$

Produits partiels de $-2\left(\frac{d^2.\delta u}{dv^2}+\delta u\right)\int R_1 dv$.

127. Pour obtenir ces produits partiels on peut employer la valeur de $-\left(\frac{d^2.\delta u}{dv^2}+\delta u\right)$ posée dans les pages 143, 144 après y avoir ajouté ces quatre termes

$$-\left(\frac{d^2.\delta u}{dv^2}+\delta u\right)=$$

$$\cos cv-c'mv \qquad ee'\left\{-\frac{549}{2}-\frac{3339}{128}=-\frac{38475}{128}\right\}m^4$$

$$\cos cv+c'mv \qquad ee'\left\{-\frac{8433}{64}+\frac{2511}{128}=-\frac{14355}{128}\right\}m^4$$

$$\cos 4Ev+c'mv-cv \quad ee'\left(-\frac{415}{32}m^4\right)$$

$$\cos 4Ev-c'mv-cv \quad ee'\left(-\frac{1145}{24}m^4\right),$$

déduits de ceux qu'on voit dans les pages 153 et 460.

Multiplicateur		Produit	
$2\cos cv$	$e\left(\frac{45}{8}m+\frac{1059}{32}m^3\right)\ldots$	$\cos 2Ev+c'mv+cv$	$ee'\left(-\frac{135}{16}m^3\right)$
		$\cos 2Ev+c'mv-cv$	$ee'\left(-\frac{3177}{64}m^4-\frac{135}{64}m^3\right)$
		$\cos 2Ev-c'mv+cv$	$ee'\left(\frac{945}{16}m^3\right)$
		$\cos 2Ev-c'mv-cv$	$ee'\left(\frac{22239}{64}m^4+\frac{2835}{64}m^3\right)$
$2\cos c'mv$	$e'\left(\frac{357}{32}m^2\right)\ldots\ldots$	$\cos 2Ev+c'mv-cv$	$ee'\left(-\frac{5355}{64}m^4\right)$
		$\cos 2Ev-c'mv-cv$	$ee'\left(-\frac{5355}{64}m^4\right)$
$2\cos cv+c'mv$	$ee'\left(\frac{165}{16}m+\frac{147}{2}m^2\right)$	$\cos 2Ev+c'mv+cv$	$ee'\left(\frac{495}{16}m^3\right)$
		$\cos 2Ev-c'mv-cv$	$ee'\left(\frac{441}{2}m^4+\frac{495}{32}m^3\right)$
$2\cos cv-c'mv$	$ee'\left(\frac{225}{16}m+\frac{4257}{32}m^2\right)$	$\cos 2Ev-c'mv+cv$	$ee'\left(\frac{675}{16}m^3\right)$
		$\cos 2Ev+c'mv-cv$	$ee'\left(\frac{12771}{32}m^4+\frac{675}{32}m^3\right)$

Multiplicateur .... $2\cos 2Ev \quad \left(-\frac{3}{4}-\frac{3}{4}m-\frac{3}{4}m^2\right)$

Produit

$$\left\{\begin{array}{ll}
\cos 2Ev - c'mv + cv & e\varepsilon'\left(\frac{3393}{128}m^3+\frac{27}{16}m^3\right)\\
\cos 2Ev + c'mv - cv & e\varepsilon'\left(\frac{115425}{512}m^4+\frac{3393}{128}m^4+\frac{27}{16}m^4\right)\\
\cos 2Ev + c'mv + cv & e\varepsilon'\left(\frac{2457}{128}m^3+\frac{27}{16}m^3\right)\\
\cos 2Ev - c'mv - cv & e\varepsilon'\left(\frac{43065}{512}m^4+\frac{2457}{128}m^4+\frac{27}{16}m^4\right)\\
\cos 2Ev + c'mv - cv & e\varepsilon'\left(\frac{1245}{128}m^4-\frac{675}{64}m^4\right)\\
\cos 2Ev - c'mv - cv & e\varepsilon'\left(\frac{1145}{32}m^4+\frac{2625}{64}m^4\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur .... $2\cos 2Ev - cv \quad e\left(3+9.m+\frac{63}{4}m^2\right)$

Produit

$$\left\{\begin{array}{ll}
\cos 2Ev + c'mv - cv & e\varepsilon'\left(-\frac{1827}{16}m^4+\frac{189}{8}m^4\right)\\
\cos 2Ev - c'mv - cv & e\varepsilon'\left(-\frac{1827}{16}m^4+\frac{189}{8}m^4\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur | Produit

$$2\cos 2Ev + cv \quad e\left(1-\frac{1}{3}m+\frac{1}{36}m^2\right) \ldots \left\{\begin{array}{ll}
\cos 2Ev + c'mv + cv & e\varepsilon'\left(-\frac{1}{2}m^3\right)\\
\cos 2Ev - c'mv + cv & e\varepsilon'\left(-\frac{1}{2}m^3\right)\\
\cos 2Ev + c'mv - cv & e\varepsilon'\left(\frac{15}{2}m^4\right)\\
\cos 2Ev - c'mv - cv & e\varepsilon'\left(-\frac{105}{2}m^4\right)
\end{array}\right.$$

$$2\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{21}{8}-\frac{63}{16}m\right) \ldots \left\{\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{6615}{256}m^4+\frac{4725}{128}m^4\right)\right.$$

$$2\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{3}{8}+\frac{3}{16}m\right) \ldots \left\{\cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{945}{256}m^4-\frac{225}{128}m^4\right)\right.$$

$$2\cos 2Ev + c'mv + cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{1}{2}\right) \ldots \left\{\cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{15}{4}m^4\right)\right.$$

$$2\cos 2Ev - c'mv + cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{7}{2}\right) \ldots \left\{\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{105}{4}m^4\right)\right.$$

$$2\cos 4Ev \qquad \left(\tfrac{3}{4}m^2\right)\ldots\ldots \begin{cases} \cos 2Ev-c'mv-cv \;\; ee'\left(\tfrac{15}{8}m^4\right) \\ \cos 2Ev+c'mv-cv \;\; ee'\left(-\tfrac{105}{8}m^4\right) \end{cases}$$

$$2\cos 4Ev-cv \quad e\left(\tfrac{15}{8}m+\tfrac{213}{32}m^2\right)\ldots \begin{cases} \cos 2Ev-c'mv-cv \;\; ee'\left(-\tfrac{639}{64}m^4-\tfrac{45}{64}m^4\right) \\ \cos 2Ev+c'mv-cv \;\; ee'\left(\tfrac{4473}{64}m^4+\tfrac{945}{64}m^4\right) \end{cases}$$

$$2\cos 4Ev+c'mv \quad e'\left(-\tfrac{3}{4}m^2\right)\ldots\ldots \left\{ \cos 2Ev+c'mv-cv \;\; ee'\left(\tfrac{15}{4}m^4\right)\right.$$

$$2\cos 4Ev-c'mv \quad e'\left(\tfrac{21}{4}m^2\right)\ldots\ldots \left\{ \cos 2Ev-c'mv-cv \;\; ee'\left(-\tfrac{105}{4}m^4\right)\right.$$

$$2\cos 4Ev+c'mv-cv \;\; ee'\left(-\tfrac{45}{16}m-\tfrac{73}{32}m^2\right) \left\{ \cos 2Ev+c'mv-cv \;\; ee'\left(-\tfrac{219}{32}m^4-\tfrac{135}{32}m^4\right)\right.$$

$$2\cos 4Ev-c'mv-cv \;\; ee'\left(\tfrac{175}{16}m+\tfrac{1027}{24}m^2\right) \left\{ \cos 2Ev-c'mv-cv \;\; ee'\left(\tfrac{1027}{8}m^4+\tfrac{525}{32}m^4\right)\right.$$

La réunion de ces produits partiels donne ;

$$(11)\ \ldots\ldots\ -2\left(\frac{d^2.\delta u}{dv^2}+\delta u\right)\int R_1\,dv =$$

$$\cos 2Ev+c'mv-cv \;\; ee' \left\{\begin{array}{l} -\frac{3177}{64}-\frac{135}{64}-\frac{5355}{64}+\frac{12771}{32}+\frac{675}{32}+\frac{115425}{512} \\ +\frac{3393}{128}+\frac{27}{16}+\frac{1245}{128}-\frac{1827}{16}+\frac{189}{8}+\frac{15}{2} \\ -\frac{675}{64}+\frac{6615}{256}+\frac{4725}{128}-\frac{105}{4}-\frac{105}{8}+\frac{4473}{64} \\ +\frac{945}{64}+\frac{15}{4}-\frac{219}{32}-\frac{135}{32}=\frac{284283}{512} \end{array}\right\} m^4$$

$$\cos 2Ev-c'mv-cv \;\; ee' \left\{\begin{array}{l} \frac{22239}{64}+\frac{2835}{64}-\frac{5355}{64}+\frac{441}{2}+\frac{495}{32}+\frac{43065}{512} \\ +\frac{2457}{128}+\frac{27}{16}+\frac{1145}{32}-\frac{1827}{16}+\frac{189}{8}-\frac{105}{2} \\ -\frac{945}{256}-\frac{225}{128}+\frac{15}{4}+\frac{15}{8}-\frac{639}{64}-\frac{45}{64} \\ -\frac{105}{4}+\frac{1027}{8}+\frac{525}{32}+\frac{2625}{64}=\frac{353703}{512} \end{array}\right\} m^4$$

$$\cos 2Ev+c'mv+cv \;\; ee' \left\{ \frac{495}{16}-\frac{135}{16}+\frac{2457}{128}+\frac{27}{16}-\frac{1}{2}=\frac{5489}{128} \right\} m^3$$

$$\cos 2Ev-c'mv+cv \;\; ee' \left\{ \frac{945}{16}+\frac{675}{16}+\frac{3393}{128}+\frac{27}{16}-\frac{1}{2}=\frac{16505}{128} \right\} m^3.$$

128. En réunissant les termes compris dans la fonction

$$\mu^2 \{ (2)+(3)+2.(4)+(6)+(8)+(9)+(10)+(11) \}$$

on obtiendra l'équation différentielle suivante

$$-\frac{d^2.\delta u}{dv^2}-\left(1-\frac{3}{2}\mu^2\right)\delta u=$$

$$\cos 2Ev+c'mv-cv \quad ee' \left\{ \begin{array}{l} \frac{15}{4}m^2-\frac{237}{32}m^3-\frac{327}{2}m^4-\frac{2771287}{2048}m^5 \\ +\left\{ \begin{array}{l} \frac{675}{128}-\frac{4258741}{24576}-\frac{14882103}{2048}-\frac{13527}{512}-\frac{31970025}{16384} \\ -\frac{5787}{1024}+\frac{5377875}{16384}+\frac{284283}{512}-\overset{(*)}{\frac{2565}{128}}=-\frac{105120641}{12288} \end{array} \right\} m^6 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev-c'mv-cv \quad ee' \left\{ \begin{array}{l} -\frac{105}{4}m^2-\frac{3393}{32}m^3-\frac{11703}{64}m^4+\frac{661953}{2048}m^5 \\ +\left\{ \begin{array}{l} \frac{109993}{8192}-\frac{14175}{128}+\frac{7732927}{2048}+\frac{121077}{512}+\frac{35133117}{16384} \\ -\frac{180899}{1024}-\frac{12030047}{16384}+\frac{353703}{512}+\overset{(*)}{\frac{17955}{128}}=\frac{12245361}{2048} \end{array} \right\} m^6 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev+c'mv+cv \quad ee' \left\{ \begin{array}{l} \frac{5}{2}m^2+\frac{113}{24}m^3+\frac{38479}{576}m^4 \\ +\left\{ \begin{array}{l} \frac{119}{8}-\frac{9}{16}+\frac{482327}{3456}-\frac{711}{128}+\frac{136805}{1024} \\ -\frac{675}{256}+\frac{63281}{1024}+\frac{5489}{128}=\frac{2650237}{6912} \end{array} \right\} m^5 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev-c'mv+cv \quad ee' \left\{ \begin{array}{l} -\frac{35}{2}m^2+\frac{109}{8}m^3-\frac{5567}{64}m^4 \\ +\left\{ \begin{array}{l} \frac{2025}{32}+\frac{189}{16}-\frac{28509}{128}+\frac{5481}{128}-\frac{188217}{1024} \\ +\frac{4725}{256}-\frac{73071}{1024}+\frac{16505}{128}=-\frac{54419}{256} \end{array} \right\} m^5 \end{array} \right\}.$$

En multipliant chacun de ces termes par le facteur correspondant que voici :

(*) Les nombres marqués par un astérisque naissent de la substitution de la valeur de μ^2 (Voyez p. 285).

Argument	Facteur pour l'intégration
$2Ev+c'mv-cv\ldots$	$-\frac{1}{2m}\left(1+2.m+\frac{829}{32}m^2+\frac{7447}{128}m^3+\frac{684843}{2048}m^4\right)$
$2Ev-c'mv-cv\ldots$	$-\frac{1}{6m}\left(1+2.m+\frac{179}{32}m^2+\frac{2309}{128}m^3+\frac{402347}{6144}m^4\right)$
$2Ev+c'mv+cv\ldots$	$\frac{1}{8}\left(1+\frac{8}{4}m+\frac{13}{16}m^2+\frac{753}{128}m^3\right)$
$2Ev-c'mv+cv\ldots$	$\frac{1}{8}\left(1+\frac{9}{4}m+\frac{69}{16}m^2+\frac{1629}{128}m^3\right)$

il viendra ;

$$\delta u =$$

$$\cos 2Ev+c'mv-cv \quad ee' \left\{ \begin{array}{l} \frac{105120641}{24576}+\frac{2771287}{2048}+\frac{107583}{128} \\ +\frac{1764989}{8192}-\frac{10265145}{16384}=\frac{297858241}{49152} \end{array} \right\} m^5$$

$$\cos 2Ev-c'mv-cv \quad ee' \left\{ \begin{array}{l} -\frac{4081787}{4096}-\frac{220651}{2048}+\frac{698279}{4096} \\ +\frac{2611479}{8192}+\frac{14082145}{49152}=-\frac{16146701}{49152} \end{array} \right\} m^5$$

$$\cos 2Ev+c'mv+cv \quad ee' \left\{ \frac{2650287}{55296}+\frac{38479}{6144}+\frac{1469}{3072}+\frac{8765}{2048} = \frac{8124645}{55296} \right\} m^5$$

$$\cos 2Ev-c'mv+cv \quad ee' \left\{ -\frac{54419}{2048}-\frac{50103}{2048}+\frac{7521}{1024}-\frac{57015}{2048}=-\frac{146495}{2048} \right\} m^5.$$

En faisant $\frac{1}{u_1}=1+2\cos cv \quad e\left(-\frac{1}{2}\right)$, et ayant égard aux termes de δu affectés des argumens $2Ev+c'mv$, $2Ev-c'mv$ posés dans la page 161, on aura enfin ;

$$\frac{\delta u}{u_1} =$$

$$\cos 2Ev+c'mv-cv \quad ee' \left\{ \frac{2171}{864}+\frac{297858241}{49152}=\frac{2681835721}{442368} \right\} m^5$$

$$\cos 2Ev-c'mv-cv \quad ee' \left\{ -\frac{3203}{32}-\frac{16146701}{49152}=-\frac{21066509}{49152} \right\} m^5$$

$$\cos 2Ev+c'mv+cv \quad ee' \left\{ \frac{2171}{864}+\frac{8124645}{55296}=\frac{862621}{6144} \right\} m^5$$

$$\cos 2Ev-c'mv+cv \quad ee' \left\{ -\frac{3203}{32}-\frac{146495}{2048}=-\frac{351487}{2048} \right\} m^5.$$

128. En réunissant les termes compris dans la fonction

$$\mu^2 \{ (2)+(3)+2.(4)+(6)+(8)+(9)+(10)+(11) \}$$

on obtiendra l'équation différentielle suivante

$$-\frac{d^2.\delta u}{dv^2} - \left(1 - \frac{3}{2}\mu^2\right)\delta u =$$

$$\cos 2Ev + c'mv - cv \quad ee' \left\{ \begin{array}{l} \frac{15}{4} m^2 - \frac{237}{32} m^3 - \frac{327}{2} m^4 - \frac{2771287}{2048} m^5 \\ + \left\{ \begin{array}{l} \frac{675}{128} - \frac{4258741}{24576} - \frac{14882403}{2048} - \frac{13527}{512} - \frac{31970025}{16384} \\ - \frac{5787}{1024} + \frac{5877875}{16384} + \frac{284283}{512} - \frac{\overset{(*)}{2565}}{128} = - \frac{105120641}{12288} \end{array} \right\} m^6 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad ee' \left\{ \begin{array}{l} -\frac{105}{4} m^2 - \frac{3393}{32} m^3 - \frac{11708}{64} m^4 + \frac{661953}{2048} m^5 \\ + \left\{ \begin{array}{l} \frac{109993}{8192} - \frac{14175}{128} + \frac{7732927}{2048} + \frac{121077}{512} + \frac{35133117}{16384} \\ - \frac{180899}{1024} - \frac{12036047}{16384} + \frac{353703}{512} + \frac{\overset{(*)}{17955}}{128} = \frac{12245361}{2048} \end{array} \right\} m^6 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv + cv \quad ee' \left\{ \begin{array}{l} \frac{5}{2} m^2 + \frac{113}{24} m^3 + \frac{38479}{576} m^4 \\ + \left\{ \begin{array}{l} \frac{119}{8} - \frac{9}{16} + \frac{482327}{3456} - \frac{711}{128} + \frac{186305}{1024} \\ - \frac{675}{256} + \frac{93281}{1024} + \frac{3489}{128} = \frac{2650237}{6912} \end{array} \right\} m^5 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv + cv \quad ee' \left\{ \begin{array}{l} -\frac{35}{2} m^2 + \frac{109}{8} m^3 - \frac{5567}{64} m^4 \\ + \left\{ \begin{array}{l} \frac{2025}{32} + \frac{189}{16} - \frac{28509}{128} + \frac{5481}{128} - \frac{188217}{1024} \\ + \frac{4725}{256} - \frac{73071}{1024} + \frac{16505}{128} = - \frac{54419}{256} \end{array} \right\} m^5 \end{array} \right\}.$$

En multipliant chacun de ces termes par le facteur correspondant que voici :

(*) Les nombres marqués par un astérisque naissent de la substitution de la valeur de μ^2 (Voyez p. 285).

Argument	Facteur pour l'intégration
$2Ev+c'mv-cv\ldots$	$-\frac{1}{2m}\left(1+2.m+\frac{329}{32}m^2+\frac{7447}{128}m^3+\frac{684348}{2048}m^4\right)$
$2Ev-c'mv-cv\ldots$	$-\frac{1}{6m}\left(1+2.m+\frac{179}{32}m^2+\frac{2309}{128}m^3+\frac{402347}{6144}m^4\right)$
$2Ev+c'mv+cv\ldots$	$\frac{1}{8}\left(1+\frac{3}{4}m+\frac{13}{16}m^2+\frac{753}{128}m^3\right)$
$2Ev-c'mv+cv\ldots$	$\frac{1}{8}\left(1+\frac{9}{4}m+\frac{69}{16}m^2+\frac{1629}{128}m^3\right)$

il viendra ;

$$\delta u =$$

$$\cos 2Ev+c'mv-cv \quad e\epsilon' \left\{\begin{array}{l} \frac{105120641}{24576}+\frac{2771287}{2048}+\frac{107583}{128} \\ +\frac{1764989}{8192}-\frac{10265145}{16384}=\frac{297858241}{49152} \end{array}\right\} m^5$$

$$\cos 2Ev-c'mv-cv \quad e\epsilon' \left\{\begin{array}{l} -\frac{4081787}{4096}-\frac{220651}{2048}+\frac{698279}{4096} \\ +\frac{2611479}{8192}+\frac{14082145}{49152}=-\frac{16146701}{49152} \end{array}\right\} m^5$$

$$\cos 2Ev+c'mv+cv \quad e\epsilon' \left\{ \frac{2650287}{55296}+\frac{38479}{6144}+\frac{1469}{3072}+\frac{8765}{2048} = \frac{3124645}{55296} \right\} m^5$$

$$\cos 2Ev-c'mv+cv \quad e\epsilon' \left\{ -\frac{54419}{2048}-\frac{50103}{2048}+\frac{7521}{1024}-\frac{57015}{2048}=-\frac{146495}{2048} \right\} m^5.$$

En faisant $\frac{1}{u_1}=1+2\cos cv \quad e\left(-\frac{1}{2}\right)$, et ayant égard aux termes de δu affectés des argumens $2Ev+c'mv$, $2Ev-c'mv$ posés dans la page 161, on aura enfin ;

$$\frac{\delta u}{u_1} =$$

$$\cos 2Ev+c'mv-cv \quad e\epsilon' \left\{ \frac{2171}{864}+\frac{297858241}{49152}=\frac{2681835721}{442368} \right\} m^5$$

$$\cos 2Ev-c'mv-cv \quad e\epsilon' \left\{ -\frac{3203}{32}-\frac{16146701}{49152}=-\frac{21066509}{49152} \right\} m^5$$

$$\cos 2Ev+c'mv+cv \quad e\epsilon' \left\{ \frac{2171}{864}+\frac{3124645}{55296}=\frac{862621}{6144} \right\} m^5$$

$$\cos 2Ev-c'mv+cv \quad e\epsilon' \left\{ -\frac{3203}{32}-\frac{146495}{2048}=-\frac{351487}{2048} \right\} m^5.$$

§ 11.

Termes du sixième *et du* septième *ordre qui servent de supplément à l'expression de la perturbation* δnt *de la longitude moyenne de la Lune, posée dans les pages* 838-846 *du second volume.*

129. Ce paragraphe doit être considéré comme un supplément au quinzième, placé vers la fin du second volume. Ainsi, il suffit d'avoir sous les yeux ce dernier paragraphe pour comprendre la disposition et la succession des opérations que nous allons exposer dans celui-ci. Il n'est pas question de considérer des nouveaux argumens; mais seulement, de développer davantage les coefficiens de quelques-uns de ceux qui affectent des inégalités comprises dans les cinq premiers ordres. En général, le choix des argumens dont les coefficiens ont besoin de cette extension dans l'expression de δnt, est naturellement indiqué par la marche des séries qui les composent. A la vérité, il y a quelques termes dans le résultat définitif qui paraîssent inutiles, eû égard à leur petitesse; mais leurs correspondans ayant été nécessaires, comme termes auxiliaires, dans la formation des deux fonctions principales $-\int R_{,}dv$, $\frac{\delta u}{u_{,}}$, on a profité de cette circonstance pour les introduire aussi dans l'expression de δnt. Cela peut servir à mieux faire connoître la nature des fonctions qui constituent les coefficiens des inégalités lunaires prises en considération dans ce supplément.

La simple citation des pages où l'on a pris les termes subséquens des deux fonctions $-\mu^2\int R_{,}dv$, $2\frac{\delta u}{u_{,}}$, offre une indication qui peut être regardée comme suffisante pour pouvoir remonter à leur origine toutes les fois qu'on le jugera convenable. Le grand éloignement des résultats qui concourent à la formation de la valeur de δnt rend ces citations indispensables.

Pour plus d'uniformité je partagerai ce paragraphe en plusieurs sections correspondantes à celles du quinzième, dont celui-ci est le supplément.

PREMIÈRE SECTION.

Supplément à l'expression de la fonction

$$-B = -\mu^2 \int R_1 dv - \frac{3}{2}\left(\mu^2 \int R_1 dv\right)^2 - \frac{5}{2}\left(\mu^2 \int R_1 dv\right)^3.$$

130. En multipliant par la valeur de μ^2 posée dans la page 285 les différens termes de l'intégrale $-\int R_1 dv$, et marquant par un astérisque les coefficiens qui naissent de la différence entre μ^2 et m^2, on aura cette valeur de

$$-\mu^2 \int R_1 dv =$$

Voyez page		
256	$\cos cv$	$e\left(-\frac{65881}{512} m^5\right)$
364	$\cos c'mv$	$\epsilon'\left(-\frac{42649}{96} m^6 + \frac{4515}{512} m^4\gamma^2 - \frac{270669}{512} m^4 e^2 - \frac{367577}{216} m^7 - \frac{44185001}{12288} m^5 e^2\right)$
364	$\cos 2c'mv$	$\epsilon'^2\left(-\frac{1507}{6} m^5\right)$
123	$\cos cv + c'mv$	$e\epsilon'\left(-\frac{147}{2} m^4 - \frac{287315}{1024} m^5\right)$
123	$\cos cv - c'mv$	$e\epsilon'\left(-\frac{4257}{32} m^4 - \frac{933299}{1024} m^5\right)$
333 {432	$\cos 2cv$	$e^2\left(\frac{2433}{128} m^4 + \frac{142169}{2048} m^5\right)$
333	$\cos 2gv$	$\gamma^2\left(\frac{177}{128} m^4\right)$
123	$\cos 2Ev$	$\left\{\begin{array}{l} \left(\frac{15}{8} - \frac{\overset{(*)}{513}}{128} = -\frac{273}{128}\right) m^6 + \left(\frac{2901}{256} - \frac{\overset{(*)}{2025}}{256} = \frac{483}{128}\right) m^4 e^2 - \frac{15}{2} m^4 \epsilon'^2 \\ + \frac{9}{4} m^4 (\epsilon'^2 - E'^2) - \frac{15}{4} m^2 e^2 \epsilon'^2 - \frac{3}{4} m^2 e^2 \gamma^2 + \frac{39}{64} m^2 \epsilon'^4 + \frac{3}{32} m^2 \gamma^4 \\ + \frac{27}{32} m^2 e^4 + \frac{5}{16} m^2 b^4 + \left(\frac{38747}{5120} - \frac{1293}{64} - \frac{513}{128} = -\frac{85213}{5120}\right) m^7 - \frac{15}{2} m^5 \epsilon'^2 \\ + \left(\frac{62187}{512} - \frac{\overset{(*)}{17955}}{512} - \frac{\overset{(*)}{2025}}{256} = \frac{20091}{256}\right) m^5 e^2 + \left(\frac{\overset{(*)}{135}}{128} - \frac{9}{16} = \frac{63}{128}\right) m^5 \gamma^2 \\ - \frac{15}{4} m^3 e^2 \epsilon'^2 - \frac{3}{4} m^3 e^2 \gamma^2 + \frac{39}{64} m^3 \epsilon'^4 + \frac{3}{32} m^3 \gamma^4 + \frac{27}{32} m^3 e^4 + \frac{755}{256} m^3 b^4 \end{array}\right\}$

Voyez page		
124	$\cos 2Ev - cv$	$e\left\{\begin{array}{l} -\frac{603}{64}m^5 - \frac{21}{4}m^3e^2 + 9.m^3\epsilon'^2 + \frac{9}{4}m^3\gamma^2 \\ +\left(\frac{24321}{256} + \frac{\overset{(*)}{513}}{32} = \frac{28425}{256}\right)m^6 + \left(\frac{3903}{256} + \frac{\overset{(*)}{2025}}{64} = \frac{12003}{256}\right)m^4e^2 \\ -\frac{9}{16}m^4\gamma^2 - \frac{6057}{32}m^4\epsilon'^2 - 9.m^4(\epsilon'^2 - E'^2) \end{array}\right\}$
124	$\cos 2Ev + cv$	$e\left\{\begin{array}{l} \frac{2729}{864}m^5 - \frac{1}{4}m^3e^2 - \frac{1}{12}m^3\gamma^2 + \frac{11}{8}m^3\epsilon'^2 \\ +\left(\frac{74533}{2592} + \frac{\overset{(*)}{171}}{32} = \frac{2762}{81}\right)m^6 + \left(-\frac{1927}{384} + \frac{\overset{(*)}{675}}{64} = \frac{2123}{384}\right)m^4e^2 \\ -\frac{857}{2304}m^4\gamma^2 + \frac{16198}{288}m^4\epsilon'^2 - 3.m^4\,(\epsilon'^2 - E'^2) \end{array}\right\}$
124	$\cos 2Ev + c'mv$	$\epsilon'\left\{\begin{array}{l} -\frac{3}{64}m^5 - \frac{3}{8}m^3e^2 + \frac{3}{128}m^3\epsilon'^2 + \left(-\frac{2253}{128} + \frac{\overset{(*)}{513}}{256} = -\frac{3993}{256}\right)m^6 \\ +\left(\frac{3489}{512} + \frac{\overset{(*)}{2025}}{512} = \frac{2757}{256}\right)m^4e^2 \end{array}\right\}$
124	$\cos 2Ev - c'mv$	$\epsilon'\left\{\begin{array}{l} \frac{999}{64}m^5 + \frac{63}{8}m^3e^2 - \frac{1107}{128}m^3\epsilon'^2 + \left(-\frac{7497}{128} - \frac{\overset{(*)}{3591}}{256} = -\frac{18585}{256}\right)m^6 \\ +\left(\frac{26937}{512} - \frac{\overset{(*)}{14175}}{512} = \frac{6381}{256}\right)m^4e^2 \end{array}\right\}$
124	$\cos 2Ev + 2cv$	$e^2\left(\frac{9}{128}m^4\right)$
364, 454	$\cos 2Ev - 2cv$	$e^2\left\{\begin{array}{l} \left(-\frac{1590423}{16384} + \frac{\overset{(*)}{2565}}{256} = -\frac{1426263}{16384}\right)m^5 \\ +\left(-\frac{27309179}{65536} + \frac{\overset{(*)}{6465}}{128} + \frac{\overset{(*)}{27189}}{1024} = -\frac{22259003}{65536}\right)m^6 \end{array}\right\}$
364	$\cos 2Ev - 2gv$	$\gamma^2\left\{\left(-\frac{64635}{16384} + \frac{\overset{(*)}{513}}{256} = -\frac{31803}{16384}\right)m^5\right\}$
125	$\cos 2Ev + c'mv - cv$	$e\epsilon'\left(-\frac{3843}{64}m^4 - \frac{142119}{256}m^5\right)$
125	$\cos 2Ev - c'mv - cv$	$e\epsilon'\left(-\frac{6489}{64}m^4 - \frac{3225}{256}m^5\right)$
125, 474	$\cos 2Ev + c'mv + cv$	$e\epsilon'\left(\frac{6725}{576}m^4 + \frac{482327}{6912}m^5\right)$
125, 474	$\cos 2Ev - c'mv + cv$	$e\epsilon'\left(-\frac{1489}{64}m^4 - \frac{28509}{256}m^5\right)$

Voyez page		
400	$\cos Ev$	$b^2\left(\frac{1191}{64}m^4+\frac{26075}{256}m^5\right)$
400	$\cos Ev - cv$	$eb^2\left(\frac{1530917}{8192}m^4\right)$
400	$\cos 3Ev$	$b^2\left(\frac{43}{8}m^4+\frac{4139}{192}m^5\right)$
400	$\cos 4Ev - cv$	$e\left(-\frac{27787}{1536}m^3+\frac{9}{8}m^3\gamma^2+\frac{145}{8}m^3\varepsilon'^2\right)$
333 432	$\cos 4Ev - 2cv$	$e^2\left(\frac{2241}{128}m^4+\frac{122409}{2048}m^5\right)$
333	$\cos 4Ev - 2gv$	$\gamma^2\left(\frac{69}{128}m^4\right)$
454	$\cos 4Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{73}{32}m^4\right)$
454	$\cos 4Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{1027}{24}m^4\right)$.

A l'aide de cette valeur de $-\mu^2\int R_1 dv$, et de celle posée dans les pages 743-747 du second volume, on formera aisément les

Produits partiels de $\left(-\mu^2.\int R_1 dv\right)^2$.

Multiplicateur . . . . $2\cos cv \quad e\left(-\frac{45}{8}m^3-\frac{1059}{32}m^4\right)$

Produit	$\cos 2Ev - cv$	$e\left(-\frac{135}{32}m^5-\frac{8177}{128}m^6-\frac{135}{32}m^6\right)$
	$\cos 2Ev + cv$	$e\left(-\frac{135}{32}m^5-\frac{8177}{128}m^6-\frac{135}{32}m^6\right)$
	$\cos 2Ev$	$\left(\frac{45}{8}m^5e^2\right)$
	$\cos 2Ev$	$\left(\frac{135}{8}m^5e^2\right)$
	$\cos 2Ev - 2cv$	$e^2\left(\frac{135}{8}m^5+\frac{8177}{32}m^6+\frac{405}{8}m^6\right)$
	$\cos 2Ev - cv$	$e\left(\frac{675}{64}m^6e^2\right)$
	$\cos 2Ev + c'mv + cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{135}{64}m^5\right)$
	$\cos 2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{135}{64}m^5\right)$
	$\cos 2Ev - c'mv + cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{945}{64}m^5\right)$
	$\cos 2Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{945}{64}m^5\right)$

$$\text{Multiplicateur} \ldots\ 2\cos c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{357}{32}m^4-\frac{3}{8}m^2\gamma^2-\frac{75}{8}m^2e^2\right)$$

$$\text{Produit}\begin{cases}\cos 2Ev+c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{1071}{128}m^6-\frac{9}{32}m^4\gamma^2-\frac{225}{32}m^4e^2\right)\\ \cos 2Ev-c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{1071}{128}m^6-\frac{9}{32}m^4\gamma^2-\frac{225}{32}m^4e^2\right)\end{cases}$$

Multiplicateur — Produit

$$2\cos 2cv \quad e^2\left(\frac{45}{32}m^3+\frac{2483}{128}m^4\right)\ldots\left\{\cos 2Ev-2cv \quad e^2\left(\frac{135}{128}m^5+\frac{7299}{512}m^6+\frac{185}{128}m^6\right)\right.$$

$$2\cos 2gv \quad \gamma^2\left(-\frac{9}{32}m^3\right)\ldots\left\{\cos 2Ev-2gv. \quad \gamma^2\left(-\frac{27}{128}m^5\right)\right.$$

$$2\cos cv+c'mv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{165}{16}m^3\right)\ldots\begin{cases}\cos 2Ev+c'mv+cv & e\varepsilon'\left(-\frac{495}{64}m^5\right)\\ \cos 2Ev-c'mv-cv & e\varepsilon'\left(-\frac{495}{64}m^5\right)\end{cases}$$

$$2\cos cv-c'mv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{225}{16}m^3\right)\ldots\begin{cases}\cos 2Ev-c'mv+cv & e\varepsilon'\left(-\frac{675}{64}m^5\right)\\ \cos 2Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'\left(-\frac{675}{64}m^5\right)\end{cases}$$

$$\text{Multiplicateur} \ldots\ 2\cos 2Ev \quad \left\{\begin{matrix}\frac{3}{4}m^2+\frac{3}{4}m^3+\frac{3}{4}m^4+\frac{3}{2}m^2e^2\\ -\frac{15}{8}m^2\varepsilon'^2+\frac{3}{4}m^5+\frac{3}{2}m^3e^2-\frac{15}{8}m^3\varepsilon'^2\end{matrix}\right\}$$

$$\text{Produit}\begin{cases}\cos cv & e\left(-\frac{27}{4}m^3-\frac{9}{4}m^5\right)\\ \cos 4Ev-cv & e\left(-\frac{27}{4}m^5-\frac{9}{4}m^5\right)\\ \cos cv & e\left(\frac{1}{4}m^5-\frac{3}{4}m^5\right)\\ \cos c'mv & \varepsilon'\left\{\begin{matrix}\frac{999}{128}m^6+\frac{2997}{256}m^7+\frac{63}{16}m^4e^2+\frac{189}{32}m^5e^2+\frac{189}{64}m^6\\ +\frac{999}{128}m^7+\frac{63}{16}m^5e^2+\frac{63}{32}m^6+\frac{189}{64}m^7\\ +\frac{63}{16}m^4e^2+\frac{189}{32}m^5e^2+\frac{63}{32}m^7+\frac{63}{16}m^5e^2\end{matrix}\right\}\\ \cos c'mv & \varepsilon'\left\{\begin{matrix}-\frac{9}{128}m^6-\frac{9}{256}m^7-\frac{9}{16}m^4e^2-\frac{9}{32}m^5e^2-\frac{9}{64}m^6-\frac{9}{128}m^7\\ -\frac{9}{16}m^5e^2-\frac{9}{32}m^6-\frac{9}{64}m^7-\frac{9}{16}m^4e^2-\frac{9}{32}m^5e^2-\frac{9}{32}m^7-\frac{9}{16}m^5e^2\end{matrix}\right\}\end{cases}$$

$+$

Produit

$\cos 2c'mv \quad \varepsilon'^2\left(\frac{153}{16}m^3+\frac{153}{32}m^3\right)$

$\cos 4Ev-2cv \quad e^2\left(-\frac{477}{128}m^4-\frac{17001}{2048}m^5-\frac{45}{32}m^4-\frac{477}{128}m^5-\frac{45}{32}m^5\right)$

$\cos 2cv \quad e^2\left(-\frac{477}{128}m^4-\frac{17001}{2048}m^5-\frac{45}{32}m^4-\frac{477}{128}m^5-\frac{45}{32}m^5\right)$

$\cos 4Ev-2gv \quad \gamma^2\left(\frac{9}{128}m^4-\frac{9}{32}m^4\right)$

$\cos 2gv \quad \gamma^2\left(\frac{9}{128}m^4-\frac{9}{32}m^4\right)$

$\cos 2cv \quad e^2\left(\frac{45}{64}m^4-\frac{63}{64}m^5+\frac{45}{64}m^5\right)$

$\cos 2gv \quad \gamma^2\left(\frac{9}{64}m^4\right)$

$\cos cv+c'mv \quad e\varepsilon'\left(\frac{3}{8}m^4+\frac{25}{32}m^5+\frac{3}{8}m^5\right)$

$\cos cv-c'mv \quad e\varepsilon'\left(\frac{9}{8}m^4-\frac{27}{32}m^5+\frac{9}{8}m^5\right)$

$\cos 4Ev+c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{9}{8}m^4\right)$

$\cos cv-c'mv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{21}{8}m^4+\frac{15}{32}m^5-\frac{21}{8}m^5\right)$

$\cos cv+c'mv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{63}{8}m^4-\frac{1053}{32}m^5-\frac{63}{8}m^5\right)$

$\cos 4Ev-c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{63}{8}m^4\right)$

$\cos Ev \quad b^2\left(\frac{9}{32}m^4+\frac{153}{64}m^5+\frac{9}{32}m^5\right)$

$\cos 3Ev \quad b^2\left(\frac{9}{32}m^4+\frac{153}{64}m^5+\frac{9}{32}m^5\right)$

$\cos Ev-cv \quad eb^2\left(-\frac{45}{128}m^4\right)$

$\cos Ev \quad b^2\left(\frac{15}{32}m^4+\frac{75}{64}m^5+\frac{15}{32}m^5\right)$

$\cos Ev-cv \quad eb^2\left(-\frac{225}{128}m^4\right)$

$\cos 2Ev \quad \left(-\frac{9}{16}m^6-\frac{501}{256}m^7+\frac{27}{256}m^5\gamma^2+\frac{675}{256}m^5e^2-\frac{9}{16}m^7\right)$

$\cos 2Ev-cv \quad e\left(-\frac{45}{32}m^5-\frac{639}{128}m^6-\frac{45}{32}m^6\right)$

+

Produit
$$\begin{cases}
\cos 2Ev+cv & e\left(\cdot\ \frac{45}{32}m^6\right)\\
\cos 2Ev+c'mv & \varepsilon'\left(\ \frac{9}{16}m^6\right)\\
\cos 2Ev-c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{63}{16}m^6\right)\\
\cos 2Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'\left(\ \frac{135}{64}m^5\right)\\
\cos 2Ev-c'mv-cv & e\varepsilon'\left(-\frac{525}{64}m^5\right)\\
\cos 2Ev-2cv & e^2\left(\ \frac{135}{128}m^5+\frac{6723}{512}m^6+\frac{135}{128}m^6\right)\\
\cos 2Ev-2gv & \gamma^2\left(-\frac{27}{128}m^5\right)
\end{cases}$$

Multiplicateur . . . $2\cos 2Ev-cv \quad e\left(-3.m^2-9.m^3\right)$

Produit
$$\begin{cases}
\cos 4Ev-2cv & e^2\left(\ \frac{9}{2}m^4+27.m^5\right)\\
\cos 2cv & e^2\left(\ 3.m^4-m^5+9.m^5\right)\\
\cos cv-c'mv & e\varepsilon'\left(\dot{-}\frac{63}{8}m^4-\frac{189}{16}m^5-\frac{189}{8}m^5\right)\\
\cos 4Ev-c'mv-cv & e\varepsilon'\left(-\frac{63}{8}m^4\right)\\
\cos cv+c'mv & e\varepsilon'\left(\ \frac{9}{8}m^4+\frac{9}{16}m^5+\frac{27}{8}m^5\right)\\
\cos 4Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'\left(\ \frac{9}{8}m^4\right)\\
\cos c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{9}{2}m^4e^2+\frac{27}{8}m^5e^2-\frac{27}{2}m^5_-e^2\right)\\
\cos c'mv & \varepsilon'\left(\ \frac{63}{2}m^4e^2+\frac{1053}{8}m^5e^2+\frac{189}{2}m^5e^2\right)\\
\cos Ev-cv & eb^2\left(-\frac{9}{8}m^4\right)\\
\cos 2Ev+cv & e\left(\ \frac{9}{4}m^6\right)\\
\cos 2Ev & \left(\ \frac{45}{8}m^5e^2\right)
\end{cases}$$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev+cv \quad e\left(-m^2+\frac{1}{3}m^3\right)$

Produit

$$\begin{cases}
\cos cv+c'mv & e\varepsilon'\left(-\frac{21}{8}m^4-\frac{63}{16}m^5+\frac{7}{8}m^5\right)\\
\cos cv-c'mv & e\varepsilon'\left(\frac{3}{8}m^4+\frac{3}{16}m^5-\frac{1}{8}m^5\right)\\
\cos c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{1}{2}m^4e^2-\frac{25}{24}m^5e^2+\frac{1}{6}m^5e^2\right)\\
\cos c'mv & \varepsilon'\left(\frac{7}{2}m^4e^2-\frac{5}{8}m^5e^2-\frac{7}{6}m^5e^2\right)\\
\cos Ev-cv & eb^2\left(-\frac{5}{8}m^4\right)\\
\cos 2Ev-cv & e\left(\frac{3}{4}m^4\right)\\
\cos 2Ev-2cv & e^2\left(\frac{15}{8}m^3+\frac{213}{32}m^4-\frac{5}{8}m^4\right)\\
\cos 4Ev-cv & e\left(\frac{15}{8}m^3e^2\right)
\end{cases}$$

Multiplicateur — Produit

$$2\cos 2Ev-c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{21}{8}m^2+\frac{63}{16}m^3\right)\ldots\begin{cases}
\cos 2c'mv & \varepsilon'^2\left(-\frac{63}{128}m^4-\frac{189}{128}m^4\right)\\
\cos 2Ev+c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{63}{32}m^4\right)\\
\cos 2Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'\left(-\frac{315}{64}m^3\right)
\end{cases}$$

$$2\cos 2Ev+c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{3}{8}m^2\right)\ldots\ldots\begin{cases}
\cos 2Ev-c'mv & \varepsilon'\left(\frac{9}{32}m^4\right)\\
\cos 2Ev-c'mv-cv & e\varepsilon'\left(\frac{45}{64}m^3\right)
\end{cases}$$

$$2\cos 2Ev-2cv \quad e^2\left(-\frac{15}{8}m\right)\ldots\ldots\left\{\cos 2Ev+cv \quad e\left(\frac{225}{64}m^4e^2\right)\right.$$

$$2\cos 2Ev+2cv \quad e^2\left(\frac{15}{16}m^2\right)\ldots\ldots\left\{\cos 2Ev-2cv \quad e^2\left(-\frac{45}{64}m^4\right).\right.$$

La réunion de ces produits partiels donne

$$\left(-\mu^2\int R, dv\right)^2=$$

$\cos cv$ $\quad e\left\{-\frac{27}{4}-\frac{9}{4}+\frac{1}{4}-\frac{3}{4}=-\frac{19}{2}\right\}m^5$

$\cos c'mv$ $\quad e'\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{999}{128}+\frac{189}{64}+\frac{63}{32}-\frac{9}{128}-\frac{9}{64}-\frac{9}{32}=\frac{783}{64}\right)m^6\\+\left(\frac{2097}{256}+\frac{999}{128}+\frac{189}{64}+\frac{63}{32}-\frac{9}{256}-\frac{9}{128}-\frac{9}{64}-\frac{9}{32}=\frac{765}{32}\right)m^7\\+\left(\frac{63}{16}+\frac{63}{16}-\frac{9}{16}-\frac{9}{16}-\frac{9}{2}+\frac{63}{2}-\frac{1}{2}+\frac{7}{2}=\frac{147}{4}\right)m^4e^2\\+\left\{\begin{array}{l}\frac{189}{32}+\frac{63}{16}+\frac{189}{32}+\frac{63}{16}-\frac{9}{32}-\frac{9}{16}-\frac{9}{32}-\frac{9}{16}+\frac{27}{8}\\-\frac{27}{2}+\frac{1053}{8}+\frac{189}{2}-\frac{25}{24}+\frac{1}{6}-\frac{5}{8}-\frac{7}{6}=\frac{694}{3}\end{array}\right\}m^5e^2\end{array}\right\}$

$\cos 2c'mv$ $\quad e'^2\left\{\frac{153}{16}+\frac{153}{32}-\frac{63}{128}-\frac{189}{128}=\frac{99}{8}\right\}m^5$

$\cos cv+c'mv$ $\quad ee'\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{3}{8}-\frac{63}{8}+\frac{9}{8}-\frac{21}{8}=-9\right)m^4\\+\left(\frac{25}{32}+\frac{3}{8}-\frac{1053}{32}-\frac{63}{8}+\frac{9}{16}+\frac{27}{8}-\frac{63}{16}+\frac{7}{8}=-\frac{155}{4}\right)m^5\end{array}\right\}$

$\cos cv-c'mv$ $\quad ee'\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{9}{8}-\frac{21}{8}-\frac{63}{8}+\frac{3}{8}=-9\right)m^4\\+\left(\frac{9}{8}-\frac{27}{32}+\frac{15}{32}-\frac{21}{8}-\frac{189}{16}-\frac{189}{8}+\frac{3}{16}-\frac{1}{8}=-\frac{149}{4}\right)m^5\end{array}\right\}$

$\cos 2cv$ $\quad e^2\left\{\begin{array}{l}\left(-\frac{477}{128}-\frac{45}{32}+\frac{45}{64}+3=-\frac{183}{128}\right)m^4\\+\left(-\frac{17001}{2048}-\frac{477}{128}-\frac{45}{32}-\frac{63}{64}+\frac{45}{64}-1+9=-\frac{11705}{2048}\right)m^5\end{array}\right\}$

$\cos 2gv$ $\quad \gamma^2\left\{\frac{9}{128}-\frac{9}{32}+\frac{9}{64}=-\frac{9}{128}\right\}m^4$

$\cos 2Ev$ $\quad \left\{\begin{array}{l}-\frac{9}{16}m^6+\left(-\frac{501}{256}-\frac{9}{16}=-\frac{645}{256}\right)m^7+\frac{27}{256}m^5\gamma^2\\+\left(\frac{45}{8}+\frac{135}{8}+\frac{675}{256}+\frac{45}{8}=\frac{7875}{256}\right)m^5e^2\end{array}\right\}$

$\cos 2Ev-cv$ $\quad e\left\{\begin{array}{l}\left(-\frac{45}{32}-\frac{135}{32}=-\frac{45}{8}\right)m^5+\frac{675}{64}m^4e^2\\+\left(-\frac{639}{128}-\frac{3177}{128}-\frac{135}{32}-\frac{45}{32}+\frac{3}{4}=-\frac{555}{16}\right)m^6\end{array}\right\}$

$$\cos 2Ev+cv \quad e\left\{-\frac{135}{32}m^5-\left(\frac{3177}{128}+\frac{135}{32}-\frac{45}{32}-\frac{9}{4}=\frac{3249}{128}\right)m^6+\frac{225}{64}m^4e^2\right\}$$

$$\cos 2Ev+c'mv \quad e'\left\{-\left(\frac{1071}{128}+\frac{63}{32}-\frac{9}{16}=\frac{1251}{128}\right)m^6-\frac{225}{32}m^4e^2-\frac{9}{32}m^4\gamma^2\right\}$$

$$\cos 2Ev-c'mv \quad e'\left\{-\left(\frac{1071}{128}-\frac{9}{32}+\frac{63}{16}=\frac{1539}{128}\right)m^6-\frac{225}{32}m^4e^2-\frac{9}{32}m^4\gamma^2\right\}$$

$$\cos 2Ev-2cv \quad e^2\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{135}{8}+\frac{135}{128}+\frac{135}{128}+\frac{15}{8}=\frac{1335}{64}\right)m^5\\ +\left\{\begin{array}{l}\frac{3177}{32}+\frac{405}{8}+\frac{7299}{512}+\frac{135}{128}+\frac{6723}{512}\\ +\frac{135}{128}+\frac{213}{32}-\frac{5}{8}-\frac{45}{64}=\frac{47201}{256}\end{array}\right\}m^6\end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev-2gv \quad \gamma^2\left\{-\frac{27}{128}-\frac{27}{128}=-\frac{27}{64}\right\}m^5$$

$$\cos 2Ev+c'mv+cv \quad ee'\left\{\frac{135}{64}-\frac{495}{64}=-\frac{45}{8}\right\}m^5$$

$$\cos 2Ev-c'mv+cv \quad ee'\left\{-\frac{945}{64}-\frac{675}{64}=-\frac{405}{16}\right\}m^5$$

$$\cos 2Ev+c'mv-cv \quad ee'\left\{\frac{135}{64}-\frac{675}{64}+\frac{135}{64}-\frac{315}{64}=-\frac{45}{4}\right\}m^5$$

$$\cos 2Ev-c'mv-cv \quad ee'\left\{-\frac{945}{64}-\frac{495}{64}-\frac{525}{64}+\frac{45}{64}=-30\right\}m^5$$

$$\cos Ev \quad b^2\left\{\left(\frac{9}{32}+\frac{15}{32}=\frac{3}{4}\right)m^4+\left(\frac{153}{64}+\frac{9}{32}+\frac{75}{64}+\frac{15}{32}=\frac{69}{16}\right)m^5\right\}$$

$$\cos Ev-cv \quad eb^2\left\{-\frac{45}{128}-\frac{225}{128}-\frac{9}{8}-\frac{5}{8}=-\frac{247}{64}\right\}m^4$$

$$\cos 3Ev \quad b^2\left\{\frac{9}{32}m^4+\left(\frac{153}{64}+\frac{9}{32}=\frac{171}{64}\right)m^5\right\}$$

$$\cos 4Ev+c'mv-cv \quad ee'\left\{\frac{9}{8}+\frac{9}{8}=\frac{9}{4}\right\}m^4$$

$$\cos 4Ev-c'mv-cv \quad ee'\left\{-\frac{63}{8}-\frac{63}{8}=-\frac{63}{4}\right\}m^4$$

$$\cos 4Ev-cv \quad e\left\{-\left(\frac{27}{4}+\frac{9}{4}=9\right)m^5+\frac{15}{8}m^3e^2\right\}$$

$$\cos 4Ev-2cv \quad e^2\left\{\begin{array}{l}-\left(\frac{477}{128}+\frac{45}{32}-\frac{9}{2}=\frac{81}{128}\right)m^4\\ +\left(-\frac{17001}{2048}-\frac{477}{128}-\frac{45}{32}+27=\frac{27783}{2048}\right)m^5\end{array}\right\}$$

$$\cos 4Ev-2gv \quad \gamma^2\left\{\frac{9}{128}-\frac{9}{32}=-\frac{27}{128}\right\}m^4.$$

Produits partiels de $-\left(\mu^2\int R_1 dv\right)^3 = -\left(\mu^2\int R_1 dv\right)^2 \times \mu^2\int R_1 dv$

Multiplicateur	Produit	
$2\cos 2Ev\ \left(\frac{3}{8}m^2+\frac{3}{8}m^3\right)$ ..	$\cos 2Ev$	$\left(\frac{27}{128}m^6+\frac{27}{64}m^7+\frac{27}{128}m^7\right)$
	$\cos 2Ev - cv$	$e\left(-\frac{9}{8}m^6\right)$
	$\cos 2Ev + cv$	$e\left(-\frac{9}{8}m^6\right)$
	$\cos 2Ev + c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{81}{128}m^6\right)$
	$\cos 2Ev - c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{81}{128}m^6\right)$
	$\cos 2Ev - 2cv$	$e^2\left(-\frac{135}{256}m^5-\frac{549}{1024}m^6-\frac{135}{256}m^6\right)$
	$\cos 2Ev - 2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{27}{256}m^5\right)$
	$\cos 2Ev$	$\left(\frac{27}{256}m^6+\frac{27}{128}m^7+\frac{27}{256}m^7\right)$
	$\cos 2Ev - cv$	$e\left(-\frac{27}{32}m^6\right)$
	$\cos 2Ev + cv$	$e\left(-\frac{9}{32}m^6\right)$
	$\cos 2Ev + c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{27}{256}m^6\right)$
	$\cos 2Ev - c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{189}{256}m^6\right)$
	$\cos 2Ev - 2cv$	$e^2\left(-\frac{135}{256}m^5-\frac{243}{1024}m^6-\frac{135}{256}m^6\right)$
	$\cos 2Ev - 2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{27}{256}m^5\right)$
$2\cos 2Ev - cv \quad e\left(-\frac{3}{2}m^2\right)$ ...	$\cos 2Ev - cv$	$e\left(-\frac{27}{32}m^6\right)$
	$\cos 2Ev - 2cv$	$e^2\left(\frac{9}{2}m^6\right)$
	$\cos 2Ev + cv$	$e\left(-\frac{27}{64}m^6\right)$

$$2\cos 2Ev + cv \quad e\left(-\tfrac{1}{2}\,m^2\right)\ldots\left\{\begin{array}{ll}\cos 2Ev + cv & e\left(-\tfrac{9}{32}\,m^6\right)\\ \cos 2Ev - cv & e\left(-\tfrac{9}{64}\,m^6\right)\\ \cos 2Ev - 2cv & e^2\left(\tfrac{9}{8}\,m^6\right)\end{array}\right.$$

$$2\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(\tfrac{21}{16}\,m^2\right)\ldots\left\{\begin{array}{ll}\cos 2Ev - c'mv & \varepsilon'\left(\tfrac{189}{256}\,m^6\right)\\ \cos 2Ev + c'mv & \varepsilon'\left(\tfrac{189}{512}\,m^6\right)\end{array}\right.$$

$$2\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(-\tfrac{3}{16}\,m^2\right)\ldots\left\{\begin{array}{ll}\cos 2Ev + c'mv & \varepsilon'\left(-\tfrac{27}{256}\,m^6\right)\\ \cos 2Ev - c'mv & \varepsilon'\left(-\tfrac{27}{512}\,m^6\right)\end{array}\right.$$

$$2\cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left(-\tfrac{15}{16}m - \tfrac{159}{64}m^2\right)\left\{\cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left(-\tfrac{135}{256}m^5 - \tfrac{135}{128}m^6 - \tfrac{1431}{1024}m^6\right)\right.$$

$$2\cos 2Ev - 2gv \quad \gamma^2\left(-\tfrac{3}{16}\,m\right)\ldots\left\{\cos 2Ev - 2gv \quad \gamma^2\left(-\tfrac{27}{256}\,m^5\right)\right.$$

$$2\cos 2Ev + 2cv \quad e^2\left(\tfrac{15}{32}\,m^2\right)\ldots\left\{\cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left(\tfrac{135}{1024}\,m^6\right).\right.$$

La réunion de ces produits partiels donne

$$-\left(\mu^2\int R_1\,dv\right)^3 =$$

$$\cos 2Ev \quad \left\{\left(\tfrac{27}{128}+\tfrac{27}{256}=\tfrac{81}{256}\right)m^6+\left(\tfrac{27}{64}+\tfrac{27}{128}+\tfrac{27}{128}+\tfrac{27}{256}=\tfrac{243}{256}\right)m^6\right\}$$

$$\cos 2Ev - cv \quad e\left\{-\tfrac{9}{8}-\tfrac{27}{32}-\tfrac{27}{32}-\tfrac{9}{64}=-\tfrac{189}{64}\right\}m^6$$

$$\cos 2Ev + cv \quad e\left\{-\tfrac{9}{8}-\tfrac{9}{32}-\tfrac{27}{64}-\tfrac{9}{32}=-\tfrac{135}{64}\right\}m^6$$

$$\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left\{\tfrac{81}{128}-\tfrac{27}{256}+\tfrac{189}{512}-\tfrac{27}{256}=\tfrac{405}{512}\right\}m^6$$

$$\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left\{\tfrac{81}{128}+\tfrac{189}{256}+\tfrac{189}{256}-\tfrac{27}{512}=\tfrac{1053}{512}\right\}m^6$$

$$\cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left\{\begin{array}{l}\left(-\tfrac{135}{256}-\tfrac{135}{256}-\tfrac{135}{256}=-\tfrac{405}{256}\right)m^5\\ +\left\{\begin{array}{l}-\tfrac{549}{1024}-\tfrac{135}{256}-\tfrac{243}{1024}-\tfrac{135}{256}+\tfrac{9}{2}\\ +\tfrac{9}{8}-\tfrac{135}{128}-\tfrac{1431}{1024}+\tfrac{135}{1024}=\tfrac{189}{128}\end{array}\right\}m^6\end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev - 2gv \quad \gamma^2\left\{-\tfrac{27}{256}-\tfrac{27}{256}-\tfrac{27}{256}=-\tfrac{81}{256}\right\}m^5.$$

$$\cos Ev + cv \quad eb^2 \left\{ -\frac{1317}{256} - \frac{135}{128} = -\frac{1587}{256} \right\} m^3$$
$$\cos 3Ev - cv \quad eb^2 \left\{ -\frac{2025}{256} - \frac{135}{128} = -\frac{2295}{256} \right\} m^3 \quad (*)$$
$$\cos 3Ev \quad b^2 \left\{ \left(\frac{43}{8} - \frac{27}{64} = \frac{317}{64} \right) m^4 + \left(\frac{4139}{192} - \frac{513}{128} = \frac{6739}{384} \right) m^5 \right\}$$
$$\cos 4Ev - cv \quad e \left\{ \left(\frac{27}{2} - \frac{27737}{1536} = -\frac{7001}{1536} \right) m^5 + \frac{9}{8} m^3 \gamma^2 + \frac{145}{8} m^3 \epsilon'^2 - \frac{45}{16} m^3 e^2 \right\}$$
$$\cos 4Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ \left(\frac{2241}{128} + \frac{243}{256} = \frac{4725}{256} \right) m^4 + \left(\frac{122409}{2048} - \frac{83349}{4096} = \frac{161469}{4096} \right) m^5 \right\}$$
$$\cos 4Ev - 2gv \quad \gamma^2 \left\{ \frac{69}{128} + \frac{81}{256} = \frac{219}{256} \right\} m^4$$
$$\cos 4Ev + c'mv - cv \quad e\epsilon' \left\{ \frac{73}{32} - \frac{27}{8} = -\frac{35}{32} \right\} m^4$$
$$\cos 4Ev - c'mv - cv \quad e\epsilon' \left\{ \frac{189}{8} - \frac{1027}{24} = -\frac{115}{6} \right\} m^4.$$

SECONDE SECTION.

Supplément à l'expression de la fonction $A = 2\frac{\delta u}{u_1} - 3\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2 + 4\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^3$

132. La fonction $2\frac{\delta u}{u_1}$ renferme les termes suivans déjà trouvés ailleurs, comme on le voit par l'indication de la page mise à côté de chacun d'eux.

$$2\frac{\delta u}{u_1} =$$

Voyez page		
383	$\cos c'mv$	$\epsilon' \left(\frac{235421}{96} m^6 - \frac{17997}{256} m^4 \gamma^2 + \frac{1691133}{1024} m^4 e^2 + \frac{8109311}{864} m^7 + \frac{17470481}{1536} m^5 e^2 \right)$
383	$\cos 2c'mv$	$\epsilon'^2 \left(\frac{16973}{12} m^5 \right)$
383	$\cos cv + c'mv$	$e\epsilon' \left(-\frac{1426213}{2048} m^4 - \frac{79208185}{24576} m^5 \right)$
383	$\cos cv - c'mv$	$e\epsilon' \left(\frac{3583825}{2048} m^4 + \frac{251870665}{24576} m^5 \right)$

(*) On obtient ces deux termes en ayant égard à la valeur de $\frac{1}{\mu}\int R_1\,dv$ posée dans les pag. 571, 572 du second volume, et en observant qu'il suffit de prendre, pour ce objet,

$$\left(-\mu^2 \int R_1\,dv\right)^2 = 2\cos 2Ev \left(\frac{3}{4} m^2\right) \times \cos Ev - cv \quad eb^2 \left(\frac{15}{16} m\right).$$

On verra dans le paragraphe suivant qu'on a besoin du terme de la forme Aeb^2m^3, qui fait partie du coefficient de chacun de ces deux argumens dans l'expression de δu.

Voyez page		
337, 445	cos 2cv	$e^2\left(\frac{73}{2}m^4+\frac{55697}{384}m^5\right)$
337	cos 2gv	$\gamma^2\left(-\frac{177}{64}m^4\right)$

167, 168 — cos 2Ev

$$\left\{\begin{matrix}\frac{59717}{1296}m^6-\frac{574831}{18432}m^4e^2-\frac{1099}{18}m^4\varepsilon'^2-\frac{29957}{18432}m^4\gamma^2+\frac{13}{8}m^2\varepsilon'^4+\frac{33}{64}m^2\gamma^4 \\ +\frac{5}{4}m^2b^4-\frac{131}{64}m^2e^4+\frac{5}{16}m^2e^2\varepsilon'^2+\frac{119}{32}m^2\varepsilon'^2\gamma^2+\frac{15}{8}m^2\gamma^2e^2+\frac{498599}{7776}m^7 \\ -\frac{40998157}{442368}m^5e^2+\frac{1431415}{442368}m^3\gamma^2-\frac{18985}{108}m^5\varepsilon'^2+\frac{164317}{6144}m^3e^4+\frac{247}{48}m^3\varepsilon'^4 \\ +\frac{6587}{4096}m^3\gamma^4+\frac{675}{64}m^3b^4-\frac{510665}{3072}m^3e^2\varepsilon'^2+\frac{44507}{3072}m^3\varepsilon'^2\gamma^2+\frac{1849}{256}m^3e^2\gamma^2 \\ -\frac{45}{64}m\varepsilon'^2\gamma^4-\frac{45}{64}m\gamma^2b^4-\frac{75}{256}me^2\gamma^4-\frac{89}{128}m\gamma^2\varepsilon'^4-\frac{195}{128}me^2\varepsilon'^4+\frac{75}{64}me^4\varepsilon'^2 \\ -\frac{951}{512}me^4\gamma^2-\frac{105}{64}me^2b^4-\frac{45}{16}me^2\varepsilon'^2\gamma^2-\frac{15}{64}m\gamma^6-\frac{15}{64}me^6 \\ +\left(6.m^4+3.m^5-\frac{9}{8}m^3\gamma^2-\frac{45}{8}m^3e^2\right)(\varepsilon'^2-E'^2)\end{matrix}\right\}$$

168, 169, 445 — cos 2Ev — cv

$$e\left\{\begin{matrix}\frac{102435629}{221184}m^5-\frac{27029}{512}m^3e^2-\frac{14035}{256}m^3\gamma^2+\frac{426025}{1536}m^3\varepsilon'^2 \\ +\frac{39}{32}me^2\gamma^2+\frac{15}{2}m\varepsilon'^2\gamma^2+\frac{195}{64}m\varepsilon'^4+\frac{105}{32}mb^4+\frac{405}{256}m\gamma^4 \\ +\frac{4329848769}{2654208}m^6-\frac{3045043}{6144}m^4e^2-\frac{1357867}{6144}m^4\gamma^2+\frac{34589497}{9216}m^4\varepsilon'^2 \\ +\left(\frac{45}{4}m^3+\frac{1773}{32}m^4\right)(\varepsilon'^2-E'^2)\end{matrix}\right\}$$

169 — cos 2Ev + cv

$$e\left\{\begin{matrix}-\frac{3119}{768}m^5+\frac{255}{16}m^3\varepsilon'^2+\frac{2849}{3072}m^3e^2+\frac{2845}{3072}m^3\gamma^2-\frac{75}{32}me^2\varepsilon'^2 \\ -\frac{15}{32}m\varepsilon'^2\gamma^2-\frac{3}{4}me^2\gamma^2+\frac{15}{32}me^4-\frac{99}{256}m\gamma^4+\frac{414401}{9216}m^6 \\ +\frac{1997863}{184320}m^4e^2+\frac{15065}{128}m^4\varepsilon'^2-\frac{19}{36864}m^4\gamma^2-\frac{15}{4}m^4(\varepsilon'^2-E'^2)\end{matrix}\right\}$$

170 — cos 2Ev + c'mv

$$\varepsilon'\left\{\begin{matrix}-\frac{2171}{216}m^5-\frac{55259}{768}m^3e^2+\frac{19}{96}m^3\varepsilon'^2+\frac{4645}{1536}m^3\gamma^2-\frac{15}{64}me^2\varepsilon'^2-\frac{9}{8}me^2\gamma^2 \\ -\frac{3}{64}m\varepsilon'^2\gamma^2-\frac{9}{32}m\gamma^4+\frac{15}{32}me^4+\frac{4183}{648}m^6-\frac{26285789}{36864}m^4e^2\end{matrix}\right\}$$

170 — cos 2Ev — c'mv

$$\varepsilon'\left\{\begin{matrix}\frac{3203}{8}m^5-\frac{1811}{256}m^3e^2-\frac{2837}{32}m^3\varepsilon'^2-\frac{6859}{512}m^3\gamma^2+\frac{21}{8}me^2\gamma^2 \\ +\frac{615}{64}me^2\varepsilon'^2+\frac{123}{64}m\varepsilon'^2\gamma^2+\frac{21}{32}m\gamma^4-\frac{35}{32}me^4+\frac{24589}{24}m^6+\frac{779429}{4096}m^4e^2\end{matrix}\right\}$$

Voyez page		
124	$\cos 2Ev - cv$	$e\left\{\begin{array}{l} -\frac{608}{64}m^5 - \frac{21}{4}m^3e^2 + 9\,.\,m^3\varepsilon'^2 + \frac{9}{4}m^3\gamma^2 \\ +\left(\frac{24321}{256} + \frac{\overset{(*)}{513}}{32} = \frac{28425}{256}\right)m^6 + \left(\frac{3903}{256} + \frac{\overset{(*)}{2025}}{64} = \frac{12003}{256}\right)m^4e^2 \\ -\frac{9}{16}m^4\gamma^2 - \frac{6057}{32}m^4\varepsilon'^2 - 9\,.\,m^4(\varepsilon'^2 - E'^2) \end{array}\right\}$
124	$\cos 2Ev + cv$	$e\left\{\begin{array}{l} \frac{2729}{864}m^5 - \frac{1}{4}m^3e^2 - \frac{1}{12}m^3\gamma^2 + \frac{11}{8}m^3\varepsilon'^2 \\ +\left(\frac{74533}{2592} + \frac{\overset{(*)}{171}}{32} = \frac{2762}{81}\right)m^6 + \left(-\frac{1927}{384} + \frac{\overset{(*)}{675}}{64} = \frac{2123}{384}\right)m^4e^2 \\ -\frac{857}{2304}m^4\gamma^2 + \frac{16193}{288}m^4\varepsilon'^2 - 3\,.\,m^4\,(\varepsilon'^2 - E'^2) \end{array}\right\}$
124	$\cos 2Ev + c'mv$	$\varepsilon'\left\{\begin{array}{l} -\frac{3}{64}m^5 - \frac{3}{8}m^3e^2 + \frac{3}{128}m^3\varepsilon'^2 + \left(-\frac{2253}{128} + \frac{\overset{(*)}{513}}{256} = -\frac{3993}{256}\right)m^6 \\ +\left(\frac{3489}{512} + \frac{\overset{(*)}{2025}}{512} = \frac{2757}{256}\right)m^4e^2 \end{array}\right\}$
124	$\cos 2Ev - c'mv$	$\varepsilon'\left\{\begin{array}{l} \frac{999}{64}m^5 + \frac{63}{8}m^3e^2 - \frac{1107}{128}m^3\varepsilon'^2 + \left(-\frac{7497}{128} - \frac{\overset{(*)}{3591}}{256} = -\frac{18585}{256}\right)m^6 \\ +\left(\frac{26937}{512} - \frac{\overset{(*)}{14175}}{512} = \frac{6381}{256}\right)m^4e^2 \end{array}\right\}$
124	$\cos 2Ev + 2cv$	$e^2\left(\frac{9}{128}m^4\right)$
364, 454	$\cos 2Ev - 2cv$	$e^2\left\{\begin{array}{l} \left(-\frac{1590423}{16384} + \frac{\overset{(*)}{2565}}{256} = -\frac{1426263}{16384}\right)m^5 \\ +\left(-\frac{27309179}{65536} + \frac{\overset{(*)}{6465}}{128} + \frac{\overset{(*)}{27189}}{1024} = -\frac{22259003}{65536}\right)m^6 \end{array}\right\}$
364	$\cos 2Ev - 2gv$	$\gamma^2\left\{\left(-\frac{64635}{16384} + \frac{\overset{(*)}{513}}{256} = -\frac{31803}{16384}\right)m^5\right\}$
125	$\cos 2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{3843}{64}m^4 - \frac{142119}{256}m^5\right)$
125	$\cos 2Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{6489}{64}m^4 - \frac{3225}{256}m^5\right)$
125, 474	$\cos 2Ev + c'mv + cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{6725}{576}m^4 + \frac{482327}{6912}m^5\right)$
125, 474	$\cos 2Ev - c'mv + cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{1489}{64}m^4 - \frac{28509}{256}m^5\right)$

Voyez page		
400	$\cos Ev$	$b^2\left(\frac{1191}{64}m^4+\frac{26075}{256}m^5\right)$ . . .
400	$\cos Ev-cv$	$eb^2\left(\frac{1530917}{8192}m^4\right)$
400	$\cos 3Ev$	$b^2\left(\frac{43}{8}m^4+\frac{4139}{192}m^5\right)$
400	$\cos 4Ev-cv$	$e\left(-\frac{27737}{1536}m^5+\frac{9}{8}m^3\gamma^2+\frac{145}{8}m^3e'^2\right)$
333 432	$\cos 4Ev-2cv$	$e^2\left(\frac{2241}{128}m^4+\frac{122409}{2048}m^5\right)$
333	$\cos 4Ev-2gv$	$\gamma^2\left(\frac{69}{128}m^4\right)$
454	$\cos 4Ev+c'mv-cv$	$ee'\left(\frac{73}{32}m^4\right)$
454	$\cos 4Ev-c'mv-cv$	$ee'\left(-\frac{1027}{24}m^4\right)$.

A l'aide de cette valeur de $-\mu^2\int R_1 dv$, et de celle posée dans les pages 743-747 du second volume, on formera aisément les

Produits partiels de $\left(-\mu^2.\int R_1 dv\right)^2$.

Multiplicateur . . . . $2\cos cv \quad e\left(-\frac{45}{8}m^3-\frac{1059}{32}m^4\right)$

Produit	$\cos 2Ev-cv$	$e\left(-\frac{135}{32}m^5-\frac{3177}{128}m^6-\frac{135}{32}m^6\right)$
	$\cos 2Ev+cv$	$e\left(-\frac{135}{32}m^5-\frac{3177}{128}m^6-\frac{135}{32}m^6\right)$
	$\cos 2Ev$	$\left(\frac{45}{8}m^5e^2\right)$
	$\cos 2Ev$	$\left(\frac{135}{8}m^5e^2\right)$
	$\cos 2Ev-2cv$	$e^2\left(\frac{135}{8}m^5+\frac{3177}{32}m^6+\frac{405}{8}m^6\right)$
	$\cos 2Ev-cv$	$e\left(\frac{675}{64}m^4e^2\right)$
	$\cos 2Ev+c'mv+cv$	$ee'\left(\frac{135}{64}m^5\right)$
	$\cos 2Ev+c'mv-cv$	$ee'\left(\frac{135}{64}m^5\right)$
	$\cos 2Ev-c'mv+cv$	$ee'\left(-\frac{945}{64}m^5\right)$
	$\cos 2Ev-c'mv-cv$	$ee'\left(-\frac{945}{64}m^5\right)$

Multiplicateur . . . . $2\cos c'mv \quad e'\left(-\frac{357}{32}m^4-\frac{3}{8}m^2\gamma^2-\frac{75}{8}m^2e^2\right)$

Produit
$$\left\{\begin{array}{ll}\cos 2Ev+c'mv & e'\left(-\frac{1071}{128}m^5-\frac{9}{32}m^4\gamma^2-\frac{225}{32}m^4e^2\right)\\ \cos 2Ev-c'mv & e'\left(-\frac{1071}{128}m^5-\frac{9}{32}m^4\gamma^2-\frac{225}{32}m^4e^2\right)\end{array}\right.$$

Multiplicateur — Produit

$$2\cos 2cv \quad e^2\left(\frac{45}{32}m^3+\frac{2433}{128}m^4\right)\ldots\left\{\cos 2Ev-2cv \quad e^2\left(\frac{135}{128}m^5+\frac{7299}{512}m^6+\frac{135}{128}m^6\right)\right.$$

$$2\cos 2gv \quad \gamma^2\left(-\frac{9}{32}m^3\right)\ldots\left\{\cos 2Ev-2gv \quad \gamma^2\left(-\frac{27}{128}m^5\right)\right.$$

$$2\cos cv+c'mv \quad ee'\left(-\frac{165}{16}m^3\right)\ldots\left\{\begin{array}{l}\cos 2Ev+c'mv+cv \quad ee'\left(-\frac{495}{64}m^5\right)\\ \cos 2Ev-c'mv-cv \quad ee'\left(-\frac{495}{64}m^5\right)\end{array}\right.$$

$$2\cos cv-c'mv \quad ee'\left(-\frac{225}{16}m^3\right)\ldots\left\{\begin{array}{l}\cos 2Ev-c'mv+cv \quad ee'\left(-\frac{675}{64}m^5\right)\\ \cos 2Ev+c'mv-cv \quad ee'\left(-\frac{675}{64}m^5\right)\end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . $2\cos 2Ev \left\{\begin{array}{l}\frac{3}{4}m^2+\frac{3}{4}m^3+\frac{3}{4}m^4+\frac{3}{2}m^2e^2\\ -\frac{15}{8}m^2e''^2+\frac{3}{4}m^5+\frac{3}{2}m^3e^2-\frac{15}{8}m^3e''^2\end{array}\right\}$

Produit
$$\left\{\begin{array}{ll}\cos cv & e\left(-\frac{27}{4}m^5-\frac{9}{4}m^5\right)\\ \cos 4Ev-cv & e\left(-\frac{27}{4}m^5-\frac{9}{4}m^5\right)\\ \cos cv & e\left(\frac{1}{4}m^5-\frac{3}{4}m^5\right)\\ \cos c'mv & e'\left\{\begin{array}{l}\frac{999}{128}m^5+\frac{2997}{256}m^7+\frac{63}{16}m^4e^2+\frac{189}{32}m^5e^2+\frac{189}{64}m^5\\ +\frac{999}{128}m^7+\frac{63}{16}m^5e^2+\frac{63}{32}m^6+\frac{189}{64}m^7\\ +\frac{63}{16}m^4e^2+\frac{189}{32}m^5e^2+\frac{63}{32}m^7+\frac{63}{16}m^5e^2\end{array}\right\}\\ \cos c'mv & e'\left\{\begin{array}{l}-\frac{9}{128}m^5-\frac{9}{256}m^7-\frac{9}{16}m^4e^2-\frac{9}{32}m^5e^2-\frac{9}{64}m^6-\frac{9}{128}m^7\\ -\frac{9}{16}m^5e^2-\frac{9}{32}m^6-\frac{9}{64}m^7-\frac{9}{16}m^4e^2-\frac{9}{32}m^5e^2-\frac{9}{32}m^7-\frac{9}{16}m^5e^2\end{array}\right\}\end{array}\right.$$

+

Produit

$$\cos 2c'mv \quad \varepsilon'^2\left(\frac{153}{16}m^5+\frac{153}{32}m^5\right)$$

$$\cos 4Ev-2cv \quad e^2\left(-\frac{477}{128}m^4-\frac{17001}{2048}m^5-\frac{45}{32}m^4-\frac{477}{128}m^5-\frac{45}{32}m^5\right)$$

$$\cos 2cv \quad e^2\left(-\frac{477}{128}m^4-\frac{17001}{2048}m^5-\frac{45}{32}m^4-\frac{477}{128}m^5-\frac{45}{32}m^5\right)$$

$$\cos 4Ev-2gv \quad \gamma^2\left(\frac{9}{128}m^4-\frac{9}{32}m^4\right)$$

$$\cos 2gv \quad \gamma^2\left(\frac{9}{128}m^4-\frac{9}{32}m^4\right)$$

$$\cos 2cv \quad e^2\left(\frac{45}{64}m^4-\frac{63}{64}m^5+\frac{45}{64}m^5\right)$$

$$\cos 2gv \quad \gamma^2\left(\frac{9}{64}m^4\right)$$

$$\cos cv+c'mv \quad e\varepsilon'\left(\frac{8}{8}m^4+\frac{25}{32}m^5+\frac{3}{8}m^5\right)$$

$$\cos cv-c'mv \quad e\varepsilon'\left(\frac{9}{8}m^4-\frac{27}{32}m^5+\frac{9}{8}m^5\right)$$

$$\cos 4Ev+c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{9}{8}m^4\right)$$

$$\cos cv-c'mv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{21}{8}m^4+\frac{15}{32}m^5-\frac{21}{8}m^5\right)$$

$$\cos cv+c'mv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{63}{8}m^4-\frac{1053}{32}m^5-\frac{63}{8}m^5\right)$$

$$\cos 4Ev-c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{63}{8}m^4\right)$$

$$\cos Ev \quad b^2\left(\frac{9}{32}m^4+\frac{153}{64}m^5+\frac{9}{32}m^5\right)$$

$$\cos 3Ev \quad b^2\left(\frac{9}{32}m^4+\frac{153}{64}m^5+\frac{9}{32}m^5\right)$$

$$\cos Ev-cv \quad eb^2\left(-\frac{45}{128}m^4\right)$$

$$\cos Ev \quad b^2\left(\frac{15}{32}m^4+\frac{75}{64}m^5+\frac{15}{32}m^5\right)$$

$$\cos Ev-cv \quad eb^2\left(-\frac{225}{128}m^4\right)$$

$$\cos 2Ev \quad \left(-\frac{9}{16}m^6-\frac{501}{256}m^7+\frac{27}{256}m^5\gamma^2+\frac{675}{256}m^5e^2-\frac{9}{16}m^7\right)$$

$$\cos 2Ev-cv \quad e\left(-\frac{45}{32}m^5-\frac{639}{128}m^6-\frac{45}{32}m^6\right)$$

+

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll}
\cos 2Ev+cv & e & \left(\ \frac{45}{32}\,m^6\right) \\
\cos 2Ev+c'mv & \varepsilon' & \left(\ \frac{9}{16}\,m^6\right) \\
\cos 2Ev-c'mv & \varepsilon' & \left(-\frac{63}{16}\,m^6\right) \\
\cos 2Ev+c'mv-cv & e\varepsilon' & \left(\ \frac{135}{64}\,m^5\right) \\
\cos 2Ev-c'mv-cv & e\varepsilon' & \left(-\frac{525}{64}\,m^5\right) \\
\cos 2Ev-2cv & e^2 & \left(\ \frac{135}{128}m^5+\frac{6723}{512}m^6+\frac{135}{128}m^6\right) \\
\cos 2Ev-2gv & \gamma^2 & \left(-\frac{27}{128}\,m^5\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . $2\cos 2Ev-cv \quad e\left(-3.m^2-9.m^3\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll}
\cos 4Ev-2cv & e^2 & \left(\ \frac{9}{2}m^4+27.\,m^5\right) \\
\cos 2cv & e^2 & \left(\ 3.\,m^4-m^5+9.\,m^3\right) \\
\cos cv-c'mv & e\varepsilon' & \left(-\frac{63}{8}m^4-\frac{189}{16}m^5-\frac{189}{8}\,m^5\right) \\
\cos 4Ev-c'mv-cv & e\varepsilon' & \left(-\frac{63}{8}\,m^4\right) \\
\cos cv+c'mv & e\varepsilon' & \left(\ \frac{9}{8}\,m^4+\frac{9}{16}\,m^5+\frac{27}{8}\,m^5\right) \\
\cos 4Ev+c'mv-cv & e\varepsilon' & \left(\ \frac{9}{8}\,m^4\right) \\
\cos c'mv & \varepsilon' & \left(-\frac{9}{2}\,m^4e^2+\frac{27}{8}\,m^5e^2-\frac{27}{2}\,m^5e^2\right) \\
\cos c'mv & \varepsilon' & \left(\ \frac{63}{2}m^4e^2+\frac{1053}{8}m^3e^2+\frac{189}{2}m^5e^2\right) \\
\cos Ev-cv & eb^2 & \left(-\frac{9}{8}\ \ m^4\ \right) \\
\cos 2Ev+cv & e & \left(\ \frac{9}{4}\ \ m^6\right) \\
\cos 2Ev & & \left(\ \frac{45}{8}m^5e^2\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev+cv \quad e\left(-m^2+\frac{1}{3}m^3\right)$

$$\text{Produit}\begin{cases}\cos cv+c'mv & e\varepsilon'\left(-\frac{21}{8}m^4-\frac{63}{16}m^5+\frac{7}{8}m^5\right)\\ \cos cv-c'mv & e\varepsilon'\left(\frac{8}{8}m^4+\frac{3}{16}m^5-\frac{1}{8}m^5\right)\\ \cos c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{1}{2}m^4e^2-\frac{25}{24}m^5e^2+\frac{1}{6}m^5e^2\right)\\ \cos c'mv & \varepsilon'\left(\frac{7}{2}m^4e^2-\frac{5}{8}m^5e^2-\frac{7}{6}m^5e^2\right)\\ \cos Ev-cv & eb^2\left(-\frac{5}{8}m^4\right)\\ \cos 2Ev-cv & e\left(\frac{8}{4}m^6\right)\\ \cos 2Ev-2cv & e^2\left(\frac{15}{8}m^5+\frac{218}{32}m^6-\frac{5}{8}m^6\right)\\ \cos 4Ev-cv & e\left(\frac{15}{8}m^3e^2\right)\end{cases}$$

Multiplicateur | Produit

$$2\cos 2Ev-c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{21}{8}m^2+\frac{63}{16}m^3\right)\ldots\begin{cases}\cos 2c'mv & \varepsilon''\left(-\frac{63}{128}m^5-\frac{189}{128}m^5\right)\\ \cos 2Ev+c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{63}{32}m^6\right)\\ \cos 2Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'\left(-\frac{315}{64}m^5\right)\end{cases}$$

$$2\cos 2Ev+c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{3}{8}m^2\right)\ldots\ldots\begin{cases}\cos 2Ev-c'mv & \varepsilon'\left(\frac{9}{32}m^6\right)\\ \cos 2Ev-c'mv-cv & e\varepsilon'\left(\frac{45}{64}m^5\right)\end{cases}$$

$$2\cos 2Ev-2cv \quad e^2\left(-\frac{15}{8}m\right)\ldots\ldots\Big\{\cos 2Ev+cv \qquad e\left(\frac{225}{64}m^4e^2\right)$$

$$2\cos 2Ev+2cv \quad e^2\left(\frac{15}{16}m^2\right)\ldots\ldots\Big\{\cos 2Ev-2cv \qquad e^2\left(-\frac{45}{64}m^6\right).$$

La réunion de ces produits partiels donne

$$\left(-\mu^2\int R_1 dv\right)^2 =$$

$$\cos cv \qquad e\left\{-\frac{27}{4}-\frac{9}{4}+\frac{1}{4}-\frac{3}{4}=-\frac{19}{2}\right\} m^5$$

$$\cos c'mv \qquad e'\left\{\begin{array}{l}
\left(\frac{999}{128}+\frac{189}{64}+\frac{63}{32}-\frac{9}{128}-\frac{9}{64}-\frac{9}{32}=\frac{783}{64}\right) m^6 \\
+\left(\frac{2997}{256}+\frac{999}{128}+\frac{189}{64}+\frac{63}{32}-\frac{9}{256}-\frac{9}{128}-\frac{9}{64}-\frac{9}{32}=\frac{765}{32}\right) m^7 \\
+\left(\frac{63}{16}+\frac{63}{16}-\frac{9}{16}-\frac{9}{16}-\frac{9}{2}+\frac{63}{2}-\frac{1}{2}+\frac{7}{2}=\frac{147}{4}\right) m^4 e^2 \\
+\left\{\begin{array}{l}
\frac{189}{32}+\frac{63}{16}+\frac{189}{32}+\frac{63}{16}-\frac{9}{32}-\frac{9}{16}-\frac{9}{32}-\frac{9}{16}+\frac{27}{8} \\
-\frac{27}{2}+\frac{1053}{8}+\frac{189}{2}-\frac{25}{24}+\frac{1}{6}-\frac{5}{8}-\frac{7}{6}=\frac{694}{3}
\end{array}\right\} m^5 e^2
\end{array}\right\}$$

$$\cos 2c'mv \qquad e'^2\left\{\frac{153}{16}+\frac{153}{32}-\frac{63}{128}-\frac{189}{128}=\frac{99}{8}\right\} m^5$$

$$\cos cv+c'mv \qquad ee'\left\{\begin{array}{l}
\left(\frac{3}{8}-\frac{63}{8}+\frac{9}{8}-\frac{21}{8}=-9\right) m^4 \\
+\left(\frac{25}{32}+\frac{3}{8}-\frac{1053}{32}-\frac{63}{8}+\frac{9}{16}+\frac{27}{8}-\frac{63}{16}+\frac{7}{8}=-\frac{155}{4}\right) m^5
\end{array}\right\}$$

$$\cos cv-c'mv \qquad ee'\left\{\begin{array}{l}
\left(\frac{9}{8}-\frac{21}{8}-\frac{63}{8}+\frac{3}{8}=-9\right) m^4 \\
+\left(\frac{9}{8}-\frac{27}{32}+\frac{15}{32}-\frac{21}{8}-\frac{189}{16}-\frac{189}{8}+\frac{3}{16}-\frac{1}{8}=-\frac{149}{4}\right) m^5
\end{array}\right\}$$

$$\cos 2cv \qquad e^2\left\{\begin{array}{l}
\left(-\frac{477}{128}-\frac{45}{32}+\frac{45}{64}+3=-\frac{183}{128}\right) m^4 \\
+\left(-\frac{17001}{2048}-\frac{477}{128}-\frac{45}{32}-\frac{63}{64}+\frac{45}{64}-1+9=-\frac{11705}{2048}\right) m^5
\end{array}\right\}$$

$$\cos 2gv \qquad \gamma^2\left\{\frac{9}{128}-\frac{9}{32}+\frac{9}{64}=-\frac{9}{128}\right\} m^4$$

$$\cos 2Ev \qquad \left\{\begin{array}{l}
-\frac{9}{16}m^6+\left(-\frac{501}{256}-\frac{9}{16}=-\frac{645}{256}\right) m^7+\frac{27}{256}m^5\gamma^2 \\
+\left(\frac{45}{8}+\frac{185}{8}+\frac{675}{256}+\frac{45}{8}=\frac{7875}{256}\right) m^5 e^2
\end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev-cv \qquad e\left\{\begin{array}{l}
\left(-\frac{45}{32}-\frac{135}{32}=-\frac{45}{8}\right) m^5+\frac{675}{64}m^4 e^2 \\
+\left(-\frac{639}{128}-\frac{3177}{128}-\frac{135}{32}-\frac{45}{32}+\frac{3}{4}=-\frac{555}{16}\right) m^6
\end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev+cv \quad e\left\{-\frac{135}{32}m^4-\left(\frac{3177}{128}+\frac{135}{32}-\frac{45}{32}-\frac{9}{4}=\frac{3249}{128}\right)m^5+\frac{225}{64}m^4e^2\right\}$$

$$\cos 2Ev+c'mv \quad \varepsilon'\left\{-\left(\frac{1071}{128}+\frac{63}{32}-\frac{9}{16}=\frac{1251}{128}\right)m^6-\frac{225}{32}m^4e^2-\frac{9}{32}m^4\gamma^2\right\}$$

$$\cos 2Ev-c'mv \quad \varepsilon'\left\{-\left(\frac{1071}{128}-\frac{9}{32}+\frac{63}{16}=\frac{1539}{128}\right)m^6-\frac{225}{32}m^4e^2-\frac{9}{32}m^4\gamma^2\right\}$$

$$\cos 2Ev-2cv \quad e^2\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{135}{8}+\frac{135}{128}+\frac{135}{128}+\frac{15}{8}=\frac{1335}{64}\right)m^5\\ +\left\{\begin{array}{l}\frac{3177}{32}+\frac{405}{8}+\frac{7299}{512}+\frac{135}{128}+\frac{6723}{512}\\ +\frac{135}{128}+\frac{213}{32}-\frac{5}{8}-\frac{45}{64}=\frac{47291}{256}\end{array}\right\}m^6\end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev-2gv \quad \gamma^2\left\{-\frac{27}{128}-\frac{27}{128}=-\frac{27}{64}\right\}m^5$$

$$\cos 2Ev+c'mv+cv \quad e\varepsilon'\left\{\frac{135}{64}-\frac{495}{64}=-\frac{45}{8}\right\}m^5$$

$$\cos 2Ev-c'mv+cv \quad e\varepsilon'\left\{-\frac{945}{64}-\frac{675}{64}=-\frac{405}{16}\right\}m^5$$

$$\cos 2Ev+c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left\{\frac{135}{64}-\frac{675}{64}+\frac{135}{64}-\frac{315}{64}=-\frac{45}{4}\right\}m^5$$

$$\cos 2Ev-c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left\{-\frac{945}{64}-\frac{495}{64}-\frac{525}{64}+\frac{45}{64}=-30\right\}m^5$$

$$\cos Ev \quad b^2\left\{\left(\frac{9}{32}+\frac{15}{32}=\frac{3}{4}\right)m^4+\left(\frac{153}{64}+\frac{9}{32}+\frac{75}{64}+\frac{15}{32}=\frac{69}{16}\right)m^5\right\}$$

$$\cos Ev-cv \quad eb^2\left\{-\frac{45}{128}-\frac{225}{128}-\frac{9}{8}-\frac{5}{8}=-\frac{247}{64}\right\}m^4$$

$$\cos 3Ev \quad b^2\left\{\frac{9}{32}m^4+\left(\frac{153}{64}+\frac{9}{32}=\frac{171}{64}\right)m^5\right\}$$

$$\cos 4Ev+c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left\{\frac{9}{8}+\frac{9}{8}=\frac{9}{4}\right\}m^4$$

$$\cos 4Ev-c'mw-cv \quad e\varepsilon'\left\{-\frac{63}{8}-\frac{63}{8}=-\frac{63}{4}\right\}m^4$$

$$\cos 4Ev-cv \quad e\left\{-\left(\frac{27}{4}+\frac{9}{4}=9\right)m^5+\frac{15}{8}m^3e^2\right\}$$

$$\cos 4Ev-2cv \quad e^2\left\{\begin{array}{l}-\left(\frac{477}{128}+\frac{45}{32}-\frac{9}{2}=\frac{81}{128}\right)m^4\\ +\left(-\frac{17001}{2048}-\frac{477}{128}-\frac{45}{32}+27=\frac{27783}{2048}\right)m^5\end{array}\right\}$$

$$\cos 4Ev-2gv \quad \gamma^2\left\{\frac{9}{128}-\frac{9}{32}=-\frac{27}{128}\right\}m^4.$$

Produits partiels de $-\left(\mu^2\int R_1\,dv\right)^3 = -\left(\mu^2\int R_1\,dv\right)^2 \times \mu^2\int R_1\,dv$

Multiplicateur		Produit
$2\cos 2Ev\ \left(\frac{3}{8}m^2+\frac{3}{8}m^3\right)\ldots$	$\cos 2Ev$	$\left(\frac{27}{128}m^6+\frac{27}{64}m^7+\frac{27}{128}m^7\right)$
	$\cos 2Ev-cv$	$e\left(-\frac{9}{8}m^6\right)$
	$\cos 2Ev+cv$	$e\left(-\frac{9}{8}m^6\right)$
	$\cos 2Ev+c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{81}{128}m^6\right)$
	$\cos 2Ev-c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{81}{128}m^6\right)$
	$\cos 2Ev-2cv$	$e^2\left(-\frac{135}{256}m^5-\frac{549}{1024}m^6-\frac{135}{256}m^6\right)$
	$\cos 2Ev-2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{27}{256}m^5\right)$
	$\cos 2Ev$	$\left(\frac{27}{256}m^6+\frac{27}{128}m^7+\frac{27}{256}m^7\right)$
	$\cos 2Ev-cv$	$e\left(-\frac{27}{32}m^6\right)$
	$\cos 2Ev+cv$	$e\left(-\frac{9}{32}m^6\right)$
	$\cos 2Ev+c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{27}{256}m^6\right)$
	$\cos 2Ev-c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{189}{256}m^6\right)$
	$\cos 2Ev-2cv$	$e^2\left(-\frac{135}{256}m^5-\frac{243}{1024}m^6-\frac{135}{256}m^6\right)$
	$\cos 2Ev-2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{27}{256}m^5\right)$

Multiplicateur		Produit
$2\cos 2Ev-cv\quad e\left(-\frac{3}{2}m^2\right)\ldots$	$\cos 2Ev-cv$	$e\left(-\frac{27}{32}m^6\right)$
	$\cos 2Ev-2cv$	$e^2\left(\frac{9}{2}m^6\right)$
	$\cos 2Ev+cv$	$e\left(-\frac{27}{64}m^6\right)$

$$2\cos 2Ev+cv \quad e\left(-\tfrac{1}{2}m^2\right)\ldots\begin{cases}\cos 2Ev+cv & e\left(-\tfrac{9}{32}m^6\right)\\ \cos 2Ev-cv & e\left(-\tfrac{9}{64}m^6\right)\\ \cos 2Ev-2cv & e^2\left(\tfrac{9}{8}m^6\right)\end{cases}$$

$$2\cos 2Ev-c'mv \quad \varepsilon'\left(\tfrac{21}{16}m^2\right)\ldots\begin{cases}\cos 2Ev-c'mv & \varepsilon'\left(\tfrac{189}{256}m^6\right)\\ \cos 2Ev+c'mv & \varepsilon'\left(\tfrac{189}{512}m^6\right)\end{cases}$$

$$2\cos 2Ev+c'mv \quad \varepsilon'\left(-\tfrac{3}{16}m^2\right)\ldots\begin{cases}\cos 2Ev+c'mv & \varepsilon'\left(-\tfrac{27}{256}m^6\right)\\ \cos 2Ev-c'mv & \varepsilon'\left(-\tfrac{27}{512}m^6\right)\end{cases}$$

$$2\cos 2Ev-2cv \quad e^2\left(-\tfrac{15}{16}m-\tfrac{159}{64}m^2\right)\left\{\cos 2Ev-2cv \quad e^2\left(-\tfrac{135}{256}m^5-\tfrac{135}{128}m^6-\tfrac{1431}{1024}m^6\right)\right.$$

$$2\cos 2Ev-2gv \quad \gamma^2\left(-\tfrac{3}{16}m\right)\ldots\left\{\cos 2Ev-2gv \quad \gamma^2\left(-\tfrac{27}{256}m^5\right)\right.$$

$$2\cos 2Ev+2cv \quad e^2\left(\tfrac{15}{32}m^2\right)\ldots\left\{\cos 2Ev-2cv \quad e^2\left(\tfrac{135}{1024}m^6\right).\right.$$

La réunion de ces produits partiels donne

$$-\left(\mu^2\int R_1 dv\right)^3=$$

$$\cos 2Ev \quad \left\{\left(\tfrac{27}{128}+\tfrac{27}{256}=\tfrac{81}{256}\right)m^6+\left(\tfrac{27}{64}+\tfrac{27}{128}+\tfrac{27}{128}+\tfrac{27}{256}=\tfrac{243}{256}\right)m\right\}$$

$$\cos 2Ev-cv \quad e\left\{-\tfrac{9}{8}-\tfrac{27}{32}-\tfrac{27}{32}-\tfrac{9}{64}=-\tfrac{189}{64}\right\}m^6$$

$$\cos 2Ev+cv \quad e\left\{-\tfrac{9}{8}-\tfrac{9}{32}-\tfrac{27}{64}-\tfrac{9}{32}=-\tfrac{135}{64}\right\}m^6$$

$$\cos 2Ev+c'mv \quad \varepsilon'\left\{\tfrac{81}{128}-\tfrac{27}{256}+\tfrac{189}{512}-\tfrac{27}{256}=\tfrac{405}{512}\right\}m^6$$

$$\cos 2Ev-c'mv \quad \varepsilon'\left\{\tfrac{81}{128}+\tfrac{189}{256}+\tfrac{189}{256}-\tfrac{27}{512}=\tfrac{1053}{512}\right\}m^6$$

$$\cos 2Ev-2cv \quad e^2\left\{\begin{array}{l}\left(-\tfrac{135}{256}-\tfrac{135}{256}-\tfrac{135}{256}=-\tfrac{405}{256}\right)m^5\\ +\left\{\begin{array}{l}-\tfrac{549}{1024}-\tfrac{135}{256}-\tfrac{243}{1024}-\tfrac{135}{256}+\tfrac{9}{2}\\ +\tfrac{9}{8}-\tfrac{135}{128}-\tfrac{1431}{1024}+\tfrac{135}{1024}=\tfrac{189}{128}\end{array}\right\}m^6\end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev-2gv \quad \gamma^2\left\{-\tfrac{27}{256}-\tfrac{27}{256}-\tfrac{27}{256}=-\tfrac{81}{256}\right\}m^5.$$

131. En réunissant les termes compris dans les trois fonctions précédentes on aura la valeur supplémentaire de la fonction $-B$, savoir;

$$-B=-\mu^2\int R_1 dv-\frac{3}{2}\left(\mu^2\int R_1 dv\right)^2-\frac{5}{2}\left(\mu^2\int R_1 dv\right)^3=$$

$$\cos cv \qquad e\left\{-\frac{65881}{512}+\frac{57}{4}=-\frac{58585}{512}\right\}m^5$$

$$\cos c'mv \qquad \epsilon'\left\{\begin{array}{l}-\left(\frac{42649}{96}+\frac{2349}{128}=\frac{177643}{384}\right)m^6+\frac{4515}{512}m^4\gamma^2\\-\left(\frac{270669}{512}+\frac{441}{8}=\frac{298893}{512}\right)m^4e^2-\left(\frac{367577}{216}+\frac{2295}{64}=\frac{3002581}{1728}\right)m^7\\-\left(\frac{44485001}{12288}+347=\frac{48748937}{12288}\right)m^5e^2\end{array}\right\}$$

$$\cos 2c'mv \quad \epsilon'^2\left\{-\frac{1507}{6}-\frac{207}{16}=-\frac{12947}{48}\right\}m^5$$

$$\cos 2cv \qquad e^2\left\{\left(\frac{2433}{128}+\frac{549}{256}=\frac{5415}{256}\right)m^4+\left(\frac{142169}{2048}+\frac{35115}{4096}=\frac{319453}{4096}\right)m^5\right\}$$

$$\cos 2gv \qquad \gamma^2\left\{\frac{177}{128}+\frac{27}{256}=\frac{381}{256}\right\}m^4$$

$$\cos cv-c'mv \qquad e\epsilon'\left\{\left(\frac{27}{2}-\frac{4257}{32}=-\frac{3825}{32}\right)m^4+\left(\frac{447}{8}-\frac{933299}{1024}=-\frac{876083}{1024}\right)m^5\right\}$$

$$\cos cv+c'mv \qquad e\epsilon'\left\{\left(\frac{27}{2}-\frac{147}{2}=-60\right)m^4+\left(\frac{465}{8}-\frac{287315}{1024}=-\frac{227795}{1024}\right)m^5\right\}$$

$$\cos 2Ev \quad \left\{\begin{array}{l}\left(\frac{27}{32}-\frac{273}{128}+\frac{405}{512}=-\frac{255}{512}\right)m^6-\frac{15}{2}m^4\epsilon'^2+\frac{483}{128}m^4e^2-\frac{15}{4}m^2e^2\epsilon'^2\\-\frac{3}{4}m^2e^2\gamma^2+\frac{39}{64}m^4\epsilon'^4+\frac{3}{32}m^2\gamma^4+\frac{27}{32}m^2e^4+\frac{5}{16}m^2b^4\\+\left(\frac{1935}{512}-\frac{85213}{5120}+\frac{1215}{512}=-\frac{53713}{5120}\right)m^7-\frac{15}{2}m^5\epsilon'^2\\+\left(\frac{20091}{256}-\frac{23625}{512}=\frac{16557}{512}\right)m^5e^2+\left(\frac{63}{128}-\frac{81}{512}=\frac{171}{512}\right)m^5\gamma^2\\-\frac{15}{4}m^3e^2\epsilon'^2-\frac{3}{4}m^3e^2\gamma^2+\frac{39}{64}m^3\epsilon'^4+\frac{3}{32}m^3\gamma^4+\frac{27}{32}m^3e^4+\frac{755}{256}m^3b^4\\+\frac{9}{4}m^4\left(\epsilon'^2-E'^2\right)\end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev - cv \quad e \left\{ \begin{array}{l} -\left(\frac{608}{64} - \frac{185}{16} = \frac{68}{64}\right) m^5 - \frac{21}{4} m^3 e^2 + 9 \,.\, m^3 \varepsilon'^2 + \frac{9}{4} m^3 \gamma^2 \\ +\left(\frac{28425}{256} + \frac{1665}{32} - \frac{945}{128} = \frac{39855}{256}\right) m^6 - \frac{6057}{32} m^4 \varepsilon'^2 \\ +\left(\frac{12003}{256} - \frac{2025}{128} = \frac{7953}{256}\right) m^4 e^2 - \frac{9}{16} m^4 \gamma^2 - 9 \,.\, m^4 (\varepsilon'^2 - E'^2) \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + cv \quad e \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{2729}{864} + \frac{405}{64} = \frac{16393}{1728}\right) m^5 - \frac{1}{4} m^3 e^2 - \frac{1}{12} m^3 \gamma^2 + \frac{11}{8} m^3 \varepsilon'^2 \\ +\left(\frac{2762}{81} + \frac{9747}{256} - \frac{675}{128} = \frac{1387229}{20736}\right) m^6 - \frac{857}{2304} m^4 \gamma^2 \\ +\left(\frac{2123}{384} - \frac{675}{128} = \frac{49}{192}\right) m^4 e^2 + \frac{16193}{288} m^4 \varepsilon'^2 - 3 \,.\, m^4 (\varepsilon'^2 - E'^2) \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\frac{3}{64} m^5 - \frac{3}{8} m^3 e^2 + \frac{3}{128} m^3 \varepsilon'^2 + \left(\frac{3753}{256} - \frac{3993}{256} + \frac{2025}{1024} = \frac{1065}{1024}\right) m^6 \\ +\left(\frac{2757}{256} + \frac{675}{64} = \frac{5457}{256}\right) m^4 e^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \frac{999}{64} m^5 + \frac{63}{8} m^3 e^2 - \frac{1107}{128} m^3 \varepsilon'^2 + \left(\frac{6381}{256} + \frac{675}{64} = \frac{9081}{256}\right) m^4 e^2 \\ +\left(\frac{4617}{256} - \frac{18585}{256} + \frac{5265}{1024} = -\frac{50607}{1024}\right) m^6 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ \begin{array}{l} -\left(\frac{1426263}{16384} + \frac{4005}{128} + \frac{2025}{512} = \frac{2003703}{16384}\right) m^5 \\ -\left(\frac{22259003}{65536} + \frac{141873}{512} - \frac{945}{256} = \frac{40176827}{65536}\right) m^6 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + 2cv \quad e^2 \left(\frac{9}{128} m^4 \right)$$

$$\cos 2Ev - 2gv \quad \gamma^2 \left\{ \frac{81}{128} - \frac{31803}{16384} - \frac{405}{512} = -\frac{34395}{16384} \right\} m^5$$

$$\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ -\frac{3843}{64} m^4 - \left(\frac{142119}{256} - \frac{135}{8} = \frac{137799}{256}\right) m^5 \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ -\frac{6489}{64} m^4 + \left(45 - \frac{3225}{256} = \frac{8295}{256}\right) m^5 \right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv + cv \quad e\varepsilon' \left\{ \frac{6725}{576} m^4 + \left(\frac{482327}{6912} + \frac{135}{16} = \frac{540647}{6912}\right) m^5 \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv + cv \quad e\varepsilon' \left\{ -\frac{1489}{64} m^4 - \left(\frac{28509}{256} - \frac{1215}{32} = \frac{18789}{256}\right) m^5 \right\}$$

$$\cos Ev \quad b^2 \left\{ \left(\frac{1191}{64} - \frac{9}{8} = \frac{1119}{64}\right) m^4 + \left(\frac{26075}{256} - \frac{207}{32} = \frac{24419}{256}\right) m^5 \right\}$$

$$\cos Ev - cv \quad eb^2 \left\{ \frac{1530917}{8192} + \frac{741}{128} = \frac{1578341}{8192} \right\} m^4$$

$$\left.\begin{array}{lll} \cos Ev + cv & eb^2 & \left\{ -\frac{1317}{256} - \frac{135}{128} = -\frac{1587}{256} \right\} m^3 \\ \cos 3Ev - cv & eb^2 & \left\{ -\frac{2025}{256} - \frac{135}{128} = -\frac{2295}{256} \right\} m^3 \end{array}\right\} (*)$$

$$\cos 3Ev \quad b^2 \left\{ \left(\frac{43}{8} - \frac{27}{64} = \frac{317}{64} \right) m^4 + \left(\frac{4139}{192} - \frac{513}{128} = \frac{6739}{384} \right) m^5 \right\}$$

$$\cos 4Ev - cv \quad e \left\{ \left(\frac{27}{2} - \frac{27737}{1536} = -\frac{7001}{1536} \right) m^3 + \frac{9}{8} m^3 \gamma^2 + \frac{145}{8} m^3 \varepsilon'^2 - \frac{45}{16} m^3 e^2 \right\}$$

$$\cos 4Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ \left(\frac{2241}{128} + \frac{243}{256} = \frac{4725}{256} \right) m^4 + \left(\frac{122409}{2048} - \frac{83349}{4096} = \frac{161469}{4096} \right) m^5 \right\}$$

$$\cos 4Ev - 2gv \quad \gamma^2 \left\{ \frac{69}{128} + \frac{81}{256} = \frac{219}{256} \right\} m^4$$

$$\cos 4Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ \frac{73}{32} - \frac{27}{8} = -\frac{35}{32} \right\} m^4$$

$$\cos 4Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ \frac{189}{8} - \frac{1027}{24} = -\frac{115}{6} \right\} m^4.$$

SECONDE SECTION.

Supplément à l'expression de la fonction $A = 2\frac{\delta u}{u_1} - 3\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2 + 4\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^3$

132. La fonction $2\frac{\delta u}{u_1}$ renferme les termes suivans déjà trouvés ailleurs, comme on le voit par l'indication de la page mise à côté de chacun d'eux.

$$2\frac{\delta u}{u_1} =$$

Voyez page			
383	$\cos c'mv$	ε'	$\left(\frac{235421}{96} m^6 - \frac{17997}{256} m^4\gamma^2 + \frac{1691133}{1024} m^4 e^2 + \frac{8109311}{864} m^7 + \frac{17470481}{1536} m^5 e^2 \right)$
383	$\cos 2c'mv$	ε'^2	$\left(\frac{16973}{12} m^5 \right)$
383	$\cos cv + c'mv$	$e\varepsilon'$	$\left(-\frac{1426213}{2048} m^4 - \frac{79208185}{24576} m^5 \right)$
383	$\cos cv - c'mv$	$e\varepsilon'$	$\left(\frac{8583825}{2048} m^4 + \frac{251870665}{24576} m^5 \right)$

(*) On obtient ces deux termes en ayant égard à la valeur de $-\int R_1 dv$ posée dans les pag. 571, 572 du second volume, et en observant qu'il suffit de prendre, pour ce objet,

$$\left(-\mu^2 \int R_1 dv\right)^2 = 2\cos 2Ev\left(\frac{3}{4}m^2\right) \times \cos Ev - cv \;\; eb^2\left(\frac{15}{16}m\right).$$

On verra dans le paragraphe suivant qu'on a besoin du terme de la forme Aeb^2m^3, qui fait partie du coefficient de chacun de ces deux argumens dans l'expression de δnt.

Voyez page

337, 445 — $\cos 2cv$ $\quad e^2\left(\frac{73}{2}m^4+\frac{55697}{384}m^5\right)$

337 — $\cos 2gv$ $\quad \gamma^2\left(-\frac{177}{64}m^4\right)$

167, 168 — $\cos 2Ev$

$$\left\{\begin{array}{l}
\frac{59717}{1296}m^6-\frac{574831}{18432}m^4e^2-\frac{1099}{18}m^4\varepsilon'^2-\frac{29957}{18432}m^4\gamma^2+\frac{13}{8}m^2\varepsilon'^4+\frac{33}{64}m^2\gamma^4\\
+\frac{5}{4}m^2b^4-\frac{131}{64}m^2e^4+\frac{5}{16}m^2e^2\varepsilon'^2+\frac{119}{32}m^2\varepsilon'^2\gamma^2+\frac{15}{8}m^2\gamma^2e^2+\frac{498599}{7776}m^7\\
-\frac{40998157}{442368}m^5e^2+\frac{1431415}{442368}m^5\gamma^2-\frac{18985}{108}m^5\varepsilon'^2+\frac{164317}{6144}m^3e^4+\frac{247}{48}m^3\varepsilon'^4\\
+\frac{6537}{4096}m^3\gamma^4+\frac{675}{64}m^3b^4-\frac{510665}{3072}m^3e^2\varepsilon'^2+\frac{44507}{3072}m^3\varepsilon'^2\gamma^2+\frac{1849}{256}m^3e^2\gamma^2\\
-\frac{45}{64}m\varepsilon'^2\gamma^4-\frac{45}{64}m\gamma^2b^4-\frac{75}{256}me^2\gamma^4-\frac{39}{128}m\gamma^2\varepsilon'^4-\frac{195}{128}me^2\varepsilon'^4+\frac{75}{64}me^4\varepsilon'^2\\
-\frac{951}{512}me^4\gamma^2-\frac{105}{64}me^2b^4-\frac{45}{16}me^2\varepsilon'^2\gamma^2-\frac{15}{64}m\gamma^6-\frac{15}{64}me^6\\
+\left(6.m^4+3.m^5-\frac{9}{8}m^3\gamma^2-\frac{45}{8}m^3e^2\right)(\varepsilon'^2-E'^2)
\end{array}\right\}$$

168, 169, 445 — $\cos 2Ev-cv$

$$e\left\{\begin{array}{l}
\frac{102435629}{221184}m^5-\frac{27029}{512}m^3e^2-\frac{14035}{256}m^3\gamma^2+\frac{426025}{1536}m^3\varepsilon'^2\\
+\frac{39}{32}me^2\gamma^2+\frac{15}{2}m\varepsilon'^2\gamma^2+\frac{195}{64}m\varepsilon'^4+\frac{105}{32}mb^4+\frac{405}{256}m\gamma^4\\
+\frac{4329648769}{2654208}m^6-\frac{3045043}{6144}m^4e^2-\frac{1357867}{6144}m^4\gamma^2+\frac{34589497}{9216}m^4\varepsilon'^2\\
+\left(\frac{45}{4}m^3+\frac{1773}{32}m^4\right)(\varepsilon'^2-E'^2)
\end{array}\right\}$$

169 — $\cos 2Ev+cv$

$$e\left\{\begin{array}{l}
-\frac{3119}{768}m^5+\frac{255}{16}m^3\varepsilon'^2+\frac{2849}{3072}m^3e^2+\frac{2845}{3072}m^3\gamma^2-\frac{75}{32}me^2\varepsilon'^2\\
-\frac{15}{32}m\varepsilon'^2\gamma^2-\frac{3}{4}me^2\gamma^2+\frac{15}{32}me^4-\frac{99}{256}m\gamma^4+\frac{414401}{9216}m^6\\
+\frac{1997368}{184320}m^4e^2+\frac{15065}{128}m^4\varepsilon'^2-\frac{19}{36864}m^4\gamma^2-\frac{15}{4}m^4(\varepsilon'^2-E'^2)
\end{array}\right\}$$

170 — $\cos 2Ev+c'mv$

$$\varepsilon'\left\{\begin{array}{l}
-\frac{2171}{216}m^5-\frac{55259}{768}m^3e^2+\frac{19}{96}m^3\varepsilon'^2+\frac{4645}{1536}m^3\gamma^2-\frac{15}{64}me^2\varepsilon'^2-\frac{9}{8}me^2\gamma^2\\
-\frac{3}{64}m\varepsilon'^2\gamma^2-\frac{9}{32}m\gamma^4+\frac{15}{32}me^4+\frac{4183}{648}m^6-\frac{26285789}{36864}m^4e^2
\end{array}\right\}$$

170 — $\cos 2Ev-c'mv$

$$\varepsilon'\left\{\begin{array}{l}
\frac{3203}{8}m^5-\frac{1811}{256}m^3e^2-\frac{2337}{32}m^3\varepsilon'^2-\frac{6859}{512}m^3\gamma^2+\frac{21}{8}me^2\gamma^2\\
+\frac{615}{64}me^2\varepsilon'^2+\frac{123}{64}m\varepsilon'^2\gamma^2+\frac{21}{32}m\gamma^4-\frac{35}{32}me^4+\frac{24589}{24}m^6+\frac{779429}{4096}m^4e^2
\end{array}\right\}$$

Voyez page		
383, 461	$\cos 2Ev - 2cv$	$e^2\left(\frac{4243207}{442368}m^5 - \frac{3435731365}{5308416}m^6\right)$
170	$\cos 2Ev + 2cv$	$e^2\left(\frac{4469}{1920}m^4\right)$
383	$\cos 2Ev - 2gv$	$\gamma^2\left(\frac{7117193}{442368}m^5\right)$
171, 483	$\cos 2Ev + c'mv - cv$	$e\epsilon'\left(\frac{28391557}{18432}m^4 + \frac{2681835721}{221184}m^5\right)$
171, 483	$\cos 2Ev - c'mv - cv$	$e\epsilon'\left(\frac{628787}{2048}m^4 - \frac{21066509}{24576}m^5\right)$
171, 483	$\cos 2Ev + c'mv + cv$	$e\epsilon'\left(\frac{5195}{256}m^4 + \frac{362621}{3072}m^5\right)$
171, 483	$\cos 2Ev - c'mv + cv$	$e\epsilon'\left(-\frac{24483}{256}m^4 - \frac{351487}{1024}m^5\right)$
410	$\cos Ev$	$b^2\left(-\frac{68889}{256}m^4 - \frac{1577738}{1024}m^5\right)$
410	$\cos Ev - cv$	$eb^2\left(-\frac{1282569}{2048}m^4\right)$
	$\cos Ev + cv$	$eb^2\left(\frac{1015}{128}m^3\right)$ Voyez p. 600 du second volume.
	$\cos 3Ev - cv$	$eb^2\left(-\frac{10095}{256}m^3\right)$ Voyez p. 601 du second volume.
410	$\cos 3Ev$	$b^2\left(\frac{1355}{128}m^4 + \frac{217859}{6144}m^5\right)$
410	$\cos 4Ev - cv$	$e\left(-\frac{585653}{30720}m^5 - \frac{185}{32}m^3e^2 + \frac{725}{32}m^3\epsilon'^2 + \frac{33}{128}m^3\gamma^2\right)$
337, 445	$\cos 4Ev - 2cv$	$e^2\left(\frac{22851}{256}m^4 + \frac{89157493}{61440}m^5\right)$
337	$\cos 4Ev - 2gv$	$\gamma^2\left(\frac{5761}{4096}m^4\right)$
461	$\cos 4Ev + c'mv - cv$	$e\epsilon'\left(\frac{1067}{256}m^4\right)$
461	$\cos 4Ev - c'mv - cv$	$e\epsilon'\left(-\frac{45847}{768}m^4\right)$
503	$\cos 4Ev + c'mv$	$\epsilon'\left(\frac{1058}{320}m^5\right)$
503	$\cos 4Ev - c'mv$	$\epsilon'\left(-\frac{2457}{64}m^5\right)$
503	$\cos 6Ev - 2cv$	$e^2\left(\frac{675}{256}m^4\right)$.

On a besoin de ces trois derniers termes dans la formation de la valeur de $4\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$ qu'on trouvera ci-après. Voici comment on les obtient. Nous avons,

$$-6q.\frac{(\alpha' u')^3}{u_1^4}{}^{sin}_{cos}(2v-2v').\frac{\delta u}{u_1}=$$

$$\left\{2\,{}^{sin}_{cos}\,2Ev\ \left(-3\right)+2\,{}^{sin}_{cos}\,2Ev+c'mv\ \ \varepsilon'\left(\frac{3}{2}\right)+2\,{}^{sin}_{cos}\,2Ev-c'mv\ \ \varepsilon'\left(-\frac{21}{2}\right)\right\}\frac{\delta u}{u_1}$$

$$={}^{sin}_{cos}\,4Ev+c'mv\ \ \varepsilon'\left(\frac{19}{8}+\frac{19}{4}=\frac{57}{8}\right)m^3+{}^{sin}_{cos}\,4Ev-c'mv\ \ \varepsilon'\left(-\frac{399}{8}-\frac{133}{4}=-\frac{665}{8}\right)m^3;$$

$$15q.\frac{(\alpha' u')^3}{u_1^4}{}^{sin}_{cos}(2v-2v').\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2=2\,{}^{sin}_{cos}\,2Ev\left(\frac{15}{2}\right).\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2={}^{sin}_{cos}\,6Ev-2cv\ \ e^2\left(\frac{3375}{256}m^2\right);$$

$$\frac{3}{2}q.\frac{\delta.\left[(\alpha' u')^3\,{}^{sin}_{cos}(2v-2v')\right]}{u_1^4}=$$

$$\left\{\begin{matrix}-2\,{}^{cos}_{sin}-2Ev\ \ \left(\frac{3}{2}m\right)-2\,{}^{cos}_{sin}-(2Ev+c'mv)\ \ \varepsilon'\left(-\frac{3}{8}m\right)\\ -2\,{}^{cos}_{sin}-(2Ev-c'mv)\ \ \varepsilon'\left(\frac{63}{8}m\right)\end{matrix}\right\}\delta nt$$

$$={}^{sin}_{cos}\,4Ev+c'mv\ \ \varepsilon'\left(-\frac{33}{32}-\frac{33}{64}=-\frac{99}{64}\right)m^3+{}^{sin}_{cos}\,4Ev-c'mv\ \ \varepsilon'\left(\frac{231}{32}+\frac{693}{64}=\frac{1155}{64}\right)m^3.$$

De là on tire;

$$\begin{aligned}\delta R'=\ &\sin 4Ev+c'mv\ \ \varepsilon'\left\{\frac{57}{8}-\frac{99}{64}=\frac{357}{64}\right\}m^3\\ &\sin 4Ev-c'mv\ \ \varepsilon'\left\{\frac{1155}{64}-\frac{665}{8}=-\frac{4165}{64}\right\}m^3\\ &\sin 6Ev-2cv\ \ e^2\left(\frac{3375}{256}m^2\right);\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(1)\ \ldots\ \delta R^{v}=\ &\cos 4Ev+c'mv\ \ \varepsilon'\left\{\frac{171}{32}-\frac{99}{64}=\frac{243}{64}\right\}m^3\\ &\cos 4Ev-c'mv\ \ \varepsilon'\left\{\frac{1155}{64}-\frac{1995}{32}=-\frac{2835}{64}\right\}m^3\\ &\cos 6Ev-2cv\ \ e^2\left(\frac{2025}{256}m^2\right).\end{aligned}$$

Maintenant, si l'on a égard aux termes de l'ordre précédent déjà trouvés dans le second volume (Voyez p. 372), on aura;

$$(2)\ldots\ldots -\int R_{,} dv = \begin{array}{l} \cos 4Ev + c'mv \quad \epsilon' \left\{ \frac{357}{256} + \frac{9}{16} = \frac{501}{256} \right\} m^{4} \\ \cos 4Ev - c'mv \quad \epsilon' \left\{ -\frac{4165}{256} - \frac{105}{16} = -\frac{5815}{256} \right\} m^{4} \\ \cos 6Ev - 2cv \quad e^{2} \left(\frac{3375}{1024} m^{2} \right). \end{array}$$

Il n'est pas moins clair qu'on a (Voyez p. 134 et 144 de ce vol.)

$$(3)\ldots -R_{,} \frac{d.\delta u}{dv} = -\left\{ \begin{array}{l} 2\sin 2Ev \quad \left(\frac{3}{4}\right) + 2\sin 2Ev + c'mv \; \epsilon'\left(-\frac{3}{8}\right) \\ 2\sin 2Ev - c'mv \; \epsilon'\left(\frac{21}{8}\right) + 2\sin 4Ev - cv \; e\left(-\frac{45}{16}m\right) \end{array} \right\} \frac{d.\delta u}{dv}$$

$$= \begin{array}{l} \cos 4Ev + c'mv \quad \epsilon' \left\{ \frac{13}{16} + \frac{13}{8} = \frac{39}{16} \right\} m^{3} \\ \cos 4Ev - c'mv \quad \epsilon' \left\{ -\frac{273}{16} - \frac{91}{8} = -\frac{455}{16} \right\} m^{3} \\ \cos 6Ev - 2cv \quad e^{2} \left(\frac{675}{128} m^{2} \right). \end{array}$$

$$(4)\ldots\ldots -2\left(\frac{d^{2}.\delta u}{dv^{2}} + \delta u\right) \int R_{,} dv =$$

$$-\left\{ \begin{array}{l} 2\cos 2Ev \quad \left(-\frac{3}{4} - \frac{3}{4}m\right) \\ 2\cos 2Ev - c'mv \quad \epsilon'\left(-\frac{21}{8} - \frac{63}{16}m\right) \\ 2\cos 2Ev + c'mv \quad \epsilon'\left(\frac{3}{8} + \frac{3}{16}m\right) \end{array} \right\} \left(\frac{d^{2}.\delta u}{dv^{2}} + \delta u\right)$$

$$= \begin{array}{l} \cos 4Ev + c'mv \quad \epsilon' \left\{ \frac{9}{32} + \frac{9}{8} + \frac{9}{16} + \frac{9}{16} = \frac{81}{32} \right\} m^{3} \\ \cos 4Ev - c'mv \quad \epsilon' \left\{ -\frac{189}{32} - \frac{63}{8} - \frac{63}{16} - \frac{189}{16} = -\frac{945}{32} \right\} m^{3}. \end{array}$$

Cela posé, en réunissant les termes compris dans la fonction $m^{2}\{(1)+2.(2)+(3)+(4)\}$ et prenant dans la page 413 du second volume les termes de l'ordre inférieur on formera cette équation différentielle,

$$-\frac{d^2.\delta u}{dv^2}-\left(1-\frac{3}{2}\mu^2\right)\delta u=$$

$$\begin{array}{lll}
\cos 4Ev+c'mv & \epsilon' & \left\{\ \frac{15}{2}m^4+\left(\frac{501}{128}+\frac{243}{64}+\frac{39}{16}+\frac{81}{32}=\frac{1623}{128}\right)m^5\right\} \\
\cos 4Ev-c'mv & \epsilon' & \left\{-\frac{105}{2}m^4-\left(\frac{5845}{128}+\frac{2835}{64}+\frac{455}{16}+\frac{945}{32}=\frac{18935}{128}\right)m^5\right\} \\
\cos 6Ev-2cv & e^2 & \left\{\ \frac{2025}{256}+\frac{3375}{512}+\frac{675}{128}=\frac{10125}{512}\right\}m^4,
\end{array}$$

qui étant intégrée donne

$$\delta u=$$

$$\begin{array}{lll}
\cos 4Ev+c'mv & \epsilon' & \left\{\ \frac{1}{2}m^4+\left(\frac{541}{640}+\frac{4}{5}=\frac{1053}{640}\right)m^5\right\} \\
\cos 4Ev-c'mv & \epsilon' & \left\{-\frac{7}{2}m^4-\left(\frac{3787}{384}+\frac{28}{3}=\frac{2457}{128}\right)m^5\right\} \\
\cos 6Ev-2cv & e^2 & \left(\ \frac{675}{512}m^4\right).
\end{array}$$

133. Maintenant, à l'aide de l'expression précédente de $2\frac{\delta u}{u_1}$, et de celle posée dans les pages 752-760 du second volume, on obtiendra les termes de la fonction $4\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$. Sur quoi, il est essentiel d'être averti; 1.° que nous supprimons dans les produits partiels suivans les termes déjà trouvés dans les pages 338, 303, 304 de ce volume, et 553, 554 du second; 2.° que nous introduisons dans ce carré les termes de la forme, $\cos cv\ e(A.m^6)$, $\cos 2cv\ e^2(A.m^6)$, $\cos 2Ev\pm c'mv\ \epsilon'(A.m^7)$, $\cos Ev+cv\ eb^2(A.m^4)$, $\cos 3Ev-cv\ eb^2(A.m^4)$, $\cos 4Ev-cv\ e(A.m^6)$, $\cos 4Ev\pm c'mv\ \ \epsilon'(A.m^5)$, $\cos 4Ev\pm c'mv-cv\ \ e\epsilon'(A.m^5)$, $\cos 4Ev-2cv\ e^2(A.m^6)$, $\cos 6Ev-cv\ e(A.m^5)$, $\cos 6Ev-2cv\ e^2(A.m^4)$, afin de les avoir préparés lorsqu'ils deviendront nécessaires dans les paragraphes suivans.

Produits partiels de $4\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$.

Multiplicateur . . . . $2\cos cv\quad e\left(-\frac{1}{2}m^2e^2+\frac{5}{16}e^2\gamma^2-\frac{7}{32}\gamma^4\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{ll}
\cos 2Ev-cv & e\left(-m^4e^2\right) \\
\cos 2Ev+cv & e\left(-m^4e^2\right) \\
\cos 2Ev & \left(-\frac{15}{8}m^3e^4+\frac{75}{64}me^4\gamma^2-\frac{105}{128}me^2\gamma^4\right)
\end{array}\right.$$

$$\text{Multiplicateur}\ldots 2\cos c'mv \quad \varepsilon'\left\{\begin{matrix} -3.m^3+\frac{585}{8}m^4-\frac{27}{8}m^2\varepsilon'^2 \\ +\frac{15}{4}m^3\gamma^2+\frac{507}{16}m^3e^2+\frac{1543}{3}m^5 \end{matrix}\right\}$$

$$\text{Produit}\begin{cases}
\cos 2Ev+c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{1475}{18}m^3+\frac{3705}{8}m^3+\frac{3086}{3}m^3\right) \\
\cos 2Ev-c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{1475}{18}m^3+\frac{3705}{8}m^3+\frac{3086}{3}m^3\right) \\
\cos 2Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'\left(\frac{8775}{32}m^5-\frac{39193}{256}m^5\right) \\
\cos 2Ev-c'mv-cv & e\varepsilon'\left(\frac{8775}{32}m^5-\frac{39193}{256}m^5\right) \\
\cos 2Ev+c'mv+cv & e\varepsilon'\left(\frac{99}{8}m^5\right) \\
\cos 2Ev-c'mv+cv & e\varepsilon'\left(\frac{99}{8}m^5\right) \\
\cos 2Ev & \left(3.\,m^4\varepsilon'^2+\frac{19}{4}m^5\varepsilon'^2-\frac{45}{8}m^3e^2\varepsilon'^2-\frac{9}{8}m^3\gamma^2\varepsilon'^2\right) \\
\cos 2Ev & \left(-21.\,m^4\varepsilon'^2-\frac{399}{4}m^5\varepsilon'^2+\frac{105}{8}m^3e^2\varepsilon'^2+\frac{21}{8}m^3\gamma^2\varepsilon'^2\right) \\
\cos 2Ev-cv & e\left(\frac{45}{4}m^3\varepsilon'^2-\frac{39}{32}m^4\varepsilon'^2\right) \\
\cos 2Ev+cv & e\left(-\frac{27}{8}m^4\varepsilon'^2\right) \\
\cos 2Ev-cv & e\left(-\frac{105}{4}m^3\varepsilon'^2-\frac{4737}{32}m^4\varepsilon'^2\right) \\
\cos 2Ev+cv & e\left(\frac{189}{8}m^4\varepsilon'^2\right) \\
\cos 4Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'\left(\frac{225}{32}m^5\right) \\
\cos 4Ev-c'mv-cv & e\varepsilon'\left(\frac{225}{32}m^5\right)
\end{cases}$$

$$\text{Multiplicateur}\ldots\ldots 2\cos 2gv \quad \gamma^2\left(m^2+\frac{7}{8}e^2-\frac{3}{16}m^3\right)$$

$$\text{Produit}\begin{cases}
\cos 2Ev-2gv & \gamma^2\left(-\frac{3}{8}m^5+\frac{19}{3}m^5\right) \\
\cos 2Ev & \left(\frac{3}{8}m^3\gamma^4+\frac{21}{64}me^2\gamma^4\right)
\end{cases}$$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2cv \quad e^2\left(m^2-\frac{5}{8}\gamma^2+\frac{15}{2}m^3+\frac{73}{2}m^4\right)$

Produit

$$\begin{cases} \cos 2Ev+2cv & e^2\left(2.m^4\right) \\ \cos 2Ev-2cv & e^2\left(15.m^5+73.m^6+\frac{128}{9}m^6+\frac{19}{3}m^5+\frac{95}{2}m^6\right) \\ \cos 2Ev+cv & e\left(\frac{15}{4}m^3e^2+\frac{225}{8}m^4e^2+\frac{257}{16}m^4e^2-\frac{75}{32}me^2\gamma^2\right). \\ \cos 2Ev-cv & e\left(-\frac{9}{4}m^4e^2\right) \\ \cos 2Ev & \left(\frac{45}{8}m^3e^4-\frac{225}{61}me^4\gamma^2\right) \\ \cos 4Ev-2cv & e^2\left(-m^6\right) \end{cases}$$

Multiplicateur — Produit

$$2\cos 2gv-cv \quad e\gamma^2\left(-\frac{7}{4}\right)\ldots\ldots \begin{cases} \cos 2Ev & \left(-\frac{105}{128}me^2\gamma^4\right) \\ \cos 2Ev & \left(\frac{357}{128}me^2\gamma^4\right) \\ \cos 2Ev-cv & e\left(-\frac{21}{32}m\gamma^4\right) \end{cases}$$

Multiplicateur . . . . $2\cos cv+c'mv \quad e\epsilon'\left(-\frac{9}{4}m-\frac{789}{32}m^2-\frac{17433}{128}m^3\right)$

Produit

$$\begin{cases} \cos 2Ev+c'mv+cv & e\epsilon'\left(-\frac{17433}{64}m^5-\frac{4997}{32}m^5-32.m^5\right) \\ \cos 2Ev-c'mv-cv & e\epsilon'\left(-\frac{17433}{64}m^5-\frac{4997}{32}m^5-32.m^5\right) \\ \cos 2Ev-cv & e\left(\frac{9}{4}m^3\epsilon'^2+\frac{789}{32}m^4\epsilon'^2+\frac{57}{16}m^4\epsilon'^2\right) \\ \cos 2Ev+cv & e\left(-\frac{63}{4}m^3\epsilon'^2-\frac{5523}{32}m^4\epsilon'^2-\frac{1197}{16}m^4\epsilon'^2\right). \\ \cos 2Ev & \left(-\frac{81}{32}m^3e^2\epsilon'^2\right) \\ \cos 2Ev & \left(-\frac{315}{16}m^2e^2\epsilon'^2-\frac{27615}{128}m^3e^2\epsilon'^2-\frac{14211}{128}m^3e^2\epsilon'^2\right) \\ \cos 4Ev-c'mv-cv & e\epsilon'\left(\frac{9}{4}m^5\right) \end{cases}$$

Multiplicateur . . . . $2\cos cv - c'mv \quad e\varepsilon'\left(\frac{9}{4}m + \frac{1161}{32}m^2 + \frac{85553}{128}m^3\right)$

Produit

$$\left\{\begin{array}{lll}
\cos 2Ev + c'mv - cv & e\varepsilon' & \left(\frac{85553}{64}m^5 + \frac{7358}{32}m^3 + 32.\,m^5\right) \\
\cos 2Ev - c'mv + cv & e\varepsilon' & \left(\frac{85553}{64}m^5 + \frac{7353}{32}m^5 + 32.\,m^5\right) \\
\cos 2Ev + cv & e & \left(-\frac{9}{4}m^3\varepsilon'^2 - \frac{1161}{32}m^4\varepsilon'^2 - \frac{57}{16}m^4\varepsilon'^2\right) \\
\cos 2Ev - cv & e & \left(\frac{63}{4}m^3\varepsilon'^2 + \frac{8127}{32}m^4\varepsilon'^2 + \frac{1197}{16}m^4\varepsilon'^2\right) \\
\cos 2Ev & & \left(-\frac{135}{16}m^2e^2\varepsilon'^2 - \frac{17415}{128}m^3e^2\varepsilon'^2 + \frac{117}{128}m^3e^2\varepsilon'^2\right) \\
\cos 2Ev & & \left(-\frac{567}{32}m^3e^2\varepsilon'^2\right) \\
\cos 4Ev + c'mv - cv & e\varepsilon' & \left(-\frac{9}{4}m^5\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur.... $2\cos 2Ev \left\{\begin{array}{l} 2.\,m^2 + \frac{19}{3}m^3 - \frac{3}{8}m\gamma^2 - \frac{15}{8}me^2 - 5.\,m^2\varepsilon'^2 \\ + \frac{128}{9}m^4 - \frac{157}{32}m^2e^2 - \frac{35}{32}m^2\gamma^2 + \frac{1475}{54}m^5 - \frac{15929}{1536}m^3e^2 \end{array}\right\}$

Produit

$$\left\{\begin{array}{lll}
\cos 4Ev - cv & e & \left\{\begin{array}{l} -\frac{2355}{128}m^3e^2 + \frac{39193}{384}m^5 - 6.\,m^3\gamma^2 - \frac{75}{4}m^3\varepsilon'^2 + \frac{4883}{48}m^5 \\ -\frac{771}{128}m^3\gamma^2 - \frac{3855}{128}m^3e^2 + \frac{160}{3}m^5 - \frac{75}{4}m^3\varepsilon'^2 - \frac{525}{128}m^3\gamma^2 \\ + \frac{1416863}{4608}m^6 + \frac{744667}{256}m^6 + \frac{2056}{9}m^6 + \frac{7375}{72}m^6 \end{array}\right\} \\
\cos cv & e & \left(\frac{1416863}{4608}m^6 + \frac{744667}{2304}m^6 + \frac{2056}{9}m^6 + \frac{7875}{32}m^6\right) \\
\cos cv & e & \left(-\frac{463}{32}m^6 - \frac{209}{8}m^6 - 32.\,m^6\right) \\
\cos c'mv & \varepsilon' & \left\{\begin{array}{l} -\frac{317}{36}m^6 - \frac{113}{32}m^4e^2 + \frac{31}{16}m^4\gamma^2 - \frac{361}{36}m^6 + \frac{95}{8}m^4e^2 + \frac{19}{8}m^4\gamma^2 \\ + \frac{19}{32}m^4\gamma^2 + \frac{95}{32}m^4e^2 - \frac{128}{9}m^6 + \frac{80}{3}m^5e^2 + \frac{157}{32}m^4e^2 \\ + \frac{35}{32}m^4\gamma^2 - \frac{2171}{108}m^7 - \frac{55259}{384}m^5e^2 - \frac{6023}{216}m^7 - \frac{2147}{192}m^5e^2 \\ + \frac{1585}{192}m^5e^2 - \frac{608}{27}m^7 + \frac{2983}{384}m^5e^2 - \frac{1475}{54}m^7 + \frac{15929}{1536}m^5e^2 \end{array}\right\}
\end{array}\right.$$

+

Produit

$$\cos 4Ev+c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{19}{6}m^5-\frac{19}{3}m^5\right)$$

$$\cos c'mv \quad \varepsilon'\left\{\begin{array}{l}\frac{1008}{4}m^6-\frac{879}{32}m^4e^2-\frac{131}{16}m^4\gamma^2+\frac{2527}{12}m^6-\frac{133}{24}m^4\gamma^2\\ -\frac{665}{24}m^4e^2-\frac{899}{32}m^4\gamma^2-\frac{1995}{32}m^4e^2+\frac{896}{9}m^6\\ -\frac{1099}{32}m^4e^2-\frac{245}{32}m^4\gamma^2+\frac{3203}{4}m^7-\frac{1811}{128}m^5e^2\\ +\frac{19057}{24}m^7-\frac{5567}{64}m^5e^2-\frac{15045}{64}m^5e^2+\frac{4256}{9}m^7\\ -\frac{560}{9}m^5e^2-\frac{20881}{128}m^5e^2+\frac{10325}{54}m^7-\frac{111508}{1536}m^5e^2\end{array}\right\}$$

$$\cos 4Ev-c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{133}{2}m^5+\frac{133}{3}m^5\right)$$

$$\cos 2c'mv \quad \varepsilon'^2\left(\frac{646}{3}m^5+\frac{323}{3}m^5\right)$$

$$\cos 4Ev-2cv \quad e^2\left\{\begin{array}{l}\frac{62219}{768}m^5+80.\,m^5+\frac{6289}{96}m^5+\frac{1191013}{9216}m^6\\ +\frac{1182161}{4608}m^6+\frac{1324}{9}m^6+\frac{7375}{48}m^6\end{array}\right\}$$

$$\cos 2cv \quad e^2\left\{\begin{array}{l}\frac{62219}{768}m^5+80.\,m^5+\frac{6289}{96}m^5+\frac{1191013}{9216}m^6\\ +\frac{1182161}{4608}m^6+\frac{1324}{9}m^6+\frac{7375}{48}m^6\end{array}\right\}$$

$$\cos 4Ev-2gv \quad \gamma^2\left(-\frac{61}{16}m^4+\frac{19}{8}m^4\right)$$

$$\cos 2gv \quad \gamma^2\left(-\frac{61}{16}m^4+\frac{19}{8}m^4\right)$$

$$\cos 2cv \quad e^2\left(\frac{25}{8}m^5+\frac{95}{8}m^5+\frac{4469}{960}m^6+\frac{475}{48}m^6+\frac{80}{3}m^6\right)$$

$$\cos 2gv \quad \gamma^2\left(m^4\right)$$

$$\cos 4Ev+c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{13}{16}m^4-\frac{95}{4}m^4+\frac{53971}{192}m^5+\frac{247}{96}m^5-\frac{160}{3}m^5\right)$$

$$\cos cv-c'mv \quad e\varepsilon'\left(\frac{53971}{192}m^5+\frac{247}{96}m^5-\frac{160}{3}m^5\right)$$

$$\cos cv+c'mv \quad e\varepsilon'\left(\frac{39}{8}m^5+\frac{57}{8}m^5\right)$$

$$\cos 4Ev-c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{1579}{16}m^4+\frac{665}{12}m^4+\frac{20987}{64}m^5+\frac{30001}{96}m^5+\frac{1120}{9}m^5\right)$$

$+$

Multiplicateur . . . . $2\cos cv - c'mv \quad e\varepsilon'\left(\frac{9}{4}m + \frac{1161}{32}m^2 + \frac{85553}{128}m^3\right)$

Produit

$$\left\{\begin{array}{lll}
\cos 2Ev + c'mv - cv & e\varepsilon' & \left(\frac{85553}{64}m^5 + \frac{7353}{32}m^5 + 32.\, m^5\right) \\
\cos 2Ev - c'mv + cv & e\varepsilon' & \left(\frac{85553}{64}m^5 + \frac{7353}{32}m^5 + 32.\, m^5\right) \\
\cos 2Ev + cv & e & \left(-\frac{9}{4}m^3\varepsilon'^2 - \frac{1161}{32}m^4\varepsilon'^2 - \frac{57}{16}m^4\varepsilon'^2\right) \\
\cos 2Ev - cv & e & \left(\frac{63}{4}m^3\varepsilon'^2 + \frac{8127}{32}m^4\varepsilon'^2 + \frac{1197}{16}m^4\varepsilon'^2\right) \\
\cos 2Ev & & \left(-\frac{135}{16}m^2e^2\varepsilon'^2 - \frac{17415}{128}m^3e^2\varepsilon'^2 + \frac{117}{128}m^3e^2\varepsilon'^2\right) \\
\cos 2Ev & & \left(-\frac{567}{32}m^3e^2\varepsilon'^2\right) \\
\cos 4Ev + c'mv - cv & e\varepsilon' & \left(-\frac{9}{4}m^3\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur.... $2\cos 2Ev \left\{\begin{array}{l}
2.\, m^2 + \frac{19}{3}m^3 - \frac{3}{8}m\gamma^2 - \frac{15}{8}me^2 - 5.\, m^2\varepsilon'^2 \\
+\frac{128}{9}m^4 - \frac{157}{32}m^2e^2 - \frac{35}{32}m^2\gamma^2 + \frac{1475}{54}m^5 - \frac{15929}{1536}m^3e^2
\end{array}\right\}$

Produit

$$\left\{\begin{array}{lll}
\cos 4Ev - cv & e & \left\{\begin{array}{l}
-\frac{2355}{128}m^3e^2 + \frac{39193}{384}m^5 - 6.\, m^3\gamma^2 - \frac{75}{4}m^3\varepsilon'^2 + \frac{4883}{48}m^5 \\
-\frac{771}{128}m^3\gamma^2 - \frac{3855}{128}m^3e^2 + \frac{160}{3}m^5 - \frac{75}{4}m^3\varepsilon'^2 - \frac{525}{128}m^3\gamma^2 \\
+\frac{1416863}{4608}m^6 + \frac{744667}{256}m^6 + \frac{2056}{9}m^6 + \frac{7875}{72}m^6
\end{array}\right\} \\
\cos cv & e & \left(\frac{1416863}{4608}m^6 + \frac{744667}{2304}m^6 + \frac{2056}{9}m^6 + \frac{7875}{32}m^6\right) \\
\cos cv & e & \left(-\frac{463}{32}m^6 - \frac{209}{8}m^6 - 32.\, m^6\right) \\
\cos c'mv & \varepsilon' & \left\{\begin{array}{l}
-\frac{317}{36}m^6 - \frac{113}{32}m^4e^2 + \frac{31}{16}m^4\gamma^2 - \frac{361}{36}m^6 + \frac{95}{8}m^4e^2 + \frac{19}{8}m^4\gamma^2 \\
+\frac{19}{32}m^4\gamma^2 + \frac{95}{32}m^4e^2 - \frac{128}{9}m^6 + \frac{80}{3}m^5e^2 + \frac{157}{32}m^4e^2 \\
+\frac{35}{32}m^4\gamma^2 - \frac{2171}{108}m^7 - \frac{55259}{384}m^5e^2 - \frac{6023}{216}m^7 - \frac{2147}{192}m^5e^2 \\
+\frac{1585}{192}m^5e^2 - \frac{608}{27}m^7 + \frac{2983}{384}m^5e^2 - \frac{1475}{54}m^7 + \frac{15929}{1536}m^5e^2
\end{array}\right\}
\end{array}\right.$$

+

Produit

$$\cos 4Ev + c'mv \quad \varepsilon' \left(-\frac{19}{6} m^5 - \frac{19}{3} m^5 \right)$$

$$\cos c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \frac{1008}{4} m^6 - \frac{879}{32} m^4 e^2 - \frac{131}{16} m^4 \gamma^2 + \frac{2527}{12} m^6 - \frac{133}{24} m^4 \gamma^2 \\ - \frac{665}{24} m^4 e^2 - \frac{399}{32} m^4 \gamma^2 - \frac{1995}{32} m^4 e^2 + \frac{896}{9} m^6 \\ - \frac{1099}{32} m^4 e^2 - \frac{245}{32} m^4 \gamma^2 + \frac{3203}{4} m^7 - \frac{1811}{128} m^5 e^2 \\ + \frac{19057}{24} m^7 - \frac{5567}{64} m^5 e^2 - \frac{15045}{64} m^5 e^2 + \frac{4256}{9} m^7 \\ - \frac{560}{9} m^5 e^2 - \frac{20881}{128} m^5 e^2 + \frac{10325}{54} m^7 - \frac{111503}{1536} m^5 e^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 4Ev - c'mv \quad \varepsilon' \left(\frac{133}{2} m^5 + \frac{133}{3} m^5 \right)$$

$$\cos 2c'mv \quad \varepsilon'^2 \left(\frac{646}{3} m^5 + \frac{323}{3} m^5 \right)$$

$$\cos 4Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{62219}{768} m^5 + 80.\, m^5 + \frac{6289}{96} m^5 + \frac{1191013}{9216} m^6 \\ + \frac{1182161}{4608} m^6 + \frac{1324}{9} m^6 + \frac{7375}{48} m^6 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2cv \quad e^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{62219}{768} m^5 + 80.\, m^5 + \frac{6289}{96} m^5 + \frac{1191013}{9216} m^6 \\ + \frac{1182161}{4608} m^6 + \frac{1324}{9} m^6 + \frac{7375}{48} m^6 \end{array} \right\}$$

$$\cos 4Ev - 2gv \quad \gamma^2 \left(-\frac{61}{16} m^4 + \frac{19}{8} m^4 \right)$$

$$\cos 2gv \quad \gamma^2 \left(-\frac{61}{16} m^4 + \frac{19}{8} m^4 \right)$$

$$\cos 2cv \quad e^2 \left(\frac{25}{8} m^5 + \frac{95}{8} m^5 + \frac{4469}{960} m^6 + \frac{475}{48} m^6 + \frac{80}{3} m^6 \right)$$

$$\cos 2gv \quad \gamma^2 \left(m^4 \right)$$

$$\cos 4Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left(\frac{13}{16} m^4 - \frac{95}{4} m^4 + \frac{53971}{192} m^5 + \frac{247}{96} m^5 - \frac{160}{3} m^5 \right)$$

$$\cos cv - c'mv \quad e\varepsilon' \left(\frac{53971}{192} m^5 + \frac{247}{96} m^5 - \frac{160}{3} m^5 \right)$$

$$\cos cv + c'mv \quad e\varepsilon' \left(\frac{39}{8} m^5 + \frac{57}{8} m^5 \right)$$

$$\cos 4Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left(\frac{1579}{16} m^4 + \frac{665}{12} m^4 + \frac{20987}{64} m^5 + \frac{30001}{96} m^5 + \frac{1120}{9} m^5 \right)$$

$+$

Produit

$\cos cv + c'mv$	ee'	$\left(\frac{20987}{64} m^5 + \frac{1120}{9} m^5 + \frac{30001}{96} m^5 \right)$
$\cos cv - c'mv$	ee'	$\left(- \frac{369}{8} m^5 - \frac{399}{8} m^5 \right)$
$\cos Ev$	b^2	$\left(- \frac{81}{4} m^4 - \frac{3231}{32} m^5 - \frac{95}{8} m^4 - \frac{513}{8} m^5 - \frac{80}{3} m^5 \right)$
$\cos 3Ev$	b^2	$\left(- \frac{81}{4} m^4 - \frac{3231}{32} m^5 - \frac{95}{8} m^4 - \frac{513}{8} m^5 - \frac{80}{3} m^5 \right)$
$\cos Ev + cv$	eb^2	$\left(- \frac{619}{16} m^4 - \frac{285}{16} m^4 \right)$
$\cos 3Ev - cv$	eb^2	$\left(- \frac{519}{16} m^4 - \frac{285}{16} m^4 \right)$
$\cos Ev - cv$	eb^2	$\left(\frac{45}{8} m^4 + \frac{95}{16} m^4 \right)$
$\cos Ev$	b^2	$\left(\frac{25}{16} m^4 + \frac{415}{64} m^5 + \frac{475}{96} m^5 \right)$
$\cos Ev - cv$	eb^2	$\left(- \frac{345}{32} m^4 \right)$
$\cos Ev + cv$	eb^2	$\left(- \frac{85}{32} m^4 \right)$
$\cos 2Ev$		$\left(- 2.m^6 - \frac{351}{40} m^7 + \frac{255}{32} m^5 e^2 + \frac{3}{8} m^5 \gamma^2 - \frac{19}{3} m^7 + \frac{3}{8} m^5 \gamma^2 + \frac{15}{8} m^5 e^2 \right)$
$\cos 2Ev - cv$	e	$\left(- \frac{75}{16} m^5 - \frac{1151}{64} m^6 - \frac{475}{32} m^6 + \frac{225}{256} m^4 \gamma^2 + \frac{1125}{256} m^4 e^2 \right)$
$\cos 2Ev + cv$	e	$\left(\frac{151}{32} m^6 \right)$
$\cos 2Ev + c'mv - cv$	ee'	$\left(\frac{225}{32} m^5 \right)$
$\cos 2Ev - c'mv - cv$	ee'	$\left(- \frac{875}{32} m^5 \right)$
$\cos 2Ev - 2cv$	e^2	$\left(\frac{555}{32} m^5 + \frac{22851}{128} m^6 + \frac{3515}{64} m^6 \right)$
$\cos 2Ev - 2gv$	γ^2	$\left(- \frac{57}{128} m^5 - \frac{57}{128} m^5 \right)$
$\cos 6Ev - cv$	e	$\left(- \frac{75}{16} m^5 \right)$
$\cos 2Ev + c'mv$	e'	$\left(\frac{1053}{168} m^7 + \frac{19}{3} m^7 \right)$
$\cos 2Ev - c'mv$	e'	$\left(- \frac{2457}{32} m^7 - \frac{133}{3} m^7 \right)$
$\cos 4Ev - 2cv$	e^2	$\left(\frac{675}{128} m^6 \right)$

$$\text{Multiplicateur} \ldots\ 2\cos 2Ev - cv \quad e\left\{\begin{array}{l} \frac{15}{4}m + \frac{257}{16}m^2 + \frac{39193}{768}m^3 \\ + \frac{1416863}{9216}m^4 + \frac{102435629}{221184}m^5 \end{array}\right\}$$

Produit

$$\cos 4Ev - 2cv \quad e^2\left\{\begin{array}{l} \frac{7084315}{12288}m^5 + \frac{10072601}{12288}m^5 + \frac{1536091249}{1179648}m^6 \\ + \frac{512178145}{294912}m^6 + \frac{364133791}{147456}m^6 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2cv \quad e^2\left\{\begin{array}{l} - \frac{6945}{256}m^5 - \frac{8481}{128}m^5 - \frac{117579}{1024}m^5 - \frac{15595}{1024}m^6 \\ - \frac{118991}{1024}m^6 - \frac{431123}{2048}m^6 - \frac{1416863}{4096}m^6 \end{array}\right\}$$

$$\cos 4Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(- \frac{95}{16}m^4 - \frac{257}{16}m^4 - \frac{1585}{96}m^5 - \frac{4883}{192}m^5 - \frac{39193}{768}m^5\right)$$

$$\cos cv + c'mv \quad e\varepsilon'\left(- \frac{1585}{96}m^5 - \frac{4883}{192}m^5 - \frac{39193}{768}m^5\right)$$

$$\cos 4Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{1995}{16}m^4 + \frac{1799}{16}m^4 + \frac{15045}{32}m^5 + \frac{34181}{64}m^5 + \frac{274351}{768}m^5\right)$$

$$\cos cv - c'mv \quad e\varepsilon'\left(\frac{15045}{32}m^5 + \frac{31181}{64}m^5 + \frac{274351}{768}m^5\right)$$

$$\cos c'mv \quad \varepsilon'\left\{\begin{array}{l} \frac{269855}{512}m^4e^2 + \frac{3341}{512}m^4e^2 - \frac{195965}{1024}m^4e^2 + \frac{141957785}{24576}m^5e^2 \\ + \frac{13870547}{6144}m^5e^2 + \frac{509509}{24576}m^5e^2 - \frac{7084315}{12288}m^5e^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos c'mv \quad \varepsilon'\left\{\begin{array}{l} \frac{314805}{512}m^4e^2 + \frac{9431805}{8192}m^5e^2 + \frac{405803}{512}m^4e^2 + \frac{5393659}{2048}m^5e^2 \\ + \frac{1371755}{3072}m^4e^2 + \frac{61885747}{24576}m^5e^2 + \frac{49590205}{36864}m^5e^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos Ev - cv \quad eb^2\left(- \frac{48465}{256}m^4 - \frac{20817}{128}m^4 - \frac{195965}{2048}m^4\right)$$

$$\cos 3Ev - cv \quad eb^2\left(- \frac{48465}{256}m^4 - \frac{20817}{128}m^4 - \frac{195965}{2048}m^4\right)$$

$$\cos Ev + cv \quad eb^2\left(\frac{6225}{512}m^4 + \frac{6425}{512}m^4\right)$$

$$\cos 2Ev + cv \quad e\left(- \frac{15}{4}m^5 - \frac{1053}{64}m^6 + \frac{3825}{256}m^4e^2 + \frac{45}{64}m^4\gamma^2 - \frac{257}{16}m^6\right)$$

$$\cos 2Ev \quad \left(- \frac{1125}{128}m^4e^3 - \frac{17265}{512}m^5e^3 - \frac{19275}{512}m^5e^3\right)$$

$+$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll}
\cos 2Ev - cv & e & \left(\dfrac{8325}{256}m^4e^2\right)\\
\cos 2Ev + c'mv + cv & e\varepsilon' & \left(\dfrac{15}{4}m^5\right)\\
\cos 2Ev - c'mv + cv & e\varepsilon' & \left(-\dfrac{105}{4}m^5\right)\\
\cos 6Ev - cv & e & \left(-\dfrac{15}{4}m^5\right)\\
\cos 6Ev - 2cv & e^2 & \left(-\dfrac{1125}{128}m^4\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev + cv \quad e\left(-\frac{9}{4}m^2 - \frac{33}{8}m^3\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll}
\cos cv - c'mv & e\varepsilon' & \left(\dfrac{57}{16}m^5 + \dfrac{33}{8}m^5\right)\\
\cos cv + c'mv & e\varepsilon' & \left(-\dfrac{1197}{16}m^5 - \dfrac{231}{8}m^5\right)\\
\cos 4Ev - cv & e & \left(-\dfrac{405}{32}m^3e^2\right)\\
\cos c'mv & \varepsilon' & \left(-\dfrac{81}{32}m^4e^2 - \dfrac{351}{64}m^5e^2 - \dfrac{297}{64}m^5e^2\right)\\
\cos c'mv & \varepsilon' & \left(\dfrac{567}{32}m^4e^2 + \dfrac{3321}{64}m^5e^2 + \dfrac{2079}{64}m^5e^2\right)\\
\cos Ev + cv & eb^2 & \left(\dfrac{729}{32}m^4 + \dfrac{405}{64}m^4\right)\\
\cos Ev - cv & eb^2 & \left(-\dfrac{225}{128}m^4\right)\\
\cos 2Ev - cv & e & \left(\dfrac{9}{4}m^6\right)\\
\cos 2Ev - 2cv & e^2 & \left(\dfrac{675}{128}m^5 + \dfrac{10359}{512}m^6 + \dfrac{2475}{256}m^6\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur | Produit

$$2\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(-m^2 - \frac{19}{12}m^3\right) \,.. \left\{\begin{array}{lll}
\cos 4Ev - cv & e & \left(-\dfrac{35}{4}m^3\varepsilon'^2\right)\\
\cos 2c'mv & \varepsilon'^2 & \left(-\dfrac{133}{4}m^5 - \dfrac{133}{12}m^5\right)\\
\cos 2Ev - c'mv - cv & e\varepsilon' & \left(\dfrac{75}{32}m^5\right)\\
\cos 2Ev - c'mv & \varepsilon' & \left(\dfrac{351}{8}m^7 + \dfrac{19}{12}m^7\right)
\end{array}\right.$$

$$2\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(7.m^2 + \frac{133}{4}m^3\right)\ldots\begin{cases}\cos 4Ev - cv & e\left(-\frac{105}{4}m^3\varepsilon'^2\right)\\ \cos 2Ev + c'mv - cv & e\varepsilon'\left(-\frac{525}{32}\ m^5\ \right)\\ \cos 2Ev + c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{2457}{80}m^7 - \frac{133}{4}m^7\right)\end{cases}$$

$$2\cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left(\ \frac{45}{8}m\right)\ldots\ldots\left\{\cos 2Ev + cv \quad e\left(-\frac{3375}{256}m^4e^2\right)\right.$$

$$2\cos 2Ev - 2gv \quad \gamma^2\left(\ \frac{3}{8}m\right)\ldots\ldots\left\{\cos 2Ev \quad \left(-\frac{27}{1024}m^3\gamma^4\right)\right.$$

$$2\cos 2Ev + 2cv \quad e^2\left(\ \frac{15}{8}m^2\right)\ldots\ldots\left\{\cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left(-\ \frac{15}{8}\ \ m^6\ \right)\right.$$

$$2\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{15}{4}m\right)\ldots\left\{\cos 2Ev - c'mv + cv \quad e\varepsilon'\left(\ \frac{15}{4}\ m^5\ \right)\right.$$

$$2\cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(\ \frac{85}{4}m\right)\ldots\left\{\cos 2Ev + c'mv + cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{35}{4}\ m^5\ \right)\right.$$

$$2\cos Ev \qquad b^2\left(-\frac{15}{8}m\right)\ldots\ldots\begin{cases}\cos 2Ev & b^4\left(\ \frac{225}{128}m^2 + \frac{1215}{64}m^3\right)\\ \cos 3Ev & b^2\left(\ \frac{15}{8}\ \ m^5\ \right)\\ \cos 3Ev - cv & eb^2\left(\ \frac{1125}{256}m^4\right)\\ \cos 2Ev & \left(-\frac{375}{256}m^3b^4\right)\\ \cos 2Ev + c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{75}{16}\ mb^4\ \right)\end{cases}$$

$$2\cos Ev + c'mv \quad \varepsilon' b^2\left(\ \frac{5}{2}\ \ \right)\ldots\ldots\left\{\cos 2Ev \qquad \left(\ \frac{75}{16}m\varepsilon'^2b^4\right).\right.$$

La réunion de ces produits partiels donne

$$4\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2 =$$

$$\cos cv \qquad e\left\{\ \overset{(*)}{\frac{90097}{384}}m^5 + \left\{\begin{matrix}\frac{1416863}{4608} + \frac{744667}{2304} + \frac{2056}{9} + \frac{7375}{72}\\ -\ \frac{463}{32} - \frac{209}{8} - 32 = \frac{4096357}{4608}\end{matrix}\right\}m^6\right\}$$

(*) Voyez p. 236.

$$\cos c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \left(-\frac{317}{36}-\frac{361}{36}-\frac{128}{9}+\frac{1003}{4}+\frac{2527}{12}+\frac{896}{9}=\frac{3167}{6}\right) m^6 \\ +\left(\frac{31}{16}+\frac{19}{8}+\frac{19}{32}+\frac{35}{32}-\frac{131}{16}-\frac{133}{24}-\frac{399}{32}-\frac{245}{32}=-\frac{1337}{48}\right) m^4\gamma^2 \\ +\left\{ \begin{array}{l} \frac{95}{8}-\frac{113}{32}+\frac{95}{32}+\frac{157}{32}-\frac{879}{32}-\frac{665}{24}-\frac{1995}{32}-\frac{1099}{32}+\frac{269855}{512}+\frac{3341}{512} \\ -\frac{195965}{1024}+\frac{314805}{512}+\frac{405803}{512}+\frac{1371755}{3072}-\frac{81}{32}+\frac{567}{32}=\frac{1594159}{768} \end{array} \right\} m^4 e^2 \\ +\left(-\frac{2171}{108}-\frac{6023}{216}-\frac{608}{27}-\frac{1475}{54}+\frac{3203}{4}+\frac{19057}{24}+\frac{4256}{9}+\frac{10325}{54}=\frac{233395}{108}\right) m^7 \\ +\left\{ \begin{array}{l} \frac{141957786}{24576}+\frac{13870547}{6144}+\frac{509509}{24576}-\frac{7084315}{12288}+\frac{9431805}{8192} \\ +\frac{5393659}{2048}+\frac{61885747}{24576}+\frac{49590205}{36864}-\frac{351}{64}-\frac{297}{64}+\frac{3321}{64} \\ +\frac{2079}{64}-\frac{55259}{384}-\frac{2147}{192}+\frac{1585}{192}+\frac{2983}{384}+\frac{15929}{1536}-\frac{1811}{128} \\ -\frac{5567}{64}+\frac{80}{3}-\frac{15045}{64}-\frac{560}{9}-\frac{20881}{128}-\frac{111503}{1536}=\frac{2082881}{144} \end{array} \right\} m^5 e^2 \end{array} \right.$$

$$\cos 2c'mv \quad \varepsilon'^2 \left\{ \frac{646}{3}+\frac{323}{8}-\frac{133}{4}-\frac{133}{12}=\frac{836}{3} \right\} m^5$$

$$\cos 2cv \quad e^2 \left\{ \begin{array}{l} \overset{(*)}{\frac{541}{64}} m^4 + \left\{ \begin{array}{l} \frac{62219}{768}+\frac{6289}{96}+80+\frac{25}{8}+\frac{95}{8} \\ -\frac{6945}{256}-\frac{8481}{128}-\frac{117579}{1024}=\frac{102343}{3072} \end{array} \right\} m^5 \\ +\left\{ \begin{array}{l} \frac{1191013}{9216}+\frac{1182161}{4608}+\frac{1324}{9}+\frac{7375}{48} \\ +\frac{4469}{960}+\frac{475}{48}+\frac{80}{3}-\frac{15595}{1024} \\ -\frac{118991}{1024}-\frac{431123}{2048}-\frac{1416863}{4096}=\frac{7354083}{184320} \end{array} \right\} m^6 \end{array} \right\}$$

(*) Voyez p. 338.

$$\cos 2gv \quad \gamma^2 \left\{ -\frac{61}{16}+\frac{19}{8}+1=-\frac{7}{16} \right\} m^4$$

$$\cos cv - c'mv \quad e\varepsilon' \left\{ \overset{(*)}{\frac{3211}{16}} m^4 + \left\{ \begin{array}{l} \frac{53971}{192}+\frac{247}{96}-\frac{160}{3}-\frac{369}{8}-\frac{399}{8}+\frac{15045}{32} \\ +\frac{34181}{64}+\frac{274351}{768}+\frac{57}{16}+\frac{33}{8}=\frac{384893}{256} \end{array} \right\} m^5 \right\}$$

(*) V. p. 303.

$$\cos cv + c'mv \quad e\varepsilon' \left\{ \frac{5693}{48}m^4 + \left\{ \begin{array}{l} \frac{39}{8}+\frac{57}{8}+\frac{20987}{64}+\frac{30001}{96}+\frac{1120}{9}-\frac{1585}{96} \\ -\frac{4883}{192}-\frac{39193}{768}-\frac{1197}{16}-\frac{231}{8}=\frac{1336813}{2304} \end{array} \right\} m^5 \right\}$$

(*) V. p. 308.

$$\cos 2Ev \left\{ \begin{array}{l} -2.m^6+\left(3-21=-18\right)m^4\varepsilon'^2-\frac{1125}{128}m^4e^2+\frac{225}{128}m^2b^4 \\ -\left(\frac{315}{16}+\frac{135}{16}=\frac{225}{8}\right)m^3e^2\varepsilon'^2-\left(\frac{351}{40}+\frac{19}{3}=\frac{1813}{120}\right)m^7 \\ +\left(\frac{3}{8}+\frac{3}{8}=\frac{3}{4}\right)m^5\gamma^2+\left(\frac{21}{8}-\frac{9}{8}=\frac{3}{2}\right)m^3\gamma^2\varepsilon'^2-\left(\frac{399}{4}-\frac{19}{4}=95\right)m^5\varepsilon'^2 \\ +\left(\frac{255}{32}+\frac{15}{8}-\frac{17265}{512}-\frac{19275}{512}=-\frac{7875}{128}\right)m^5e^2 \\ +\left(\frac{105}{8}-\frac{45}{8}-\frac{81}{32}-\frac{27615}{128}-\frac{14211}{128}-\frac{17415}{128}+\frac{117}{128}-\frac{567}{32}=-\frac{15189}{32}\right)m^3e^2\varepsilon'^2 \\ +\left(\frac{45}{8}-\frac{15}{8}=\frac{15}{4}\right)m^3e^4+\left(\frac{75}{64}-\frac{225}{64}=-\frac{75}{32}\right)me^4\gamma^2 \\ +\left(\frac{3}{8}-\frac{27}{1024}=\frac{357}{1024}\right)m^3\gamma^4+\left(-\frac{105}{128}+\frac{21}{64}-\frac{105}{128}+\frac{357}{128}=\frac{189}{128}\right)me^2\gamma^4 \\ +\left(\frac{1215}{64}-\frac{375}{256}=\frac{4485}{256}\right)m^3b^4+\frac{75}{16}m\varepsilon'^2b^4 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - cv \quad e \left\{ \begin{array}{l} -\frac{75}{16}m^5+\left(\frac{45}{4}-\frac{105}{4}+\frac{9}{4}+\frac{63}{4}=3\right)m^3\varepsilon'^2-\frac{21}{32}m\gamma^4 \\ +\left(-\frac{1151}{64}-\frac{475}{32}+\frac{9}{4}=-\frac{1957}{64}\right)m^6+\frac{225}{256}m^4\gamma^2 \\ +\left(\frac{1125}{256}-\frac{9}{4}+\frac{8325}{256}-1=\frac{4309}{128}\right)m^4e^2 \\ +\left(-\frac{39}{32}-\frac{4737}{32}+\frac{789}{32}+\frac{57}{16}+\frac{8127}{32}+\frac{1197}{16}=\frac{831}{4}\right)m^4\varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + cv \quad e \left\{ \begin{array}{l} -\frac{15}{4}m^5+\frac{15}{4}m^3e^2-\left(\frac{63}{4}+\frac{9}{4}=18\right)m^3\varepsilon'^2-\frac{75}{32}me^2\gamma^2 \\ +\frac{45}{64}m^4\gamma^2+\left(\frac{151}{32}-\frac{1053}{64}-\frac{257}{16}=-\frac{1779}{64}\right)m^6 \\ +\left(\frac{225}{8}+\frac{257}{16}+\frac{3825}{256}-\frac{3375}{256}-1=\frac{5753}{128}\right)m^4e^2 \\ +\left(\frac{189}{8}-\frac{27}{8}-\frac{5523}{32}-\frac{1197}{16}-\frac{1161}{32}-\frac{57}{16}=-267\right)m^4\varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2E\nu + c'm\nu \quad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} - \overset{(*)}{19}.\, m^5 + \overset{(*)}{\frac{9}{8}} m^3 \gamma^2 - \frac{75}{16} m b^4 \\ - \overset{(*)}{\frac{16389}{128}} m^3 e^2 + \overset{(*)}{\frac{1183}{12}} m^6 - \overset{(*)}{\frac{1066743}{1024}} m^4 e^2 \\ + \left\{ \begin{array}{l} - \frac{1475}{18} + \frac{3705}{8} + \frac{3086}{3} + \frac{1053}{160} \\ + \frac{19}{3} - \frac{2457}{80} - \frac{133}{4} = \frac{1956671}{1440} \end{array} \right\} m^7 \end{array} \right\}$$ (*) Voyez p. 303.

$$\cos 2E\nu - c'm\nu \quad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} - \overset{(*)}{19}.\, m^5 + \overset{(*)}{\frac{9}{8}} m^3 \gamma^2 + \overset{(*)}{\frac{23409}{128}} m^3 e^2 \\ + \overset{(*)}{\frac{1087}{12}} m^6 + \overset{(*)}{\frac{1883703}{1024}} m^4 e^2 \\ + \left\{ \begin{array}{l} - \frac{1475}{18} + \frac{3705}{8} + \frac{3086}{3} - \frac{2457}{32} \\ - \frac{133}{3} + \frac{351}{8} + \frac{19}{12} = \frac{1864373}{1440} \end{array} \right\} m^7 \end{array} \right\}$$ (*) Voyez p. 303.

$$\cos 2E\nu - 2c\nu \quad e^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(15 + \frac{19}{3} + \frac{555}{32} + \frac{675}{128} = \frac{16877}{384} \right) m^5 \\ + \left\{ \begin{array}{l} 78 + \frac{95}{2} + \frac{22851}{128} + \frac{3515}{64} + \frac{10359}{512} \\ + \frac{2475}{256} + \frac{128}{9} - \frac{15}{8} = \frac{1825657}{4608} \end{array} \right\} m^6 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2E\nu + 2c\nu \quad e^2 \left(2.\, m^4 \right)$$

$$\cos 2E\nu - 2g\dot{\nu} \quad \gamma^2 \left\{ - \frac{3}{8} + \frac{19}{3} - \frac{57}{128} - \frac{57}{128} = \frac{973}{192} \right\} m^5$$

$$\cos 2E\nu + c'm\nu - c\nu \quad e\varepsilon' \left\{ \overset{(*)}{\frac{309}{8}} m^4 + \left\{ \begin{array}{l} \frac{8775}{32} - \frac{39193}{256} + \frac{35553}{64} + \frac{7353}{32} \\ + 32 + \frac{225}{32} - \frac{525}{32} = \frac{237835}{256} \end{array} \right\} m^5 \right\}$$ (*) V. p. 304.

$$\cos 2E\nu - c'm\nu - c\nu \quad e\varepsilon' \left\{ - \overset{(*)}{\frac{447}{4}} m^4 + \left\{ \begin{array}{l} \frac{8775}{32} - \frac{39193}{256} - \frac{17433}{64} - \frac{4997}{32} \\ - 32 - \frac{875}{32} + \frac{75}{32} = - \frac{93298}{256} \end{array} \right\} m^5 \right\}$$ (*) V. p. 304.

$$\cos 2E\nu + c'm\nu + c\nu \quad e\varepsilon' \left\{ - \overset{(*)}{\frac{909}{16}} m^4 + \left\{ \begin{array}{l} \frac{99}{8} - \frac{17483}{64} - \frac{4997}{32} - 32 \\ + \frac{15}{4} - \frac{35}{4} = - \frac{29003}{64} \end{array} \right\} m^5 \right\}$$ (*) V. p. 304.

$$\cos 2Ev - c'mv + cv \quad e\epsilon' \left\{ \overset{(*)}{\frac{1497}{16}} m^4 + \left\{ \begin{matrix} \frac{99}{8} + \frac{35553}{64} + \frac{7353}{32} + 32 \\ - \frac{105}{4} + \frac{15}{4} = \frac{51659}{64} \end{matrix} \right\} m^5 \right\}$$ (*) V. p. 304.

$$\cos Ev \quad b^2 \left\{ \begin{matrix} \left(\frac{25}{16} - \frac{81}{4} - \frac{95}{8} = - \frac{489}{16} \right) m^4 \\ + \left(- \frac{3231}{32} - \frac{513}{8} - \frac{80}{3} + \frac{415}{64} + \frac{475}{96} = - \frac{11541}{64} \right) m^5 \end{matrix} \right\}$$

$$\cos Ev - cv \quad eb^2 \left\{ \frac{45}{8} + \frac{95}{16} - \frac{345}{32} - \frac{48465}{256} - \frac{20817}{128} - \frac{195965}{2048} - \frac{225}{128} = - \frac{918757}{2048} \right\} m^4$$

$$\cos Ev + cv \quad eb^2 \left\{ \overset{(*)}{\frac{195}{128}} m^3 + \left(- \frac{519}{16} - \frac{285}{16} - \frac{85}{32} + \frac{6225}{512} + \frac{6125}{512} + \frac{729}{32} + \frac{495}{64} = \frac{593}{256} \right) m^4 \right\}$$

$$\cos 3Ev \quad b^2 \left\{ - \left(\frac{81}{4} + \frac{95}{8} = \frac{257}{8} \right) m^4 - \left(\frac{3231}{32} + \frac{513}{8} + \frac{80}{3} - \frac{15}{8} = \frac{18229}{96} \right) m^5 \right\}$$

$$\cos 3Ev - cv \quad eb^2 \left\{ - \overset{(**)}{\frac{9435}{128}} m^3 - \left(\frac{519}{16} + \frac{285}{16} + \frac{48465}{256} + \frac{20817}{128} + \frac{195965}{2048} - \frac{1125}{256} = \frac{1010669}{2048} \right) m^4 \right\}$$

$$\cos 4Ev + c'mv \quad \epsilon' \left\{ - \frac{19}{6} - \frac{19}{3} = - \frac{19}{2} \right\} m^5$$

$$\cos 4Ev - c'mv \quad \epsilon' \left\{ \frac{133}{2} + \frac{133}{3} = \frac{665}{6} \right\} m^5$$

$$\cos 4Ev - cv \quad e \left\{ \begin{matrix} \left(\frac{39193}{384} + \frac{4883}{48} + \frac{160}{3} = \frac{98737}{384} \right) m^5 - \left(6 + \frac{771}{128} + \frac{525}{128} = \frac{129}{8} \right) m^3 \gamma^2 \\ - \left(\frac{3855}{128} + \frac{2355}{128} + \frac{405}{32} = \frac{3915}{64} \right) m^3 e^2 \\ - \left(\frac{75}{4} + \frac{75}{4} + \frac{85}{4} + \frac{105}{4} = \frac{145}{2} \right) m^3 \epsilon'^2 \\ + \left(\frac{1416863}{4608} + \frac{714667}{2304} + \frac{2056}{9} + \frac{7875}{72} = \frac{4430869}{4608} \right) m^6 \end{matrix} \right\}$$

$$\cos 4Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ \begin{matrix} \overset{(***)}{\frac{385727}{1024}} m^4 + \left\{ \begin{matrix} \frac{62219}{768} + 80 + \frac{6289}{96} \\ + \frac{7081815}{12288} + \frac{10072601}{12288} = \frac{4985113}{3072} \end{matrix} \right\} m^5 \\ + \left\{ \begin{matrix} - 1 + \frac{1536091249}{1179648} + \frac{512178145}{294912} \\ + \frac{861133791}{147456} + \frac{1191013}{9216} + \frac{1182161}{4608} \\ + \frac{1324}{9} + \frac{7375}{48} + \frac{675}{128} = \frac{7312785517}{1179648} \end{matrix} \right\} m^6 \end{matrix} \right\}$$

(*) Voyez p. 553 du second vol. (**) Voyez p. 554 du second vol. (***) Voyez p. 338.

$\cos 4Ev - 2gv \quad \gamma^2\left(-\frac{23}{16} m^4\right)$ Voyez p. 338.

$$\cos 4Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{13}{16} - \frac{95}{4} - \frac{95}{16} - \frac{257}{16} = -\frac{719}{16}\right) m^4 \\ + \left\{ \begin{array}{l} \frac{225}{32} - \frac{9}{4} + \frac{53971}{192} + \frac{247}{96} - \frac{160}{3} \\ - \frac{1585}{96} - \frac{4883}{192} - \frac{89193}{768} = \frac{36389}{256} \end{array} \right\} m^5 \end{array} \right\}$$

$$\cos 4Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{1579}{16} + \frac{665}{12} + \frac{1095}{16} + \frac{1799}{16} = \frac{18779}{48}\right) m^4 \\ + \left\{ \begin{array}{l} \frac{225}{32} + \frac{9}{4} + \frac{20987}{64} + \frac{30001}{96} + \frac{1120}{9} \\ + \frac{15045}{32} + \frac{34181}{64} + \frac{274351}{768} = \frac{4920469}{2304} \end{array} \right\} m^5 \end{array} \right\}$$

$\cos 6Ev - cv \quad e\left\{-\frac{75}{16} - \frac{15}{4} = -\frac{135}{16}\right\} m^5$

$\cos 6Ev - 2cv \quad e^2\left(-\frac{1125}{128} m^4\right).$

134. Produits partiels de $2\frac{\delta u}{u_1} \times 4\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$

Multiplicateur $2\cos c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{3}{2} m^2\right)$

Produit

$\cos c'mv \quad \varepsilon'\left(-6.m^6 - \frac{675}{32} m^4 e^2 - 38.\, m^7 - \frac{10845}{64} m^5 e^2\right)$

$\cos cv + c'mv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{45}{4} m^5\right)$

$\cos cv - c'mv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{45}{4} m^5\right)$

$\cos 4Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{45}{4} m^5\right)$

$\cos 4Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{45}{4} m^5\right)$

Multiplicateur . . . . $2\cos cv + c'mv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{9}{8} m - \frac{789}{64} m^2\right)$

Produit

$\cos cv + c'mv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{9}{2} m^5\right)$

$\cos c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{135}{16} m^4 e^2 - \frac{3699}{64} m^5 e^2 - \frac{11835}{128} m^6 e^2\right)$

$\cos 4Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{9}{4} m^5\right)$

Multiplicateur . . . . $2\cos cv - c'mv \quad e\varepsilon'\left(\frac{9}{8}m + \frac{1161}{64}m^2\right)$

Produit

$$\left\{\begin{array}{ll} \cos cv - c'mv & e\varepsilon'\left(\frac{9}{2}m^5\right) \\ \cos c'mv & \varepsilon'\left(\frac{135}{16}m^4e^2 + \frac{3699}{64}m^5e^2 + \frac{17415}{128}m^6e^2\right) \\ \cos 4Ev + c'mv - cv & e\varepsilon'\left(\frac{9}{4}m^5\right) \end{array}\right.$$

Multiplicateur	Produit
$2\cos 2cv \quad e^2\left(\frac{1}{2}m^2\right)$	$\cos 2cv \quad e^2\left(2.m^6\right)$; $\cos 4Ev - 2cv \quad e^2\left(m^6\right)$

Multiplicateur . . . . . $2\cos 2Ev \quad \left(m^2 + \frac{19}{6}m^3 - \frac{3}{16}m\gamma^2 - \frac{15}{16}me^2 + \frac{64}{9}m^4\right)$

Produit

$$\left\{\begin{array}{ll} \cos 2Ev & \left\{\begin{array}{l} 4.m^6 + \frac{225}{16}m^4e^2 + \frac{76}{3}m^7 - \frac{3}{2}m^5\gamma^2 + \frac{3615}{32}m^5e^2 + \frac{88}{3}m^7 \\ -\frac{3375}{256}m^2e^4 - \frac{3}{4}m^5\gamma^2 - \frac{15}{4}m^5e^2 + \frac{1425}{32}m^5e^2 - \frac{675}{256}m^2e^2\gamma^2 \end{array}\right\} \\ \cos 2Ev - cv & e\left\{\begin{array}{l} \frac{15}{2}m^5 + \frac{411}{8}m^6 - \frac{45}{32}m^4\gamma^2 + \frac{225}{16}m^4e^2 \\ + \frac{95}{4}m^6 - \frac{45}{32}m^4\gamma^2 - \frac{225}{32}m^4e^2 \end{array}\right\} \\ \cos 2Ev + cv & e\left\{\begin{array}{l} \frac{15}{2}m^5 + \frac{411}{8}m^6 - \frac{45}{32}m^4\gamma^2 + \frac{225}{16}m^4e^2 \\ + \frac{95}{4}m^6 - \frac{45}{32}m^4\gamma^2 - \frac{225}{32}m^4e^2 \end{array}\right\} \\ \cos 2Ev + c'mv & \varepsilon'\left(\frac{304}{3}m^7 + 38.m^7\right) \\ \cos 2Ev - c'mv & \varepsilon'\left(\frac{304}{3}m^7 + 38.m^7\right) \\ \cos 2Ev - 2cv & e^2\left(\frac{45}{16}m^5 + \frac{541}{64}m^6 + \frac{285}{32}m^6\right) \\ \cos 2Ev + c'mv + cv & e\varepsilon'\left(\frac{55}{4}m^5\right) \\ \cos 2Ev - c'mv - cv & e\varepsilon'\left(\frac{55}{4}m^5\right) \end{array}\right.$$

$$
\text{Produit}\left\{
\begin{array}{ll}
\cos 2Ev - 2gv & \gamma^2\left(\frac{3}{4}m^5\right) \\
\cos 2Ev - c'mv + cv & e\varepsilon'\left(\frac{75}{4}m^5\right) \\
\cos 2Ev + c'mv - cv & e\varepsilon'\left(\frac{75}{4}m^5\right) \\
\cos c'mv & \varepsilon'\left\{\begin{array}{l} -\ 6.m^6 - \frac{135}{16}m^4e^2 - 19.m^7 - \frac{16389}{128}m^5e^2 \\ -\ 19.m^7 - \frac{855}{32}m^5e^2 + \frac{45}{8}m^5e^2 \end{array}\right\} \\
\cos c'mv & \varepsilon'\left\{\begin{array}{l} -\ 6.m^6 + \frac{135}{16}m^4e^2 - 19.m^7 + \frac{23409}{128}m^5e^2 \\ -\ 19.m^7 + \frac{855}{32}m^5e^2 + \frac{45}{8}m^5e^2 \end{array}\right\} \\
\cos 4Ev + c'mv - cv & e\varepsilon'\left(-\frac{27}{4}m^5\right) \\
\cos cv - c'mv & e\varepsilon'\left(-\frac{27}{4}m^5\right) \\
\cos 4Ev - c'mv - cv & e\varepsilon'\left(-\frac{63}{4}m^5\right) \\
\cos cv + c'mv & e\varepsilon'\left(-\frac{63}{4}m^5\right) \\
\cos cv + c'mv & e\varepsilon'\left(-\frac{9}{2}m^5\right) \\
\cos cv - c'mv & e\varepsilon'\left(\frac{9}{2}m^5\right) \\
\cos 4Ev - 2cv & e^2\left(2.m^6\right) \\
\cos 2cv & e^2\left(2.m^6\right) \\
\cos 2cv & e^2\left(2.m^6\right) \\
\cos Ev & b^2\left(-\frac{15}{4}m^5\right) \\
\cos 3Ev & b^2\left(-\frac{15}{4}m^5\right) \\
\cos 3Ev - cv & eb^2\left(-\frac{225}{32}m^4\right) \\
\cos Ev + cv & eb^2\left(-\frac{225}{32}m^4\right)
\end{array}\right.
$$

$+$

Produit

$$\cos Ev \qquad b^2\left(-\tfrac{15}{4}m^5\right)$$

$$\cos Ev - cv \qquad eb^2\left(-\tfrac{225}{32}m^4\right)$$

$$\cos 2Ev \qquad \left(2.\,m^6+\tfrac{88}{3}m^7-\tfrac{3}{4}m^5\gamma^2-\tfrac{195}{16}m^5e^2+\tfrac{19}{3}m^7-\tfrac{8}{8}m^5\gamma^2-\tfrac{15}{8}m^5e^2\right)$$

$$\cos 2Ev - cv \qquad e\left\{\begin{array}{l}\tfrac{15}{2}m^5+\tfrac{447}{8}m^6-\tfrac{45}{32}m^4\gamma^2-\tfrac{225}{32}m^4e^2\\ +\tfrac{95}{4}m^6-\tfrac{45}{32}m^4\gamma^2-\tfrac{225}{32}m^4e^2\end{array}\right\}$$

$$\cos 6Ev - cv \qquad e\left(\tfrac{15}{2}m^5\right)$$

$$\cos 2Ev + cv \qquad e\left(-\tfrac{9}{2}m^6\right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv \qquad \varepsilon'\left(-\tfrac{19}{2}m^7-\tfrac{19}{3}m^7\right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv \qquad \varepsilon'\left(\tfrac{665}{6}m^7+\tfrac{133}{3}m^7\right)$$

$$\cos 2Ev - 2cv \qquad e^2\left(\tfrac{4575}{64}m^5+\tfrac{385727}{1024}m^6+\tfrac{1125}{64}m^5+\tfrac{28975}{128}m^6+50.\,m^6\right)$$

$$\cos 6Ev - 2cv \qquad e^2\left(\tfrac{225}{32}m^4\right)$$

$$\cos 2Ev - 2gv \qquad \gamma^2\left(\tfrac{3}{4}m^5\right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv - cv \qquad e\varepsilon'\left(-\tfrac{45}{4}m^5\right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv - cv \qquad e\varepsilon'\left(\tfrac{175}{4}m^5\right)$$

$$\cos 4Ev - 2cv \qquad e^2\left(-\tfrac{1125}{128}m^6\right)$$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev - cv \quad e\left(\tfrac{15}{8}m+\tfrac{257}{32}m^2+\tfrac{89193}{1536}m^3\right)$

Produit

$$\cos 2Ev - cv \qquad e\left\{\begin{array}{l}\tfrac{15}{2}m^5+\tfrac{3375}{128}m^3e^2+\tfrac{95}{2}m^6-\tfrac{45}{16}m^4\gamma^2\\ +\tfrac{54225}{256}m^4e^2+\tfrac{257}{8}m^6+\tfrac{57825}{512}m^4e^2\end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev - 2cv \qquad e^2\left(\tfrac{6165}{64}m^5+\tfrac{450485}{1024}m^6+\tfrac{8855}{64}m^5+\tfrac{105627}{256}m^6+\tfrac{195065}{1024}m^6\right)$$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll}
\cos 2Ev & & \left(\frac{225}{16}m^4e^2+\frac{6165}{64}m^5e^2-\frac{675}{256}m^3e^2\gamma^2+\frac{3375}{128}m^3e^4+\frac{3855}{64}m^5e^2\right) \\
\cos 2Ev+cv & e & \left(\frac{675}{128}m^4e^2\right) \\
\cos 2Ev+c'mv-cv & ee' & \left(\frac{45}{2}m^5\right) \\
\cos 2Ev-c'mv-cv & ee' & \left(\frac{45}{2}m^5\right) \\
\cos 4Ev+c'mv-cv & ee' & \left(-\frac{45}{4}m^5\right) \\
\cos 4Ev-c'mv-cv & ee' & \left(-\frac{45}{4}m^5\right) \\
\cos cv+c'mv & ee' & \left(-\frac{45}{4}m^5\right) \\
\cos cv-c'mv & ee' & \left(-\frac{45}{4}m^5\right) \\
\cos c'mv & e' & \left(-\frac{405}{32}m^4e^2+\frac{4635}{64}m^5e^2-\frac{6939}{128}m^5e^2\right) \\
\cos c'mv & e' & \left(-\frac{945}{32}m^4e^2-\frac{6705}{32}m^5e^2-\frac{16191}{128}m^5e^2\right) \\
\cos 2cv & e^2 & \left(-\frac{225}{32}m^6\right) \\
\cos 4Ev-2cv & e^2 & \left(-\frac{1125}{128}m^6\right) \\
\cos 3Ev-cv & eb^2 & \left(-\frac{225}{32}m^4\right) \\
\cos Ev-cv & eb^2 & \left(-\frac{225}{32}m^4\right) \\
\cos Ev+cv & eb^2 & \left(-\frac{225}{32}m^4\right) \\
\cos 2Ev+cv & e & \left(\frac{15}{4}m^5+\frac{257}{16}m^6+\frac{95}{4}m^6-\frac{45}{32}m^4\gamma^2-\frac{2925}{128}m^4e^2\right) \\
\cos 6Ev-cv & e & \left(\frac{15}{4}m^5\right) \\
\cos 6Ev-2cv & e^2 & \left(\frac{225}{16}m^4\right) \\
\cos 2Ev & & \left(\frac{225}{16}m^4e^2+\frac{6705}{64}m^5e^2-\frac{675}{256}m^3e^2\gamma^2-\frac{3375}{256}m^3e^4+\frac{3855}{64}m^5e^2\right) \\
\cos 2Ev+c'mv+cv & ee' & \left(-\frac{15}{4}m^5\right) \\
\cos 2Ev-c'mv+cv & ee' & \left(\frac{105}{4}m^5\right) \\
\cos 2Ev-cv & e & \left(\frac{3375}{256}m^3e^2+\frac{68625}{512}m^4e^2+\frac{57825}{1024}m^4e^2\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev+cv \quad e\left(-\frac{9}{8}m^2-\frac{33}{16}m^3\right)$

Produit

$$\begin{cases} \cos 2Ev+cv & e\left(-\frac{9}{2}m^4-\frac{2025}{128}m^4e^2\right) \\ \cos 2Ev & \left(-\frac{135}{16}m^5e^2\right) \\ \cos c'mv & \varepsilon'\left(\frac{81}{16}m^5e^2\right) \\ \cos c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{81}{16}m^5e^2\right) \\ \cos 2Ev-cv & e\left(-\frac{9}{4}m^4\right) \\ \cos 2Ev-2cv & e^2\left(-\frac{135}{16}m^5-\frac{4023}{64}m^4-\frac{495}{32}m^4\right) \end{cases}$$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev+c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{1}{2}m^2-\frac{19}{24}m^3\right)$

Produit

$$\begin{cases} \cos 2Ev+c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{38}{3}m^3-\frac{19}{6}m^3\right) \\ \cos 2Ev+c'mv+cv & e\varepsilon'\left(-\frac{15}{4}m^3\right) \\ \cos 2Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'\left(-\frac{15}{4}m^3\right) \\ \cos 2Ev-c'mv-cv & e\varepsilon'\left(-\frac{15}{4}m^3\right) \\ \cos 2Ev-c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{19}{3}m^3-\frac{19}{12}m^3\right) \end{cases}$$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev-c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{7}{2}m^2+\frac{133}{8}m^3\right)$

Produit

$$\begin{cases} \cos 2Ev-c'mv & \varepsilon'\left(\frac{266}{3}m^3+\frac{183}{2}m^3\right) \\ \cos 2Ev-c'mv+cv & e\varepsilon'\left(\frac{105}{4}m^3\right) \\ \cos 2Ev-c'mv-cv & e\varepsilon'\left(\frac{105}{4}m^3\right) \\ \cos 2Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'\left(\frac{105}{4}m^3\right) \\ \cos 2Ev+c'mv & \varepsilon'\left(\frac{133}{3}m^3+\frac{133}{4}m^3\right) \end{cases}$$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left(\frac{45}{16}m + \frac{331}{64}m^2\right)$

Produit $\begin{cases} \cos 2Ev - 2cv & e^2\left(\frac{45}{4}m^5 + \frac{331}{16}m^6 + \frac{285}{4}m^6\right) \\ \cos 2Ev - cv & e\left(\frac{675}{32}m^4e^2\right) \\ \cos 2Ev + cv & e\left(\frac{675}{32}m^4e^2\right) \\ \cos 2Ev & \left(\frac{10125}{512}m^3e^4\right) \end{cases}$

Multiplicateur	Produit	
$2\cos 2Ev - 2gv \quad \gamma^2\left(\frac{3}{16}m\right)$	$\cos 2Ev - 2gv$	$\gamma^2\left(\frac{3}{4}m^3\right)$
$2\cos 2Ev + 2cv \quad e^2\left(\frac{15}{16}m^2\right)$	$\cos 2Ev - 2cv$	$e^2\left(\frac{15}{8}m^6\right)$
$2\cos 2Ev + c'mv - cv \quad ee'\left(-\frac{15}{8}m\right)$ . . .	$\cos 2Ev + c'mv - cv$	$ee'\left(-\frac{15}{2}m^3\right)$
	$\cos 2Ev - c'mv + cv$	$ee'\left(-\frac{15}{4}m^3\right)$
$2\cos 2Ev - c'mv - cv \quad ee'\left(\frac{35}{8}m\right)$ . . .	$\cos 2Ev - c'mv - cv$	$ee'\left(\frac{35}{2}m^3\right)$
	$\cos 2Ev + c'mv + cv$	$ee'\left(\frac{35}{4}m^3\right)$
$2\cos Ev \quad b^2\left(-\frac{15}{16}m\right)$	$\cos Ev$	$b^2\left(-\frac{15}{4}m^3\right)$
	$\cos Ev - cv$	$eb^2\left(-\frac{225}{32}m^4\right)$
	$\cos 3Ev$	$b^2\left(-\frac{15}{8}m^3\right)$
	$\cos Ev + cv$	$eb^2\left(-\frac{225}{32}m^4\right)$
	$\cos 3Ev - cv$	$eb^2\left(-\frac{225}{32}m^4\right)$
$2\cos 4Ev \quad \left(-\frac{1}{2}m^4\right)$	$\cos 2cv$	$e^2\left(-\frac{225}{64}m^6\right)$
$2\cos 4Ev - cv \quad e\left(-\frac{75}{64}m^3\right)$	$\cos 4Ev - 2cv$	$e^2\left(-\frac{1125}{128}m^6\right)$.

En réunissant ces produits partiels, on aura

$$8\left(\frac{\delta u}{u_i}\right)^3 =$$

$$\cos c'mv \quad e' \left\{ \begin{array}{l} -\left(6+6+6=18\right)m^6 \\ -\left(\frac{675}{32}+\frac{135}{16}-\frac{135}{16}+\frac{135}{16}-\frac{135}{16}+\frac{405}{32}+\frac{945}{32}=\frac{2025}{32}\right)m^4e^2 \\ -\left(38+19+19+19+19=114\right)m^7 \\ +\left\{ \begin{array}{l} -\frac{10845}{64}-\frac{3699}{64}-\frac{11835}{128}+\frac{3699}{64}+\frac{17415}{128}-\frac{16389}{128} \\ -\frac{855}{32}+\frac{45}{8}+\frac{23409}{128}+\frac{855}{32}+\frac{45}{8}+\frac{4635}{64} \\ -\frac{6939}{128}-\frac{6705}{32}-\frac{16191}{128}+\frac{81}{16}-\frac{81}{16}=-\frac{24165}{64} \end{array} \right\} m^5e^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos cv+c'mv \quad ee' \left\{-\frac{45}{4}-\frac{9}{2}-\frac{63}{4}-\frac{9}{2}-\frac{45}{4}=-\frac{189}{4}\right\} m^5$$

$$\cos cv-c'mv \quad ee' \left\{-\frac{45}{4}+\frac{9}{2}-\frac{27}{4}+\frac{9}{2}-\frac{45}{4}=-\frac{81}{4}\right\} m^5$$

$$\cos 2cv \quad e^2 \left\{2+2+2-\frac{225}{32}-\frac{225}{64}=-\frac{291}{64}\right\} m^6$$

$$\cos 2Ev \left\{ \begin{array}{l} \left(4+2=6\right)m^6+\left(\frac{225}{16}+\frac{225}{16}+\frac{225}{16}=\frac{675}{16}\right)m^4e^2 \\ +\left(\frac{76}{3}+\frac{38}{3}+\frac{38}{3}+\frac{19}{3}=57\right)m^7-\left(\frac{3}{2}+\frac{3}{4}+\frac{3}{4}+\frac{3}{8}=\frac{27}{8}\right)m^5\gamma^2 \\ +\left\{ \begin{array}{l} \frac{3615}{32}-\frac{15}{4}-\frac{195}{16}-\frac{15}{8}+\frac{6165}{64}+\frac{3855}{64} \\ +\frac{6705}{64}-\frac{135}{16}+\frac{1425}{32}+\frac{3855}{64}=\frac{7245}{16} \end{array} \right\} m^5e^2 \\ -\left(\frac{675}{256}+\frac{675}{256}+\frac{675}{256}=\frac{2025}{256}\right)m^3e^2\gamma^2 \\ +\left(\frac{3375}{128}-\frac{3375}{256}+\frac{10125}{512}-\frac{3375}{256}=\frac{10125}{512}\right)m^3e^4 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev+cv \quad e \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{15}{2}+\frac{15}{4}=\frac{45}{4}\right)m^5-\left(\frac{45}{32}+\frac{45}{32}+\frac{45}{32}=\frac{135}{32}\right)m^4\gamma^2 \\ +\left(\frac{411}{8}+\frac{95}{4}-\frac{9}{2}+\frac{257}{16}+\frac{95}{4}-\frac{9}{2}=\frac{1605}{16}\right)m^6 \\ +\left(\frac{225}{16}-\frac{225}{32}-\frac{2925}{128}-\frac{2025}{128}+\frac{675}{128}+\frac{675}{32}=-\frac{675}{128}\right)m^4e^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - cv \quad e \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{15}{2}+\frac{15}{2}+\frac{15}{2}=\frac{45}{2}\right) m^5 + \left(\frac{3375}{128}+\frac{3375}{256}=\frac{10125}{256}\right) m^3 e^2 \\ + \left(\frac{411}{8}+\frac{95}{4}+\frac{447}{8}+\frac{95}{4}+\frac{95}{2}+\frac{257}{8}-\frac{9}{4}=\frac{1857}{8}\right) m^6 \\ - \left(\frac{45}{32}+\frac{45}{32}+\frac{45}{32}+\frac{45}{32}+\frac{45}{16}=\frac{135}{16}\right) m^4 \gamma^2 \\ + \left\{ \begin{array}{l} \frac{225}{16}-\frac{225}{32}-\frac{225}{32}-\frac{225}{32}+\frac{54225}{256} \\ +\frac{57825}{512}+\frac{68625}{512}+\frac{57825}{1024}+\frac{675}{32}=\frac{542025}{1024} \end{array} \right\} m^4 e^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv \quad \epsilon' \left\{ \begin{array}{l} \overset{(*)}{15}.\, m^6 + \overset{(*)}{\frac{1125}{32}} m^4 e^2 \qquad \text{(*) Voyez p. 306.} \\ + \left(\frac{304}{3}+38-\frac{19}{2}-\frac{19}{3}-\frac{38}{3}-\frac{19}{6}+\frac{133}{3}+\frac{133}{4}=\frac{741}{4}\right) m^7 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv \quad \epsilon' \left\{ \begin{array}{l} \overset{(*)}{39}.\, m^6 + \overset{(*)}{\frac{6525}{32}} m^4 e^2 \qquad \text{(*) Voyez p. 306.} \\ + \left(\frac{304}{3}+38+\frac{665}{6}+\frac{133}{3}+\frac{266}{3}+\frac{133}{2}-\frac{19}{3}-\frac{19}{12}=\frac{1767}{4}\right) m^7 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{4575}{64}+\frac{1425}{64}+\frac{6165}{64}+\frac{3855}{64}-\frac{135}{16}+\frac{45}{4}+\frac{45}{16}=\frac{4095}{16}\right) m^5 \\ + \left\{ \begin{array}{l} \frac{385727}{1024}+\frac{28975}{128}+50+\frac{450485}{1024}+\frac{105627}{256}+\frac{195965}{1024} \\ -\frac{4023}{64}+\frac{541}{64}+\frac{285}{32}-\frac{495}{32}+\frac{331}{16}+\frac{285}{4}+\frac{15}{8}=\frac{1771317}{1024} \end{array} \right\} m^6 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - 2gv \quad \gamma^2 \left\{ \frac{3}{4}+\frac{3}{4}+\frac{3}{4}=\frac{9}{4} \right\} m^5$$

$$\cos 2Ev + c'mv + cv \quad e\epsilon' \left\{ \frac{55}{4}-\frac{15}{4}-\frac{15}{4}+\frac{35}{4}=15 \right\} m^5$$

$$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\epsilon' \left\{ \frac{55}{4}+\frac{175}{4}+\frac{45}{2}-\frac{15}{4}+\frac{105}{4}+\frac{35}{2}=120 \right\} m^5$$

$$\cos 2Ev - c'mv + cv \quad e\epsilon' \left\{ \frac{75}{4}+\frac{105}{4}+\frac{105}{4}-\frac{15}{4}=\frac{135}{2} \right\} m^5$$

$$\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\epsilon' \left\{ \frac{75}{4}-\frac{45}{4}+\frac{45}{2}-\frac{15}{4}+\frac{105}{4}-\frac{15}{2}=45 \right\} m^5$$

$$\cos Ev \qquad b^2 \left\{ -\frac{15}{4}-\frac{15}{4}-\frac{15}{4}=-\frac{45}{4} \right\} m^5$$

$$\cos Ev - cv \quad eb^2 \left\{ -\frac{225}{32}-\frac{225}{32}-\frac{225}{32}=-\frac{675}{32} \right\} m^4$$

$$\cos Ev + cv \quad eb^2 \left\{ -\frac{225}{32}-\frac{225}{32}-\frac{225}{32}=-\frac{675}{32} \right\} m^4$$

$$\cos 3Ev \qquad b^2\left\{-\frac{15}{8}-\frac{15}{4}=-\frac{45}{8}\right\} m^5$$

$$\cos 3Ev-cv \quad eb^2\left\{-\frac{225}{32}-\frac{225}{32}-\frac{225}{32}=-\frac{675}{32}\right\} m^4$$

$$\cos 4Ev-2cv \quad e^2\left\{1+2-\frac{1125}{128}-\frac{1125}{128}-\frac{1125}{128}=-\frac{2991}{128}\right\} m^4$$

$$\cos 4Ev+c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left\{-\frac{45}{4}+\frac{9}{4}-\frac{27}{4}-\frac{45}{4}=-27\right\} m^4$$

$$\cos 4Ev-c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left\{-\frac{45}{4}-\frac{9}{4}-\frac{63}{4}-\frac{45}{4}=-\frac{81}{2}\right\} m^5$$

$$\cos 6Ev-2cv \quad e^2\left\{\frac{225}{32}+\frac{225}{16}=\frac{675}{32}\right\} m^4$$

$$\cos 6Ev-cv \quad e\left\{\frac{15}{2}+\frac{15}{4}=\frac{45}{4}\right\} m^5.$$

135. Cela posé, on formera sans difficulté la valeur suivante de la fonction A;

$$A=2\frac{\delta u}{u_1}-3\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2+4\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^3=$$

$$\cos cv \qquad e\left(-\frac{90097}{512}m^5\right)$$

$$\cos c'mv \quad \varepsilon'\left\{\begin{aligned}&\left(\frac{235421}{96}-\frac{3167}{8}-9=\frac{196558}{96}\right)m^6+\left(\frac{1337}{64}-\frac{17997}{256}=-\frac{12649}{256}\right)m^4\gamma^2\\&+\left(\frac{1691133}{1024}-\frac{1594159}{1024}-\frac{2025}{64}=\frac{32287}{512}\right)m^4e^2\\&+\left(\frac{8100311}{864}-\frac{233395}{144}-57=\frac{6659693}{864}\right)m^7\\&+\left(\frac{17470481}{1536}-\frac{2082881}{192}-\frac{24165}{128}=\frac{517453}{1536}\right)m^5e^2\end{aligned}\right\}$$

$$\cos 2c'mv \qquad \varepsilon'^2\left\{\frac{16973}{12}-209=\frac{14465}{12}\right\} m^5$$

$$\cos cv+c'mv \quad e\varepsilon'\left\{\begin{aligned}&\left(-\frac{1426213}{2048}-\frac{5093}{64}=-\frac{1608389}{2048}\right)m^4\\&+\left(-\frac{79208185}{24576}-\frac{1336813}{3072}-\frac{189}{8}=-\frac{30161099}{8192}\right)m^5\end{aligned}\right\}$$

$$\cos cv-c'mv \quad e\varepsilon'\left\{\begin{aligned}&\left(\frac{3583825}{2048}-\frac{9633}{64}=\frac{3275569}{2048}\right)m^4\\&+\left(\frac{251870665}{24576}-\frac{1154679}{1024}-\frac{81}{8}=\frac{223909537}{24576}\right)m^5\end{aligned}\right\}$$

cos 2cv $\quad e^2\left\{\left(\frac{73}{2}-\frac{1623}{256}=\frac{7721}{256}\right)m^4+\left(\frac{55697}{384}-\frac{102343}{4096}=\frac{1475275}{12288}\right)m^5\right\}$

cos 2gv $\quad \gamma^2\left\{-\left(\frac{177}{64}-\frac{21}{64}=\frac{39}{16}\right)m^4\right\}$

cos 2Ev

$$
\left\{
\begin{aligned}
&\left(\frac{59717}{1296}+\frac{3}{2}+3=\frac{65549}{1296}\right)m^6-\left(\frac{574831}{18432}-\frac{3375}{512}-\frac{675}{32}=\frac{64581}{18432}\right)m^4e^2\\
&-\left(\frac{1099}{18}-\frac{27}{2}=\frac{428}{9}\right)m^4\varepsilon'^2-\frac{29957}{18432}m^4\gamma^2+\frac{13}{8}m^2\varepsilon'^4+\frac{33}{64}m^2\gamma^4\\
&+\left(\frac{5}{4}-\frac{675}{512}=-\frac{35}{512}\right)m^2b^4+\left(\frac{5}{16}+\frac{675}{32}=\frac{685}{32}\right)m^2e^2\varepsilon'^2+\frac{131}{64}m^2e^4\\
&+\frac{119}{32}m^2\varepsilon'^2\gamma^2+\frac{15}{8}m^2e^2\gamma^2+\left(\frac{498599}{7776}+\frac{1813}{160}+\frac{57}{2}=\frac{2020817}{19440}\right)m^7\\
&+\left(\frac{23625}{512}-\frac{40998157}{442368}+\frac{7245}{32}=\frac{79568723}{442368}\right)m^5e^2\\
&+\left(\frac{1431415}{442368}-\frac{9}{16}-\frac{27}{16}=\frac{436087}{442368}\right)m^5\gamma^2\\
&+\left(\frac{285}{4}-\frac{18985}{108}=-\frac{5645}{54}\right)m^3\varepsilon'^2+\frac{247}{48}m^3\varepsilon'^4\\
&+\left(\frac{164317}{6144}-\frac{45}{16}+\frac{10125}{1024}=\frac{207787}{6144}\right)m^3e^4+\left(\frac{44507}{3072}-\frac{9}{8}=\frac{41151}{3072}\right)m^3\varepsilon'^2\gamma^2\\
&+\left(\frac{6537}{4096}-\frac{1071}{4096}=\frac{2733}{2048}\right)m^3\gamma^4+\left(\frac{675}{64}-\frac{13455}{1024}=-\frac{2655}{1024}\right)m^3b^4\\
&+\left(-\frac{510665}{3072}+\frac{45567}{128}=\frac{582943}{3072}\right)m^3e^2\varepsilon'^2+\left(\frac{1849}{256}-\frac{2025}{512}=\frac{1673}{512}\right)m^3e^2\gamma^2\\
&-\frac{45}{64}m\varepsilon'^2\gamma^4-\frac{45}{64}m\gamma^2b^4-\left(\frac{75}{256}+\frac{567}{512}=\frac{717}{512}\right)me^2\gamma^4-\frac{39}{128}m\gamma^2\varepsilon'^4\\
&-\frac{195}{128}me^2\varepsilon'^4+\frac{75}{64}me^4\varepsilon'^2-\left(\frac{951}{512}-\frac{225}{128}=\frac{51}{512}\right)me^4\gamma^2-\frac{105}{64}me^2b^4\\
&-\frac{225}{64}m\varepsilon'^2b^4-\frac{45}{16}me^2\varepsilon'^2\gamma^2-\frac{15}{64}m\gamma^6-\frac{15}{64}me^6\\
&+\left(6\,.m^4+3\,.m^3-\frac{9}{8}m^3\gamma^2-\frac{45}{8}m^3e^2\right)(\varepsilon'^2-E'^2)
\end{aligned}
\right\}
$$

$$\cos 2Ev - cv \quad e \left\{ \begin{aligned} & \left(\frac{102435629}{221184} + \frac{225}{64} + \frac{45}{4} = \frac{105701549}{221184}\right) m^5 \\ & + \left(\frac{10125}{512} - \frac{27029}{512} = -\frac{2113}{64}\right) m^3 e^2 + \left(\frac{405}{256} + \frac{63}{128} = \frac{531}{256}\right) m \gamma^4 \\ & + \left(\frac{426025}{1536} - \frac{9}{4} = \frac{422569}{1536}\right) m^3 \varepsilon'^2 - \frac{14035}{256} m^3 \gamma^2 + \frac{39}{32} m e^2 \gamma^2 \\ & + \frac{15}{2} m \varepsilon'^2 \gamma^2 + \frac{195}{64} m \varepsilon'^4 + \frac{105}{32} m b^4 + \frac{45}{4} m^3 (\varepsilon'^2 - E'^2) \\ & + \left(\frac{4329648769}{2654208} + \frac{5871}{256} + \frac{1857}{16} = \frac{4698573313}{2654208}\right) m^6 \\ & + \left(\frac{542025}{2048} - \frac{12927}{512} - \frac{3045043}{6144} = -\frac{393523}{1536}\right) m^4 e^2 \\ & + \left(-\frac{1357867}{6144} - \frac{675}{1024} - \frac{135}{32} = -\frac{1387837}{6144}\right) m^4 \gamma^2 \\ & + \left(\frac{34589497}{9216} - \frac{2493}{16} = \frac{33153529}{9216}\right) m^4 \varepsilon'^2 \end{aligned} \right\}$$

$$\cos 2Ev + cv \quad e \left\{ \begin{aligned} & \left(\frac{45}{16} - \frac{3119}{768} + \frac{45}{8} = \frac{3361}{768}\right) m^5 + \left(\frac{255}{16} + \frac{27}{2} = \frac{471}{16}\right) m^3 \varepsilon'^2 \\ & + \left(\frac{2849}{3072} - \frac{45}{16} = -\frac{5791}{3072}\right) m^3 e^2 + \frac{2845}{3072} m^3 \gamma^2 - \frac{75}{32} m e^2 \varepsilon'^2 \\ & - \frac{15}{32} m \varepsilon'^2 \gamma^2 + \left(\frac{225}{128} - \frac{3}{4} = \frac{129}{128}\right) m e^2 \gamma^2 + \frac{15}{32} m e^4 \\ & - \frac{99}{256} m \gamma^4 + \left(\frac{414401}{9216} + \frac{5337}{256} + \frac{1695}{32} = \frac{1094693}{9216}\right) m^6 \\ & + \left(\frac{1997363}{184320} - \frac{17259}{512} - \frac{675}{256} = -\frac{4701877}{184320}\right) m^4 e^2 \\ & + \left(\frac{15065}{128} + \frac{801}{4} = \frac{40697}{128}\right) m^4 \varepsilon'^2 \\ & - \left(\frac{19}{36864} + \frac{135}{256} + \frac{135}{64} = \frac{97219}{36864}\right) m^4 \gamma^2 - \frac{15}{4} m^4 (\varepsilon'^2 - E'^2) \end{aligned} \right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{aligned} & \left(\frac{57}{4} - \frac{2171}{216} = \frac{907}{216}\right) m^3 + \left(\frac{49167}{512} - \frac{55259}{768} = \frac{36983}{1536}\right) m^3 e^2 \\ & + \frac{19}{96} m^3 \varepsilon'^2 + \left(\frac{4645}{1536} - \frac{27}{32} = \frac{3349}{1536}\right) m^3 \gamma^2 + \frac{225}{64} m b^4 \\ & - \frac{15}{64} m e^2 \varepsilon'^2 - \frac{9}{8} m e^2 \gamma^2 - \frac{3}{64} m \varepsilon'^2 \gamma^2 - \frac{9}{32} m \gamma^4 + \frac{15}{32} m e^4 \\ & + \left(\frac{4183}{648} - \frac{1183}{16} + \frac{15}{2} = -\frac{77737}{1296}\right) m^6 \\ & + \left(\frac{3200229}{4096} - \frac{26285789}{36864} + \frac{1125}{64} = \frac{197767}{2304}\right) m^4 e^2 \end{aligned} \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv \quad e' \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{3203}{8}+\frac{57}{4}=\frac{3317}{8}\right)m^5-\left(\frac{1811}{256}+\frac{70227}{512}=\frac{73849}{512}\right)m^3e^2 \\ -\frac{2337}{32}m^3e'^2-\left(\frac{6859}{512}+\frac{27}{32}=\frac{7291}{512}\right)m^3\gamma^2+\frac{21}{8}me^2\gamma^2 \\ +\frac{615}{64}me^2e'^2+\frac{123}{64}me'^2\gamma^2+\frac{21}{32}m\gamma^4-\frac{85}{32}me^4 \\ +\left(\frac{24589}{24}-\frac{1087}{16}+\frac{39}{2}=\frac{46853}{48}\right)m^6 \\ +\left(\frac{779429}{4096}-\frac{5651109}{4096}+\frac{6525}{64}=-\frac{69595}{64}\right)m^4e^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{4243207}{442368}-\frac{16877}{512}+\frac{4095}{32}=\frac{46270759}{442368}\right)m^5 \\ -\left(\frac{3435731365}{5308416}+\frac{1825657}{6144}-\frac{1771817}{2048}=\frac{421845349}{5308416}\right)m^6 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - 2gv \quad \gamma^2 \left\{ \frac{7117193}{442368}-\frac{973}{256}+\frac{9}{8}=\frac{5933513}{442368} \right\} m^5$$

$$\cos 2Ev + 2cv \quad e^2 \left\{ \frac{4469}{1920}-\frac{3}{2}=\frac{1589}{1920} \right\} m^4$$

$$\cos 2Ev + c'mv - cv \quad ee' \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{28391557}{18432}-\frac{927}{32}=\frac{27857605}{18432}\right)m^4 \\ +\left(\frac{2681835721}{221184}-\frac{713505}{1024}+\frac{45}{2}=\frac{2532695281}{221184}\right)m^5 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv + cv \quad ee' \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{5195}{256}+\frac{2727}{64}=\frac{16103}{256}\right)m^4 \\ +\left(\frac{362621}{3072}+\frac{87009}{256}+\frac{15}{2}=\frac{1429769}{3072}\right)m^5 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad ee' \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{628787}{2048}+\frac{1341}{16}=\frac{800435}{2048}\right)m^4 \\ -\left(\frac{21066509}{24576}-\frac{279879}{1024}-60=\frac{12874853}{24576}\right)m^5 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv + cv \quad ee' \left\{ \begin{array}{l} -\left(\frac{24483}{256}+\frac{4491}{64}=\frac{42447}{256}\right)m^4 \\ -\left(\frac{351487}{1024}+\frac{161977}{256}-\frac{135}{4}=\frac{976835}{1024}\right)m^5 \end{array} \right\}$$

$$\cos Ev \qquad b^2 \left\{ \begin{array}{l} -\left(\frac{68889}{256}-\frac{1467}{64}=\frac{63021}{256}\right)m^4 \\ -\left(\frac{1577733}{1024}-\frac{34623}{256}+\frac{45}{8}=\frac{1445001}{1024}\right)m^5 \end{array} \right\}$$

$\cos Ev - cv \quad eb^2 \left\{ -\frac{1282569}{2048} + \frac{2756271}{8192} - \frac{675}{64} = -\frac{2460405}{8192} \right\} m^4$

$\cos Ev + cv \quad eb^2 \left\{ \frac{1015}{128} - \frac{585}{512} = \frac{3475}{512} \right\} m^3$

$\cos 3Ev \quad b^2 \left\{ \left(\frac{1355}{128} + \frac{771}{32} = \frac{4439}{128}\right) m^4 + \left(\frac{217859}{6144} + \frac{18229}{128} - \frac{45}{16} = \frac{1075571}{6144}\right) m^5 \right\}$

$\cos 3Ev - cv \quad eb^2 \left\{ -\frac{10695}{256} + \frac{28305}{512} = \frac{6915}{512} \right\} m^3$

$$\cos 4Ev - cv \quad e \left\{ \begin{array}{l} -\left(\frac{585653}{30720} + \frac{98737}{512} = \frac{6509873}{30720}\right) m^5 + \left(\frac{11745}{256} - \frac{135}{32} = \frac{10665}{256}\right) m^3 e^2 \\ + \left(\frac{725}{32} + \frac{435}{8} = \frac{2465}{32}\right) m^3 \varepsilon'^2 + \left(\frac{33}{128} + \frac{387}{32} = \frac{1581}{128}\right) m^3 \gamma^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 4Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{22851}{256} - \frac{1157181}{4096} = -\frac{791565}{4096}\right) m^4 \\ + \left(\frac{29157493}{61440} - \frac{4985113}{4096} = -\frac{22809601}{30720}\right) m^5 \end{array} \right\}$$

$\cos 4Ev - 2gv \quad \gamma^2 \left\{ \frac{5761}{4096} + \frac{69}{64} = \frac{10177}{4096} \right\} m^4$

$\cos 4Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ \frac{1067}{256} + \frac{2157}{64} = \frac{9695}{256} \right\} m^4$

$\cos 4Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ -\frac{45847}{768} - \frac{18779}{64} = -\frac{271195}{768} \right\} m^4.$

TROISIÈME SECTION.

Supplément à l'expression de la fonction $Y = A - B + AB$.

136. Produits partiels de la fonction BA.

Multiplicateur .... $\cos ov \left(\frac{27}{64} m^4 + \frac{27}{32} m^5\right)$

Produit

$\cos c'mv \quad \varepsilon' \left(-\frac{81}{64} m^6 - \frac{81}{32} m^7\right)$

$\cos cv + c'mv \quad e\varepsilon' \left(-\frac{243}{256} m^5\right)$

$\cos cv - c'mv \quad e\varepsilon' \left(\frac{243}{256} m^5\right)$

+

Produit

$\cos 2Ev$	$\left(\frac{27}{32}m^6+\frac{27}{16}m^7+\frac{171}{64}m^7-\frac{81}{512}m^5\gamma^2-\frac{405}{512}m^5e^2\right)$
$\cos 2Ev-cv$	$e\left(\frac{405}{256}m^5+\frac{405}{128}m^6+\frac{6939}{1024}m^7\right)$
$\cos 2Ev+cv$	$e\left(-\frac{243}{256}m^6\right)$
$\cos 2Ev+c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{27}{64}m^6\right)$
$\cos 2Ev-c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{189}{64}m^6\right)$
$\cos 2Ev-2cv$	$e^2\left(\frac{1215}{512}m^5+\frac{1215}{256}m^6+\frac{8937}{2048}m^6\right)$
$\cos 2Ev-2gv$	$\gamma^2\left(\frac{81}{512}m^5\right)$
$\cos 2Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{405}{256}m^5\right)$
$\cos 2Ev-c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{945}{256}m^5\right)$
$\cos Ev$	$b^2\left(-\frac{405}{512}m^5\right)$

Multiplicateur . . . . $2\cos cv$ $\quad e\left(\frac{45}{16}m^3+\frac{915}{64}m^4+\frac{58585}{1024}m^5\right)$

Produit

$\cos cv+c'mv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{135}{16}m^5\right)$
$\cos cv-c'mv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{135}{16}m^5\right)$
$\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{405}{64}m^4e^2-\frac{8235}{256}m^5e^2-\frac{35505}{512}m^5e^2\right)$
$\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{405}{64}m^4e^2+\frac{8235}{256}m^5e^2+\frac{52245}{512}m^5e^2\right)$
$\cos 2Ev-cv$	$e\left(\frac{45}{8}m^5+\frac{915}{32}m^6+\frac{285}{16}m^6-\frac{135}{128}m^4\gamma^2-\frac{675}{128}m^4e^2\right)$
$\cos 2Ev+cv$	$e\left(\frac{45}{8}m^5+\frac{915}{32}m^6+\frac{285}{16}m^6-\frac{135}{128}m^4\gamma^2-\frac{675}{128}m^4e^2\right)$
$\cos 2Ev$	$\left(\frac{675}{64}m^4e^2+\frac{18725}{256}m^5e^2+\frac{11565}{256}m^5e^2\right)$
$\cos 2Ev-2cv$	$e^2\left(\frac{13725}{256}m^5+\frac{11565}{256}m^5+\frac{235155}{1024}m^6+\frac{587895}{4096}m^6+\frac{878775}{4096}m^6\right)$

+

Produit

$$\begin{array}{lll}
\cos 2Ev & & \left(-\frac{405}{64}\,m^5e^2\right) \\
\cos 2Ev+c'mv+cv & e\varepsilon' & \left(-\frac{45}{16}\,m^5\right) \\
\cos 2Ev+c'mv-cv & e\varepsilon' & \left(-\frac{45}{16}\,m^5\right) \\
\cos 2Ev-c'mv+cv & e\varepsilon' & \left(\frac{315}{16}\,m^5\right) \\
\cos 2Ev-c'mv-cv & e\varepsilon' & \left(\frac{315}{16}\,m^5\right) \\
\cos 2Ev-cv & e & \left(\frac{2025}{128}\,m^4e^2\right) \\
\cos 2Ev+c'mv & \varepsilon' & \left(-\frac{675}{64}\,m^4e^2\right) \\
\cos 2Ev-c'mv & \varepsilon' & \left(\frac{1575}{64}\,m^4e^2\right) \\
\cos Ev-cv & eb^2 & \left(-\frac{675}{128}\,m^4\right)
\end{array}$$

Multiplicateur... $2\cos c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{219}{32}m^4+\frac{3}{16}m^2\gamma^2+\frac{75}{16}m^2e^2\right)$

Produit

$$\begin{array}{lll}
\cos 2Ev+c'mv & \varepsilon' & \left(\frac{219}{16}m^6+\frac{75}{8}m^4e^2\right) \\
\cos 2Ev-c'mv & \varepsilon' & \left(\frac{219}{16}m^6+\frac{75}{8}m^4e^2\right) \\
\cos 2Ev+c'mv-cv & e\varepsilon' & \left(\frac{3285}{128}m^5\right) \\
\cos 2Ev-c'mv-cv & e\varepsilon' & \left(\frac{3285}{128}m^5\right)
\end{array}$$

Multiplicateur.... $2\cos 2cv \quad e^2\left(-\frac{225}{128}m^3-\frac{5415}{512}m^4\right)$

Produit

$$\begin{array}{lll}
\cos 2Ev-2cv & e^2 & \left(-\frac{225}{64}m^5-\frac{5415}{256}m^6-\frac{1425}{128}m^6\right) \\
\cos 2Ev+cv & e & \left(-\frac{3375}{512}m^4c^2\right)
\end{array}$$

Multiplicateur		Produit	
$2\cos 2gv \quad \gamma^2\left(-\frac{9}{128}m^3\right)$	……	$\cos 2Ev - 2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{9}{64}m^5\right)$
$2\cos cv - c'mv \quad e\varepsilon'\left(\frac{225}{32}m^3\right)$	……	$\cos 2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{225}{16}m^5\right)$
		$\cos 2Ev - c'mv + cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{225}{16}m^5\right)$
		$\cos 2Ev - c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{3375}{128}m^4e^2\right)$
$2\cos cv + c'mv \quad e\varepsilon'\left(\frac{165}{32}m^3\right)$	……	$\cos 2Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{165}{16}m^5\right)$
		$\cos 2Ev + c'mv + cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{165}{16}m^5\right)$
		$\cos 2Ev + c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{2475}{128}m^4e^2\right)$

Multiplicateur…. $2\cos 2Ev \left\{\begin{array}{l} -\frac{3}{8}m^2-\frac{3}{8}m^3-\frac{3}{8}m^4-\frac{3}{4}m^2e^2 \\ +\frac{15}{16}m^2\varepsilon'^2-\frac{3}{8}m^5-\frac{3}{4}m^3e^2 \end{array}\right\}$

Produit

$$\left\{\begin{array}{lll}
\cos 2Ev & & \left\{\begin{array}{l} \frac{9}{8}m^6+\frac{2025}{512}m^4e^2+\frac{57}{8}m^7-\frac{27}{64}m^5\gamma^2 \\ +\frac{32585}{1024}m^5e^2+\frac{9}{8}m^7+\frac{2025}{512}m^5e^2 \end{array}\right\} \\
\cos 2Ev - cv & e & \left(\frac{135}{64}m^5+\frac{3699}{256}m^6-\frac{405}{1024}m^4\gamma^2+\frac{2121}{512}m^4e^2+\frac{135}{64}m^6\right) \\
\cos 2Ev + cv & e & \left(\frac{135}{64}m^5+\frac{3699}{256}m^6-\frac{405}{1024}m^4\gamma^2+\frac{2121}{512}m^4e^2+\frac{135}{64}m^6\right) \\
\cos 2Ev + c'mv & \varepsilon' & \left(-\frac{1539}{64}m^6-\frac{423}{64}m^4e^2+\frac{9}{8}m^5+\frac{9}{8}m^6+\frac{9}{4}m^4e^2\right) \\
\cos 2Ev - c'mv & \varepsilon' & \left(-\frac{1539}{64}m^6-\frac{423}{64}m^4e^2+\frac{9}{8}m^5+\frac{9}{8}m^6+\frac{9}{4}m^4e^2\right) \\
\cos 2Ev - 2cv & e^2 & \left(-\frac{1035}{512}m^5-\frac{23168}{2048}m^6-\frac{3}{8}m^5-\frac{1035}{512}m^6-\frac{3}{8}m^6\right) \\
\cos 2Ev + 2cv & e^2 & \left(-\frac{3}{8}m^4\right)
\end{array}\right.$$

$+$

$$
\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll}
\cos 2Ev-2gv & \gamma^2 & \left(\frac{9}{32}m^5-\frac{3}{8}m^5\right)\\
\cos 2Ev-c'mv-cv & e\varepsilon' & \left(\frac{2367}{256}m^4+\frac{56259}{1024}m^5+\frac{27}{32}m^4+\frac{2367}{256}m^5+\frac{27}{32}m^5\right)\\
\cos 2Ev+c'mv+cv & e\varepsilon' & \left(\frac{2367}{256}m^4+\frac{56259}{1024}m^5+\frac{27}{32}m^4+\frac{2367}{256}m^5+\frac{27}{32}m^5\right)\\
\cos 2Ev+c'mv-cv & e\varepsilon' & \left(-\frac{3483}{256}m^4-\frac{101259}{1024}m^5-\frac{27}{32}m^4-\frac{3483}{256}m^5-\frac{27}{32}m^5\right)\\
\cos 2Ev-c'mv+cv & e\varepsilon' & \left(-\frac{3483}{256}m^4-\frac{101259}{1024}m^5-\frac{27}{32}m^4-\frac{3483}{256}m^5-\frac{27}{32}m^5\right)\\
\cos 4Ev-cv & e & \left\{\begin{array}{l}-\frac{39193}{2048}m^5+\frac{9}{8}m^3\gamma^2+\frac{225}{64}m^3\varepsilon'^2-\frac{771}{128}m^5\\ -\frac{45}{32}m^5-\frac{45}{16}m^3e^2+\frac{225}{64}m^3\varepsilon'^2\end{array}\right\}\\
\cos cv & e & \left(-\frac{39193}{2048}m^5-\frac{771}{128}m^5-\frac{45}{32}m^5\right)\\
\cos cv & e & \left(\frac{99}{64}m^5+\frac{27}{32}m^5\right)\\
\cos c'mv & \varepsilon' & \left\{\begin{array}{l}-\frac{7}{192}m^6-\frac{219}{128}m^4e^2-\frac{93}{256}m^4\gamma^2-\frac{907}{576}m^7+\frac{957017}{4096}m^5e^2\\ +\frac{19}{32}m^6-\frac{45}{64}m^4e^2-\frac{9}{64}m^4\gamma^2-\frac{7}{192}m^7-\frac{219}{128}m^5e^2+\frac{3}{8}m^6\\ +\frac{19}{32}m^7-\frac{45}{64}m^5e^2+\frac{3}{8}m^7+\frac{3}{4}m^4e^2+\frac{3}{4}m^5e^2+\frac{19}{16}m^5e^2\end{array}\right\}\\
\cos c'mv & \varepsilon' & \left\{\begin{array}{l}-\frac{3117}{64}m^6+\frac{963}{128}m^4e^2+\frac{393}{256}m^4\gamma^2-\frac{9951}{64}m^7+\frac{221547}{4096}m^5e^2\\ -\frac{399}{32}m^6+\frac{105}{64}m^4e^2+\frac{21}{64}m^4\gamma^2-\frac{3117}{64}m^7+\frac{963}{128}m^5e^2-\frac{21}{8}m^6\\ -\frac{399}{32}m^7+\frac{105}{64}m^5e^2-\frac{21}{8}m^7-\frac{21}{4}m^4e^2-\frac{21}{4}m^5e^2-\frac{399}{16}m^5e^2\end{array}\right\}\\
\cos 2c'mv & \varepsilon'^2 & \left(-\frac{323}{8}m^5-\frac{51}{8}m^5\right)\\
\cos 4Ev-2cv & e^2 & \left(-\frac{993}{256}m^4-\frac{62219}{4096}m^5-\frac{135}{64}m^4-\frac{993}{256}m^5-\frac{135}{64}m^5\right)\\
\cos 2cv & e^2 & \left(-\frac{993}{256}m^4-\frac{62219}{4096}m^5-\frac{135}{64}m^4-\frac{993}{256}m^5-\frac{135}{64}m^5\right)\\
\cos 4Ev-2gv & \gamma^2 & \left(\frac{183}{256}m^4-\frac{9}{64}m^4\right)
\end{array}\right.
$$

$+$

Produit

$\cos 2gv$	γ^2	$\left(\frac{183}{256}m^4-\frac{9}{64}m^4\right)$
$\cos 2cv$	e^2	$\left(-\frac{45}{64}m^4-\frac{75}{128}m^5-\frac{45}{64}m^5\right)$
$\cos 2gv$	γ^2	$\left(-\frac{3}{16}m^4\right)$
$\cos 4Ev+c'mv-cv$	$e\epsilon'$	$\left(-\frac{39}{256}m^4+\frac{45}{32}m^4\right)$
$\cos cv-c'mv$	$e\epsilon'$	$\left(-\frac{39}{256}m^4-\frac{55915}{1024}m^5+\frac{45}{32}m^4-\frac{39}{256}m^5+\frac{45}{32}m^5\right)$
$\cos cv+c'mv$	$e\epsilon'$	$\left(-\frac{27}{64}m^4-\frac{279}{128}m^5-\frac{27}{64}m^5\right)$
$\cos 4Ev-c'mv-cv$	$e\epsilon'$	$\left(-\frac{4737}{256}m^4-\frac{105}{32}m^4\right)$
$\cos cv+c'mv$	$e\epsilon'$	$\left(-\frac{4737}{256}m^4-\frac{67497}{1024}m^5-\frac{105}{32}m^4-\frac{4737}{256}m^5-\frac{105}{32}m^5\right)$
$\cos cv-c'mv$	$e\epsilon'$	$\left(\frac{189}{64}m^4+\frac{1269}{128}m^5+\frac{189}{64}m^5\right)$
$\cos Ev$	b^2	$\left(\frac{243}{64}m^4+\frac{9153}{512}m^5+\frac{45}{64}m^4+\frac{243}{64}m^5+\frac{45}{64}m^5\right)$
$\cos 3Ev$	b^2	$\left(\frac{243}{64}m^4+\frac{9153}{512}m^5+\frac{45}{64}m^4+\frac{243}{64}m^5+\frac{45}{64}m^5\right)$
$\cos 3Ev-cv$	eb^2	$\left(\frac{135}{128}m^3\right)$
$\cos Ev+cv$	eb^2	$\left(\frac{135}{128}m^3\right)$
$\cos Ev-cv$	eb^2	$\left(-\frac{135}{128}m^3-\frac{45}{128}m^4\right)$
$\cos Ev$	b^2	$\left(-\frac{75}{256}m^4-\frac{2325}{1024}m^5-\frac{75}{256}m^5\right)$
$\cos Ev-cv$	eb^2	$\left(\frac{45}{1024}m^4\right)$
$\cos 2Ev$		$\left(\frac{15}{16}m^6+\frac{3333}{640}m^7-\frac{315}{64}m^5e^2-\frac{9}{32}m^5\gamma^2+\frac{15}{16}m^7\right)$
$\cos 2Ev-cv$	e	$\left(\frac{765}{256}m^5+\frac{19545}{1024}m^6-\frac{405}{1024}m^4\gamma^2-\frac{2025}{1024}m^4e^2+\frac{765}{256}m^6\right)$
$\cos 2Ev+cv$	e	$\left(-\frac{1101}{512}m^6\right)$

$+$

$$
\text{Produit}\begin{cases}
\cos 2Ev+c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{15}{16}\,m^6\right)\\
\cos 2Ev-c'mv & \varepsilon'\left(\frac{105}{16}\,m^6\right)\\
\cos 2Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'\left(-\frac{2295}{512}\,m^5\right).\\
\cos 2Ev-c'mv-cv & e\varepsilon'\left(\frac{8925}{512}\,m^5\right)\\
\cos 2Ev-2cv & e^2\left(\frac{34515}{2048}m^5+\frac{2374695}{32768}m^6+\frac{2025}{1024}m^5+\frac{34515}{2048}m^6+\frac{2025}{1024}m^4\right)\\
\cos 2Ev-2gv & \gamma^2\left(\frac{603}{2048}m^5+\frac{27}{1024}m^5\right)
\end{cases}
$$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev-cv \quad e\left(\frac{3}{2}m^2+\frac{9}{2}m^3+\frac{63}{8}m^4\right)$

$$
\text{Produit}\begin{cases}
\cos 2Ev-cv & e\left(-\frac{9}{2}m^4-\frac{2025}{128}m^4e^2\right)\\
\cos 2Ev-2cv & e^2\left(-\frac{135}{16}m^5-\frac{3699}{64}m^6-\frac{405}{16}m^4\right)\\
\cos 2Ev & \left(-\frac{135}{16}m^5e^2\right)\\
\cos 2Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'\left(-\frac{9}{2}m^4-\frac{27}{2}m^5\right)\\
\cos 2Ev-c'mv-cv & e\varepsilon'\left(-\frac{9}{2}m^4-\frac{27}{2}m^5\right)\\
\cos 2Ev+cv & e\left(\frac{3}{2}m^4e^2\right)\\
\cos 2Ev+c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{27}{8}m^3e^2-\frac{81}{8}m^4e^2-\frac{2367}{64}m^4e^2\right)\\
\cos 2Ev-c'mv & \varepsilon'\left(\frac{27}{32}m^3e^2+\frac{81}{8}m^4e^2+\frac{3483}{64}m^4e^2\right)\\
\cos 4Ev-cv & e\left(\frac{19}{2}m^5-\frac{9}{16}m^3\gamma^2-\frac{45}{16}m^3e^2+9.m^5\right)\\
\cos cv & e\left(\frac{19}{2}m^5+9.m^5\right)\\
\cos 4Ev-2cv & e^2\left(\frac{771}{32}m^4+\frac{39193}{512}m^5+\frac{135}{8}m^4+\frac{2313}{32}m^5+\frac{945}{32}m^6\right)
\end{cases}
$$

$+$

Produit	$\cos 2cv$	$e^2\left(-\frac{27}{8}m^4-\frac{99}{16}m^5-\frac{81}{8}m^5\right)$
	$\cos 4Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{3}{2}m^4\right)$
	$\cos cv+c'mv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{3}{2}m^4-\frac{19}{8}m^5-\frac{9}{2}m^5\right)$
	$\cos 4Ev-c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{21}{2}m^4\right)$
	$\cos cv-c'mv$	$e\varepsilon'\left(\frac{21}{2}m^4+\frac{399}{8}m^5+\frac{63}{2}m^3\right)$
	$\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{39}{64}m^4e^2+\frac{55915}{256}m^5e^2-\frac{135}{8}m^4e^2+\frac{117}{64}m^5e^2-\frac{945}{32}m^5e^2\right)$
	$\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{4787}{64}m^4e^2+\frac{67497}{256}m^5e^2+\frac{315}{8}m^4e^2+\frac{14211}{64}m^5e^2+\frac{2205}{32}m^5e^2\right)$
	$\cos Ev-cv$	$eb^2\left(-\frac{243}{16}m^4-\frac{135}{16}m^4\right)$
	$\cos 3Ev-cv$	$eb^2\left(-\frac{45}{16}m^3\right)$
	$\cos 2Ev+cv$	$e\left(-\frac{15}{4}m^6\right)$
	$\cos 2Ev$	$\left(-\frac{765}{64}m^5e^2\right)$
	$\cos 2Ev-cv$	$e\left(-\frac{2025}{256}m^4e^2\right)$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev+cv \quad e\left(\frac{1}{2}m^2-\frac{1}{6}m^3+\frac{1}{72}m^4\right)$

Produit	$\cos 2Ev+cv$	$e\left(-\frac{3}{2}m^6-\frac{675}{128}m^4e^2\right)$
	$\cos 2Ev$	$\left(-\frac{45}{16}m^5e^2\right)$
	$\cos 2Ev+c'mv+cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{3}{2}m^4+\frac{1}{2}m^5\right)$
	$\cos 2Ev-c'mv+cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{3}{2}m^4+\frac{1}{2}m^5\right)$
	$\cos 2Ev-cv$	$e\left(\frac{1}{2}m^4e^2\right)$

+

Produit

$$\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{9}{8}m^3e^2 - \frac{789}{64}m^4e^2 + \frac{3}{8}m^4e^2\right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{9}{8}m^3e^2 + \frac{1161}{64}m^4e^2 - \frac{3}{8}m^4e^2\right)$$

$$\cos cv \quad e\left(-\frac{1}{3}m^3 + \frac{19}{6}m^5\right)$$

$$\cos 2cv \quad e^2\left(-\frac{5}{8}m^4 + \frac{5}{96}m^5 + \frac{257}{32}m^4 - \frac{257}{96}m^5 + \frac{39193}{1536}m^5\right)$$

$$\cos cv - c'mv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{1}{2}m^4 - \frac{19}{24}m^5 + \frac{1}{6}m^5\right)$$

$$\cos cv + c'mv \quad e\varepsilon'\left(\frac{7}{2}m^4 + \frac{133}{8}m^5 - \frac{7}{6}m^5\right)$$

$$\cos 4Ev - cv \quad e\left(\frac{45}{16}m^3e^2\right)$$

$$\cos c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{9}{16}m^4e^2 - \frac{3}{16}m^5e^2 + \frac{93}{32}m^5e^2\right)$$

$$\cos c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{63}{16}m^4e^2 + \frac{21}{16}m^5e^2 - \frac{423}{32}m^5e^2\right)$$

$$\cos Ev + cv \quad eb^2\left(-\frac{15}{16}m^3\right)$$

$$\cos Ev - cv \quad eb^2\left(\frac{25}{64}m^4\right)$$

$$\cos 2Ev - cv \quad e\left(-\frac{5}{4}m^6\right)$$

$$\cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left(-\frac{225}{64}m^5 - \frac{6515}{256}m^6 + \frac{85}{64}m^6\right)$$

Multiplicateur . . . . . $2\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left\{\begin{matrix} -\frac{21}{16}m^2 - \frac{63}{32}m^3 - \frac{333}{64}m^4 \\ -\frac{21}{8}m^2e^2 - \frac{999}{128}m^5 - \frac{63}{16}m^3e^2 \end{matrix}\right\}.$

Produit

$$\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{63}{16}m^6 + \frac{14175}{1024}m^4e^2\right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{945}{128}m^5\right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv + cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{945}{128}m^5\right)$$

+

Produit

$$\cos 2Ev \qquad \left(\frac{63}{16} m^4 \varepsilon'^2 + \frac{189}{32} m^5 \varepsilon'^2 \right)$$

$$\cos (2Ev + cv) \qquad e\left(\frac{189}{64} m^3 \varepsilon'^2 + \frac{567}{128} m^4 \varepsilon'^2 + \frac{16569}{512} m^4 \varepsilon'^2 \right)$$

$$\cos (2Ev - cv) \qquad e\left(-\frac{189}{64} m^3 \varepsilon'^2 - \frac{567}{128} m^4 \varepsilon'^2 - \frac{24381}{512} m^4 \varepsilon'^2 \right)$$

$$\cos c'mv \qquad \varepsilon' \left\{ \begin{aligned} & -\frac{333}{32} m^6 - \frac{21}{4} m^4 e^2 - \frac{999}{64} m^7 - \frac{63}{8} m^5 e^2 - \frac{399}{32} m^6 - \frac{2109}{64} m^7 \\ & -\frac{133}{8} m^5 e^2 + \frac{189}{256} m^4 \gamma^2 + \frac{945}{256} m^4 e^2 + \frac{4995}{512} m^5 e^2 - \frac{56}{3} m^6 - \frac{84}{8} m^7 \\ & + \frac{8297}{512} m^4 e^2 + \frac{9891}{1024} m^5 e^2 + \frac{735}{512} m^4 \gamma^2 - \frac{10325}{288} m^7 + \frac{111508}{8192} m^5 e^2 \end{aligned} \right\}$$

$$\cos (4Ev - c'mv - cv) \qquad e\varepsilon' \left(-\frac{945}{128} m^4 - \frac{5397}{256} m^4 \right)$$

$$\cos (cv - c'mv) \qquad e\varepsilon' \left(-\frac{945}{128} m^4 - \frac{4995}{256} m^5 - \frac{5397}{256} m^4 - \frac{16191}{512} m^5 - \frac{274351}{4096} m^5 \right)$$

$$\cos (cv + c'mv) \qquad e\varepsilon' \left(\frac{189}{64} m^4 + \frac{567}{128} m^5 + \frac{693}{128} m^5 \right)$$

$$\cos 2c'mv \qquad \varepsilon'^2 \left(\frac{63}{32} m^5 + \frac{133}{64} m^5 \right)$$

$$\cos (2Ev + c'mv) \qquad \varepsilon' \left(\frac{105}{32} m^6 \right)$$

$$\cos (2Ev + c'mv - cv) \qquad e\varepsilon' \left(\frac{5355}{512} m^5 \right)$$

$$\cos (4Ev - cv) \qquad e \left(\frac{315}{64} m^3 \varepsilon'^2 \right)$$

Multiplicateur . . . . $2 \cos (2Ev + c'mv) \quad \varepsilon' \left\{ \begin{aligned} & \frac{3}{16} m^2 + \frac{3}{32} m^3 + \frac{3}{64} m^4 \\ & + \frac{3}{8} m^2 e^2 + \frac{3}{128} m^5 + \frac{3}{16} m^3 e^2 \end{aligned} \right\}$

Produit

$$\cos (2Ev + c'mv) \qquad \varepsilon' \left(-\frac{9}{16} m^6 - \frac{2025}{1024} m^4 e^2 \right)$$

$$\cos (2Ev + c'mv - cv) \qquad e\varepsilon' \left(-\frac{135}{128} m^5 \right)$$

$$\cos (2Ev + c'mv + cv) \qquad e\varepsilon' \left(-\frac{135}{128} m^5 \right)$$

+

Produit

$\cos 2Ev \quad \left(-\frac{9}{16}m^4\varepsilon'^2 - \frac{9}{32}m^5\varepsilon'^2\right)$

$\cos 2Ev - cv \quad e\left(-\frac{27}{64}m^3\varepsilon'^2 - \frac{27}{128}m^4\varepsilon'^2 - \frac{2367}{512}m^4\varepsilon'^2\right)$

$\cos 2Ev + cv \quad e\left(\frac{27}{64}m^3\varepsilon'^2 + \frac{27}{128}m^4\varepsilon'^2 + \frac{3483}{512}m^4\varepsilon'^2\right)$

$$\cos c'mv \quad \varepsilon'\left\{\begin{array}{l} \frac{3}{32}m^6 + \frac{3}{4}m^4e^2 + \frac{3}{64}m^7 + \frac{3}{8}m^5e^2 + \frac{19}{32}m^6 + \frac{19}{64}m^7 \\ + \frac{19}{8}m^5e^2 - \frac{9}{256}m^4\gamma^2 - \frac{45}{256}m^4e^2 - \frac{45}{512}m^5e^2 + \frac{3}{8}m^6 + \frac{4}{3}m^7 \\ - \frac{471}{512}m^4e^2 - \frac{471}{1024}m^5e^2 - \frac{105}{512}m^4\gamma^2 + \frac{1475}{288}m^7 - \frac{15929}{8192}m^5e^2 \end{array}\right\}$$

$\cos 4Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{45}{128}m^4 + \frac{771}{256}m^4\right)$

$\cos cv + c'mv \quad e\varepsilon'\left(\frac{45}{128}m^4 + \frac{45}{256}m^5 + \frac{771}{256}m^4 + \frac{771}{512}m^5 + \frac{39193}{4096}m^5\right)$

$\cos cv - c'mv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{27}{64}m^4 - \frac{27}{128}m^5 - \frac{99}{128}m^5\right)$

$\cos 2c'mv \quad \varepsilon'^2\left(\frac{21}{32}m^5 + \frac{399}{64}m^5\right)$

$\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{15}{32}m^6\right)$

$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{765}{512}m^5\right)$

$\cos 4Ev - cv \quad e\left(\frac{105}{64}m^3\varepsilon'^2\right)$

Multiplicateur	Produit
$2\cos 2Ev - 2c'mv \quad \varepsilon'^2\left(-\frac{51}{16}m^2 - \frac{51}{8}m^3\right)\ldots$	$\cos 2c'mv \quad \varepsilon'^2\left(-\frac{51}{4}m^5 - \frac{323}{16}m^5\right)$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev + 2cv \quad e^2\left(-\frac{15}{32}m^2 + \frac{21}{32}m^3\right)$

Produit

$\cos 2cv \quad e^2\left(-\frac{15}{16}m^4 + \frac{21}{16}m^5 - \frac{95}{32}m^5\right)$

$\cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left(\frac{75}{64}m^4\right)$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left(\frac{15}{16}m + \frac{159}{64}m^2 + \frac{5667}{1024}m^3\right)$

Produit

$$\begin{cases} \cos 2Ev - 2cv & e^2\left(-\frac{45}{16}m^5 - \frac{477}{64}m^6 - \frac{285}{16}m^6\right) \\ \cos 2Ev - cv & e\left(-\frac{675}{128}m^4e^2\right) \\ \cos 2Ev & \left(\frac{15}{16}m^3e^4 - \frac{75}{128}me^4\gamma^2\right) \\ \cos 4Ev - 2cv & e^2\left(\frac{159}{32}m^4 + \frac{5667}{512}m^5 + \frac{95}{16}m^4 + \frac{1007}{64}m^5 + \frac{40}{3}m^5\right) \\ \cos 2cv & e^2\left(\frac{159}{32}m^4 + \frac{5667}{512}m^5 + \frac{95}{16}m^4 + \frac{1007}{64}m^5 + \frac{40}{3}m^5\right) \\ \cos 4Ev - cv & e\left(-\frac{135}{64}m^3e^2\right) \\ \cos 2Ev + cv & e\left(-\frac{3825}{512}m^4e^2\right) \\ \cos 2Ev & \left(-\frac{10125}{2018}m^3e^4\right) \end{cases}$$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev - 2gv \quad \gamma^2\left(\frac{3}{16}m - \frac{3}{64}m^2\right)$

Produit

$$\begin{cases} \cos 2Ev - cv & e\left(-\frac{21}{64}m\gamma^4\right) \\ \cos 2Ev - 2gv & \gamma^2\left(-\frac{9}{16}m^5\right) \\ \cos 2Ev & \left(\frac{3}{16}m^3\gamma^4 + \frac{21}{128}me^2\gamma^4\right) \\ \cos 4Ev - 2gv & \gamma^2\left(-\frac{3}{32}m^4 + \frac{19}{16}m^4\right) \\ \cos 2gv & \gamma^2\left(-\frac{3}{32}m^4 + \frac{19}{16}m^4\right) \\ \cos 2Ev & \left(-\frac{27}{2018}m^3\gamma^4\right) \end{cases}$$

Multiplicateur — Produit

$2\cos 2Ev + 2gv \quad \gamma^2\left(-\frac{3}{32}m^2\right)$ . . . . $\Big\{ \cos 2gv \quad \gamma^2\left(-\frac{3}{16}m^4\right)$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev+c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{3}{4}m^2+\frac{9}{16}m^3+\frac{3813}{128}m^4\right)$

$$\text{Produit}\begin{cases} \cos 2Ev-cv & e\left(\frac{9}{4}m^4\varepsilon'^2\right) \\ \cos 2Ev & \left(-\frac{27}{16}m^3e^2\varepsilon'^2\right) \\ \cos 4Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'\left(-\frac{3}{2}m^4\right) \\ \cos cv-c'mv & e\varepsilon'\left(-\frac{3}{2}m^4+\frac{9}{8}m^5-\frac{19}{4}m^5\right) \\ \cos c'mv & \varepsilon'\left(\frac{135}{64}m^4e^2+\frac{57645}{512}m^5e^2-\frac{771}{64}m^4e^2+\frac{2313}{256}m^5e^2-\frac{39193}{1024}m^5e^2\right) \end{cases}$$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev-c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{21}{4}m^2+\frac{351}{16}m^3+\frac{6489}{128}m^4\right)$

$$\text{Produit}\begin{cases} \cos 2Ev-cv & e\left(-\frac{63}{4}m^4\varepsilon'^2\right) \\ \cos 2Ev & \left(-\frac{189}{16}m^3e^2\varepsilon'^2\right) \\ \cos 4Ev-c'mv-cv & e\varepsilon'\left(\frac{21}{2}m^4\right) \\ \cos cv+c'mv & e\varepsilon'\left(\frac{21}{2}m^4+\frac{351}{8}m^5+\frac{133}{4}m^5\right) \\ \cos c'mv & \varepsilon'\left(\frac{5265}{64}m^4e^2+\frac{97335}{512}m^5e^2+\frac{5397}{64}m^4e^2+\frac{90207}{256}m^5e^2+\frac{274351}{1024}m^5e^2\right) \end{cases}$$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev+c'mv+cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{1}{4}m^2-\frac{25}{48}m^3\right)$

$$\text{Produit}\begin{cases} \cos 2Ev & \left(\frac{9}{16}m^3e^2\varepsilon'^2\right) \\ \cos cv+c'mv & e\varepsilon'\left(-\frac{1}{2}m^4-\frac{25}{24}m^5-\frac{19}{12}m^5\right) \\ \cos 2Ev+cv & e\left(\frac{3}{4}m^4\varepsilon'^2\right) \\ \cos c'mv & \varepsilon'\left(\frac{9}{16}m^4e^2+\frac{75}{64}m^5e^2+\frac{33}{32}m^5e^2\right) \end{cases}$$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev - c'mv + cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{7}{4}m^2 - \frac{5}{16}m^3\right)$

$$\text{Produit}\begin{cases} \cos 2Ev & \left(\frac{63}{16}m^3e^2\varepsilon'^2\right) \\ \cos cv - c'mv & e\varepsilon'\left(\frac{7}{2}m^4 - \frac{5}{8}m^5 + \frac{133}{12}m^5\right) \\ \cos c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{63}{16}m^4e^2 + \frac{45}{64}m^5e^2 - \frac{231}{32}m^5e^2\right) \\ \cos 2Ev + cv & e\left(-\frac{21}{4}m^4\varepsilon'^2\right) \end{cases}$$

Multiplicateur	Produit
$2\cos Ev \quad b^2\left(-\frac{3}{16}m^2 - \frac{51}{32}m^3\right)\ldots$	$\begin{cases} \cos 3Ev & b^2\left(-\frac{3}{8}m^4 - \frac{51}{16}m^5 - \frac{19}{16}m^5\right) \\ \cos 3Ev - cv & eb^2\left(-\frac{45}{64}m^3\right) \\ \cos Ev & b^2\left(-\frac{3}{8}m^4 - \frac{51}{16}m^5 - \frac{19}{16}m^3\right) \\ \cos Ev - cv & eb^2\left(-\frac{765}{128}m^4 - \frac{771}{256}m^4\right) \\ \cos 2Ev & \left(\frac{45}{128}m^3b^4\right) \end{cases}$
$2\cos Ev - cv \quad eb^2\left(-\frac{15}{32}m\right)\ldots\ldots$	$\begin{cases} \cos 3Ev - cv & eb^2\left(-\frac{15}{16}m^3\right) \\ \cos Ev + cv & eb^2\left(-\frac{15}{16}m^3\right) \end{cases}$
$2\cos Ev + cv \quad eb^2\left(\frac{15}{64}m^2\right)\ldots\ldots$	$\cos Ev - cv \quad eb^2\left(\frac{15}{32}m^4\right)$
$2\cos 3Ev \quad b^2\left(-\frac{5}{16}m^2 - \frac{25}{32}m^3\right)\ldots$	$\begin{cases} \cos Ev & b^2\left(-\frac{5}{8}m^4 - \frac{25}{16}m^5 - \frac{95}{48}m^5\right) \\ \cos Ev + cv & eb^2\left(-\frac{75}{64}m^3\right) \\ \cos Ev - cv & eb^2\left(\frac{45}{64}m^4\right) \\ \cos 2Ev & \left(\frac{75}{128}m^3b^4\right) \end{cases}$
$2\cos 3Ev - cv \quad eb^2\left(\frac{75}{64}m^2\right)\ldots$	$\cos Ev - cv \quad eb^2\left(\frac{75}{32}m^4\right)$

Multiplicateur . . . . $2\cos 4Ev \quad \left(\frac{75}{128}m^4+\frac{221}{128}m^5-\frac{9}{128}m^3\gamma^2-\frac{225}{128}m^3e^2\right)$

Produit

$$\cos 2Ev \quad \left\{\begin{array}{l}\frac{75}{64}m^6+\frac{221}{64}m^7-\frac{9}{64}m^5\gamma^2-\frac{225}{64}m^5e^2\\ +\frac{475}{128}m^7-\frac{225}{1024}m^5\gamma^2-\frac{1125}{1024}m^5e^2\end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev+cv \quad e\left(\frac{1125}{512}m^5+\frac{8315}{512}m^6-\frac{135}{512}m^4\gamma^2-\frac{8875}{512}m^4e^2+\frac{19275}{2048}m^6\right)$$

$$\cos 2Ev-cv \quad e\left(-\frac{675}{512}m^6\right)$$

$$\cos 3Ev \quad b^2\left(-\frac{1125}{1024}m^5\right)$$

$$\cos 2Ev-c'mv \quad \epsilon'\left(-\frac{75}{128}m^6\right)$$

$$\cos 2Ev+c'mv \quad \epsilon'\left(\frac{525}{128}m^6\right)$$

$$\cos 2Ev-2cv \quad e^2\left(\frac{1125}{1024}m^6\right)$$

$$\cos 2Ev-c'mv+cv \quad e\epsilon'\left(-\frac{1125}{512}m^5\right)$$

$$\cos 2Ev+c'mv+cv \quad e\epsilon'\left(\frac{2625}{512}m^5\right)$$

Multiplicateur . . . . $2\cos 4Ev-cv \quad e\left(\frac{15}{16}m^3+\frac{105}{64}m^4\right)$

Produit

$$\cos 2Ev-cv \quad e\left(\frac{15}{8}m^5+\frac{105}{32}m^6+\frac{95}{16}m^6-\frac{45}{128}m^4\gamma^2-\frac{225}{128}m^4e^2\right)$$

$$\cos 2Ev \quad \left(\frac{225}{64}m^4e^2+\frac{1575}{256}m^5e^2+\frac{3855}{256}m^5e^2\right)$$

$$\cos 2Ev-2cv \quad e^2\left(-\frac{135}{64}m^5-\frac{945}{256}m^6-\frac{495}{128}m^6\right)$$

$$\cos 2Ev-c'mv-cv \quad e\epsilon'\left(-\frac{15}{16}m^3\right)$$

$$\cos 2Ev+c'mv-cv \quad e\epsilon'\left(\frac{105}{16}m^5\right)$$

$$\cos 2Ev+cv \quad e\left(\frac{675}{128}m^4e^2\right)$$

$$\cos 2Ev-c'mv \quad \epsilon'\left(-\frac{225}{64}m^4e^2\right)$$

$$\cos 2Ev+c'mv \quad \epsilon'\left(\frac{525}{64}m^4e^2\right)$$

Multiplicateur		Produit	
$2\cos 4Ev+cv$	$e\left(-\frac{8}{2}\,m^4\right)\ldots\ldots$	$\cos 2Ev+cv$	$e\left(-\ 3.\ m^6\right)$
$2\cos 4Ev+c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{75}{128}m^4\right)\ldots\ldots$	$\cos 2Ev+c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{75}{64}\,m^6\right)$
		$\cos 2Ev+c'mv+cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{1125}{512}\,m^5\right)$
$2\cos 4Ev-c'mv$	$\varepsilon'\left(\ \frac{525}{128}m^4\right)\ldots\ldots$	$\cos 2Ev-c'mv$	$\varepsilon'\left(\ \frac{525}{61}\,m^6\right)$
		$\cos 2Ev-c'mv+cv$	$e\varepsilon'\left(\ \frac{7875}{512}\,m^5\right)$
$2\cos 4Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{45}{32}\,m^3\right)\ldots$	$\cos 2Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{45}{16}\,m^5\right)$
		$\cos 2Ev+c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{675}{128}m^4e^2\right)$
$2\cos 4Ev-c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left(\ \frac{175}{32}\,m^3\right)\ldots$	$\cos 2Ev-c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left(\ \frac{175}{16}\,m^5\right)$
		$\cos 2Ev-c'mv$	$\varepsilon'\left(\ \frac{2625}{128}m^4e^2\right)$
$2\cos 4Ev-2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{9}{128}m^3\right)\ldots\ldots$	$\cos 2Ev-2gv$	$\gamma^2\left(-\frac{9}{64}\,m^5\right)$

Multiplicateur . . . . $2\cos 4Ev-2cv \quad e^2\left(-\frac{225}{128}m^3-\frac{4725}{512}\,m^4\right)$

Produit
$$\cos 2Ev-2cv \quad e^2\left(-\frac{225}{64}\,m^5-\frac{4725}{256}m^6-\frac{1425}{128}\,m^6\right)$$
$$\cos 2Ev-cv \quad e\left(-\frac{3375}{512}m^4e^2\right)$$

La réunion de ces produits partiels donne

$$AB=$$

$$\cos cv \quad e\left\{-\frac{39198}{2048}-\frac{771}{128}+\frac{99}{64}+\frac{27}{32}+\frac{19}{2}+9-\frac{1}{3}+\frac{19}{6}-\frac{45}{32}=-\frac{17467}{6144}\right\}m^5$$

$$\cos 2c'mv \quad \varepsilon'^2\left\{-\frac{323}{8}-\frac{51}{8}+\frac{63}{32}+\frac{133}{64}+\frac{21}{32}+\frac{399}{61}-\frac{51}{4}-\frac{323}{16}=-\frac{275}{4}\right\}m^5$$

$$
\cos c'mv \quad \varepsilon' \left\{
\begin{array}{l}
-\left\{\begin{array}{l}
\frac{81}{64}+\frac{7}{192}-\frac{19}{32}-\frac{3}{8}+\frac{8117}{64}+\frac{899}{32}+\frac{21}{8} \\
+\frac{333}{32}+\frac{399}{32}+\frac{56}{3}-\frac{3}{32}-\frac{19}{32}-\frac{8}{3}=\frac{19645}{512}
\end{array}\right\} m^6 \\
+\left\{\begin{array}{l}
\frac{405}{64}-\frac{405}{64}-\frac{219}{128}-\frac{45}{64}+\frac{963}{128}+\frac{105}{64}+\frac{39}{64}-\frac{135}{8}+\frac{4737}{64} \\
+\frac{3}{4}+\frac{315}{8}+\frac{9}{16}-\frac{63}{16}-\frac{21}{4}+\frac{945}{256}+\frac{3297}{512}+\frac{3}{4}-\frac{45}{256}-\frac{21}{4} \\
-\frac{471}{512}+\frac{135}{64}-\frac{771}{64}+\frac{5265}{64}+\frac{5397}{64}+\frac{9}{16}-\frac{63}{16}=\frac{64977}{256}
\end{array}\right\} m^4 e^2 \\
+\left(-\frac{93}{256}-\frac{9}{64}+\frac{393}{256}+\frac{21}{64}+\frac{189}{256}+\frac{735}{512}-\frac{9}{256}-\frac{105}{512}=\frac{843}{256}\right) m^4 \gamma^2 \\
-\left\{\begin{array}{l}
\frac{81}{32}+\frac{907}{576}+\frac{7}{192}-\frac{19}{32}-\frac{3}{8}+\frac{9951}{64}+\frac{8117}{64}+\frac{899}{32}+\frac{21}{8} \\
+\frac{999}{64}+\frac{2109}{64}+28+\frac{10325}{288}-\frac{3}{64}-\frac{19}{64}-\frac{4}{3}-\frac{1475}{288}=\frac{23621}{72}
\end{array}\right\} m^7 \\
+\left\{\begin{array}{l}
-\frac{8235}{256}-\frac{35505}{512}+\frac{8235}{256}+\frac{52245}{512}-\frac{36983}{4096}-\frac{219}{128}-\frac{45}{64}+\frac{3}{4} \\
+\frac{221547}{4096}+\frac{963}{128}+\frac{105}{64}-\frac{21}{4}+\frac{55915}{256}+\frac{117}{64}-\frac{945}{32}+\frac{67497}{256} \\
+\frac{14211}{64}+\frac{2205}{32}-\frac{3}{16}+\frac{93}{32}+\frac{21}{16}-\frac{423}{32}-\frac{63}{8}-\frac{133}{8}+\frac{4995}{512} \\
+\frac{19}{16}+\frac{9891}{1024}+\frac{111503}{8192}+\frac{3}{8}+\frac{19}{8}-\frac{45}{512}-\frac{471}{1024}-\frac{15929}{8192} \\
+\frac{57615}{512}+\frac{2313}{256}-\frac{39193}{1024}-\frac{899}{16}+\frac{97335}{512}+\frac{90207}{256}+\frac{274351}{1024} \\
+\frac{75}{64}+\frac{33}{32}+\frac{45}{64}-\frac{231}{32}=\frac{6924759}{4096}
\end{array}\right\} m^5 e^2
\end{array}\right\}
$$

$$
\cos 2cv \quad e^2 \left\{
\begin{array}{l}
\left(-\frac{993}{256}-\frac{135}{64}-\frac{45}{64}-\frac{27}{8}-\frac{5}{8}+\frac{257}{32}+\frac{159}{32}+\frac{95}{16}-\frac{15}{16}=\frac{1871}{256}\right) m^4 \\
+\left\{\begin{array}{l}
-\frac{62219}{4096}-\frac{993}{256}-\frac{135}{64}-\frac{75}{128}-\frac{45}{64}-\frac{99}{16}-\frac{81}{8}+\frac{5}{96}-\frac{257}{96} \\
+\frac{39193}{1536}+\frac{5667}{512}+\frac{1007}{64}+\frac{40}{3}+\frac{21}{16}-\frac{95}{32}=\frac{92533}{4096}
\end{array}\right\} m^5
\end{array}\right\}
$$

$$
\cos 2gv \quad \gamma^2 \left\{ \frac{183}{256}-\frac{9}{64}-\frac{3}{16}-\frac{3}{32}+\frac{19}{16}-\frac{3}{16}=\frac{331}{256} \right\} m^4
$$

$$\cos (cv + c'mv) \quad ee' \left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} -\frac{27}{64}-\frac{4737}{256}-\frac{105}{32}-\frac{3}{2}+\frac{7}{2}+\frac{189}{64} \\ +\frac{45}{128}+\frac{771}{256}+\frac{21}{2}-\frac{1}{2}=-\frac{249}{64} \end{array} \right\} m^4 \\ + \left\{ \begin{array}{l} -\frac{243}{256}-\frac{135}{16}-\frac{279}{128}-\frac{27}{64}-\frac{67497}{1024}-\frac{4737}{256}-\frac{105}{32} \\ -\frac{19}{8}-\frac{9}{2}+\frac{133}{8}-\frac{7}{6}+\frac{567}{128}+\frac{693}{128}+\frac{45}{256}+\frac{771}{512} \\ +\frac{39193}{4096}+\frac{351}{8}+\frac{133}{4}-\frac{25}{24}-\frac{19}{12}=\frac{55189}{12288} \end{array} \right\} m^5 \end{array} \right\}$$

$$\cos (cv - c'mv) \quad ee' \left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} -\frac{39}{256}+\frac{45}{32}+\frac{189}{64}-\frac{1}{2}-\frac{945}{128}-\frac{5397}{256} \\ -\frac{27}{64}-\frac{3}{2}+\frac{7}{2}+\frac{21}{2}=-\frac{1623}{128} \end{array} \right\} m^4 \\ + \left\{ \begin{array}{l} \frac{243}{256}-\frac{135}{16}-\frac{55915}{1024}-\frac{39}{256}+\frac{45}{32}+\frac{1269}{128}+\frac{189}{64} \\ -\frac{19}{24}+\frac{1}{6}-\frac{4995}{256}-\frac{16191}{512}-\frac{274351}{4096}-\frac{27}{128}-\frac{99}{128} \\ +\frac{9}{8}-\frac{19}{4}-\frac{5}{8}+\frac{133}{12}+\frac{399}{8}+\frac{63}{2}=-\frac{976745}{12288} \end{array} \right\} m^5 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{27}{32}+\frac{9}{8}+\frac{15}{16}+\frac{75}{64}=\frac{261}{64}\right) m^4 + \left(\frac{675}{64}+\frac{2025}{512}+\frac{225}{64}=\frac{9225}{512}\right) m^4 e^2 \\ + \left(\frac{63}{16}-\frac{9}{16}=\frac{27}{8}\right) m^4 e'^2 + \left(\frac{189}{32}-\frac{9}{32}=\frac{45}{8}\right) m^5 e'^2 \\ + \left(\frac{27}{16}+\frac{171}{64}+\frac{57}{8}+\frac{9}{8}+\frac{8333}{610}+\frac{15}{16}+\frac{221}{64}+\frac{475}{128}=\frac{4147}{160}\right) m^5 \\ + \left\{ \begin{array}{l} -\frac{405}{512}+\frac{13725}{256}+\frac{11565}{256}-\frac{405}{64}+\frac{32535}{1024}-\frac{815}{64}+\frac{2025}{512} \\ -\frac{135}{16}-\frac{765}{64}-\frac{45}{16}-\frac{225}{64}-\frac{1125}{1024}+\frac{1575}{256}+\frac{3855}{256}=\frac{59325}{512} \end{array} \right\} m^5 e^2 \\ - \left(\frac{81}{512}+\frac{27}{64}+\frac{9}{32}+\frac{225}{1024}+\frac{9}{64}=\frac{1251}{1024}\right) m^5 \gamma^2 - \frac{75}{128} m e^4 \gamma^2 \\ - \left(\frac{10125}{2048}-\frac{15}{16}=\frac{8205}{2048}\right) m^3 e^4 + \left(\frac{45}{128}+\frac{75}{128}=\frac{15}{16}\right) m^3 b^4 + \frac{21}{128} m e^2 \gamma^4 \\ + \left(\frac{3}{16}-\frac{27}{2048}=\frac{357}{2048}\right) m^3 \gamma^4 - \left(\frac{27}{16}+\frac{189}{16}-\frac{9}{16}-\frac{63}{16}=9\right) m^3 e^2 e'^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - cv \quad e \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{405}{256}+\frac{45}{8}+\frac{135}{64}+\frac{765}{256}+\frac{15}{8}=\frac{1815}{128}\right)m^5-\left(\frac{189}{64}+\frac{27}{64}=\frac{27}{8}\right)m^3\varepsilon'^2 \\ -\frac{21}{64}m\gamma^4+\left\{\begin{array}{l}\frac{405}{128}+\frac{6939}{1024}+\frac{915}{32}+\frac{285}{16}+\frac{3699}{256}+\frac{135}{64}+\frac{19545}{1024} \\ +\frac{765}{256}-\frac{9}{2}-\frac{5}{4}-\frac{675}{512}+\frac{105}{32}+\frac{95}{16}=\frac{49731}{512}\end{array}\right\}m^6 \\ -\left(\frac{135}{128}+\frac{405}{1024}+\frac{405}{1024}+\frac{45}{128}=\frac{1125}{512}\right)m^4\gamma^2 \\ +\left\{\begin{array}{l}\frac{2025}{128}-\frac{675}{128}+\frac{2121}{512}-\frac{2025}{1024}-\frac{2025}{128}-\frac{2025}{256} \\ -\frac{675}{128}-\frac{225}{128}-\frac{3375}{512}+\frac{1}{2}=-\frac{24721}{1024}\end{array}\right\}m^4e^2 \\ -\left(\frac{567}{128}+\frac{24381}{512}+\frac{27}{128}+\frac{2367}{512}-\frac{9}{4}+\frac{63}{4}=\frac{9009}{128}\right)m^4\varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + cv \quad e \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{45}{8}+\frac{135}{64}+\frac{1125}{512}=\frac{5085}{512}\right)m^5+\left(\frac{189}{64}+\frac{27}{64}=\frac{27}{8}\right)m^3\varepsilon'^2 \\ +\left\{\begin{array}{l}\frac{915}{32}-\frac{243}{256}+\frac{285}{16}+\frac{3699}{256}+\frac{135}{64}-\frac{1101}{512} \\ -\frac{15}{4}-\frac{3}{2}+\frac{3315}{512}+\frac{19275}{2048}-3=\frac{138243}{2048}\end{array}\right\}m^6 \\ -\left\{\begin{array}{l}\frac{675}{128}+\frac{3375}{512}-\frac{2121}{512}-\frac{3}{2}+\frac{675}{128} \\ +\frac{3825}{512}+\frac{3375}{512}-\frac{675}{128}=\frac{5193}{256}\end{array}\right\}m^4e^2 \\ +\left(\frac{567}{128}+\frac{16569}{512}+\frac{27}{128}+\frac{3483}{512}-\frac{21}{4}+\frac{3}{4}=\frac{5031}{128}\right)m^4\varepsilon'^2 \\ +\left(-\frac{135}{128}-\frac{405}{1024}-\frac{135}{512}=-\frac{1755}{1024}\right)m^4\gamma^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \frac{9}{8}m^5+\left(\frac{9}{8}-\frac{27}{8}=-\frac{9}{4}\right)m^3e^2 \\ +\left(-\frac{27}{64}-\frac{1539}{64}+\frac{9}{8}-\frac{15}{16}+\frac{105}{32}-\frac{9}{16}+\frac{525}{128}-\frac{75}{64}+\frac{219}{16}=-\frac{633}{128}\right)m^6 \\ +\left\{\begin{array}{l}\frac{2475}{128}-\frac{675}{64}-\frac{423}{64}+\frac{9}{4}-\frac{81}{8}-\frac{2367}{64}+\frac{1161}{64} \\ -\frac{3}{8}-\frac{2025}{1024}+\frac{75}{8}+\frac{525}{64}-\frac{675}{128}=-\frac{14937}{1024}\end{array}\right\}m^4e^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv \quad e' \left\{ \begin{array}{l} \frac{9}{8} m^5 + \left(\frac{27}{8} - \frac{9}{8} = \frac{9}{4} \right) m^3 e^2 \\ + \left(\frac{189}{64} - \frac{1539}{64} + \frac{9}{8} + \frac{105}{16} + \frac{63}{16} - \frac{15}{32} - \frac{75}{128} + \frac{525}{64} + \frac{219}{16} = \frac{1455}{128} \right) m^6 \\ + \left\{ \begin{array}{l} \frac{1575}{64} + \frac{3875}{128} - \frac{423}{64} + \frac{9}{4} + \frac{81}{8} + \frac{3483}{64} - \frac{789}{64} \\ + \frac{3}{8} + \frac{14175}{1024} + \frac{75}{8} - \frac{225}{64} + \frac{2625}{128} = \frac{142767}{1024} \end{array} \right\} m^4 e^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} \frac{1215}{512} + \frac{13725}{256} + \frac{11565}{256} - \frac{225}{64} - \frac{1035}{512} - \frac{3}{8} + \frac{34515}{2048} \\ + \frac{2025}{1024} - \frac{135}{16} - \frac{255}{64} - \frac{45}{16} - \frac{135}{64} - \frac{225}{64} = \frac{190917}{2048} \end{array} \right\} m^5 \\ + \left\{ \begin{array}{l} \frac{1215}{256} + \frac{8937}{2048} + \frac{235155}{1024} + \frac{587895}{4096} + \frac{878775}{4096} - \frac{5415}{256} \\ - \frac{1425}{128} - \frac{23163}{2048} - \frac{1035}{512} - \frac{3}{8} + \frac{2374695}{32768} + \frac{34515}{2048} \\ + \frac{2025}{1024} - \frac{3699}{64} - \frac{405}{16} - \frac{6615}{256} + \frac{85}{64} - \frac{477}{64} + \frac{75}{64} - \frac{945}{256} \\ + \frac{1125}{1024} - \frac{495}{128} - \frac{285}{16} - \frac{4725}{256} - \frac{1425}{128} = \frac{15556999}{32768} \end{array} \right\} m^6 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + 2cv \quad e^2 \left(- \frac{3}{8} m^4 \right)$$

$$\cos 2Ev - 2gv \quad \gamma^2 \left\{ \frac{81}{512} - \frac{9}{64} + \frac{9}{32} - \frac{3}{8} + \frac{603}{2048} + \frac{27}{1024} - \frac{9}{16} - \frac{9}{64} = - \frac{939}{2048} \right\} m^5$$

$$\cos 2Ev + c'mv - cv \quad ee' \left\{ \begin{array}{l} - \left(\frac{3483}{256} + \frac{27}{32} + \frac{9}{2} = \frac{4851}{256} \right) m^4 \\ - \left\{ \begin{array}{l} \frac{405}{256} + \frac{45}{16} - \frac{3285}{128} - \frac{225}{16} + \frac{101259}{1024} + \frac{3483}{256} + \frac{27}{32} \\ + \frac{2295}{512} + \frac{27}{2} - \frac{5355}{512} + \frac{135}{128} - \frac{105}{16} + \frac{45}{16} = \frac{84819}{1024} \end{array} \right\} m^5 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad ee' \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{2367}{256} + \frac{27}{32} - \frac{9}{2} = \frac{1431}{256} \right) m^4 \\ + \left\{ \begin{array}{l} \frac{945}{256} + \frac{315}{16} + \frac{3285}{128} + \frac{165}{16} + \frac{56259}{1024} + \frac{2367}{256} + \frac{27}{32} \\ + \frac{8925}{512} - \frac{27}{2} + \frac{945}{128} - \frac{765}{512} - \frac{15}{16} + \frac{175}{16} = \frac{147667}{1024} \end{array} \right\} m^5 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv + \dot{c}v \quad ee' \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{2367}{256} + \frac{27}{32} - \frac{3}{2} = \frac{2199}{256} \right) m^4 \\ + \left\{ \begin{array}{l} \frac{165}{16} - \frac{45}{16} + \frac{56259}{1024} + \frac{2367}{256} + \frac{27}{32} \\ + \frac{1}{2} - \frac{135}{128} + \frac{2625}{512} - \frac{1125}{512} = \frac{76703}{1024} \end{array} \right\} m^5 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv + cv \quad ee' \left\{ \begin{array}{l} - \left(\frac{3483}{256} + \frac{27}{32} + \frac{3}{2} = \frac{4083}{256} \right) m^4 \\ + \left\{ \begin{array}{l} \frac{315}{16} + \frac{225}{16} - \frac{101259}{1024} - \frac{3483}{256} - \frac{27}{32} \\ + \frac{1}{2} + \frac{945}{128} - \frac{1125}{512} + \frac{7875}{512} = - \frac{59923}{1024} \end{array} \right\} m^5 \end{array} \right\}$$

$$\cos Ev \qquad b^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{243}{64} + \frac{45}{64} - \frac{75}{256} - \frac{3}{8} - \frac{5}{8} = \frac{821}{256} \right) m^4 \\ + \left\{ \begin{array}{l} \frac{9153}{512} - \frac{405}{512} + \frac{243}{64} + \frac{45}{64} - \frac{2325}{1024} \\ - \frac{75}{256} - \frac{51}{16} - \frac{19}{16} - \frac{25}{16} - \frac{95}{48} = \frac{34117}{3072} \end{array} \right\} m^5 \end{array} \right\}$$

$$\cos Ev - cv \quad eb^2 \left\{ \begin{array}{l} - \frac{675}{128} + \frac{45}{1024} - \frac{135}{128} - \frac{45}{128} - \frac{243}{16} - \frac{135}{16} + \frac{25}{64} \\ - \frac{765}{128} - \frac{771}{256} + \frac{45}{64} + \frac{75}{32} + \frac{15}{32} = - \frac{36191}{1024} \end{array} \right\} m^4$$

$$\cos Ev + cv \quad eb^2 \left\{ - \frac{15}{16} + \frac{135}{128} - \frac{15}{16} - \frac{75}{64} = - \frac{255}{128} \right\} m^3$$

$$\cos 3Ev \qquad b^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{243}{64} + \frac{45}{64} - \frac{3}{8} = \frac{33}{8} \right) m^4 \\ + \left(\frac{9153}{512} + \frac{243}{64} + \frac{45}{64} - \frac{51}{16} - \frac{19}{16} - \frac{1125}{1024} = \frac{17309}{1024} \right) m^5 \end{array} \right\}$$

$$\cos 3Ev - cv \quad eb^2 \left\{ \frac{135}{128} - \frac{45}{16} - \frac{45}{64} - \frac{15}{16} = - \frac{435}{128} \right\} m^3$$

$$\cos 4Ev - cv \quad e \left\{ \begin{array}{l} - \left(\frac{39193}{2048} + \frac{771}{128} + \frac{45}{32} - \frac{19}{2} - 9 = \frac{16521}{2048} \right) m^5 \\ + \left(\frac{9}{8} - \frac{9}{16} = \frac{9}{16} \right) m^3 \gamma^2 + \left(\frac{225}{64} + \frac{225}{64} + \frac{315}{64} + \frac{105}{64} = \frac{435}{32} \right) m^3 e'^2 \\ + \left(\frac{45}{16} - \frac{45}{16} - \frac{135}{64} - \frac{45}{16} = - \frac{315}{64} \right) m^3 e^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 4Ev-2cv \quad e^2\left\{\begin{array}{l}\left(-\frac{993}{256}-\frac{135}{64}+\frac{771}{32}+\frac{135}{8}+\frac{159}{32}+\frac{95}{16}=\frac{11747}{256}\right)m^4 \\ +\left\{\begin{array}{l}-\frac{62219}{4096}-\frac{993}{256}-\frac{135}{64}+\frac{39193}{512}+\frac{2313}{32} \\ +\frac{945}{32}+\frac{5667}{512}+\frac{1007}{64}+\frac{40}{8}=\frac{2424655}{12288}\end{array}\right\}m^5\end{array}\right\}$$

$$\cos 4Ev-2gv \quad \gamma^2\left\{\frac{183}{256}-\frac{9}{64}-\frac{3}{32}+\frac{19}{16}=\frac{427}{256}\right\}m^4$$

$$\cos 4Ev+c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left\{\frac{45}{32}-\frac{39}{256}-\frac{3}{2}+\frac{45}{128}+\frac{771}{256}-\frac{3}{2}=\frac{207}{128}\right\}m^4$$

$$\cos 4Ev-c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left\{-\frac{4737}{256}-\frac{105}{32}+\frac{21}{2}-\frac{945}{128}-\frac{5397}{256}+\frac{21}{2}=-\frac{117}{4}\right\}m^4,$$

137. Maintenant, si l'on fait la réunion des termes compris dans les trois fonctions A, $-B$, et AB, il viendra;

$$Y=A-B+AB=$$

$$\cos cv \quad e\left\{-\frac{90097}{512}-\frac{58585}{512}-\frac{17467}{6144}=-\frac{1801651}{6144}\right\}m^5$$

$$\cos c'mv \quad \varepsilon'\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{196553}{96}-\frac{177643}{384}-\frac{19645}{192}=\frac{569279}{384}\right)m^4 \\ +\left(\frac{4515}{512}-\frac{12649}{256}+\frac{843}{256}=-\frac{19097}{512}\right)m^4\gamma^2 \\ +\left(\frac{32287}{512}-\frac{298893}{512}+\frac{64977}{256}=-\frac{34163}{128}\right)m^4e^2 \\ +\left(\frac{6659693}{864}-\frac{3002581}{1728}-\frac{23621}{72}=\frac{3249967}{576}\right)m^7 \\ +\left(\frac{517453}{1536}-\frac{48748937}{12288}+\frac{6924759}{4096}=-\frac{1986253}{1024}\right)m^5e^2\end{array}\right\}$$

$$\cos 2c'mv \quad \varepsilon'^2\left\{\frac{14465}{12}-\frac{12947}{48}-\frac{275}{4}=\frac{13871}{16}\right\}m^5$$

$$\cos cv+c'mv \quad e\varepsilon'\left\{\begin{array}{l}-\left(\frac{1608389}{2048}+60+\frac{249}{64}=\frac{1739237}{2048}\right)m^4 \\ -\left(\frac{30161099}{8192}+\frac{227795}{1024}-\frac{55159}{12288}=\frac{95810059}{24576}\right)m^5\end{array}\right\}$$

$$\cos cv-c'mv \quad e\varepsilon'\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{3275569}{2048}-\frac{3825}{32}-\frac{1623}{128}=\frac{3004801}{.2048}\right)m^4 \\ +\left(\frac{223909537}{24576}-\frac{876083}{1024}-\frac{976745}{12288}=\frac{66976685}{8192}\right)m^5\end{array}\right\}$$

$$\cos 2cv \qquad e^2\left\{\begin{array}{l} \left(\frac{7721}{256}+\frac{5415}{256}+\frac{1871}{256}=\frac{15007}{256}\right)m^4 \\ +\left(\frac{1475275}{12288}+\frac{319453}{4096}+\frac{92533}{4096}=\frac{2711233}{12288}\right)m^5 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2gv \qquad \gamma^2\left\{\left(-\frac{39}{16}+\frac{381}{256}+\frac{331}{256}=\frac{11}{32}\right)m^4\right\}$$

$$\cos 2Ev \left\{\begin{array}{l}
\left(\frac{65549}{1296}-\frac{255}{512}+\frac{261}{64}=\frac{2246041}{41472}\right)m^6-\frac{29957}{18432}m^4\gamma^2 \\
+\left(\frac{483}{128}-\frac{64531}{18432}+\frac{9225}{512}=\frac{337121}{18432}\right)m^4e^2+\left(\frac{27}{8}-\frac{15}{2}-\frac{428}{9}=-\frac{3721}{72}\right)m^4\varepsilon'^2 \\
+\left(\frac{39}{64}+\frac{13}{8}=\frac{143}{64}\right)m^2\varepsilon'^4+\left(\frac{33}{64}+\frac{3}{32}=\frac{39}{64}\right)m^2\gamma^4 \\
+\left(\frac{5}{16}-\frac{35}{512}=\frac{125}{512}\right)m^2b^4+\left(-\frac{131}{64}+\frac{27}{32}=-\frac{77}{64}\right)m^2e^4 \\
+\left(\frac{685}{32}-\frac{15}{4}=\frac{565}{32}\right)m^2e^2\varepsilon'^2+\left(\frac{15}{8}-\frac{3}{4}=\frac{9}{8}\right)m^2e^2\gamma^2+\frac{119}{32}m^2\varepsilon'^2\gamma^2 \\
+\left(\frac{2020817}{19440}-\frac{53713}{5120}+\frac{4147}{160}=\frac{148527101}{1244160}\right)m^5 \\
+\left(\frac{79568723}{442368}+\frac{16557}{512}+\frac{59325}{512}=\frac{145130771}{442368}\right)m^3e^2 \\
+\left(\frac{436087}{442368}+\frac{171}{512}-\frac{1251}{1024}=\frac{43399}{442368}\right)m^3\gamma^2 \\
+\left(-\frac{5645}{54}-\frac{15}{2}+\frac{45}{8}=-\frac{22985}{216}\right)m^3\varepsilon'^2+\frac{41151}{3072}m^3\varepsilon'^2\gamma^2 \\
+\left(\frac{207787}{6144}+\frac{27}{32}-\frac{8205}{2048}=\frac{47089}{1536}\right)m^3e^4+\left(\frac{247}{48}+\frac{39}{64}=\frac{1105}{192}\right)m^3\varepsilon'^4 \\
+\left(\frac{2733}{2048}+\frac{3}{32}+\frac{357}{2048}=\frac{1641}{1024}\right)m^3\gamma^4+\left(\frac{755}{256}-\frac{2655}{1024}+\frac{15}{16}=\frac{1325}{1024}\right)m^3b^4 \\
+\left(\frac{582943}{3072}-\frac{15}{4}-9=\frac{543775}{3072}\right)m^3e^2\varepsilon'^2-\frac{45}{64}m\gamma^2b^4-\frac{45}{64}m\varepsilon'^2\gamma^4 \\
+\left(\frac{1673}{512}-\frac{3}{4}=\frac{1289}{512}\right)m^3e^2\gamma^2+\left(\frac{21}{128}-\frac{717}{512}=-\frac{633}{512}\right)me^2\gamma^4 \\
-\left(\frac{51}{512}+\frac{75}{128}=\frac{351}{512}\right)me^4\gamma^2-\frac{39}{128}m\gamma^2\varepsilon'^4-\frac{195}{128}me^2\varepsilon'^4+\frac{75}{64}me^4\varepsilon'^2 \\
-\frac{45}{16}me^2\gamma^2\varepsilon'^2-\frac{105}{64}me^2b^4-\frac{225}{64}m\varepsilon'^2b^4-\frac{15}{64}m\gamma^6-\frac{15}{64}me^6 \\
+\left[\left(6+\frac{9}{4}=\frac{33}{4}\right)m^4+3\,.\,m^5-\frac{9}{8}m^3\gamma^2-\frac{45}{8}m^3e^2\right](\varepsilon'^2-E'^2)
\end{array}\right\}$$

$$
\cos 2Ev - cv\ e \left\{
\begin{array}{l}
\left(\frac{105701549}{221184} - \frac{63}{64} + \frac{1815}{128} = \frac{108620141}{221184}\right) m^5 - \left(\frac{2113}{64} + \frac{21}{4} = \frac{2449}{64}\right) m^3 e^2 \\
+ \left(\frac{422569}{1536} + 9 - \frac{27}{8} = \frac{431209}{1536}\right) m^3 \varepsilon'^2 + \left(\frac{531}{256} - \frac{21}{64} = \frac{447}{256}\right) m \gamma^4 \\
+ \left(\frac{9}{4} - \frac{14035}{256} = -\frac{13459}{256}\right) m^3 \gamma^2 + \frac{39}{32} m e^2 \gamma^2 + \frac{15}{2} m \varepsilon'^2 \gamma^2 \\
+ \frac{195}{64} m \varepsilon'^4 + \frac{105}{32} m b^4 + \left(\frac{45}{4} m^3 - 9 . m^4\right)(\varepsilon'^2 - E'^2) \\
+ \left(\frac{4698573313}{2654208} + \frac{39855}{256} + \frac{49731}{512} = \frac{5369595457}{2654208}\right) m^6 \\
+ \left(\frac{7953}{256} - \frac{393523}{1536} - \frac{24721}{1024} = -\frac{765773}{3072}\right) m^4 e^2 \\
- \left(\frac{1387837}{6144} + \frac{9}{16} + \frac{1125}{512} = \frac{1404793}{6144}\right) m^4 \gamma^2 \\
+ \left(\frac{33153529}{9216} - \frac{6057}{32} - \frac{9009}{128} = \frac{30760465}{9216}\right) m^4 \varepsilon'^2
\end{array}
\right.
$$

$$
\cos 2Ev + cv\ e \left\{
\begin{array}{l}
\left(\frac{3361}{768} + \frac{16393}{1728} + \frac{5085}{512} = \frac{328937}{13824}\right) m^5 + \frac{15}{32} m e^4 - \frac{99}{256} m \gamma^4 \\
+ \left(\frac{471}{16} + \frac{11}{3} + \frac{27}{8} = \frac{1751}{48}\right) m^3 \varepsilon'^2 + \left(\frac{2845}{3072} - \frac{1}{12} = \frac{863}{1024}\right) m^3 \gamma^2 \\
- \left(\frac{5791}{3072} + \frac{1}{4} = \frac{6559}{3072}\right) m^3 e^2 - \frac{75}{32} m e^2 \varepsilon'^2 - \frac{15}{32} m \varepsilon'^2 \gamma^2 + \frac{129}{128} m e^2 \gamma^2 \\
+ \left(\frac{1094693}{9216} + \frac{1387229}{20736} + \frac{138243}{2048} = \frac{41999989}{165888}\right) m^6 \\
+ \left(-\frac{4701877}{184320} + \frac{49}{192} - \frac{5193}{256} = -\frac{8393797}{184320}\right) m^4 e^2 \\
+ \left(\frac{40697}{128} + \frac{16193}{288} + \frac{5031}{128} = \frac{119081}{288}\right) m^4 \varepsilon'^2 \\
- \left(\frac{97219}{36864} + \frac{857}{2304} + \frac{1755}{1024} = \frac{58037}{12288}\right) m^4 \gamma^2 - \left(\frac{15}{4} + 3 = \frac{27}{4}\right) m^4 (\varepsilon'^2 - E'^2)
\end{array}
\right.
$$

$$
\cos 2Ev + c'mv\ \varepsilon' \left\{
\begin{array}{l}
\left(\frac{907}{216} - \frac{3}{64} + \frac{9}{8} = \frac{9119}{1728}\right) m^5 + \left(\frac{19}{96} + \frac{3}{128} = \frac{85}{384}\right) m^3 \varepsilon'^2 \\
+ \left(\frac{36983}{1536} - \frac{3}{8} - \frac{9}{4} = \frac{32951}{1536}\right) m^3 e^2 + \frac{3349}{1536} m^3 \gamma^2 + \frac{225}{64} m b^4 \\
- \frac{15}{64} m e^2 \varepsilon'^2 - \frac{9}{8} m e^2 \gamma^2 - \frac{3}{64} m \varepsilon'^2 \gamma^2 - \frac{9}{32} m \gamma^4 - \frac{15}{32} m e^4 \\
+ \left(-\frac{77737}{1296} + \frac{1065}{1024} - \frac{633}{128} = -\frac{5299087}{82944}\right) m^6 \\
+ \left(\frac{197767}{2304} + \frac{5457}{256} - \frac{14937}{1024} = \frac{853087}{9216}\right) m^4 e^2
\end{array}
\right.
$$

$$\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{3317}{8}+\frac{999}{64}+\frac{9}{8}=\frac{27607}{64}\right)m^5-\left(\frac{2337}{32}+\frac{1107}{128}=\frac{10455}{128}\right)m^3\varepsilon'^2 \\ +\left(\frac{63}{8}+\frac{9}{4}-\frac{73819}{512}=-\frac{68665}{512}\right)m^3e^2-\frac{7291}{512}m^3\gamma^2+\frac{21}{8}me^2\gamma^2 \\ +\frac{615}{64}me^2\varepsilon'^2+\frac{123}{64}m\varepsilon'^2\gamma^2+\frac{21}{32}m\gamma^4-\frac{35}{32}me^4 \\ +\left(\frac{46853}{48}-\frac{50607}{1024}+\frac{1155}{128}=\frac{2881691}{3072}\right)m^6 \\ +\left(-\frac{69595}{64}+\frac{9081}{256}+\frac{112767}{1024}=-\frac{931129}{1024}\right)m^4e^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{46270759}{442368}-\frac{2003703}{16384}+\frac{190917}{2048}=\frac{16701425}{221184}\right)m^5 \\ -\left(\frac{421815319}{5308416}+\frac{40176827}{65536}-\frac{15556999}{32768}=\frac{577967219}{2654208}\right)m^6 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + 2cv \quad e^2 \left\{ \frac{1589}{1920}+\frac{9}{128}-\frac{3}{8}=\frac{251}{480} \right\} m^4$$

$$\cos 2Ev - 2gv \quad \gamma^2 \left\{ \frac{5938513}{442368}-\frac{34395}{16384}-\frac{939}{2048}=\frac{600253}{55296} \right\} m^5$$

$$\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{27857605}{18432}-\frac{3843}{64}-\frac{4851}{256}=\frac{26401519}{18432}\right)m^4 \\ +\left(\frac{2532695281}{221184}-\frac{137799}{256}-\frac{84819}{1024}=\frac{2395316041}{221184}\right)m^5 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{800135}{2048}-\frac{6489}{64}+\frac{1131}{256}=\frac{604235}{2048}\right)m^4 \\ -\left(\frac{12871853}{24576}-\frac{8295}{256}-\frac{117667}{1024}=\frac{8534525}{24576}\right)m^5 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv + cv \quad e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{16103}{256}+\frac{6725}{576}+\frac{2199}{256}=\frac{95809}{1152}\right)m^4 \\ +\left(\frac{1429769}{3072}+\frac{540647}{6912}+\frac{76703}{1024}=\frac{8550745}{13824}\right)m^5 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv + cv \quad e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\left(\frac{42447}{256}+\frac{1489}{64}+\frac{4083}{256}=\frac{26243}{128}\right)m^4 \\ -\left(\frac{976835}{1024}+\frac{18789}{256}+\frac{59923}{1024}=\frac{555957}{512}\right)m^5 \end{array} \right\}$$

$$\cos Ev \qquad b^2 \left\{ \begin{aligned} &-\left(\frac{68021}{256} - \frac{1119}{64} - \frac{821}{256} = \frac{14431}{64}\right) m^4 \\ &-\left(\frac{1445001}{1024} - \frac{24419}{256} - \frac{34117}{3072} = \frac{2003929}{1536}\right) m^5 \end{aligned} \right\}$$

$$\cos Ev - cv \qquad cb^2 \left\{ -\frac{2460405}{8192} + \frac{1578341}{8192} - \frac{36191}{1024} = -\frac{146449}{1024} \right\} m^4$$

$$\cos Ev + cv \qquad cb^2 \left\{ -\frac{1587}{256} + \frac{3475}{512} - \frac{255}{128} = -\frac{719}{512} \right\} m^3$$

$$\cos 3Ev \qquad b^2 \left\{ \begin{aligned} &\left(\frac{4439}{128} + \frac{317}{64} + \frac{83}{8} = \frac{5601}{128}\right) m^4 \\ &+\left(\frac{1075571}{6144} + \frac{6739}{384} + \frac{17309}{1024} = \frac{429083}{2048}\right) m^5 \end{aligned} \right\}$$

$$\cos 3Ev - cv \quad cb^2 \left\{ -\frac{2295}{256} + \frac{6915}{512} - \frac{435}{128} = \frac{585}{512} \right\} m^3$$

$$\cos 4Ev - cv \qquad e \left\{ \begin{aligned} &-\left(\frac{6509873}{30720} + \frac{7001}{1536} + \frac{16521}{2048} = \frac{574809}{2560}\right) m^5 \\ &+\left(\frac{10665}{256} - \frac{45}{16} - \frac{315}{64} = \frac{8685}{256}\right) m^3 e^2 \\ &+\left(\frac{2465}{32} + \frac{145}{8} + \frac{435}{32} = \frac{435}{4}\right) m^3 \varepsilon'^2 \\ &+\left(\frac{1581}{128} + \frac{9}{8} + \frac{9}{16} = \frac{1797}{128}\right) m^3 \gamma^2 \end{aligned} \right\}$$

$$\cos 4Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ \begin{aligned} &-\left(\frac{791565}{4096} - \frac{4725}{256} - \frac{11747}{256} = \frac{528013}{4096}\right) m^4 \\ &-\left(\frac{22809601}{30720} - \frac{161469}{4096} - \frac{2424655}{12288} = \frac{2589491}{5120}\right) m^5 \end{aligned} \right\}$$

$$\cos 4Ev - 2gv \quad \gamma^2 \left\{ \frac{10177}{4096} + \frac{219}{256} + \frac{427}{256} = \frac{20513}{4096} \right\} m^4$$

$$\cos 4Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ \frac{9695}{256} - \frac{35}{32} + \frac{207}{128} = \frac{9829}{256} \right\} m^4$$

$$\cos 4Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ -\frac{271195}{768} - \frac{115}{6} - \frac{117}{4} = -\frac{102793}{256} \right\} m^4.$$

Supplément à la quatrième Section.

138. Produits partiels de $\left(-\frac{X}{\lambda}+1\right)Y$.

Multiplicateur . . . . $2\cos cv \quad e\left(1-\frac{1}{4}\gamma^2+\frac{13}{64}\gamma^4\right)$

Produit

$$\cos 2cv \qquad e^2\left(-\frac{8923}{128}m^4-\frac{1801651}{6144}m^5\right)$$

$$\cos cv + c'mv \qquad e\varepsilon'\left(\frac{735}{16}m^4+\frac{1261}{4}m^5\right)$$

$$\cos cv - c'mv \qquad e\varepsilon'\left(\frac{735}{16}m^4+\frac{1261}{4}m^5\right)$$

$$\cos c'mv \qquad \varepsilon'\left(\frac{3004801}{2048}m^4e^2+\frac{66970685}{8192}m^5e^2\right)$$

$$\cos c'mv \qquad \varepsilon'\left(-\frac{1739237}{2048}m^4e^2-\frac{95840059}{24576}m^5e^2\right)$$

$$\cos 2Ev - cv \qquad e\left\{\begin{array}{l} \frac{3031}{108}m^5-\frac{425}{24}m^3\varepsilon'^2-\frac{2893}{1536}m^3\gamma^2-\frac{13625}{1536}m^3e^2-\frac{15}{32}me^4 \\ +\frac{9}{32}m\gamma^4+\frac{9}{8}me^2\gamma^2+\frac{75}{16}me^2\varepsilon'^2+\frac{15}{16}m\varepsilon'^2\gamma^2 \\ +\frac{2246041}{41472}m^6-\frac{29957}{18432}m^4\gamma^2+\frac{337121}{18432}m^4e^2-\frac{3721}{72}m^4\varepsilon'^2 \\ -\frac{85}{48}m^3\gamma^2+\frac{3}{32}m\gamma^4+\frac{15}{32}me^2\gamma^2-\frac{539}{144}m^4\gamma^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev + cv \qquad e\left\{\begin{array}{l} \frac{3031}{108}m^5-\frac{425}{24}m^3\varepsilon'^2-\frac{2893}{1536}m^3\gamma^2-\frac{13625}{1536}m^3e^2-\frac{15}{32}me^4 \\ +\frac{9}{32}m\gamma^4+\frac{9}{8}me^2\gamma^2+\frac{75}{16}me^2\varepsilon'^2+\frac{15}{16}m\varepsilon'^2\gamma^2 \\ +\frac{2246041}{41472}m^6-\frac{29957}{18432}m^4\gamma^2+\frac{337121}{18432}m^4e^2-\frac{3721}{72}m^4\varepsilon'^2 \\ -\frac{85}{48}m^3\gamma^2+\frac{3}{32}m\gamma^4+\frac{15}{32}me^2\gamma^2-\frac{539}{144}m^4\gamma^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev - 2cv \qquad e^2\left(\frac{108620141}{221184}m^5+\frac{5869595457}{2654208}m^6\right)$$

$$\cos 2Ev + 2cv \qquad e^2\left(-\frac{4183}{576}m^4\right)$$

+

Produit

$$\cos 2Ev \left\{ \begin{array}{l} \quad \frac{1271711}{9216} m^4 e^2 - \frac{35}{4} m^2 e^2 \varepsilon'^2 + \frac{117}{64} m^2 e^4 - \frac{201}{16} m^2 e^2 \gamma^2 \\ + \frac{108620141}{221184} m^5 e^2 + \frac{481209}{1536} m^3 e^2 \varepsilon'^2 - \frac{2449}{64} m^3 e^4 + \frac{447}{256} m e^2 \gamma^4 \\ - \frac{13459}{256} m^3 e^2 \gamma^2 + \frac{39}{32} m e^4 \gamma^2 + \frac{15}{2} m e^2 \varepsilon'^2 \gamma^2 + \frac{195}{64} m e^2 \varepsilon'^4 \\ + \frac{105}{32} m e^2 b^4 + \frac{45}{4} m^3 e^2 (\varepsilon'^2 - E'^2) - \frac{209}{64} m^2 e^2 \gamma^2 \\ - \frac{32281}{3072} m^3 e^2 \gamma^2 + \frac{3}{4} m e^2 \gamma^4 + \frac{75}{32} m e^2 \gamma^2 \varepsilon'^2 + \frac{195}{256} m e^2 \gamma^4 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev \left\{ \begin{array}{l} - \frac{4183}{576} m^4 e^2 + \frac{65}{8} m^2 e^2 \varepsilon'^2 + \frac{49}{64} m^2 e^4 + \frac{63}{64} m^2 e^2 \gamma^2 \\ + \frac{328937}{13824} m^5 e^2 + \frac{1751}{48} m^3 e^2 \varepsilon'^2 + \frac{863}{1024} m^3 e^2 \gamma^2 - \frac{6559}{3072} m^3 e^4 \\ - \frac{75}{32} m e^4 \varepsilon'^2 - \frac{15}{32} m e^2 \gamma^2 \varepsilon'^2 + \frac{129}{128} m e^4 \gamma^2 + \frac{15}{32} m e^6 \\ - \frac{99}{256} m e^2 \gamma^4 + \frac{13}{16} m^2 e^2 \gamma^2 + \frac{91}{96} m^3 e^2 \gamma^2 - \frac{3}{64} m e^2 \gamma^4 - \frac{15}{64} m e^4 \gamma^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv + cv \quad e\varepsilon' \left(\frac{825}{288} m^4 + \frac{9119}{1728} m^5 \right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left(\frac{825}{288} m^4 + \frac{9119}{1728} m^5 \right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv + cv \quad e\varepsilon' \left(\frac{4525}{32} m^4 + \frac{27607}{64} m^5 \right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left(\frac{4525}{32} m^4 + \frac{27607}{64} m^5 \right)$$

$$\cos 2Ev - cv \quad e \left\{ \begin{array}{l} \quad \frac{489869}{9216} m^4 e^2 + \frac{22609}{768} m^3 e^2 - \frac{117}{32} m e^2 \gamma^2 \\ + \frac{75}{32} m e^4 - \frac{75}{8} m e^2 \varepsilon'^2 - \frac{15}{16} m e^2 \gamma^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + cv \quad e \left(\frac{1}{4} m^3 e^2 - \frac{3}{32} m e^2 \gamma^2 - \frac{15}{32} m e^4 + \frac{351}{480} m^4 e^2 \right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \quad \frac{55159}{384} m^3 e^2 + \frac{15}{32} m e^2 \varepsilon'^2 + 3 . m e^2 \gamma^2 \\ + \frac{26401549}{18432} m^4 e^2 + \frac{15}{16} m e^2 \gamma^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon' \left(\frac{16991}{128} m^3 e^2 - \frac{615}{32} m e^2 \varepsilon'^2 - 7 . m e^2 \gamma^2 + \frac{604235}{2048} m^4 e^2 - \frac{35}{16} m e^2 \gamma^2 \right)$$

$+$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll}
\cos 2Ev + c'mv & \varepsilon' & \left(\frac{739}{96}m^3e^2 - \frac{3}{16}me^2\gamma^2 - \frac{15}{16}me^4 + \frac{95809}{1152}m^4e^2\right) \\
\cos 2Ev - c'mv & \varepsilon' & \left(-\frac{853}{32}m^3e^2 + \frac{7}{16}me^2\gamma^2 + \frac{35}{16}me^4 - \frac{26243}{128}m^4e^2\right) \\
\cos Ev - cv & eb^2 & \left(-\frac{14431}{64}m^4\right) \\
\cos Ev + cv & eb^2 & \left(-\frac{1401}{32}m^3\right) \\
\cos 3Ev - cv & eb^2 & \left(\frac{1065}{128}m^3\right) \\
\cos 4Ev - cv & e & \left(-\frac{6549}{320}m^5 + \frac{615}{32}m^3e^2 + \frac{33}{32}m^3\gamma^2\right) \\
\cos 4Ev - 2cv & e^2 & \left(-\frac{3751}{64}m^4 - \frac{574809}{2560}m^5\right) \\
\cos 4Ev + c'mv - cv & e\varepsilon' & \left(\frac{283}{64}m^4\right) \\
\cos 4Ev - c'mv - cv & e\varepsilon' & \left(-\frac{1981}{64}m^4\right) \\
\cos 4Ev - cv & e & \left(-\frac{9225}{256}m^3e^2\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2cv\ e^2\left(-\frac{3}{4} + \frac{3}{8}\gamma^2 - \frac{1}{8}e^2\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll}
\cos 2cv & e^2 & \left(\frac{513}{128}m^4 + \frac{1293}{64}m^5\right) \\
\cos 2Ev + 2cv & e^2 & \left(-\frac{539}{48}m^4\right) \\
\cos 2Ev - 2cv & e^2 & \left(-\frac{3031}{144}m^5 - \frac{2246041}{55296}m^6\right) \\
\cos 2Ev + cv & e & \left\{\begin{array}{l} -\frac{32281}{1024}m^3e^2 + \frac{9}{4}me^2\gamma^2 + \frac{225}{32}me^2\varepsilon'^2 \\ -\frac{1271711}{12288}m^4e^2 + \frac{45}{32}me^2\gamma^2 - \frac{15}{32}me^4 \end{array}\right\} \\
\cos 2Ev - cv & e & \left(\frac{91}{32}m^3e^2 - \frac{9}{64}me^2\gamma^2 - \frac{45}{64}me^4 + \frac{4183}{768}m^4e^2\right) \\
\cos 2Ev & & \left\{\begin{array}{l} -\frac{129}{32}m^2e^4 - \frac{22609}{1024}m^3e^4 + \frac{351}{128}me^4\gamma^2 \\ -\frac{225}{128}me^6 + \frac{225}{32}me^4\varepsilon'^2 + \frac{45}{32}me^4\gamma^2 - \frac{15}{32}me^6 \end{array}\right\}
\end{array}\right.$$

+

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll} \cos 2Ev & & \left(-\frac{135}{64}m^2e^4-\frac{3}{16}m^3e^4+\frac{9}{128}me^4\gamma^2+\frac{45}{128}me^6\right) \\ \cos 2Ev+c'mv & \varepsilon' & \left(\frac{45}{16}me^4\right) \\ \cos 2Ev-c'mv & \varepsilon' & \left(-\frac{105}{16}me^4\right) \\ \cos 2Ev-cv & e & \left(-\frac{45}{64}me^4\right) \\ \cos 4Ev-2cv & e^2 & \left(\frac{849}{256}m^4+\frac{19647}{1280}m^5\right) \end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2gv \quad \gamma^2\left(-\frac{1}{4}\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll} \cos 2gv & \gamma^2 & \left(\frac{171}{128}m^4\right) \\ \cos 2Ev-2gv & \gamma^2 & \left(-\frac{3031}{432}m^5\right) \\ \cos 2Ev & & \left(-\frac{11}{64}m^2\gamma^4-\frac{13}{48}m^3\gamma^4+\frac{3}{128}m\gamma^6+\frac{15}{128}me^2\gamma^4\right) \\ \cos 2Ev & & \left(\frac{29}{64}m^2\gamma^4-\frac{13}{384}m^3\gamma^4+\frac{15}{64}me^2\gamma^4-\frac{3}{128}m\gamma^6\right) \\ \cos 2Ev-cv & e & \left(\frac{39}{128}m\gamma^4\right) \\ \cos 2Ev-cv & e & \left(-\frac{15}{128}m\gamma^4\right) \\ \cos 2Ev+cv & e & \left(\frac{51}{128}m\gamma^4\right) \\ \cos 4Ev-2gv & \gamma^2 & \left(\frac{283}{256}m^4\right) \end{array}\right.$$

Multiplicateur		Produit		
$2\cos 2gv-cv$	$e\gamma^2\left(\frac{3}{8}\right)$	$\cos 2Ev$		$\left(\frac{45}{256}me^2\gamma^4\right)$
		$\cos 2Ev$		$\left(-\frac{153}{256}me^2\gamma^4\right)$
$2\cos 2gv+cv$	$e\gamma^2\left(\frac{3}{8}\right)$	$\cos 2Ev$		$\left(-\frac{117}{256}me^2\gamma^4\right)$
$2\cos 3cv$	$e^3\left(\frac{1}{2}\right)$	$\cos 2Ev$		$\left(\frac{15}{32}me^6\right)$
		$\cos 2Ev+cv$	e	$\left(\frac{15}{8}me^4\right)$

139. Avant de former l'expression de $\frac{d.\delta nt}{dv}$, remarquons, que d'après les valeurs de Π et de ζ données dans les pages 822, 852 du second volume on a, en négligeant les quantités d'un ordre supérieur au cinquième ;

$$\frac{1+\zeta}{1+\Pi}=\frac{1+\frac{3}{2}m^2(\epsilon'^2-E'^2)}{1+\frac{171}{64}m^4+\frac{675}{128}m^2e^2+\frac{431}{32}m^5-\frac{45}{64}m^3\gamma^2+\frac{5985}{256}m^3e^2};$$

ou bien, en développant,

$$\frac{1+\zeta}{1+\Pi}-1=-\frac{171}{64}m^4-\frac{675}{128}m^2e^2-\frac{431}{32}m^5+\frac{45}{64}m^3\gamma^2-\frac{5985}{256}m^3e^2+\frac{3}{2}m^2(\epsilon'^2-E'^2).$$

Donc, en faisant le produit de ce coefficient par les différens termes de $\frac{d.\delta nt}{dv}$ qui occupent les pages 823-834 du second volume, on reconnaîtra que, pour l'objet actuel, il est nécessaire de conserver dans ce produit les termes suivans, savoir :

$$\left(\frac{1+\zeta}{1+\Pi}-1\right)\left\{\left(-\frac{X}{\lambda}+1\right)Y-Y-\Pi\right\}=$$

$\cos c'mv \qquad \epsilon'\left(-\frac{513}{64}m^6-\frac{2025}{128}m^4e^2-\frac{1293}{32}m^7-\frac{17955}{256}m^5e^2\right)$

$\cos cv-c'mv \qquad e\epsilon'\left(\frac{1539}{256}m^5\right)$

$\cos cv+c'mv \qquad e\epsilon'\left(-\frac{1539}{256}m^5\right)$

$$\cos 2Ev \quad \left\{\begin{array}{l}\frac{1881}{256}m^6+\frac{7425}{512}m^4e^2+\frac{4741}{128}m^7-\frac{495}{256}m^5\gamma^2+\frac{65835}{1024}m^5e^2\\+\frac{4845}{256}m^7+\frac{19125}{512}m^5e^2-\frac{513}{512}m^5\gamma^2-\frac{2025}{1024}m^3e^2\gamma^2-\frac{7695}{512}m^5e^2\\-\frac{80375}{1024}m^3e^4+\left(-\frac{33}{8}m^4-\frac{85}{8}m^5+\frac{135}{16}m^3e^2+\frac{9}{16}m^3\gamma^2\right)(\epsilon'^2-E'^2)\end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev-cv \quad e\left\{\begin{array}{l}\frac{2565}{256}m^5+\frac{10125}{512}m^3e^2+\frac{6465}{128}m^6-\frac{675}{256}m^4\gamma^2+\frac{89775}{1024}m^4e^2\\+\frac{28215}{1024}m^6+\frac{111375}{2048}m^4e^2-\left(\frac{45}{8}m^3+\frac{495}{32}m^4\right)(\epsilon'^2-E'^2)\end{array}\right\}$$

$\cos 2Ev + cv$	$e\left\{-\frac{513}{32}m^6 - \frac{2025}{64}m^4e^2 + 9.m^4(\epsilon'^2 - E'^2)\right\}$
$\cos 2Ev + c'mv$	$\epsilon'\left(-\frac{1881}{512}m^6 - \frac{7425}{1024}m^4e^2\right)$
$\cos 2Ev - c'mv$	$\epsilon'\left(\frac{13167}{512}m^6 + \frac{51975}{1024}m^4e^2\right)$
$\cos 2Ev - 2cv$	$e^2\left(-\frac{7695}{512}m^6\right)$
$\cos 2Ev + c'mv - cv$	$e\epsilon'\left(-\frac{2565}{256}m^5\right)$
$\cos 2Ev - c'mv - cv$	$e\epsilon'\left(\frac{5985}{256}m^5\right)$
$\cos Ev$	$b^2\left(-\frac{2565}{512}m^5\right)$.

Cela posé, rien ne manque pour obtenir les termes qui constituent l'objet de ce paragraphe. Il faut seulement ne pas perdre de vue qu'on doit aussi comprendre dans l'expression suivante de $\frac{d.\delta nt}{dv}$ le terme $\frac{3}{2}\left(\frac{1+\zeta}{1+\Pi} - 1\right)e^2 \cos 2cv = \cos 2cv\ e^2.\left(-\frac{513}{128}m^4 - \frac{1293}{64}m^5\right)$. Car, le partage en deux parties de la valeur complète de $nt+\epsilon$, fait dans la page 318 du I.er volume, et la manière même dont nous avons exécuté l'ensemble de nos développemens se réduisent à dire que, en désignant par $(nt+\epsilon)$ la première partie, et par δnt la seconde, on a,

$$(nt+\epsilon) = v + \int\zeta dv + \int\left\{\frac{X}{\lambda} - 1 + \frac{7}{4}e\gamma^2\cos(2gv - cv) - \frac{3}{4}e^2\gamma^2(1-\gamma^2+e^2)\cos(2gv-2cv)\right\}dv;$$

$$\delta nt = -\frac{7}{4}e\gamma^2\frac{\sin(2gv-cv)}{2g-c} + \frac{3}{4}e^2\gamma^2(1-\gamma^2+e^2)\frac{\sin(2gv-2cv)}{2g-2c} - \int\left(\frac{X}{\lambda}Y + \Pi\right)dv$$

$$+\left(\frac{1+\zeta}{1+\Pi} - 1\right)\left\{\begin{array}{l} -\frac{7}{4}e\gamma^2\frac{\sin(2gv-cv)}{2g-c} + \frac{3}{4}e^2\gamma^2(1-\gamma^2+e^2)\frac{\sin(2gv-2cv)}{2g-2c} - \int\left(\frac{X}{\lambda}Y + \Pi\right)dv \\ +\int\left\{\frac{X}{\lambda} - 1 + \frac{7}{4}e\gamma^2\cos(2gv-cv) - \frac{3}{4}e^2\gamma^2(1-\gamma^2+e^2)\cos(2gv-2cv)\right\}dv \end{array}\right\};$$

et

$$nt + \epsilon = (nt+\epsilon) + \delta nt.$$

CINQUIÈME SECTION.

Supplément à l'expression du coefficient différentiel $\frac{d.\delta nt}{dv}$, et à l'expression de la perturbation δnt du moyen mouvement.

140. En réunissant les termes compris dans les trois valeurs précédentes de $-Y$, $\left(1-\frac{X}{\lambda}\right)Y$, $\left(\frac{1+\zeta}{1+\Pi}-1\right)\left\{\left(1-\frac{X}{\lambda}\right)Y-Y-\Pi\right\}$, on formera aisément l'équation suivante ;

$$\frac{d.\delta nt}{dv}=\frac{1+\zeta}{1+\Pi}\left\{\left(1-\frac{X}{\lambda}\right)Y-Y-\Pi\right\}=$$

$$\cos c'mv \quad \varepsilon'\left\{\begin{array}{l}-\left(\frac{569279}{384}+\frac{513}{64}=\frac{572357}{384}\right)m^6+\frac{19097}{512}m^4\gamma^2\\ +\left(\frac{3004801}{2048}+\frac{34163}{128}-\frac{1739237}{2048}-\frac{2025}{128}=\frac{444943}{512}\right)m^4e^2\\ -\left(\frac{3249967}{576}+\frac{1293}{32}=\frac{3273241}{576}\right)m^7\\ +\left(\frac{66976685}{8192}+\frac{1986253}{1024}-\frac{95810059}{24576}-\frac{17955}{256}=\frac{37759097}{6144}\right)m^5e^2\end{array}\right\}$$

$$\cos 2c'mv \quad \varepsilon'^2\left(-\frac{13871}{16}m^5\right)$$

$$\cos cv+c'mv \quad e\varepsilon'\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{1739237}{2048}+\frac{735}{16}=\frac{1833317}{2048}\right)m^4\\ +\left(\frac{95810059}{24576}+\frac{1261}{4}-\frac{1539}{256}=\frac{103439899}{24576}\right)m^5\end{array}\right\}$$

$$\cos cv-c'mv \quad e\varepsilon'\left\{\begin{array}{l}-\left(\frac{3004801}{2048}-\frac{735}{16}=\frac{2910721}{2048}\right)m^4\\ -\left(\frac{66976685}{8192}-\frac{1261}{4}-\frac{1539}{256}=\frac{64344909}{8192}\right)m^5\end{array}\right\}$$

$$(^*)\quad \cos 2cv \quad e^2\left\{\begin{array}{l}-\left(\frac{15007}{256}+\frac{8923}{128}-\frac{513}{128}=\frac{31827}{256}\right)m^4\\ -\left(\frac{2711233}{12288}+\frac{1801651}{6144}-\frac{1293}{64}=\frac{2022093}{4096}\right)m^5\end{array}\right\}$$

$$\cos 2gv \quad \gamma^2\left\{-\frac{11}{32}+\frac{171}{128}=\frac{127}{128}\right\}m^4$$

(*) Pour compléter ce terme on doit lui ajouter la partie

$$\left(\frac{1+\zeta}{1+\Pi}-1\right)\frac{3}{2}e^2\cos 2cv=\cos 2cv\ e^2\left(-\frac{513}{128}m^4-\frac{1293}{64}m^5\right).$$

$$
\cos 2Ev \left\{
\begin{aligned}
&-\left(\frac{2246041}{41472}-\frac{1881}{256}=\frac{1941319}{41472}\right)m^6+\frac{29957}{18432}m^4\gamma^2+\frac{3721}{72}m^4e'^2\\
&+\left(\frac{1271711}{9216}-\frac{387121}{18432}-\frac{4183}{576}+\frac{7425}{512}=\frac{779915}{6144}\right)m^4e^2-\frac{143}{64}m^2e'^4-\frac{125}{512}m^2b^4\\
&+\left(\frac{117}{64}+\frac{77}{64}+\frac{49}{64}-\frac{129}{32}-\frac{135}{64}=-\frac{75}{32}\right)m^2e^4-\left(\frac{39}{64}+\frac{11}{64}-\frac{29}{64}=\frac{21}{64}\right)m^2\gamma^4-\frac{119}{32}m^2e'^2\gamma^2\\
&-\left(\frac{9}{8}+\frac{201}{16}+\frac{209}{64}-\frac{63}{64}-\frac{13}{16}=\frac{485}{32}\right)m^2e^2\gamma^2-\left(\frac{565}{32}+\frac{35}{4}-\frac{65}{8}=\frac{585}{32}\right)m^2e^2e'^2\\
&-\left(\frac{148527101}{1244160}-\frac{4741}{128}-\frac{4845}{256}=\frac{78897881}{1244160}\right)m^5\\
&+\left(\frac{108620141}{221184}-\frac{145130771}{442368}+\frac{328937}{13824}+\frac{65835}{1024}+\frac{19125}{512}-\frac{7695}{512}=\frac{40317245}{147456}\right)m^3e^2\\
&-\left(\frac{43399}{442368}+\frac{495}{256}+\frac{513}{512}=\frac{1341991}{442368}\right)m^3\gamma^2+\frac{22985}{216}m^3e'^2\\
&-\left(\frac{1641}{1024}+\frac{13}{48}+\frac{13}{384}=\frac{1953}{1024}\right)m^3\gamma^4-\frac{18717}{1024}m^3e'^2\gamma^2\\
&-\left(\frac{47089}{1536}+\frac{2449}{64}+\frac{6559}{3072}+\frac{22609}{1024}+\frac{3}{16}+\frac{30375}{1024}=\frac{125939}{1024}\right)m^3e^4\\
&-\frac{1325}{1024}m^3b^4-\frac{1105}{192}m^3e'^4+\frac{45}{64}me'^2\gamma^4+\frac{45}{64}m\gamma^2b^4\\
&-\left(\frac{1289}{512}+\frac{13459}{256}+\frac{32281}{3072}-\frac{863}{1024}-\frac{91}{96}+\frac{2025}{1024}=\frac{202097}{3072}\right)m^3e^2\gamma^2\\
&+\left(\frac{481209}{1536}-\frac{543775}{3072}+\frac{1751}{48}=\frac{148569}{1024}\right)m^3e^2e'^2+\frac{39}{128}m\gamma^2e'^4+\frac{225}{64}me'^2b^4\\
&+\left(\frac{447}{256}+\frac{633}{512}-\frac{3}{64}+\frac{3}{4}+\frac{195}{256}-\frac{99}{256}+\frac{15}{128}+\frac{15}{64}+\frac{45}{256}-\frac{153}{256}-\frac{117}{256}=\frac{1809}{512}\right)me^2\gamma^4\\
&+\left(\frac{39}{32}+\frac{351}{512}+\frac{351}{128}+\frac{129}{128}-\frac{15}{64}+\frac{45}{32}+\frac{9}{128}=\frac{3531}{512}\right)me^4\gamma^2\\
&+\left(\frac{225}{32}-\frac{75}{32}-\frac{75}{64}=\frac{225}{64}\right)me^4e'^2+\left(\frac{195}{64}+\frac{195}{128}=\frac{585}{128}\right)me^2e'^4\\
&+\left(\frac{15}{2}+\frac{45}{16}+\frac{75}{32}-\frac{15}{32}=\frac{195}{16}\right)me^2e'^2\gamma^2+\left(\frac{105}{32}+\frac{105}{64}=\frac{315}{64}\right)me^2b^4\\
&+\left(\frac{15}{32}+\frac{15}{64}-\frac{225}{128}-\frac{15}{32}+\frac{45}{128}+\frac{15}{32}=-\frac{45}{64}\right)me^6+\left(\frac{3}{128}-\frac{3}{128}+\frac{15}{64}=\frac{15}{64}\right)m\gamma^6\\
&+\left\{
\begin{aligned}
&-\frac{33}{4}m^4-\left(\frac{85}{8}+3=\frac{109}{8}\right)m^5+\left(\frac{9}{8}+\frac{9}{16}=\frac{27}{16}\right)m^3\gamma^2\\
&+\left(\frac{45}{4}+\frac{45}{8}+\frac{135}{16}=\frac{405}{16}\right)m^3e^2
\end{aligned}
\right\}(e'^2-E'^2)
\end{aligned}
\right.
$$

$$
\cos 2Ev - cv\ e \left\{
\begin{array}{l}
-\left(\frac{108620141}{221184}-\frac{3031}{108}-\frac{2565}{256}=\frac{33398831}{73728}\right)m^5-\frac{195}{64}m\,\varepsilon'^4 \\
+\left(\frac{2419}{64}-\frac{13625}{1536}+\frac{22609}{768}+\frac{91}{32}+\frac{10125}{512}=\frac{5213}{64}\right)m^3e^2-\frac{105}{32}mb^4 \\
-\left(\frac{131209}{1536}+\frac{425}{24}=\frac{152803}{512}\right)m^3\varepsilon'^2-\left(\frac{15}{2}-\frac{15}{16}=\frac{105}{16}\right)m\,\varepsilon'^2\gamma^2 \\
+\left(\frac{13459}{556}-\frac{2893}{1536}-\frac{85}{48}=\frac{25047}{512}\right)m^3\gamma^2+\left(\frac{75}{32}-\frac{15}{32}-\frac{45}{64}-\frac{45}{64}=\frac{15}{32}\right)me^4 \\
-\left(\frac{447}{256}-\frac{9}{32}-\frac{3}{32}-\frac{39}{128}+\frac{15}{128}=\frac{303}{256}\right)m\gamma^4-\left(\frac{75}{8}-\frac{75}{16}=\frac{75}{16}\right)me^2\varepsilon'^2 \\
-\left(\frac{39}{32}-\frac{9}{8}-\frac{15}{32}+\frac{117}{32}+\frac{9}{64}+\frac{15}{16}=\frac{279}{64}\right)me^2\gamma^2 \\
-\left(\frac{5369595457}{2654208}-\frac{2246041}{41472}-\frac{6465}{128}-\frac{28215}{1024}=\frac{1672885771}{884736}\right)m^6 \\
+\left(\frac{765773}{3072}+\frac{337121}{18432}+\frac{489869}{9216}+\frac{4183}{768}+\frac{89775}{1024}+\frac{111375}{2048}=\frac{1438369}{3072}\right)m^4e^2 \\
+\left(\frac{1404793}{6144}-\frac{29957}{18432}-\frac{539}{144}-\frac{675}{256}=\frac{225935}{1024}\right)m^4\gamma^2 \\
-\left(\frac{30760465}{9216}+\frac{3721}{72}=\frac{10412251}{3072}\right)m^4\varepsilon'^2 \\
-\left\{\left(\frac{45}{4}+\frac{45}{8}=\frac{135}{8}\right)m^3+\left(\frac{495}{32}-9=\frac{207}{32}\right)m^4\right\}(\varepsilon'^2-E'^2)
\end{array}
\right.
$$

$$
\cos 2Ev + cv\ e \left\{
\begin{array}{l}
\left(\frac{3031}{108}-\frac{328937}{13824}=\frac{6559}{1536}\right)m^5+\left(\frac{9}{32}+\frac{99}{256}+\frac{3}{32}+\frac{51}{128}=\frac{297}{256}\right)m\gamma^4 \\
-\left(\frac{13625}{1536}-\frac{6559}{3072}-\frac{1}{4}+\frac{32281}{1024}=\frac{19461}{512}\right)m^3e^2+\left(\frac{15}{16}+\frac{15}{32}=\frac{45}{32}\right)m\varepsilon'^2\gamma^2 \\
-\left(\frac{1751}{48}+\frac{425}{24}=\frac{867}{16}\right)m^3\varepsilon'^2-\left(\frac{863}{1024}+\frac{2893}{1536}+\frac{85}{48}=\frac{4605}{1024}\right)m^3\gamma^2 \\
+\left(\frac{9}{8}-\frac{129}{128}+\frac{15}{32}-\frac{3}{32}+\frac{9}{4}+\frac{45}{32}=\frac{531}{128}\right)me^2\gamma^2 \\
+\left(\frac{75}{16}+\frac{75}{32}+\frac{225}{32}=\frac{225}{16}\right)me^2\varepsilon'^2-\left(\frac{15}{32}+\frac{15}{32}+\frac{15}{32}+\frac{15}{32}-\frac{15}{8}=0\right)me^4 \\
-\left(\frac{41999989}{165888}-\frac{2246041}{41472}+\frac{513}{32}=\frac{3963913}{18132}\right)m^6 \\
-\left(\frac{2025}{64}-\frac{8393797}{184320}-\frac{337121}{18432}-\frac{251}{480}+\frac{1271711}{12288}=\frac{724793}{10240}\right)m^4e^2 \\
-\left(\frac{539}{144}-\frac{58037}{12288}+\frac{29957}{18432}=\frac{2643}{4096}\right)m^4\gamma^2 \\
-\left(\frac{119081}{288}+\frac{3721}{72}=\frac{14885}{32}\right)m^4\varepsilon'^2+\left(9+\frac{27}{4}=\frac{63}{4}\right)m^4(\varepsilon'^2-E'^2)
\end{array}
\right.
$$

$$\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\frac{9119}{1728}m^5 - \frac{85}{384}m^3\varepsilon'^2 - \frac{3849}{1536}m^3\gamma^2 + \frac{3}{64}m\varepsilon'^2\gamma^2 + \frac{9}{32}m\gamma^4 \\ +\left(\frac{55159}{384} - \frac{32951}{1536} + \frac{739}{96} = \frac{66503}{512}\right)m^3e^2 - \frac{225}{64}m\,b^4 \\ +\left(\frac{15}{32} + \frac{15}{64} = \frac{45}{64}\right)me^2\varepsilon'^2 + \left(3 + \frac{9}{8} + \frac{15}{16} - \frac{3}{16} = \frac{39}{8}\right)me^2\gamma^2 \\ +\left(\frac{45}{16} - \frac{15}{16} - \frac{15}{32} = \frac{45}{32}\right)me^4 + \left(\frac{5299087}{82944} - \frac{1881}{512} = \frac{4994365}{82944}\right)m^6 \\ +\left(\frac{26401549}{18432} - \frac{853087}{9216} + \frac{95809}{1152} - \frac{7425}{1024} = \frac{8698223}{6144}\right)m^4e^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\frac{27607}{64}m^5 + \frac{10155}{128}m^3\varepsilon'^2 + \left(\frac{16991}{128} + \frac{68665}{512} - \frac{853}{32} = \frac{122981}{512}\right)m^3e^2 \\ +\left(\frac{7291}{512}m^3\gamma^2 - \left(\frac{21}{8} + 7 + \frac{35}{16} - \frac{7}{16} = \frac{91}{8}\right)me^2\gamma^2 - \frac{123}{64}m\varepsilon'^2\gamma^2\right. \\ -\left(\frac{615}{32} + \frac{615}{64} + \frac{1845}{64}\right)me^2\varepsilon'^2 + \left(\frac{35}{16} + \frac{35}{32} - \frac{105}{16} = -\frac{105}{32}\right)me^4 \\ -\frac{21}{32}m\gamma^4 - \left(\frac{2881691}{3072} - \frac{13167}{512} = \frac{2802689}{3072}\right)m^6 \\ +\left(\frac{934429}{1024} + \frac{601235}{2048} + \frac{51975}{1024} - \frac{26243}{128} = \frac{2157155}{2048}\right)m^4e^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{108620141}{221184} - \frac{3031}{144} - \frac{16704425}{221184} = \frac{7271675}{18432}\right)m^5 \\ +\left(\frac{577967249}{2654208} + \frac{5369595457}{2654208} - \frac{2246011}{55296} - \frac{7695}{512} = \frac{966613613}{442368}\right)m^6 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + 2cv \quad e^2 \left\{ -\frac{251}{480} - \frac{4183}{576} - \frac{539}{48} = -\frac{54761}{2880} \right\} m^4$$

$$\cos 2Ev - 2gv \quad \gamma^2 \left\{ -\frac{600253}{55296} - \frac{3031}{432} = -\frac{329407}{18432} \right\} m^5$$

$$\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\left(\frac{26401549}{18432} - \frac{325}{288} = \frac{8793583}{6144}\right)m^4 \\ -\left(\frac{2395316041}{221184} - \frac{9119}{1728} + \frac{2565}{256} = \frac{798788323}{73728}\right)m^5 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\left(\frac{604235}{2048} - \frac{4525}{32} = \frac{314635}{2048}\right)m^4 \\ +\left(\frac{8534525}{24576} + \frac{5985}{256} + \frac{27607}{64} = \frac{19710173}{24576}\right)m^5 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv + cv \quad ee' \left\{ -\left(\frac{95800}{1152} - \frac{325}{288} = \frac{10501}{128}\right)m^4 - \left(\frac{8550745}{13824} - \frac{9119}{1728} = \frac{941977}{1536}\right)m^5 \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv + cv \quad ee' \left\{ \left(\frac{26243}{128} + \frac{4525}{32} = \frac{44343}{128}\right)m^4 + \left(\frac{555957}{512} + \frac{27607}{64} = \frac{776813}{512}\right)m^5 \right\}$$

$$\cos Ev \quad b^2 \left\{ \frac{14431}{64} m^4 + \left(\frac{2003929}{1536} - \frac{2565}{512} = \frac{998117}{768}\right) m^5 \right\}$$

$$\cos Ev - cv \quad eb^2 \left\{ \frac{146449}{1024} - \frac{14431}{64} = -\frac{84447}{1024} \right\} m^4$$

$$\cos Ev + cv \quad eb^2 \left\{ \frac{719}{512} - \frac{1401}{32} = -\frac{21697}{512} \right\} m^3$$

$$\cos 3Ev \quad b^2 \left(-\frac{5601}{128} m^4 - \frac{429083}{2048} m^5 \right)$$

$$\cos 3Ev - cv \quad eb^2 \left\{ \frac{1065}{128} - \frac{585}{512} = \frac{3675}{512} \right\} m^3$$

$$\cos 4Ev - cv \quad e \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{574809}{2560} - \frac{6549}{320} = \frac{522417}{2560}\right) m^5 - \frac{435}{4} m^3 e'^2 \\ -\left(\frac{8685}{256} - \frac{615}{32} + \frac{9225}{256} = \frac{6495}{128}\right) m^3 e^2 - \left(\frac{1797}{128} - \frac{33}{32} = \frac{1665}{128}\right) m^3 \gamma^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 4Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{528013}{4096} - \frac{3751}{64} + \frac{849}{256} = \frac{301533}{4096}\right) m^4 \\ +\left(\frac{2580491}{5120} - \frac{574809}{2560} + \frac{19647}{1280} = \frac{1518461}{5120}\right) m^5 \end{array} \right\}$$

$$\cos 4Ev - 2gv \quad \gamma^2 \left\{ -\frac{20513}{4096} + \frac{283}{256} = -\frac{15985}{4096} \right\} m^4$$

$$\cos 4Ev + c'mv - cv \quad ee' \left\{ -\frac{9829}{256} + \frac{283}{64} = -\frac{8697}{256} \right\} m^4$$

$$\cos 4Ev - c'mv - cv \quad ee' \left\{ \frac{102793}{256} - \frac{1981}{64} = \frac{94869}{256} \right\} m^4.$$

Maintenant, pour tirer de là, et de l'expression déjà connue de $\frac{d.\delta nt}{dv}$ (Voyez p. 823-834 du second volume) l'expression supplémentaire cherchée de δnt, il faudra multiplier le coefficient de chacun de ces argumens par le facteur correspondant que voici :

Argument	Facteur pour l'intégration
$c'mv$	$\frac{1}{m}$
$2c'mv$	$\frac{1}{2m}$
$cv+c'mv$	$1-m+\frac{7}{4}m^2+\frac{145}{32}m^3+\frac{2759}{128}m^4$
$cv-c'mv$	$1+m+\frac{7}{4}m^2+\frac{305}{32}m^3+\frac{6359}{128}m^4$
$2cv$	$\frac{1}{2}\left(1+\frac{3}{4}m^2+\frac{225}{32}m^3\right)$
$2gv$	$\frac{1}{2}\left(1-\frac{3}{4}m^2\right)$
$2Ev$	$\frac{1}{2}\left(1+m+m^2+m^3+m^4+m^5\right)$
$2Ev-cv$	$\left\{\begin{array}{l}1+2.m+\frac{13}{4}m^2-\frac{65}{32}m^3-\frac{6703}{128}m^4-\frac{653941}{2048}m^5 \\ -e'^2\left(\frac{9}{8}m^2+\frac{969}{32}m^3\right)+e^2\left(\frac{3}{8}m^2+\frac{771}{64}m^3\right)+\gamma^2\left(\frac{3}{2}m^2+\frac{381}{32}m^3\right)\end{array}\right\}$
$2Ev+cv$	$\frac{1}{3}\left(1+\frac{2}{3}m+\frac{25}{36}m^2+\frac{2569}{864}m^3+\frac{148469}{10368}m^4+\frac{3}{8}m^2e'^2-\frac{1}{8}m^2e^2-\frac{1}{2}m^2\gamma^2\right)$
$2Ev+c'mv$ . . .	$\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{2}m+\frac{1}{4}m^2+\frac{1}{8}m^3+\frac{1}{16}m^4\right)$
$2Ev-c'mv$ . . .	$\frac{1}{2}\left(1+\frac{3}{2}m+\frac{9}{4}m^2+\frac{27}{8}m^3+\frac{81}{16}m^4\right)$
$2Ev-2cv$ . . .	$-\frac{1}{2m}\left(1+\frac{3}{4}m+\frac{243}{32}m^2+\frac{5475}{128}m^3+\frac{489395}{2048}m^4\right)$
$2Ev+2cv$ . . .	$\frac{1}{4}\left(1+\frac{1}{2}m+\frac{5}{8}m^2\right)$
$2Ev-2gv$ . . .	$-\frac{1}{2m}\left(1-\frac{3}{4}m+\frac{27}{32}m^2+\frac{165}{128}m^3\right)$
$2Ev+c'mv-cv$ ..	$1+m+\frac{1}{4}m^2-\frac{241}{32}m^3-\frac{5959}{128}m^4$
$2Ev-c'mv-cv$ ..	$1+3.m+\frac{33}{4}m^2+\frac{495}{32}m^3-\frac{1623}{128}m^4$
$2Ev+c'mv+cv$ ..	$\frac{1}{3}\left(1+\frac{1}{3}m+\frac{13}{36}m^2+\frac{2201}{864}m^3\right)$
$2Ev-c'mv+cv$ ..	$\frac{1}{3}\left(1+m+\frac{5}{4}m^2+\frac{123}{32}m^3\right)$

Argument	Facteur pour l'intégration
Ev	$1+m+m^2+m^3+m^4$
$Ev-cv$	$-\frac{1}{m}\left(1+\frac{3}{4}m+\frac{243}{32}m^2\right)$
$Ev+cv$	$\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{2}m+\frac{5}{8}m^2\right)$
$3Ev$	$\frac{1}{3}\left(1+m+m^2+m^3\right)$
$3Ev-cv$	$\frac{1}{2}\left(1+\frac{3}{2}m\right)$
$4Ev-cv$	$\frac{1}{3}\left(1+\frac{4}{3}m+\frac{55}{36}m^2\right)$
$4Ev-2cv$	$\frac{1}{2}\left(1+2.m+\frac{13}{4}m^2-\frac{65}{32}m^3\right)$
$4Ev-2gv$	$\frac{1}{2}\left(1+2.m+\frac{19}{4}m^2\right)$
$4Ev+c'mv-cv$ . . .	$\frac{1}{3}\left(1+m\right)$
$4Ev-c'mv-cv$ . . .	$\frac{1}{3}\left(1+\frac{5}{3}m\right)$

ce qui donnera ;

$$\partial nt =$$

$$\sin c'mv \quad \epsilon'\left(-\frac{572857}{384}m^5+\frac{19097}{512}m^3\gamma^2+\frac{444943}{512}m^3e^2-\frac{3273241}{576}m^4+\frac{37759097}{6144}m^4e^2\right)$$

$$\sin 2c'mv \quad \epsilon'^2\left(-\frac{13871}{32}m^4\right)$$

$$\sin cv+c'mv \; e\epsilon' \left\{\begin{array}{l} \left(\frac{1833317}{2048}-\frac{20403}{128}+\frac{4851}{128}+\frac{1305}{128}=\frac{2061269}{2048}\right)m^4 \\ +\left(\frac{103439899}{24576}-\frac{1833317}{2048}+\frac{142821}{512}+\frac{100485}{1024}+\frac{24831}{512}=\frac{91899081}{24576}\right)m^5 \end{array}\right\}$$

$$\cos cv-c'mv \; e\epsilon' \left\{\begin{array}{l} -\left(\frac{2910721}{2048}+\frac{31503}{128}+\frac{8799}{128}+\frac{2745}{128}=\frac{3599473}{2048}\right)m^4 \\ -\left(\frac{64344909}{8192}+\frac{2910721}{2048}+\frac{220521}{512}+\frac{388385}{1024}+\frac{57231}{512}=\frac{83498905}{8192}\right)m^5 \end{array}\right\}$$

$$\sin 2cv \; e^2 \left\{ -\left(\frac{3}{8}+\frac{32853}{512}=\frac{33045}{512}\right)m^4 - \left(\frac{2104845}{8192}+\frac{4455}{512}+\frac{225}{64}=\frac{2204925}{8192}\right)m^5 \right\}$$

$$\sin 2gv \; \gamma^2 \left\{ \frac{127}{256}+\frac{3}{8}=\frac{223}{256} \right\} m^4$$

$$\sin 2Ev \left\{ \begin{array}{l}
-\left(\frac{1941319}{82944}+\frac{3031}{216}+\frac{539}{72}+\frac{85}{24}+\frac{11}{8}=\frac{4133959}{82944}\right)m^6 \\
+\left(\frac{779915}{12288}+\frac{24121}{1024}+\frac{423}{64}+\frac{45}{16}=\frac{1185143}{12288}\right)m^4 e^2 \\
+\left(\frac{29957}{36864}+\frac{2893}{3072}+\frac{35}{64}+\frac{3}{16}=\frac{91715}{36864}\right)m^4\gamma^2 - \left(\frac{21}{128}+\frac{9}{64}=\frac{39}{128}\right)m^2\gamma^4 \\
+\left(\frac{3721}{144}+\frac{425}{48}+\frac{55}{16}=\frac{5491}{144}\right)m^4\varepsilon'^2 - \frac{143}{128}m^2\varepsilon'^4 - \frac{125}{1024}m^2 b^4 \\
-\left(\frac{75}{64}+\frac{45}{64}=\frac{15}{8}\right)m^2 e^4 - \left(\frac{485}{64}+\frac{39}{16}=\frac{641}{64}\right)m^2 e^2\gamma^2 \\
-\left(\frac{585}{64}+\frac{225}{32}=\frac{1035}{64}\right)m^2 e^2\varepsilon'^2 - \left(\frac{119}{64}+\frac{15}{32}=\frac{149}{64}\right)m^2\varepsilon'^2\gamma^2 \\
-\left(\frac{78897881}{2488320}+\frac{1941319}{82944}+\frac{3031}{216}+\frac{539}{72}+\frac{85}{24}+\frac{11}{8}=\frac{202916651}{2488320}\right)m^7 \\
+\left(\frac{40317215}{294912}+\frac{779915}{12288}+\frac{24121}{1024}+\frac{423}{64}+\frac{45}{16}=\frac{68760677}{294912}\right)m^5 e^2 \\
+\left(\frac{29957}{36864}-\frac{1341991}{884736}+\frac{2893}{3072}+\frac{35}{64}+\frac{3}{16}=\frac{859889}{884736}\right)m^5\gamma^2 \\
+\left(\frac{22985}{432}+\frac{3721}{144}+\frac{425}{48}+\frac{55}{16}=\frac{19729}{216}\right)m^5\varepsilon'^2 - \left(\frac{1105}{384}+\frac{143}{128}=\frac{767}{192}\right)m^3\varepsilon'^4 \\
-\left(\frac{1953}{2048}+\frac{21}{128}+\frac{9}{64}=\frac{2577}{2048}\right)m^3\gamma^4 - \left(\frac{125939}{2048}+\frac{75}{64}+\frac{45}{64}=\frac{129779}{2048}\right)m^3 e^4 \\
-\left(\frac{1325}{2048}+\frac{125}{1024}=\frac{1575}{2048}\right)m^3 b^4 - \left(\frac{202097}{6144}+\frac{485}{64}+\frac{39}{16}=\frac{263633}{6144}\right)m^3 e^2\gamma^2 \\
+\left(\frac{143569}{2048}-\frac{585}{64}-\frac{225}{32}=\frac{110449}{2048}\right)m^3 e^2\varepsilon'^2 + \frac{45}{128}m\varepsilon'^2\gamma^4 + \frac{45}{128}m\gamma^2 b^4 \\
-\left(\frac{13717}{2048}+\frac{119}{64}+\frac{15}{32}=\frac{18485}{2048}\right)m^3\varepsilon'^2\gamma^2 + \frac{1809}{1024}me^2\gamma^4 + \frac{3531}{1024}me^4\gamma^2 \\
+\frac{225}{128}me^4\varepsilon'^2 + \frac{585}{256}me^2\varepsilon'^4 + \frac{195}{32}me^2\gamma^2\varepsilon'^2 + \frac{39}{256}m\gamma^2\varepsilon'^4 + \frac{815}{128}me^2 b^4 \\
+\frac{225}{128}m\varepsilon'^2 b^4 - \frac{45}{128}me^6 + \frac{15}{128}m\gamma^6 \\
-\left\{\frac{33}{8}m^4 + \left(\frac{109}{16}+\frac{33}{8}=\frac{175}{16}\right)m^5 - \frac{27}{32}m^3\gamma^2 - \frac{405}{32}m^3 e^2\right\}(\varepsilon'' - E'')
\end{array} \right.$$

$$\sin 2Ev - cv\; e \left\{ \begin{aligned} & -\left(\frac{33398831}{73728}+\frac{377909}{1536}+\frac{116311}{1024}-\frac{10725}{512}-\frac{100545}{512}=\frac{43889975}{73728}\right) m^5 \\ & +\left(\frac{5213}{64}+\frac{165}{32}+\frac{195}{32}-\frac{45}{32}=\frac{5843}{64}\right) m^3 e^2 \\ & +\left(\frac{15}{4}-\frac{152803}{512}+\frac{975}{32}+\frac{135}{32}=-\frac{183123}{512}\right) m^3 \varepsilon'^2 \\ & +\left(\frac{25047}{512}+\frac{345}{16}+\frac{273}{32}-\frac{45}{8}=\frac{37575}{512}\right) m^3 \gamma^2 - \frac{105}{16} m \varepsilon'^2 \gamma^2 - \frac{75}{16} m e^2 \varepsilon'^2 \\ & -\frac{279}{64} m e^2 \gamma^2 - \frac{195}{64} m \varepsilon'^4 - \frac{303}{256} m \gamma^4 + \frac{15}{32} m e^4 - \frac{105}{32} m b^4 \\ & -\left\{ \begin{aligned} & \frac{1672885771}{884736}+\frac{33398831}{36864}+\frac{4912817}{12288}-\frac{581555}{8192} \\ & -\frac{1105995}{2018}-\frac{9809115}{8192}=\frac{1228198339}{884736} \end{aligned} \right\} m^6 \\ & +\left(\frac{1438369}{3072}+\frac{5213}{32}+\frac{2145}{256}-\frac{975}{256}-\frac{495}{128}-\frac{11565}{256}=\frac{1802197}{3072}\right) m^4 e^2 \\ & +\left(\frac{225935}{1024}+\frac{25047}{256}+\frac{4485}{128}-\frac{1365}{256}-\frac{495}{32}-\frac{5715}{128}=\frac{294983}{1024}\right) m^4 \gamma^2 \\ & -\left(\frac{10412251}{3072}+\frac{152803}{256}-\frac{195}{32}+\frac{4875}{256}-\frac{1485}{128}-\frac{14535}{128}=\frac{11901187}{3072}\right) m^4 \varepsilon'^2 \\ & -\left\{ \frac{135}{8} m^3 + \left(\frac{207}{32}+\frac{135}{4}=\frac{1287}{32}\right) m^4 \right\} (\varepsilon'^2 - E'^2) \end{aligned} \right\}$$

$$\sin 2Ev + cv\; e \left\{ \begin{aligned} & \left(\frac{6559}{4608}+\frac{1423}{288}+\frac{725}{288}+\frac{2569}{432}=\frac{204989}{13824}\right) m^5 + \frac{177}{128} m e^2 \gamma^2 \\ & -\left(\frac{6487}{512}+\frac{119}{48}+\frac{125}{96}=\frac{8423}{512}\right) m^3 e^2 - \left(\frac{289}{16}+\frac{10}{3}=\frac{1027}{48}\right) m^3 \varepsilon'^2 \\ & -\left(\frac{1535}{1024}+\frac{59}{96}+\frac{25}{192}=\frac{6893}{3072}\right) m^3 \gamma^2 + \frac{15}{32} m \varepsilon'^2 \gamma^2 + \frac{99}{256} m \gamma^4 + \frac{75}{16} m e^2 \varepsilon'^2 \\ & +\left(\frac{6559}{6912}-\frac{3963913}{55296}+\frac{35575}{6912}+\frac{74501}{6912}+\frac{148469}{5184}=-\frac{4341491}{165888}\right) m^6 \\ & -\left(\frac{724793}{30720}+\frac{6487}{768}+\frac{2975}{1152}+\frac{12845}{2304}+\frac{1}{4}=\frac{1242553}{30720}\right) m^4 e^2 \\ & -\left(\frac{881}{4096}+\frac{1535}{1536}+\frac{1475}{2304}+\frac{2569}{4608}+1=\frac{125785}{36864}\right) m^4 \gamma^2 \\ & -\left(\frac{14885}{96}+\frac{289}{24}+\frac{125}{36}-\frac{3}{4}=\frac{48907}{288}\right) m^4 \varepsilon'^2 + \frac{21}{4} m^4 (\varepsilon'^2 - E'^2) \end{aligned} \right\}$$

$$\sin 2Ev + c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\left(\frac{9119}{3456}+\frac{325}{1152}-\frac{85}{384}-\frac{11}{128}=\frac{1129}{432}\right)m^5 \\ -\left(\frac{85}{768}+\frac{11}{256}=\frac{59}{384}\right)m^3\varepsilon'^2-\left(\frac{3849}{3072}+\frac{31}{128}+\frac{3}{64}=\frac{4237}{3072}\right)m^3\gamma^2 \\ +\left(\frac{66503}{1024}-\frac{9}{128}-\frac{45}{64}=\frac{65711}{1024}\right)m^3e^2+\frac{45}{128}me^2\varepsilon'^2+\frac{39}{16}me^2\gamma^2 \\ +\frac{3}{128}m\varepsilon'^2\gamma^2+\frac{9}{64}m\gamma^4+\frac{45}{64}me^4-\frac{225}{128}mb^4 \\ +\left(\frac{4994365}{165888}-\frac{9119}{6912}-\frac{325}{2304}+\frac{85}{768}+\frac{11}{256}=\frac{4777597}{165888}\right)m^6 \\ +\left(\frac{8698223}{12288}+\frac{66503}{2048}-\frac{9}{256}-\frac{45}{128}=\frac{9092489}{12288}\right)m^4e^2 \end{array} \right.$$

$$\sin 2Ev - c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\left(\frac{27607}{128}+\frac{13575}{128}+\frac{5355}{128}+\frac{2079}{128}=\frac{6077}{16}\right)m^3 \\ +\left(\frac{10455}{256}+\frac{4059}{256}=\frac{7257}{128}\right)m^3\varepsilon'^2+\left(\frac{7291}{1024}+\frac{398}{128}+\frac{63}{64}=\frac{11443}{1024}\right)m^3\gamma^2 \\ +\left(\frac{122981}{1024}+\frac{4059}{128}+\frac{945}{64}=\frac{170573}{1024}\right)m^3e^2-\frac{91}{16}me^2\gamma^2 \\ -\frac{123}{128}m\varepsilon'^2\gamma^2-\frac{1845}{128}me^2\varepsilon'^2-\frac{105}{64}me^4-\frac{21}{64}m\gamma^4 \\ -\left(\frac{2802689}{6144}+\frac{82821}{256}+\frac{40725}{256}+\frac{16065}{256}+\frac{6237}{256}=\frac{6303041}{6144}\right)m^6 \\ +\left(\frac{2157155}{4096}+\frac{368943}{2048}+\frac{12177}{256}+\frac{2835}{128}=\frac{3180593}{4096}\right)m^4e^2 \end{array} \right.$$

$$\sin 2Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ \begin{array}{l} -\left(\frac{7271675}{36864}+\frac{113059}{4096}+\frac{56619}{2048}+\frac{246375}{2048}=\frac{6871549}{18432}\right)m^4 \\ -\left\{ \begin{array}{l} \frac{966613643}{884736}+\frac{7271675}{49152}+\frac{9157779}{32768} \\ +\frac{1275675}{8192}+\frac{22022775}{32768}=\frac{2077181651}{884736} \end{array} \right\} m^5 \end{array} \right.$$

$$\sin 2Ev + 2cv \quad e^2 \left\{ -\frac{54761}{11520}-\frac{449}{384}-\frac{325}{256}=-\frac{10357}{1440} \right\} m^4$$

$$\sin 2Ev - 2gv \quad \gamma^2 \left\{ \frac{329407}{36864}-\frac{5537}{4096}+\frac{1647}{2048}-\frac{1485}{2048}=\frac{141245}{18432} \right\} m^4$$

$$\sin 2Ev + c'mv - cv \quad e\epsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\left(\frac{8793583}{6144} + \frac{18613}{128} + \frac{105}{128} + \frac{3615}{128} = \frac{9865567}{6144}\right) m^4 \\ -\left\{ \begin{array}{l} \frac{798788323}{73728} + \frac{8793583}{6144} + \frac{18613}{512} \\ - \frac{25305}{1024} + \frac{89385}{512} = \frac{918041071}{73728} \end{array} \right\} m^5 \end{array} \right\}$$

$$\sin 2Ev - c'mv - cv \quad e\epsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\left(\frac{314635}{2048} + \frac{36693}{128} + \frac{30855}{128} + \frac{17325}{128} = \frac{1672603}{2048}\right) m^4 \\ -\left\{ \begin{array}{l} \frac{943905}{2048} - \frac{19710173}{24576} + \frac{403623}{512} \\ + \frac{462825}{1024} - \frac{56805}{512} = \frac{19371751}{24576} \end{array} \right\} m^5 \end{array} \right\}$$

$$\sin 2Ev + c'mv + cv \quad e\epsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\left(\frac{10501}{384} + \frac{101}{96} + \frac{13}{36} = \frac{33131}{1152}\right) m^4 \\ -\left(\frac{941977}{4608} + \frac{10501}{1152} + \frac{1313}{1152} + \frac{2201}{864} = \frac{3002915}{13824}\right) m^5 \end{array} \right\}$$

$$\sin 2Ev - c'mv + cv \quad e\epsilon' \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{14781}{128} + \frac{681}{32} + \frac{35}{4} = \frac{18625}{128}\right) m^4 \\ +\left(\frac{776813}{1536} + \frac{14781}{128} + \frac{3405}{128} + \frac{861}{32} = \frac{1036373}{1536}\right) m^5 \end{array} \right\}$$

$$\sin Ev \qquad b^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{14431}{64} + \frac{1401}{32} + \frac{39}{4} + \frac{15}{8} = \frac{17977}{64}\right) m^4 \\ +\left(\frac{998117}{768} + \frac{14431}{64} + \frac{1401}{32} + \frac{39}{4} + \frac{15}{8} = \frac{1213841}{768}\right) m^5 \end{array} \right\}$$

$$\sin Ev - cv \quad eb^2 \left\{ \frac{84447}{1024} + \frac{17541}{1024} + \frac{40095}{1024} = \frac{142083}{1024} \right\} m^3$$

$$\sin Ev + cv \quad eb^2 \left\{ -\frac{21697}{1024} - \frac{387}{128} - \frac{225}{256} = -\frac{25693}{1024} \right\} m^3$$

$$\sin 3Ev \qquad b^2 \left\{ \begin{array}{l} -\left(\frac{1867}{128} + \frac{355}{128} + \frac{15}{32} = \frac{1141}{64}\right) m^4 \\ -\left(\frac{429083}{6144} + \frac{1867}{128} + \frac{355}{128} + \frac{15}{32} = \frac{538619}{6144}\right) m^5 \end{array} \right\}$$

$$\sin 3Ev - cv \quad eb^2 \left\{ \frac{3675}{1024} + \frac{1485}{512} = \frac{6645}{1024} \right\} m^3$$

$$\sin 4Ev - cv \quad e\left\{\begin{array}{l} \left(\frac{174139}{2560}+\frac{289}{12}+\frac{275}{48}=\frac{250459}{2560}\right)m^5-\frac{145}{4}m^3e'^2 \\ -\left(\frac{2165}{128}+\frac{75}{16}=\frac{2765}{128}\right)m^3e^2-\left(\frac{555}{128}+\frac{15}{32}=\frac{615}{128}\right)m^3\gamma^2 \end{array}\right\}$$

$$\sin 4Ev - 2cv \quad e^2\left\{\begin{array}{l} \left(\frac{301533}{8192}+\frac{6345}{256}+\frac{8775}{1024}=\frac{574773}{8192}\right)m^4 \\ +\left(\frac{1518461}{10240}+\frac{301533}{4096}+\frac{82485}{2048}-\frac{43875}{8192}=\frac{10519499}{40960}\right)m^5 \end{array}\right\}$$

$$\sin 4Ev - 2gv \quad \gamma^2\left\{-\frac{15985}{8192}+\frac{105}{256}+\frac{171}{1024}=-\frac{11257}{8192}\right\}m^4$$

$$\sin 4Ev + c'mv - cv \quad ee'\left\{-\frac{2899}{256}-\frac{45}{8}=-\frac{4339}{256}\right\}m^4$$

$$\sin 4Ev - c'mv - cv \quad ee'\left\{\frac{31623}{256}+\frac{875}{24}=\frac{122869}{768}\right\}m^4.$$

En réduisant en nombres les coefficiens de chacun de ces argumens on pourra se former des idées précises sur la lenteur de la convergence des séries qui les expriment, et aprécier à-peu-près la grandeur absolue de la partie jusqu'ici négligée. D'après cela, on reconnoîtra aisément que, en bornant à ce point l'approximation on laisserait subsister dans la partie non encore développée des quantités supérieures à celles que l'observation peut rendre sensibles ; ce qui empêcherait de pouvoir comparer avec précision le résultat de la théorie avec celui qui est fourni par une longue suite d'observations astronomiques. Pour faire disparoître une imperfection aussi capitale, il est indispensable de pousser plus loin le développement des coefficiens particuliers, qui, par la marche de leur partie déjà connue, font clairement apercevoir l'existence d'un reste encore trop considérable pour qu'il soit permis de le négliger. Le Chapitre suivant est consacré à la recherche de ces nouveaux termes complémentaires, qui épuiseront en quelque sorte la partie sensible des perturbations de la Lune provenantes de l'action du Soleil.

CHAPITRE HUITIÈME

INTÉGRATION PARTICULIÈRE DES ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES JUSQU'AUX QUANTITÉS DU SEPTIÈME ET DU HUITIÈME ORDRE, INCLUSIVEMENT.

§ 1.

Intégration spéciale de l'équation différentielle en δu; *propre à déterminer :* 1.° *les deux termes de la forme* $\cos Ev \;\; b^2(A.m^6)$, $\cos Ev - cv \;\; eb^2(A.m^5)$; 2.° *les termes de la forme* $\cos 2cv \; e^2(A.m^6)$, $\cos 2Ev \pm c'mv \;\; e'(A.m^7 + B.m^5 e^2)$, $\cos 4Ev \, (A.m^6)$, $\cos 4Ev - cv \;\; e(A.m^6)$, $\cos 4Ev - 2cv \;\; e^2(A.m^6)$, $\cos 4Ev \pm c'mv - cv \;\; ee'(A.m^5)$, $\cos 6Ev - cv \;\; e(A.m^5)$.

141. Relativement au premier de ces deux objets, ce paragraphe doit être considéré comme un supplément au septième qui fait partie du Chapitre précédent: et à cet égard il n'y a qu'à suivre la marche déjà tracée dans les pages 389-410. Pour ne point interrompre cette opération je supposerai que, par un calcul préalable, on a obtenu ces deux termes de la fonction $\frac{\delta u}{u_1}$; savoir

$$\cos Ev + cv \quad eb^2\left(\frac{60607}{3072} m^4\right), \quad \cos 3Ev - cv \;\; eb^2\left(-\frac{55127}{512} m^4\right),$$

lesquels se trouvent démontrés vers la fin de ce paragraphe; mais rien n'empêche de les employer d'avance, puisque leur détermination est indépendante des termes qui sont jusqu'ici inconnus.

Relativement au second objet de ce paragraphe, il est essentiel de savoir, que les termes de cet ordre (dépendans des mêmes argumens) qui appartiennent à la fonction $\frac{\delta u}{u_{1}}$, doivent être considérés comme autant de termes auxiliaires dont on aura besoin par la suite, pour pouvoir développer ultérieurement quelques coefficiens de la fonction $\frac{\delta u}{u_{1}}$, qui concourent à la formation des termes complémentaires qu'on se propose d'ajouter à l'expression de δnt.

On verra plus bas (Voyez p. 581) que cette recherche exige qu'on connoisse, outre les termes déjà développés de la fonction $\frac{\delta u}{u_{1}}$, aussi ceux de la forme $\cos 4Ev \pm c'mv \;\; \varepsilon'(B.m^{2}e^{2})$, lesquels ne se trouvent pas compris dans la valeur partielle de δu trouvée dans la page 503. Mais il est aisé d'obtenir ces deux termes. En effet, nous avons;

$$-6q.\frac{\delta u}{u_{1}}.\frac{(a'u')^{3}}{u_{1}^{4}}\frac{\sin}{\cos}(2v-2v')=$$

$$\frac{\sin}{\cos}4Ev+c'mv \qquad \varepsilon'\left\{-\frac{45}{16}-\frac{45}{32}-\frac{45}{4}-\frac{45}{8}=-\frac{675}{32}\right\}me^{2}$$

$$4Ev-c'mv \qquad \varepsilon'\left\{\frac{105}{16}+\frac{315}{32}+\frac{105}{4}+\frac{315}{8}=\frac{2625}{32}\right\}me^{2}$$

$$\left.\begin{aligned}&4Ev+c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{135}{16}m\right)\\&4Ev-c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{525}{16}m\right)\end{aligned}\right\}$$ (Voyez p. 358 du second volume).

d'où on tire

$$R_{1}= \sin 4Ev+c'mv \;\; \varepsilon'\left(-\frac{675}{32}me^{2}\right)+\sin 4Ev-c'mv \;\; \varepsilon'\left(\frac{2625}{32}me^{2}\right);$$

$$-\int R_{1}dv= \cos 4Ev+c'mv \;\; \varepsilon'\left(-\frac{675}{128}me^{2}\right)+\cos 4Ev-c'mv \;\; \varepsilon'\left(\frac{2625}{128}me^{2}\right);$$

$$\delta R^{V}= \cos 4Ev+c'mv \;\; \varepsilon'\left\{-\frac{2025}{128}+\frac{405}{128}=-\frac{405}{32}\right\}me^{2}$$

$$\cos 4Ev-c'mv \;\; \varepsilon'\left\{\frac{7875}{128}-\frac{1575}{128}=\frac{1575}{32}\right\}me^{2};$$

mais on a

$$-R_{1}\frac{du_{1}}{dv}=\cos 4Ev+c'mv \;\; \varepsilon'\left(-\frac{135}{32}me^{2}\right)+\cos 4Ev-c'mv \;\; \varepsilon'\left(\frac{525}{32}me^{2}\right);$$

$$-R_{,}\frac{d.\delta u}{dv}=-\begin{Bmatrix} 2\sin 2Ev+cv & e\left(-\frac{3}{2}\right) \\ 2\sin 2Ev+c'mv+cv & e\epsilon'\left(\frac{3}{4}\right) \\ 2\sin 2Ev-c'mv+cv & e\epsilon'\left(-\frac{21}{4}\right)\end{Bmatrix}\frac{d.\delta u}{dv}$$

$$=\cos 4Ev+c'mv \quad \epsilon'\left\{-\frac{45}{16}-\frac{45}{32}=-\frac{135}{32}\right\}me^2$$

$$\cos 4Ev-c'mv \quad \epsilon'\left\{\frac{105}{16}+\frac{315}{32}=\frac{525}{32}\right\}me^2.$$

En réunissant ces parties de l'équation différentielle en δu il viendra,

$$-\frac{d^2.\delta u}{dv^2}-\left(1-\frac{3}{2}\mu^2\right)\delta u=\cos 4Ev+c'mv \quad \epsilon'\left\{-\frac{675}{64}-\frac{405}{32}-\frac{135}{32}-\frac{135}{32}=-\frac{2025}{64}\right\}m^2e^2$$

$$\cos 4Ev-c'mv \quad \epsilon'\left\{\frac{2625}{64}+\frac{1575}{32}+\frac{525}{32}+\frac{525}{32}=\frac{7875}{64}\right\}m^2e^2,$$

et en intégrant

$$\delta u=\cos 4Ev+c'mv \quad \epsilon'\left(-\frac{135}{64}m^2e^2\right)+\cos 4Ev-c'mv \quad \epsilon'\left(\frac{525}{64}m^2e^2\right).$$

Ces deux termes, et ceux affectés des argumens $4Ev\pm c'mv-cv$ (Voyez p. 420 du second volume) donnent

$$\frac{\delta u}{u_{,}}=\cos 4Ev+c'mv \quad \epsilon'\left\{-\frac{135}{64}-\frac{225}{256}=-\frac{765}{256}\right\}m^2e^2$$

$$\cos 4Ev-c'mv \quad \epsilon'\left\{\frac{525}{64}+\frac{875}{256}=\frac{2975}{256}\right\}m^2e^2.$$

Les termes correspondans de la fonction $4\left(\frac{\delta u}{u_{,}}\right)^2$ sont

$$4\left(\frac{\delta u}{u_{,}}\right)^2=\cos 4Ev+c'mv \quad \epsilon'\left\{\frac{15}{4}+\frac{15}{8}+\frac{135}{32}+\frac{135}{16}=\frac{585}{32}\right\}m^2e^2$$

$$\cos 4Ev-c'mv \quad \epsilon'\left\{-\frac{35}{4}-\frac{135}{8}-\frac{945}{32}-\frac{315}{16}=-\frac{2395}{32}\right\}m^2e^2:$$

on les obtient en prenant pour multiplicateurs les termes de la forme $2\cos 2Ev\ (A)$, $2\cos 2Ev\pm cv\ (B)$.

Je comprendrai dans ce même paragraphe le développement des deux termes de la forme $\cos c'mv \ \epsilon'(A.m^2+B.m^2e^2)$, $\cos 2Ev-2cv \ e^2(A.m^2)$; mais sans avoir égard à ceux (de cette même forme) qui naissent

du développement de la fonction $-2m^2 \int R_1 dv$. Le motif de cette exception tient à ce que, il faudrait considérer dans l'expression de $m^2 R_1$ des quantités dont l'ordre est plus avancé d'une unité ; ce qui exige la connoissance de plusieurs termes, qui jusqu'à présent n'ont pas encore été développés. On a supprimé dans le titre de ce paragraphe ce qui regarde ces deux termes, parceque leur développement s'y trouve incomplet, et qu'on a seulement avisé à un moyen propre à abréger l'exposition du calcul qui doit être fait pour les déduire de l'équation différentielle en δu. Cela posé, voici le détail de toutes les opérations successives par lesquelles on parvient à l'expression partielle de $\frac{\delta u}{u_1}$ qu'il s'agit de trouver.

142. Produits partiels de $\left[\frac{3}{2}u_1 - \frac{3}{2}q\left(\frac{\varepsilon' u'}{u_1}\right)^3\right]\frac{\delta u}{u_1}$

Multiplicateur — Produit

$$2\cos c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{9}{4}-\frac{9}{4}e^2\right)\ldots\begin{cases}\cos 2Ev+c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{1475}{48}m^5+\frac{47787}{4096}m^3e^2-\frac{57}{8}m^3e^2\right)\\ \cos 2Ev-c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{1475}{48}m^5+\frac{47787}{4096}m^3e^2-\frac{57}{8}m^3e^2\right)\\ \cos 4Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'\left(\frac{675}{256}m^3\right)\\ \cos 4Ev-c'mv-cv & e\varepsilon'\left(\frac{675}{256}m^3\right)\end{cases}$$

Multiplicateur . . . . $2\cos cv \quad e\,(3)$

$\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{4278639}{4096}m^4e^2\right)$	$\cos 2Ev-c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{1107}{32}m^3e^2\right)$
$\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{10751475}{4096}m^4e^2\right)$	$\cos Ev+cv$	$eb^2\left(-\frac{243}{32}m^3\right)$
$\cos 2Ev-2cv$	$e^2\left(\frac{102135629}{147456}m^5\right)$	$\cos Ev-cv$	$eb^2\left(-\frac{9693}{256}m^3\right)$
$\cos 2Ev+c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{53971}{256}m^3e^2\right)$	$\cos 3Ev-cv$	$eb^2\left(\frac{75}{128}m^2\right)$
$\cos 2Ev+c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{117}{32}m^3e^2\right)$	$\cos 4Ev-cv$	$e\left(-\frac{3}{2}m^4\right)$
$\cos 2Ev-c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{62961}{256}m^3e^2\right)$	$\cos 4Ev-2cv$	$e^2\left(-\frac{3453}{256}m^4\right)$

Multiplicateur		Produit
$2\cos 2cv \quad e^2\left(-\frac{9}{4}\right)$	....	$\cos 2Ev-2cv \quad e^2\left(-\frac{1475}{48}m^3\right)$
		$\cos 4Ev-2cv \quad e^2\left(\frac{675}{256}m^4\right)$
$2\cos cv+c'mv \quad e\epsilon'\left(\frac{27}{8}+\frac{9}{4}m\right)$	...	$\cos 2Ev+c'mv \quad \epsilon'\left(\frac{352737}{4096}m^3e^2+\frac{2313}{128}m^3e^2\right)$
		$\cos 2Ev-c'mv \quad \epsilon'\left(-\frac{891}{128}m^3e^2-\frac{81}{32}m^3e^2\right)$
$2\cos cv-c'mv \quad e\epsilon'\left(\frac{27}{8}-\frac{9}{4}m\right)$	...	$\cos 2Ev-c'mv \quad \epsilon'\left(\frac{352737}{4096}m^3e^2-\frac{2313}{128}m^3e^2\right)$
		$\cos 2Ev+c'mv \quad \epsilon'\left(-\frac{891}{128}m^3e^2+\frac{81}{32}m^3e^2\right)$.

143. Produits partiels de $3q\left(\frac{a'u'}{u_1}\right)^3\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$

Multiplicateur .... $\cos 0v$ (3)

$\cos c'mv$	$\epsilon'\left(\frac{3167}{8}m^6+\frac{1594159}{1024}m^4e^2\right)$	$\cos Ev$	$b^2\left(-\frac{34623}{256}m^3\right)$
$\cos 2cv$	$e^2\left(\frac{1623}{256}m^4\right)$	$\cos Ev-cv$	$eb^2\left(-\frac{25425}{512}m^3\right)$
$\cos 2Ev-2cv$	$e^2\left(\frac{16877}{512}m^3\right)$	$\cos 3Ev-cv$	$eb^2\left(-\frac{675}{128}m^2\right)$
$\cos 2Ev+c'mv$	$\epsilon'\left(-\frac{57}{4}m^5-\frac{49167}{512}m^3e^2\right)$	$\cos 4Ev$	$\left(\frac{3}{2}m^4\right)$
$\cos 2Ev-c'mv$	$\epsilon'\left(-\frac{57}{4}m^3+\frac{70227}{512}m^3e^2\right)$	$\cos 4Ev-cv$	$e\left(\frac{1341}{32}m^4\right)$
$\cos 4Ev+c'mv-cv$	$e\epsilon'\left(-\frac{135}{16}m^3\right)$	$\cos 4Ev-2cv$	$e^2\left(\frac{1157181}{4096}m^4\right)$
$\cos 4Ev-c'mv-cv$	$e\epsilon'\left(\frac{525}{16}m^3\right)$		

Multiplicateur		Produit
		$\cos c'mv \quad \epsilon'\left(\frac{873}{8}m^6+\frac{2776023}{4096}m^4e^2\right)$
$2\cos c'mv \quad \epsilon'\left(\frac{9}{2}\right)$	......	$\cos 4Ev+c'mv-cv \quad e\epsilon'\left(\frac{135}{16}m^3\right)$
		$\cos 4Ev-c'mv-cv \quad e\epsilon'\left(\frac{135}{16}m^3\right)$

Multiplicateur ..... $2\cos cv \quad e\left(-\frac{9}{2}\right)$

$\cos 2cv$	$e^2\left(-\frac{3699}{64}m^4\right)$	$\cos 2Ev-c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{81}{16}m^3e^2\right)$
$\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{28899}{128}m^4e^2\right)$	$\cos 2Ev-2cv$	$e^2\left(\frac{675}{128}m^5\right)$
$\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{17079}{128}m^4e^2\right)$	$\cos Ev-cv$	$eb^2\left(\frac{135}{32}m^3\right)$
$\cos 2Ev+c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{243}{32}m^3e^2\right)$	$\cos 4Ev-cv$	$e\left(-\frac{9}{4}m^4\right)$
$\cos 2Ev-c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{567}{32}m^3e^2\right)$	$\cos 4Ev-2cv$	$e^2\left(-\frac{4023}{64}m^4\right)$
$\cos 2Ev+c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{81}{16}m^3e^2\right)$		

Multiplicateur — Produit

$$2\cos 2cv \quad e^2\left(\frac{9}{2}\right) \ldots\ldots\ldots \begin{cases} \cos 2cv & e^2\left(\frac{9}{2}m^4\right) \\ \cos 4Ev-2cv & e^2\left(\frac{9}{4}m^4\right) \end{cases}$$

$$2\cos cv+c'mv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{27}{4}-\frac{9}{2}m\right)\ldots \left\{ \cos c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{11097}{128}m^4e^2-\frac{135}{16}m^4e^2\right)\right.$$

$$2\cos cv-c'mv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{27}{4}+\frac{9}{2}m\right)\ldots \left\{ \cos c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{11097}{128}m^4e^2+\frac{135}{16}m^4e^2\right).\right.$$

144. Il est clair qu'on a,

$$-5q\left(\frac{a'u'}{u_1}\right)^3\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2 = \left\{-5+2\cos cv \quad e\left(\frac{15}{2}\right)\right\}\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$$

$$=\cos c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{45}{4}m^6+\frac{10125}{256}m^4e^2\right)+\cos 2Ev-2cv \quad e^2\left\{\frac{675}{32}-\frac{20475}{128}=-\frac{17775}{128}\right\}m^5.$$

145. Si l'on observe maintenant qu'on a (Voyez p. 327 du I.er volume);

$$\delta[(a'u')^3]=$$

$$\left\{2\sin c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{3}{2}m\right)+2\sin cv+c'mv \quad e\varepsilon'\left(\frac{3}{2}m^2\right)+2\sin cv-c'mv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{3}{2}m^2\right)\right\}\delta nt$$

$$+\ 2\cos c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{3}{4}m^2\right).(\delta nt)^2;$$

$$(\delta nt)^2=\left(-\frac{11}{8}m^2.\sin 2Ev-\frac{15}{4}me.\sin 2Ev-cv\right)^2=\cos ov\left(\frac{121}{128}m^4+\frac{225}{32}m^2e^2\right),$$

on en conclura, que

$$\delta[(\alpha' u')^3] =$$

$$\begin{array}{lll}
\cos c'mv & \epsilon' & \left(-\frac{363}{256}m^6 - \frac{675}{64}m^4e^2\right) \\
\cos cv + c'mv & e\epsilon' & \left(\frac{1215}{64}m\right) \\
\cos cv - c'mv & e\epsilon' & \left(-\frac{1215}{64}m^4\right) \\
\cos 2Ev + c'mv & \epsilon' & \left\{-\frac{893}{48}m^5 + \left(\frac{1809}{128} + \frac{45}{8} = \frac{2529}{128}\right)m^3e^2\right\} \\
\cos 2Ev - c'mv & \epsilon' & \left\{\frac{893}{48}m^5 - \left(\frac{1809}{128} + \frac{45}{8} = \frac{2529}{128}\right)m^3e^2\right\} \\
\cos 2Ev + c'mv - cv & e\epsilon' & \left(-\frac{855}{32}m^3\right) \\
\cos 2Ev - c'mv - cv & e\epsilon' & \left(\frac{855}{32}m^3\right) \\
\cos 2Ev + c'mv + cv & e\epsilon' & \left(8.m^3\right) \\
\cos 2Ev - c'mv + cv & e\epsilon' & \left(-8.m^3\right);
\end{array}$$

d'où on tire, en faisant le produit par $\frac{q}{2u_1^3} = \frac{1}{2} + 2\cos cv \;\; e\left(-\frac{3}{4}\right)$,

$$\begin{array}{lll}
\frac{q}{2}\frac{\delta[(\alpha'u')^3]}{u_1^3} = \cos c'mv & \epsilon' & \left\{-\frac{363}{512}m^6 - \left(\frac{675}{128} + \frac{3645}{256} - \frac{3645}{256} = \frac{675}{128}\right)m^4e^2\right\} \\
\cos 2Ev + c'mv & \epsilon' & \left\{-\frac{893}{96}m^5 + \left(\frac{2529}{256} + \frac{2565}{128} - \frac{9}{4} = \frac{7083}{256}\right)m^3e^2\right\} \\
\cos 2Ev - c'mv & \epsilon' & \left\{\frac{893}{96}m^5 - \left(\frac{2529}{256} + \frac{2565}{128} - \frac{9}{4} = \frac{7083}{256}\right)m^3e^2\right\}.
\end{array}$$

La fonction

$$-3\frac{\delta u}{u_1}\cdot\frac{q}{2}\frac{\delta[(\alpha'u')^3]}{u_1^3} = \left\{\begin{array}{l} 2\cos 2Ev \;\; \left(-\frac{3}{2}m^2 - \frac{19}{4}m^3\right) \\ +2\cos 2Ev - cv \;\; e\left(-\frac{45}{16}m - \frac{771}{64}m^2\right)\end{array}\right\}\frac{q}{2}\cdot\frac{\delta[(\alpha'u')^3]}{u_1^3}.$$

donne le terme (Voyez page 99)

$$\cos c'mv \;\; \epsilon'\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{177}{32} + \frac{627}{128} - \frac{177}{32} - \frac{627}{128} = 0\right)m^6 \\ +\left(\frac{1215}{128} - \frac{1215}{128} + \frac{8505}{256} - \frac{8505}{256} + \frac{34695}{1024} - \frac{34695}{1024} = 0\right)m^4e^2\end{array}\right\}$$

146. Cela posé, si l'on fait la réunion des termes fournis par le développement des cinq fonctions précédentes, on aura ;

$$(1) \ldots\ldots \partial R^{IV} + \tfrac{3}{2}\partial u =$$

$$\cos c'mv \quad \epsilon' \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{3167}{8} + \frac{45}{4} - \frac{363}{512} + \frac{873}{8} = \frac{263957}{512}\right) m^4 \\ + \left\{ \begin{array}{l} \frac{10751475}{4096} - \frac{4278639}{4096} + \frac{1594159}{1024} - \frac{28899}{128} - \frac{17079}{128} + \frac{2776023}{4096} \\ - \frac{11097}{128} - \frac{135}{16} - \frac{11097}{128} + \frac{135}{16} + \frac{10125}{256} - \frac{675}{128} = \frac{13584391}{4096} \end{array} \right\} m^4 e^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2cv \quad e^2 \left\{ \frac{1623}{256} - \frac{3699}{64} + \frac{9}{2} = -\frac{12021}{256} \right\} m^4$$

$$\cos 2Ev + c'mv \quad \epsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\left(\frac{1475}{48} + \frac{57}{4} + \frac{893}{96} = \frac{1737}{32}\right) m^3 \\ + \left\{ \begin{array}{l} \frac{7083}{256} + \frac{53971}{256} + \frac{117}{32} + \frac{47787}{4096} - \frac{57}{8} + \frac{352737}{4096} \\ + \frac{2313}{128} - \frac{891}{128} + \frac{81}{32} - \frac{49167}{512} + \frac{243}{32} + \frac{81}{16} = \frac{269389}{1024} \end{array} \right\} m^3 e^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv \quad \epsilon' \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{893}{96} - \frac{1475}{48} - \frac{57}{4} = -\frac{3425}{96}\right) m^3 \\ + \left\{ \begin{array}{l} \frac{62961}{256} - \frac{7083}{256} - \frac{1107}{32} + \frac{47787}{4096} - \frac{57}{8} - \frac{891}{128} - \frac{81}{32} \\ + \frac{352787}{4096} - \frac{2313}{128} + \frac{70227}{512} + \frac{567}{32} - \frac{81}{16} = \frac{406113}{1024} \end{array} \right\} m^3 e^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ \frac{102435629}{147456} - \frac{1475}{48} + \frac{16877}{512} + \frac{675}{128} - \frac{17775}{128} = \frac{83065805}{147456} \right\} m^5$$

$$\cos Ev \quad b^2 \left\{ \frac{225}{32} - \frac{34623}{256} = -\frac{32823}{256} \right\} m^3$$

$$\cos Ev - cv \quad eb^2 \left\{ -\frac{9693}{128} - \frac{25425}{512} + \frac{135}{32} = -\frac{62037}{512} \right\} m^3$$

$$\cos Ev + cv \quad eb^2 \left(-\frac{243}{16} m^2 \right)$$

$$\cos 3Ev - cv \quad eb^2 \left\{ \frac{75}{64} - \frac{675}{128} = -\frac{525}{128} \right\} m^2$$

$$\cos 4Ev \quad \left(\frac{3}{2} m^4 \right)$$

$$\cos 4Ev - cv \quad e \left\{ \frac{1341}{32} - \frac{3}{2} - \frac{9}{4} = \frac{1221}{32} \right\} m^4$$

$$\cos 4Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ \frac{9}{8} - \frac{3453}{256} + \frac{1157181}{4096} - \frac{4023}{64} + \frac{9}{4} = \frac{858285}{4096} \right\} m^4$$

$$\cos 4Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ \frac{675}{256} - \frac{135}{16} + \frac{135}{16} = \frac{675}{256} \right\} m^3$$

$$\cos 4Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ \frac{675}{256} + \frac{525}{16} + \frac{135}{16} = \frac{11235}{256} \right\} m^3.$$

147. Développons maintenant les différentes fonctions qui composent l'expression de $\delta R'$ (Voyez page 273 du Ier volume).

Produits partiels de $-6q \cdot \frac{(a'u')^3}{u_1^4} \begin{smallmatrix} sin \\ cos \end{smallmatrix} (2v - 2v') \cdot \frac{\delta u}{u_1}$.

Multiplicateur . . . . . $2 \begin{smallmatrix} sin \\ cos \end{smallmatrix} 2Ev \ (-3)$

sin cos $2Ev + c'mv$	ε'	$\left(-\frac{1543}{2} m^5 - \frac{22995}{64} m^3 e^2\right)$	sin cos $2cv$	e^2	$\left(-\frac{1191013}{12288} m^4\right)$
$2Ev - c'mv$	ε'	$\left(-\frac{1543}{2} m^5 - \frac{22995}{64} m^3 e^2\right)$	$-2cv$	e^2	$\left(-\frac{4469}{1280} m^4\right)$
$4Ev$		$\left(-\frac{64}{3} m^4\right)$	Ev	b^2	$\left(\frac{4733199}{2048} m^5\right)$
$4Ev - cv$	e	$\left(-\frac{1416863}{6144} m^4\right)$	$Ev + cv$	eb^2	$\left(\frac{1557}{64} m^3\right)$
$4Ev - 2cv$	e^2	$\left(-\frac{1191013}{12288} m^4\right)$	$3Ev - cv$	eb^2	$\left(\frac{1557}{64} m^3\right)$
$4Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'$	$\left(-\frac{53971}{256} m^3\right)$	$Ev - cv$	eb^2	$\left(-\frac{60607}{1024} m^4\right)$ (**)
$4Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'$	$\left(-\frac{62961}{256} m^3\right)$	$-(Ev - cv)$	eb^2	$\left(\frac{165381}{512} m^4\right)$ (**)
$-(2Ev + c'mv)$	ε'	$\left(-\frac{3159}{640} m^5 + \frac{2295}{256} m^3 e^2\right)$ (*)	$-Ev$	b^2	$\left(-\frac{217859}{4096} m^5\right)$
$-(2Ev - c'mv)$	ε'	$\left(\frac{7371}{128} m^5 - \frac{8925}{256} m^3 e^2\right)$ (*)	$-(Ev + cv)$	eb^2	$\left(\frac{255}{128} m^3\right)$
$-(4Ev - 2cv)$	e^2	$\left(-\frac{2025}{512} m^4\right)$	$6Ev - cv$	e	$\left(\frac{225}{64} m^3\right)$

(*) Voyez p. 575.

(**) Voyez p. 573.

Multiplicateur		Produit
$2 \frac{\sin}{\cos} 2Ev + cv \quad e\left(6 - 6.m - \frac{9}{2}m^2\right)$	$\frac{\sin}{\cos}$	$2Ev - c'mv \quad \epsilon'\left(-\frac{52299}{128}m^3e^2 + \frac{2367}{32}m^3e^2\right)$
		$2Ev + c'mv \quad \epsilon'\left(\frac{106659}{128}m^3e^2 - \frac{8483}{32}m^3e^2\right)$
		$2cv \quad e^2\left(\frac{1416863}{3072}m^4 - \frac{39193}{256}m^4 - \frac{135}{16}m^4\right)$
		$Ev + cv \quad eb^2\left(-\frac{243}{8}m^3 + \frac{45}{8}m^2\right)$
		$-(Ev - cv) \quad eb^2\left(\frac{4065}{128}m^4 - \frac{1245}{128}m^4\right)$

Multiplicateur . . . . $2 \frac{\sin}{\cos} 2Ev - cv \quad e\left(6 + 6.m + \frac{9}{2}m^2\right)$

Produit $\frac{\sin}{\cos}$

$$2Ev + c'mv \quad \epsilon'\left(-\frac{52299}{128}m^3e^2 - \frac{2367}{32}m^3e^2\right)$$

$$2Ev - c'mv \quad \epsilon'\left(\frac{106659}{128}m^3e^2 + \frac{8483}{32}m^3e^2\right)$$

$$4Ev - cv \quad e\left(\frac{128}{3}m^4 + 19.m^4\right)$$

$$4Ev - 2cv \quad e^2\left(\frac{1416863}{3072}m^4 + \frac{39193}{256}m^4 + \frac{135}{16}m^4\right)$$

$$-2cv \quad e^2\left(-\frac{1389}{64}m^4 - \frac{99}{8}m^4\right)$$

$$4Ev + c'mv - cv \quad e\epsilon'\left(-\frac{19}{4}m^3 - 3.m^3\right)$$

$$4Ev - c'mv - cv \quad e\epsilon'\left(\frac{399}{4}m^3 + 21.m^3\right)$$

$$3Ev - cv \quad eb^2\left(-\frac{243}{8}m^2 - \frac{45}{8}m^2\right)$$

$$Ev - cv \quad eb^2\left(-\frac{206667}{256}m^4 - \frac{9693}{64}m^4 - \frac{135}{32}m^4\right)$$

$$-(Ev + cv) \quad eb^2\left(\frac{75}{32}m^2\right)$$

$$-(2Ev + c'mv) \quad \epsilon'\left(\frac{675}{64}m^3e^2\right)$$

$$-(2Ev - c'mv) \quad \epsilon'\left(-\frac{2625}{64}m^3e^2\right)$$

Multiplicateur — Produit

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+c'mv \quad \epsilon'\left(\ \frac{3}{2}\right)\ldots\left\{\begin{array}{lll} {}^{\sin}_{\cos}\ 4Ev+c'mv-cv & e\epsilon'\left(\ \frac{39193}{1024}m^3\right) \\ -(2Ev-c'mv) & \epsilon'\left(-\frac{1053}{320}m^5+\frac{765}{256}m^3e^2\right)\end{array}\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-c'mv \quad \epsilon'\left(-\frac{21}{2}\right)\ldots\left\{\begin{array}{lll} {}^{\sin}_{\cos}\ 4Ev-c'mv-cv & e\epsilon'\left(-\frac{274351}{1024}m^3\right) \\ -(2Ev+c'mv) & \epsilon'\left(\ \frac{7371}{320}m^5-\frac{5355}{256}m^3e^2\right)\end{array}\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+c'mv-cv \quad e\epsilon'\left(-3-\frac{3}{2}m\right)\left\{\begin{array}{lll} {}^{\sin}_{\cos}\ 4Ev+c'mv-cv & e\epsilon'\left(-\frac{19}{2}m^3-\frac{3}{2}m^3\right) \\ -(2Ev-c'mv) & \epsilon'\left(\ \frac{225}{64}m^3e^2\right)\end{array}\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-c'mv-cv \quad e\epsilon'\left(21+\frac{63}{2}m\right)\left\{\begin{array}{lll} {}^{\sin}_{\cos}\ 4Ev-c'mv-cv & e\epsilon'\left(\ \frac{133}{2}m^3+\frac{63}{2}m^3\right) \\ -(2Ev+c'mv) & \epsilon'\left(-\frac{1575}{64}m^3e^2\right)\end{array}\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-2cv \quad e^2\left(-\frac{15}{2}-\frac{57}{4}m-6.m^2\right)\left\{\begin{array}{lll} {}^{\sin}_{\cos}\ 4Ev-2cv & e^2\left(-\frac{160}{3}m^4-\frac{361}{8}m^4-6.m^4\right) \\ -2cv & e^2\left(-\frac{160}{3}m^4-\frac{361}{8}m^4-6.m^4\right)\end{array}\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+2cv \quad e^2\left(-\frac{15}{2}+\frac{57}{4}m-6.m^2\right)\left\{{}^{\sin}_{\cos}\ 2cv \qquad e^2\left(-\frac{160}{3}m^4+\frac{361}{8}m^4-6.m^4\right)\right.$$

La réunion de ces produits partiels donne

$$(a)\ \ldots\ldots -6q\,\frac{\delta u}{u_1}\cdot\frac{(a'u')^3}{u_1^4}\,{}^{\sin}_{\cos}\,(2v-2v')=$$

$${}^{\sin}_{\cos}\quad 2cv \quad e^2\left\{-\frac{1191013}{12288}+\frac{1416863}{3072}-\frac{39193}{256}-\frac{135}{16}-\frac{160}{3}+\frac{361}{8}-6=\frac{772301}{4096}\right\}m^4$$

$$-2cv \qquad e^2\left\{-\frac{160}{3}-\frac{361}{8}-6-\frac{4469}{1280}-\frac{1389}{64}-\frac{99}{8}=-\frac{545387}{3840}\right\}m^4$$

$$2Ev+c'mv \quad \epsilon'\left\{-\frac{1543}{2}m^5+\left\{\begin{array}{l}\frac{106659}{128}-\frac{22995}{64}-\frac{3483}{32} \\ -\frac{52299}{128}-\frac{2367}{32}=\frac{7515}{64}\end{array}\right\}m^3e^2\right\}$$

$$-(2Ev+c'mv) \quad \epsilon'\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{7871}{320}-\frac{3159}{640}=\frac{11583}{640}\right)m^5 \\ +\left(\frac{2295}{256}+\frac{675}{64}-\frac{5355}{256}-\frac{1575}{64}=-\frac{1665}{64}\right)m^3e^2\end{array}\right\}$$

$$\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\quad 2Ev - c'mv \qquad e'\left\{-\frac{1543}{2}m^5 + \left\{\begin{matrix}\frac{2367}{32} - \frac{22995}{64} - \frac{52299}{128}\\ + \frac{106659}{128} + \frac{3483}{32} = \frac{15885}{64}\end{matrix}\right\} m^3 e^2\right\}$$

$$-(2Ev - c'mv) \quad e'\left\{\begin{matrix}\left(\frac{7371}{128} - \frac{1053}{320} = \frac{34749}{640}\right) m^5\\ -\left(\frac{8925}{256} + \frac{2625}{64} - \frac{765}{256} - \frac{225}{64} = \frac{555}{8}\right) m^3 e^2\end{matrix}\right\}$$

$$Ev \qquad b^2\left(\frac{4733199}{2048} m^5\right)$$

$$-Ev \qquad b^2\left(-\frac{217859}{4096} m^5\right)$$

$$Ev + cv \qquad eb^2\left\{\frac{1557}{64} - \frac{243}{8} + \frac{45}{8} = -\frac{27}{64}\right\} m^4$$

$$-(Ev + cv) \qquad eb^2\left\{\frac{75}{32} + \frac{255}{128} = \frac{555}{128}\right\} m^4$$

$$Ev - cv \qquad eb^2\left\{-\frac{60607}{1024} - \frac{206667}{256} - \frac{9693}{64} - \frac{135}{32} = -\frac{1046683}{1024}\right\} m^4$$

$$-(Ev - cv) \qquad eb^2\left\{\frac{165381}{512} + \frac{4065}{128} - \frac{1245}{128} = \frac{176661}{512}\right\} m^4$$

$$3Ev - cv \qquad eb^2\left\{\frac{1557}{64} - \frac{243}{8} - \frac{45}{8} = -\frac{747}{64}\right\} m^4$$

$$4Ev \qquad \left(-\frac{64}{3} m^4\right)$$

$$4Ev - cv \qquad e\left\{-\frac{1416863}{6144} + \frac{128}{3} + 19 = -\frac{1037983}{6144}\right\} m^4$$

$$4Ev - 2cv \qquad e^2\left\{\begin{matrix}-\frac{1191013}{12288} + \frac{1416863}{3072} + \frac{39193}{256} + \frac{135}{16}\\ -\frac{160}{3} - \frac{361}{8} - 6 = \frac{1725933}{4096}\end{matrix}\right\} m^4$$

$$-(4Ev - 2cv) \quad e^2\left(-\frac{2025}{512} m^4\right)$$

$$4Ev - c'mv - cv \quad ee'\left\{\frac{399}{4} - \frac{62961}{256} + 21 - \frac{274351}{1024} + \frac{133}{2} + \frac{63}{2} = -\frac{302195}{1024}\right\} m^3$$

$$4Ev + c'mv - cv \quad ee'\left\{-\frac{53971}{256} - \frac{19}{4} - 3 + \frac{39193}{1024} - \frac{19}{2} - \frac{3}{2} = -\frac{19591}{1024}\right\} m^3$$

$$6Ev - cv \qquad e\left(\frac{225}{64} m^3\right).$$

Produits partiels de $-\frac{15}{8}qb^3.\frac{(\alpha' u')^4}{u_1^5}\,{}^{sin}_{cos}(v-v').\frac{\delta u}{u_1}$.

Multiplicateur — Produit

$$2\,{}^{sin}_{cos}Ev \qquad b^3\left(-\frac{15}{16}\right)\ldots\ldots\left\{\begin{array}{ll} {}^{sin}_{cos}-Ev & b^3\left(-\frac{7375}{576}m^5\right) \\ -(Ev-cv) & eb^3\left(-\frac{7084315}{98304}m^4\right) \\ 3Ev-cv & eb^3\left(-\frac{3855}{512}m^3\right) \\ -(Ev+cv) & eb^3\left(\frac{135}{128}m^3\right) \end{array}\right.$$

$$2\,{}^{sin}_{cos}Ev+cv \quad eb^3\left(\frac{75}{32}-\frac{15}{16}m\right)\ldots\left\{\,{}^{sin}_{cos}-(Ev-cv) \quad eb^3\left(\frac{50}{3}m^4-\frac{95}{32}m^4\right)\right.$$

$$2\,{}^{sin}_{cos}Ev-cv \quad eb^3\left(\frac{75}{32}\right)\ldots\ldots\left\{\begin{array}{ll} {}^{sin}_{cos}\ 3Ev-cv & eb^3\left(\frac{75}{32}m^3\right) \\ -(Ev+cv) & eb^3\left(\frac{75}{32}m^3\right). \end{array}\right.$$

$$(b)\ \ldots\ldots -\frac{15}{8}qb^3.\frac{(\alpha' u')^4}{u_1^5}\,{}^{sin}_{cos}(v-v').\frac{\delta u}{u_1}=$$

$$\begin{array}{lll} {}^{sin}_{cos}-Ev & b^3\left(-\frac{7375}{576}m^5\right) & \\ -(Ev-cv) & eb^3\left\{\frac{50}{3}-\frac{7084315}{98304}-\frac{95}{32}=-\frac{1912585}{32768}\right\}m^4 & \\ -(Ev+cv) & eb^3\left\{\frac{135}{128}+\frac{75}{32}=\frac{435}{128}\right\}m^3 & \\ 3Ev-cv & eb^3\left\{\frac{75}{32}-\frac{3855}{512}=-\frac{2655}{512}\right\}m^3. & \end{array}$$

Produits partiels de $-\frac{75}{8}q\,b^3.\frac{(\alpha' u')^4}{u_1^5}\,{}^{sin}_{cos}(3v-3v').\frac{\delta u}{u_1}$

Multiplicateur — Produit

$$2\,{}^{sin}_{cos}3Ev \qquad b^3\left(-\frac{75}{16}\right)\ldots\ldots\left\{\begin{array}{ll} {}^{sin}_{cos}\ Ev & b^3\left(-\frac{36875}{576}m^5\right) \\ Ev+cv & eb^3\left(-\frac{19275}{512}m^3\right) \\ Ev-cv & eb^3\left(\frac{34725}{2048}m^4\right) \\ -Ev & b^3\left(\frac{5265}{512}m^5\right) \\ -(Ev-cv) & eb^3\left(\frac{86325}{4096}m^4\right) \end{array}\right.$$

$2\frac{\sin}{\cos} 3Ev-cv \quad eb^2\left(\frac{375}{32}+\frac{225}{16}m\right) \ldots \left\{\frac{\sin}{\cos} \quad Ev-cv \quad eb^2\left(\frac{250}{3}m^4+\frac{1425}{32}m^4\right)\right.$

$2\frac{\sin}{\cos} 3Ev+cv \quad eb^2\left(\frac{375}{32}\right) \ldots\ldots\ldots \left\{\begin{array}{lll}\frac{\sin}{\cos} & Ev+cv & eb^2\left(\frac{375}{32}m^4\right) \\ & -(Ev-cv) & eb^2\left(-\frac{375}{32}m^4\right)\end{array}\right.$

$(c) \ldots\ldots -\frac{75}{8}q\,b^2\frac{(a'u')^4}{u_1^5}\frac{\sin}{\cos}(3v-3v').\frac{\delta u}{u_1}=$

$\frac{\sin}{\cos}$ Ev		$b^2\left(-\frac{36875}{576}m^5\right)$
$-Ev$		$b^2\left(\frac{5265}{512}m^5\right)$
$Ev+cv$	eb^2	$\left\{\frac{375}{32}-\frac{19275}{512}=-\frac{13275}{512}\right\}m^4$
$Ev-cv$	eb^2	$\left\{\frac{31725}{2048}+\frac{250}{3}+\frac{1425}{32}=\frac{889775}{6144}\right\}m^4$
$-(Ev-cv)$	eb^2	$\left\{\frac{86325}{4096}-\frac{375}{64}=\frac{62325}{4096}\right\}m^4.$

Produits partiels de $15q.\frac{(a'u')^3}{u_1^4}\frac{\sin}{\cos}(2v-2v')\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$

Multiplicateur . . . . $2\frac{\sin}{\cos}2Ev \quad \left(\frac{15}{2}\right)$

$\frac{\sin}{\cos}$ $2Ev+c'mv$	$e'\left(190\,m^5+\frac{30075}{64}m^3e^2\right)$	$\frac{\sin}{\cos}$ $Ev+cv$	$eb^2\left(-\frac{3375}{256}m^4\right)$
$2Ev-c'mv$	$e'\left(190.m^5+\frac{30075}{64}m^3e^2\right)$	$Ev-cv$	$eb^2\left(\frac{8895}{2048}m^4\right)$
$4Ev+c'mv-cv$	$ee'\left(-\frac{405}{32}m^3\right)$	$3Ev-cv$	$eb^2\left(-\frac{3375}{256}m^4\right)$
$4Ev-c'mv-cv$	$ee'\left(-\frac{945}{32}m^3\right)$	$-(4Ev-2cv)$	$e^2\left(-\frac{16875}{1024}m^4\right)$
$4Ev-2cv$	$e^2\left(\frac{15}{4}m^4\right)$	Ev	$b^2\left(-\frac{173115}{512}m^5\right)$
$2cv$	$e^2\left(\frac{15}{4}m^4\right)$	$-Ev$	$b^2\left(-\frac{91145}{256}m^5\right)$
$-2cv$	$e^2\left(\frac{15}{4}m^4\right)$	$-(Ev-cv)$	$eb^2\left(-\frac{15160035}{16384}m^4\right)$
$-(2Ev+c'mv)$	$e'\left(-\frac{285}{16}m^5+\frac{8775}{256}m^3e^2\right)$	$6Ev-cv$	$e\left(\frac{225}{16}m^3\right)$
$-(2Ev-c'mv)$	$e'\left(\frac{3325}{16}m^5-\frac{35925}{256}m^3e^2\right)$		

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+cv \quad e\left(-15+15.m\right)..\left\{\begin{array}{lll} {}^{\sin}_{\cos} & 2Ev+c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{1125}{16}m^3e^2\right) \\ & 2Ev-c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{825}{16}m^3e^2\right) \\ & -(Ev-cv) & eb^2\left(\frac{3855}{32}m^4-\frac{225}{16}m^4\right) \end{array}\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-cv \quad e\left(-15-15.m\right)..\left\{\begin{array}{lll} {}^{\sin}_{\cos} & 2Ev+c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{825}{16}m^3e^2\right) \\ & 2Ev-c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{1125}{16}m^3e^2\right) \\ & Ev-cv & eb^2\left(\frac{7335}{64}m^4+\frac{225}{16}m^4\right) \end{array}\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{15}{4}\right)..\left\{\begin{array}{lll} {}^{\sin}_{\cos} & 2Ev+c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{95}{4}m^5-\frac{54225}{512}m^3e^2\right) \\ & -(2Ev-c'mv) & \varepsilon'\left(-\frac{95}{8}m^5+\frac{2925}{256}m^3e^2\right) \end{array}\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{105}{4}\right)..\left\{\begin{array}{lll} {}^{\sin}_{\cos} & 2Ev-c'mv & \varepsilon'\left(\frac{665}{4}m^5+\frac{379575}{512}m^3e^2\right) \\ & -(2Ev+c'mv) & \varepsilon'\left(\frac{665}{8}m^5-\frac{20475}{256}m^3e^2\right) \end{array}\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+c'mv+cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{15}{2}\right)...\left\{{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{225}{16}m^3e^2\right)\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{15}{2}\right)...\left\{{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{225}{16}m^3e^2\right)\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-c'mv+cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{105}{2}\right)...\left\{{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{1575}{16}m^3e^2\right)\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{105}{2}\right)...\left\{{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{1575}{16}m^3e^2\right)\right..$$

$$(d) \;\ldots\ldots\; 15.q\,\frac{(a'u')^3}{u_i^4}\,{}^{\sin}_{\cos}(2v-2v')\left(\frac{\delta u}{u_i}\right)^2=$$

$$\begin{array}{lll} {}^{\sin}_{\cos}\; 2cv & e^2\left(\frac{15}{4}m^4\right) \\ -2cv & e^2\left(\frac{15}{4}m^4\right) \\ 2Ev+c'mv & \varepsilon'\left\{\begin{array}{l}\left(190-\frac{95}{4}=\frac{665}{4}\right)m^5 \\ +\left(\frac{30075}{64}-\frac{1125}{16}-\frac{825}{16}-\frac{54225}{512}+\frac{225}{16}+\frac{225}{16}=\frac{138375}{512}\right)m^3e^2\end{array}\right\} \end{array}$$

$$\begin{array}{lll}
{}^{\sin}_{\cos}-(2Ev+c'mv) & \varepsilon' & \left\{\left(\frac{665}{8}-\frac{285}{16}=\frac{1045}{16}\right)m^5+\left(\frac{8775}{256}-\frac{20475}{256}=-\frac{2925}{64}\right)m^3e^2\right\} \\
2Ev-c'mv & \varepsilon' & \left\{\begin{array}{l}\left(190+\frac{665}{4}=\frac{1425}{4}\right)m^5 \\ +\left(\frac{30075}{64}-\frac{825}{16}-\frac{1125}{16}+\frac{379575}{512}-\frac{1575}{16}-\frac{1575}{16}=\frac{456975}{512}\right)m^3e^2\end{array}\right\} \\
-(2Ev-c'mv) & \varepsilon' & \left\{\left(\frac{3325}{16}-\frac{95}{8}=\frac{3135}{16}\right)m^5-\left(\frac{35925}{256}-\frac{2925}{256}=\frac{4125}{32}\right)m^3e^2\right\} \\
Ev & b^2 & \left(-\frac{173115}{512}m^5\right) \\
-Ev & b^2 & \left(-\frac{91145}{256}m^5\right) \\
Ev+cv & eb^2 & \left(-\frac{3375}{256}m^4\right) \\
Ev-cv & eb^2 & \left\{\frac{8895}{2048}+\frac{7335}{64}+\frac{225}{16}=\frac{272415}{2048}\right\}m^4 \\
-(Ev-cv) & eb^2 & \left\{\frac{3855}{32}-\frac{225}{16}-\frac{15160035}{16384}=-\frac{13416675}{16384}\right\}m^4 \\
3Ev-cv & eb^2 & \left(-\frac{3375}{256}m^4\right) \\
4Ev+c'mv-cv & e\varepsilon' & \left(-\frac{405}{32}m^3\right) \\
4Ev-c'mv-cv & e\varepsilon' & \left(-\frac{945}{32}m^3\right) \\
4Ev-2cv & e^2 & \left(\frac{15}{4}m^4\right) \\
-(4Ev-2cv) & e^2 & \left(-\frac{16875}{1024}m^4\right) \\
6Ev-cv & e & \left(\frac{225}{16}m^3\right).
\end{array}$$

$$(e)\ \ldots\ldots\ \frac{45}{8}qb^2\frac{(a'u')^4}{u_1^5}{}^{\sin}_{\cos}(v-v').\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2=$$

$$\left\{2\,{}^{\sin}_{\cos}Ev\quad b^2\left(\frac{45}{16}\right)+2\,{}^{\sin}_{\cos}Ev-cv\quad eb^2\left(-\frac{225}{32}\right)\right\}\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$$

$$={}^{\sin}_{\cos}Ev\quad b^2\left(\frac{285}{16}m^5\right)+{}^{\sin}_{\cos}Ev-cv\quad eb^2\left\{\frac{18495}{512}-\frac{225}{32}=\frac{14895}{512}\right\}m^4$$

$$(f) \ldots\ldots \frac{225}{8} q b^2 \frac{(\alpha' u')^4}{u_1^5} {}^{\sin}_{\cos}(3v-3v')\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2 =$$

$$\left\{ 2\,{}^{\sin}_{\cos}\ 3Ev\ b^2\left(\frac{225}{16}\right) + 2\,{}^{\sin}_{\cos} 3Ev+cv\ eb^2\left(-\frac{1125}{32}\right)\right\}\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$$

$$= {}^{\sin}_{\cos} -Ev\ \ b^2\left(\frac{1425}{32}m^5\right) + {}^{\sin}_{\cos} -(Ev-cv)\ eb^2\left\{\frac{100575}{512}-\frac{1125}{64}=\frac{91575}{512}\right\} m^4.$$

$$(k) \ldots\ldots -30.q\frac{(\alpha' u')^3}{u_1^4}{}^{\sin}_{\cos}(2v-2v').\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^3 = -30.\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^3 {}^{\sin}_{\cos} 2Ev =$$

$${}^{\sin}_{\cos}\ 2cv\ \ e^2\left(-\frac{10125}{256}m^4\right) + {}^{\sin}_{\cos}\ 4Ev-2cv\ e^2\left(-\frac{10125}{256}m^4\right)$$

$$+{}^{\sin}_{\cos}-(4Ev-2cv)\ e^2\left(-\frac{10125}{256}m^4\right) + {}^{\sin}_{\cos}-Ev\ \ b^2\left(\frac{675}{64}m^5\right)$$

$$+{}^{\sin}_{\cos}\ Ev\ b^2\left(\frac{675}{32}m^5\right) + {}^{\sin}_{\cos}Ev-cv\ eb^2\left(\frac{10125}{256}m^4\right) + {}^{\sin}_{\cos}-(Ev-cv)\ eb^2\left(\frac{10125}{256}m^4\right).$$

Produits partiels de $\delta\left[(\alpha' u')^3\,{}^{\sin}_{\cos}(2v-2v')\right]$

Multiplicateur $\ldots\ldots -2\,{}^{\cos}_{\sin}-2Ev\quad (m)$

${}^{\sin}_{\cos}\ 2Ev+c'mv\ \ \varepsilon'\left(\frac{1261}{4}m^5-\frac{2925}{32}m^3e^2\right)$	${}^{\sin}_{\cos}-(2Ev+c'mv)\ \ \varepsilon'\left(-\frac{283}{256}m^5\right)$
$2Ev-c'mv\ \ \varepsilon'\left(-\frac{1261}{4}m^5+\frac{2925}{32}m^3e^2\right)$	$-(2Ev-c'mv)\ \ \varepsilon'\left(\frac{1981}{256}m^5\right)$
$4Ev\ \ \left(\frac{11}{8}m^3+\frac{59}{12}m^4\right)$	$4Ev+c'mv\ \ \varepsilon'\left(-\frac{11}{16}m^3\right)$
$4Ev-cv\ \ e\left(\frac{17847}{256}m^4\right)$	$4Ev-c'mv\ \ \varepsilon'\left(\frac{77}{16}m^3\right)$
$4Ev-2cv\ \ e^2\left(\frac{187057}{3072}m^4\right)$	$3Ev\ \ b^2\left(-\frac{15}{8}m^2\right)$
$2cv\ \ e^2\left(-\frac{187057}{3072}m^4\right)$	$Ev+cv\ \ eb^2\left(\frac{165}{32}m^2\right)$
$-2cv\ \ e^2\left(-\frac{161}{48}m^4\right)$	$3Ev-cv\ \ eb^2\left(-\frac{165}{32}m^2\right)$
$4Ev+c'mv-cv\ \ e\varepsilon'\left(-\frac{15}{32}m^3\right)$	$-Ev\ \ b^2\left(-\frac{415}{128}m^4-\frac{1141}{64}m^5\right)$
$4Ev-c'mv-cv\ \ e\varepsilon'\left(\frac{1775}{32}m^3\right)$	$Ev-cv\ \ eb^2\left(-\frac{25693}{1024}m^4\right)$ (*)
$Ev\ \ b^2\left(\frac{15}{8}m^2+\frac{1773}{32}m^4+\frac{17977}{64}m^5\right)$	$-(Ev-cv)\ \ eb^2\left(\frac{6645}{1024}m^4\right)$ (*)

(*) Voyez page 571.

Multiplicateur		Produit	
$-2\,{}^{\cos}_{\sin}-(2Ev-cv)$	$e\left(-2.m^2\right)$..	${}^{\sin}_{\cos}$ $2Ev-c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{9}{2}m^3e^2\right)$
		$2Ev+c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{9}{2}m^3e^2\right)$
		$4Ev-cv$	$e\left(-\frac{11}{4}m^4\right)$
		$4Ev-2cv$	$e^2\left(-\frac{285}{8}m^4\right)$
		$-2cv$	$e^2\left(-4.m^4\right)$
		$Ev-cv$	$eb^2\left(-\frac{93}{4}m^4\right)$
$-2\,{}^{\cos}_{\sin}-(2Ev+cv)$	$e\left(2.m^2\right)$..	${}^{\sin}_{\cos}$ $2Ev+c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{9}{2}m^3e^2\right)$
		$2Ev-c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{9}{2}m^3e^2\right)$
		$2cv$	$e^2\left(-\frac{285}{8}m^4\right)$
		$-(Ev-cv)$	$eb^2\left(-\frac{15}{16}m^4\right)$
$-2\,{}^{\cos}_{\sin}-(2Ev+c'mv)$	$\varepsilon'\left(-\frac{1}{4}m\right)$..	${}^{\sin}_{\cos}$ $4Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{285}{64}m^3\right)$
		$4Ev+c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{11}{32}m^3\right)$
		$-(2Ev-c'mv)$	$\varepsilon'\left(-\frac{283}{1024}m^5\right)$
$-2\,{}^{\cos}_{\sin}-(2Ev-c'mv)$	$\varepsilon'\left(\frac{21}{4}m\right)$..	${}^{\sin}_{\cos}$ $4Ev-c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{5985}{64}m^3\right)$
		$4Ev-c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{231}{32}m^3\right)$
		$-(2Ev+c'mv)$	$\varepsilon'\left(\frac{5943}{1024}m^5\right)$
$-2\,{}^{\cos}_{\sin}-(2Ev+2cv)$	$e^2\left(-\frac{3}{4}m^2\right)$..	${}^{\sin}_{\cos}$ $2cv$	$e^2\left(\frac{33}{32}m^4\right)$
$-2\,{}^{\cos}_{\sin}-(2Ev-2cv)$	$e^2\left(\frac{3}{4}m^2\right)$..	${}^{\sin}_{\cos}$ $4Ev-2cv$	$e^2\left(\frac{33}{32}m^4\right)$
		$-2cv$	$e^2\left(-\frac{33}{32}m^4\right)$

$$-2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev \quad (-m^2)\ldots\ldots \left\{\begin{array}{lll} {}^{\sin}_{\cos} & Ev & b^2\left(\ \frac{165}{64}\,m^3\right) \\ & -Ev & b^2\left(-\frac{165}{64}\,m^3\right) \\ & -(Ev-cv) & eb^2\left(-\frac{225}{32}\,m^4\right) \end{array}\right\}(*)$$

$$\partial\left[(\alpha' u')^3\,{}^{\sin}_{\cos}(2v-2v')\right]=$$

$${}^{\sin}_{\cos}\quad 2cv \qquad e^2\left\{-\frac{187057}{3072}-\frac{285}{8}+\frac{33}{32}=-\frac{293329}{3072}\right\}m^4$$

$$-2cv \qquad e^2\left\{-\frac{161}{48}-4-\frac{33}{32}=-\frac{805}{96}\right\}m^4$$

$$2Ev+c'mv \qquad \varepsilon'\left\{\frac{1261}{4}m^3-\left(\frac{2925}{32}-\frac{9}{2}+\frac{9}{2}=\frac{2925}{32}\right)m^3e^2\right\}$$

$$2Ev-c'mv \qquad \varepsilon'\left\{-\frac{1261}{4}m^3+\left(\frac{2925}{32}-\frac{9}{2}+\frac{9}{2}=\frac{2925}{32}\right)m^3e^2\right\}$$

$$-(2Ev+c'mv) \qquad \varepsilon'\left\{\frac{5943}{1024}-\frac{283}{256}=\frac{4811}{1024}\right\}m^3$$

$$-(2Ev-c'mv) \qquad \varepsilon'\left\{\frac{1981}{256}-\frac{283}{1024}=\frac{7641}{1024}\right\}m^3$$

$$Ev \qquad b^2\left\{\frac{15}{8}m^2+\frac{1773}{32}m^4+\left(\frac{17977}{64}+\frac{165}{64}=\frac{9071}{32}\right)m^5\right\}$$

$$-Ev \qquad b^2\left\{-\frac{415}{128}m^4-\left(\frac{1141}{64}+\frac{165}{64}=\frac{653}{32}\right)m^5\right\}$$

$$Ev+cv \qquad eb^2\left(\frac{165}{32}m^3\right)$$

$$Ev-cv \qquad eb^2\left\{-\frac{25693}{1024}-\frac{93}{4}=-\frac{49501}{1024}\right\}m^4$$

$$-(Ev-cv) \qquad eb^2\left\{\frac{6645}{1024}-\frac{15}{16}-\frac{225}{32}=-\frac{1515}{1024}\right\}m^4$$

(*) Ces trois termes sont donnés par le carré de δnt, en ayant égard à la formule posée dans la page 331 du I.er volume, et en observant qu'on a,

$$(\delta nt)^2=\left[2\sin 2Ev\ \left(-\frac{11}{8}m^2\right)+2\sin 2Ev-cv\ \ e\left(-\frac{15}{4}m\right)\right]\sin Ev\ \ b^2\left(\frac{15}{8}m\right)$$

$$=\cos Ev\ \ b^2\left(-\frac{165}{64}m^3\right)+\cos 3Ev\ \ b^2\left(\frac{165}{64}m^3\right)+\cos 3Ev-cv\ \ eb^2\left(\frac{225}{32}m^2\right).$$

$$\begin{array}{lll}
{}^{\sin}_{\cos}\ 3Ev & b^2 & \left(-\frac{15}{8}m^2\right) \\
3Ev-cv & eb^2 & \left(-\frac{165}{32}m^2\right) \\
4Ev & & \left(\frac{11}{8}m^3+\frac{59}{12}m^4\right) \\
4Ev-cv & e & \left\{\frac{17347}{256}-\frac{11}{4}=\frac{16643}{256}\right\}m^4 \\
4Ev-2cv & e^2 & \left\{\frac{187057}{3072}-\frac{285}{8}+\frac{33}{32}=\frac{80785}{3072}\right\}m^4 \\
4Ev+c'mv-cv & e\epsilon' & \left\{-\frac{15}{32}-\frac{285}{64}=-\frac{315}{64}\right\}m^3 \\
4Ev-c'mv-cv & e\epsilon' & \left\{\frac{1775}{32}+\frac{5985}{64}=\frac{9535}{64}\right\}m^3 \\
4Ev+c'mv & \epsilon' & \left\{-\frac{11}{16}-\frac{11}{32}=-\frac{33}{32}\right\}m^3 \\
4Ev-c'mv & \epsilon' & \left\{\frac{77}{16}+\frac{231}{32}=\frac{385}{32}\right\}m^3.
\end{array}$$

Ces termes ; ceux des pages 251, 116, 470, et ceux de la page 230 du second volume donnent, en faisant le produit par

$$\frac{3}{2}\frac{q}{u_1^4}=\frac{3}{2}+2\cos cv\ \ e(-3)\ +\ 2\cos 2cv\ \ e^2\left(\frac{15}{4}\right);$$

$$(g)\ \ldots\ldots\ \frac{3}{2}q\,\frac{\delta\left[(a'u')^3\,{}^{\sin}_{\cos}\,(2v-2v')\right]}{u_1^5}=$$

$$\begin{array}{lll}
{}^{\sin}_{\cos}\ \ 2cv & e^2 & \left\{-\frac{293329}{2048}-\frac{295}{16}+\frac{54153}{256}=\frac{102135}{2048}\right\}m^4 \\
-2cv & e^2 & \left\{-\frac{805}{64}-\frac{295}{16}-\frac{185}{8}=-\frac{3465}{64}\right\}m^4 \\
2Ev+c'mv & \epsilon' & \left\{\frac{3783}{8}m^5+\left(\frac{3411}{32}-\frac{8775}{64}+\frac{2439}{32}=\frac{2925}{64}\right)m^3e^2\right\} \\
2Ev-c'mv & \epsilon' & \left\{-\frac{3783}{8}m^5-\left(\frac{1287}{32}+\frac{4563}{32}-\frac{8775}{64}=\frac{2925}{64}\right)m^3e^2\right\} \\
-(2Ev+c'mv) & \epsilon' & \left(\frac{14433}{2048}m^5\right) \\
-(2Ev-c'mv) & \epsilon' & \left(\frac{22923}{2048}m^5\right)
\end{array}$$

$$\begin{array}{lll}
{}^{\sin}_{\cos}\ Ev & b^2\left(\frac{27218}{64}m^3\right) \\
-Ev & b^2\left(-\frac{1959}{64}m^3\right) \\
Ev+cv & eb^2\left\{\frac{495}{64}-\frac{45}{8}=\frac{135}{64}\right\}m^3 \\
Ev-cv & eb^2\left\{-\frac{148503}{2048}-\frac{5319}{32}=-\frac{488919}{2048}\right\}m^4 \\
-(Ev-cv) & eb^2\left\{-\frac{4545}{2048}+\frac{1245}{128}=\frac{15375}{2048}\right\}m^4 \\
3Ev-cv & eb^2\left\{-\frac{495}{64}+\frac{45}{8}=-\frac{135}{64}\right\}m^3 \\
4Ev & \left(\frac{33}{16}m^3+\frac{59}{8}m^4\right) \\
4Ev-cv & e\left\{\frac{49929}{512}-\frac{59}{4}=\frac{42377}{512}\right\}m^4 \\
4Ev-2cv & e^2\left\{\frac{80785}{2048}+\frac{295}{16}-\frac{49929}{256}=-\frac{280887}{2048}\right\}m^4 \\
4Ev+c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{99}{64}m^3\right) \\
4Ev-c'mv & \varepsilon'\left(\frac{1155}{64}m^3\right) \\
4Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'\left\{-\frac{945}{128}+\frac{99}{32}=-\frac{549}{128}\right\}m^3 \\
4Ev-c'mv-cv & e\varepsilon'\left\{\frac{28605}{128}-\frac{1155}{32}=\frac{23985}{128}\right\}m^3.
\end{array}$$

Produits partiels de $b^2\delta.\left[(\alpha'u')^4\,{}^{\sin}_{\cos}(v-v')\right]$.

Multiplicateur		Produit	
$-2\,{}^{\cos}_{\sin}-Ev$	$b^2\left(\frac{m}{2}\right)\ldots\ldots$	${}^{\sin}_{\cos}\ Ev-cv$	$eb^2\left(\frac{405}{64}m^4\right)$
		$-Ev$	$b^2\left(-\frac{59}{24}m^4-\frac{893}{144}m^5\right)$
		$3Ev-cv$	$eb^2\left(\frac{15}{8}m^3\right)$
		$-(Ev-cv)$	$eb^2\left(-\frac{17347}{512}m^4\right)$
$-2\,{}^{\cos}_{\sin}-(Ev+cv$	$eb^2\left(\frac{m^2}{2}\right)\ldots\ldots$	${}^{\sin}_{\cos}-(Ev-cv)$	$eb^2\left(-\frac{11}{16}m^4\right)$

$$b^2.\partial\left[(\alpha' u')^4 {}^{sin}_{cos}(v-v')\right] = {}^{sin}_{cos} - Ev \qquad b^2\left(-\frac{59}{24}m^4 - \frac{893}{144}m^5\right)$$

$$Ev - cv \qquad eb^2\left(\frac{405}{64}m^4\right)$$

$$-(Ev - cv) \qquad eb^2\left\{-\frac{17347}{512} - \frac{11}{16} = -\frac{17699}{512}\right\} m^4$$

$$3Ev - cv \qquad eb^2\left(\frac{15}{8}m^3\right).$$

Le produit de cette fonction par $\frac{3}{8}\cdot\frac{q}{u_1^5} = \frac{3}{8} + 2\cos cv \; e\left(-\frac{15}{16}\right)$, donne

$$(h) \; \ldots\ldots \; \frac{3}{8} q b^2 . \frac{\partial\left[(\alpha' u')^4 {}^{sin}_{cos}(v-v')\right]^{\prime}}{u_1^5} =$$

$${}^{sin}_{cos} - Ev \qquad b^2\left(-\frac{893}{384}m^5\right)$$

$$Ev - cv \qquad eb^2\left(\frac{1215}{512}m^4\right)$$

$$-(Ev - cv) \qquad eb^2\left\{\frac{295}{128} - \frac{53097}{4096} = -\frac{43657}{4096}\right\} m^4$$

$$3Ev - cv \qquad eb^2\left(\frac{45}{64}m^3\right).$$

Produits partiels de $b^2.\partial\left[(\alpha' u')^4 {}^{sin}_{cos}(3v - 3v')\right]$.

Multiplicateur		Produit	
$-2\,{}^{cos}_{sin} - 3Ev$	$b^2\left(\frac{3}{2}m\right)\ldots$	${}^{sin}_{cos}\; Ev$	$b^2\left(-\frac{59}{8}m^4 - \frac{893}{48}m^5\right)$
		$Ev + cv$	$eb^2\left(-\frac{45}{8}m^3\right)$
		$Ev - cv$	$eb^2\left(\frac{119}{16}m^4\right)$
		$-Ev$	$b^2\left(\frac{849}{512}m^5\right)$
		$-(Ev - cv)$	$eb^2\left(\frac{45}{8}m^4\right)$
$-2\,{}^{cos}_{sin} - (3Ev - cv)$	$eb^2\left(-\frac{9}{2}m^2\right)\ldots$	${}^{sin}_{cos}\; Ev - cv$	$eb^2\left(\frac{99}{16}m^4\right)$

$$
\begin{array}{llll}
b^2.\delta\left[(\alpha'u')^4 {}^{\sin}_{\cos}(3v-3v')\right] = {}^{\sin}_{\cos} & Ev & b^2\left(-\frac{59}{8}m^4-\frac{893}{48}m^5\right) \\
 & -Ev & b^2\left(\frac{849}{512}m^5\right) \\
 & Ev+cv & eb^2\left(-\frac{45}{8}m^2\right) \\
 & Ev-cv & eb^2\left\{\frac{119}{16}+\frac{99}{16}=\frac{109}{8}\right\}m^4 \\
 & -(Ev-cv) & eb^2\left(\frac{45}{8}m^4\right).
\end{array}
$$

Le produit de cette fonction par $\frac{15}{8}.\frac{q}{u_1^5}=\frac{15}{8}+2\cos cv\ e\left(-\frac{75}{16}\right)$, donne

$$
(i)\ \ldots\ldots\ \frac{15}{8}q\,b^2.\frac{\delta\left[(\alpha'u')^4 {}^{\sin}_{\cos}(3v-3v')\right]}{u_1^5}=
$$

$$
\begin{array}{lll}
{}^{\sin}_{\cos} & Ev & b^2\left(-\frac{4465}{128}m^5\right) \\
 & -Ev & b^2\left(\frac{12735}{4096}m^5\right) \\
 & Ev+cv & eb^2\left(-\frac{675}{64}m^2\right) \\
 & Ev-cv & eb^2\left(\frac{1635}{64}+\frac{4425}{128}=\frac{7695}{128}\right)m^4 \\
 & -(Ev-cv) & eb^2\left(\frac{675}{64}m^4\right).
\end{array}
$$

Produits partiels de $-4\frac{\delta u}{u_1}.\frac{3}{2}q\frac{\delta\left[(\alpha'u')^3 {}^{\sin}_{\cos}(2v-2v')\right]}{u_1^4}$ (*)

Multiplicateur .... $2{}^{\sin}_{\cos}ov\ \left(\frac{33}{8}m^3+\frac{59}{4}m^4\right)$

$$
\begin{array}{lll|lll}
{}^{\sin}_{\cos} & 2Ev+c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{33}{16}m^5\right) & {}^{\sin}_{\cos} & Ev & b^2\left(-\frac{2673}{128}m^5-\frac{885}{64}m^5\right) \\
 & -(2Ev+c'mv) & \varepsilon'\left(-\frac{33}{16}m^5\right) & & -Ev & b^2\left(-\frac{2673}{128}m^5-\frac{885}{64}m^5\right) \\
 & 2Ev-c'mv & \varepsilon'\left(\frac{231}{16}m^5\right) & & Ev-cv & eb^2\left(-\frac{1485}{256}m^4\right) \\
 & -(2Ev-c'mv) & \varepsilon'\left(\frac{231}{16}m^5\right) & & -(Ev-cv) & eb^2\left(-\frac{1485}{256}m^4\right)
\end{array}
$$

(*) On prendra les termes des multiplicateurs dans les pag. 117, 118, 397, 593 de ce volume, et dans les pages 232, 286, 464 du second volume.

Multiplicateur		Produit		
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\ cv$	$e\left(\frac{45}{4}m^2+\frac{723}{16}m^3\right)$..	${}^{\sin}_{\cos}$	$2Ev-c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{1575}{32}m^3e^2\right)$
			$2Ev+c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{675}{32}m^3e^2\right)$
			$-(Ev-cv)$	$eb^2\left(-\frac{3645}{64}m^4-\frac{10845}{256}m^4\right)$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}-cv$	$e\left(-\frac{57}{4}m^3\right)$..	${}^{\sin}_{\cos}$	$Ev-cv$	$eb^2\left(\frac{855}{64}m^4\right)$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\ c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{429}{32}m^3\right)$..	${}^{\sin}_{\cos}$	$2Ev+c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{429}{32}m^5\right)$
			$-(2Ev-c'mv)$	$\varepsilon'\left(\frac{429}{32}m^5\right)$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}-c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{627}{32}m^3\right)$..	${}^{\sin}_{\cos}$	$2Ev-c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{627}{32}m^5\right)$
			$-(2Ev+c'mv)$	$\varepsilon'\left(\frac{627}{32}m^5\right)$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\ cv-c'mv$	$e\varepsilon'\left(\frac{765}{16}m^2\right)$..	${}^{\sin}_{\cos}$	$2Ev-c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{11475}{128}m^3e^2\right)$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\ cv+c'mv$	$e\varepsilon'\left(\frac{375}{16}m^2\right)$..	${}^{\sin}_{\cos}$	$2Ev+c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{5625}{128}m^3e^2\right)$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\ 2Ev+c'mv$	$\varepsilon'\left(9.\,m^2\right)$..	${}^{\sin}_{\cos}$	$4Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{135}{8}m^3\right)$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\ 2Ev-c'mv$	$\varepsilon'\left(-9.\,m^3\right)$..	${}^{\sin}_{\cos}$	$4Ev-c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{135}{8}m^3\right)$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\ Ev$	$b^2\left(-\frac{45}{8}m^2-\frac{279}{8}m^3\right)$..	${}^{\sin}_{\cos}$	$-Ev$	$b^2\left(-\frac{285}{16}m^5-\frac{279}{8}m^5\right)$
			$-(Ev-cv)$	$eb^2\left(-\frac{11565}{256}m^4-\frac{4185}{64}m^4\right)$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}-Ev$	$b^2\left(\frac{45}{32}m^3\right)$..	${}^{\sin}_{\cos}$	Ev	$b^2\left(\frac{45}{32}m^5\right)$
			$Ev-cv$	$eb^2\left(\frac{675}{256}m^4\right)$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\ Ev+cv$	$eb^2\left(-\frac{135}{32}m^2\right)$..	${}^{\sin}_{\cos}$	$-(Ev-cv)$	$eb^2\left(-\frac{135}{32}m^4\right)$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\ 3Ev$	$b^2\left(\frac{45}{8}m^2+\frac{279}{8}m^3\right)$..	${}^{\sin}_{\cos}$	Ev	$b^2\left(\frac{285}{16}m^5+\frac{279}{8}m^5\right)$
			$Ev-cv$	$eb^2\left(-\frac{405}{64}m^4\right)$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\ 3Ev-cv$	$eb^2\left(\frac{135}{32}m^2\right)$..	${}^{\sin}_{\cos}$	$Ev-cv$	$eb^2\left(\frac{135}{32}m^4\right)$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\quad 4Ev \qquad \left(-\tfrac{33}{8}m^3\right)..\left\{\begin{array}{lll} {}^{\sin}_{\cos}\ 2Ev-c'mv & \varepsilon'\left(\ \ \tfrac{33}{16}\ m^5\right) \\ \phantom{{}^{\sin}_{\cos}}\ 2Ev+c'mv & \varepsilon'\left(-\tfrac{231}{16}\ m^5\right) \\ \phantom{{}^{\sin}_{\cos}}\ Ev & b^2\left(-\tfrac{825}{512}\ m^5\right) \end{array}\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\quad 4Ev-cv \quad e\left(-\tfrac{45}{4}m^3\right)..\left\{\begin{array}{lll} {}^{\sin}_{\cos}\ Ev-cv & eb^2\left(-\tfrac{1125}{256}\ m^4\right) \\ \phantom{{}^{\sin}_{\cos}}\ 2Ev-c'mv & \varepsilon'\left(\ \ \tfrac{675}{32}\ m^3e^2\right) \\ \phantom{{}^{\sin}_{\cos}}\ 2Ev+c'mv & \varepsilon'\left(-\tfrac{1575}{32}\ m^3e^2\right) \end{array}\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\quad 4Ev+c'mv \quad \varepsilon'\left(\ \ \tfrac{99}{32}m^3\right)..\left\{{}^{\sin}_{\cos}\quad 2Ev+c'mv \quad \varepsilon'\left(\ \ \tfrac{99}{32}\ m^5\right)\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\quad 4Ev-c'mv \quad \varepsilon'\left(-\tfrac{1155}{32}m^3\right)..\left\{{}^{\sin}_{\cos}\quad 2Ev-c'mv \quad \varepsilon'\left(-\tfrac{1155}{32}\ m^5\right).\right.$$

$$(l)\ \ldots\ldots -4\frac{\delta u}{u_1}\cdot\frac{3}{2}q\,\frac{\partial\left[(\alpha'u')^3\,{}^{\sin}_{\cos}(2v-2v')\right]}{u_1{}^4} =$$

$${}^{\sin}_{\cos}\quad 2Ev+c'mv \quad \varepsilon'\left\{\begin{array}{l} \left(\tfrac{429}{32}-\tfrac{33}{16}-\tfrac{231}{16}+\tfrac{99}{32}=0\right)m^5 \\ -\left(\tfrac{675}{32}+\tfrac{1575}{32}-\tfrac{5625}{128}=\tfrac{3375}{128}\right)m^3e^2 \end{array}\right\}$$

$$-(2Ev+c'mv)\quad \varepsilon'\left\{-\tfrac{33}{16}+\tfrac{627}{32}=\tfrac{561}{32}\right\}m^5$$

$$2Ev-c'mv \quad \varepsilon'\left\{\begin{array}{l} \left(\tfrac{231}{16}+\tfrac{627}{32}+\tfrac{33}{16}-\tfrac{1155}{32}=0\right)m^5 \\ +\left(\tfrac{1575}{32}+\tfrac{675}{32}+\tfrac{11475}{128}=\tfrac{20475}{128}\right)m^3e^2 \end{array}\right\}$$

$$-(2Ev-c'mv)\quad \varepsilon'\left\{\tfrac{231}{16}+\tfrac{429}{32}=\tfrac{891}{32}\right\}m^5$$

$$Ev \qquad b^2\left\{-\tfrac{2673}{128}-\tfrac{885}{64}+\tfrac{45}{32}+\tfrac{285}{16}+\tfrac{279}{8}-\tfrac{825}{512}=\tfrac{9099}{512}\right\}m^5$$

$$-Ev \qquad b^2\left\{-\tfrac{2673}{128}-\tfrac{885}{64}-\tfrac{285}{16}-\tfrac{279}{8}=-\tfrac{11187}{128}\right\}m^5$$

$$Ev-cv \qquad eb^2\left\{-\tfrac{1485}{256}+\tfrac{855}{64}+\tfrac{675}{256}-\tfrac{405}{64}+\tfrac{135}{32}-\tfrac{1125}{256}=\tfrac{945}{256}\right\}m^4$$

$$-(Ev-cv)\qquad eb^2\left\{-\tfrac{1485}{256}-\tfrac{3645}{64}-\tfrac{10845}{256}-\tfrac{11565}{256}-\tfrac{4185}{64}-\tfrac{135}{32}=-\tfrac{56295}{256}\right\}m^4$$

$$4Ev+c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left(\ \ \tfrac{135}{8}m^3\right)$$

$$4Ev-c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left(-\tfrac{135}{8}m^3\right).$$

Produits partiels de $-5\frac{\delta u}{u_1}\cdot\frac{3}{8}q\,b^{\prime}\frac{\partial[(\alpha' u')^4 \frac{sin}{cos}(v-v')]}{u_1^5}$

Multiplicateur		Produit	
$2\frac{sin}{cos}-Ev$	$b'\left(\frac{165}{256}m^3\right)\ldots$	$\frac{sin}{cos}Ev$	$b'\left(\frac{165}{256}m^3\right)$
		$Ev-cv$	$eb'\left(\frac{2475}{2048}m^4\right)$
$2\frac{sin}{cos}\ 3Ev$	$b'\left(-\frac{165}{256}m^3\right)\ldots$	$\frac{sin}{cos}Ev$	$b'\left(-\frac{165}{256}m^3\right)$
$2\frac{sin}{cos}\ 3Ev-cv$	$eb'\left(-\frac{225}{128}m^3\right)\ldots$	$\frac{sin}{cos}Ev-cv$	$eb'\left(-\frac{225}{128}m^4\right)$.

$$(p)\ldots\ldots -\frac{15}{8}\frac{\delta u}{u_1}\cdot q\,b'\frac{\partial[(\alpha' u')^4 \frac{sin}{cos}(v-v')]}{u_1^5}=$$

$$\frac{sin}{cos}Ev\ b'\left\{\frac{165}{256}-\frac{165}{256}=0\right\}m^3 + \frac{sin}{cos}Ev-cv\ eb'\left\{\frac{2475}{2048}-\frac{225}{128}=-\frac{1125}{2048}\right\}m^4.$$

Produits partiels de $-5\frac{\delta u}{u_1}\cdot\frac{15}{8}q\,b'\frac{\partial[(\alpha' u')^4 \frac{sin}{cos}(3v-3v')]}{u_1^5}$

Multiplicateur		Produit	
$2\frac{sin}{cos}Ev$	$b'\left(\frac{2475}{256}m^3\right)\ldots\ldots$	$\frac{sin}{cos}-Ev$	$b'\left(\frac{2475}{256}m^3\right)$
		$-(Ev-cv)$	$eb'\left(\frac{37125}{2048}m^4\right)$
$2\frac{sin}{cos}Ev+cv$	$eb'\left(\frac{3375}{128}m^3\right)\ldots\ldots$	$\frac{sin}{cos}-(Ev-cv)$	$eb'\left(\frac{3375}{128}m^4\right)$.

$$(q)\ldots\ldots -\frac{75}{8}\frac{\delta u}{u_1}\cdot q\,b'\frac{\partial[(\alpha' u')^4 \frac{sin}{cos}(3v-3v')]}{u_1^5}=$$

$$\frac{sin}{cos}-Ev\ b'\left(\frac{2475}{256}m^3\right) + \frac{sin}{cos}-(Ev-cv)\ eb'\left\{\frac{87125}{2048}+\frac{3375}{128}=\frac{91125}{2048}\right\}m^4.$$

148. Tel est, pour l'objet actuel, le développement des fonctions qui composent la valeur de δR. Si l'on observe en outre, qu'on a le terme

$$R'=\sin Ev-cv\ eb'\left(-\frac{15}{16}-\frac{3}{8}\frac{m}{c}=-\frac{15}{16}-\frac{9}{32}m^3-\frac{675}{256}m^4\right)$$

(Voyez p. 343 du I.er volume) on aura, en réunissant ces différentes fonctions, prises avec le signe *sinus*;

$$R_1 = R' + \delta R' =$$

$$\sin 2cv \quad e^2 \left\{ \frac{772301}{4096} + \frac{545387}{3840} + \frac{15}{4} - \frac{15}{4} - \frac{10125}{256} + \frac{102135}{2048} + \frac{3465}{64} = \frac{24271157}{61440} \right\} m^4$$

$$\sin 2Ev + c'mv \quad \epsilon' \left\{ \begin{array}{l} - \left\{ \begin{array}{l} \frac{1543}{2} + \frac{11583}{640} - \frac{665}{4} + \frac{1045}{16} \\ - \frac{3783}{8} + \frac{14433}{2048} + \frac{561}{32} = \frac{2461333}{10240} \end{array} \right\} m^5 \\ + \left(\frac{7515}{64} + \frac{1665}{64} + \frac{138375}{512} + \frac{2925}{64} + \frac{2925}{64} - \frac{3375}{128} = \frac{245115}{512} \right) m^3 e^2 \end{array} \right\}$$

$$\sin 2Ev - c'mv \quad \epsilon' \left\{ \begin{array}{l} - \left\{ \begin{array}{l} \frac{1548}{2} + \frac{34749}{640} - \frac{1425}{4} + \frac{3135}{16} \\ + \frac{3783}{8} + \frac{22923}{2048} + \frac{891}{32} = \frac{12056519}{10240} \end{array} \right\} m^5 \\ + \left(\frac{15885}{64} + \frac{555}{8} + \frac{456975}{512} + \frac{4125}{32} - \frac{2925}{64} + \frac{20475}{128} = \frac{744075}{512} \right) m^3 e^2 \end{array} \right\}$$

$$\sin Ev \quad b^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{4733109}{2048} + \frac{217859}{4096} + \frac{7375}{576} - \frac{36875}{576} - \frac{5265}{512} - \frac{173115}{512} \\ + \frac{91145}{256} + \frac{285}{16} - \frac{1425}{32} + \frac{675}{32} + \frac{27213}{64} + \frac{1959}{64} + \frac{893}{384} - \frac{4465}{128} \\ - \frac{12735}{4096} + \frac{9099}{512} + \frac{11187}{128} - \frac{2475}{256} - \frac{675}{64} = \frac{51982261}{18432} \end{array} \right\} m^5$$

$$\sin Ev + cv \quad eb^2 \left\{ - \frac{27}{64} - \frac{555}{128} - \frac{435}{128} - \frac{13275}{512} - \frac{3375}{256} + \frac{135}{64} - \frac{675}{64} = - \frac{28521}{512} \right\} m^4$$

$$\sin Ev - \epsilon v \quad eb^2 \left\{ \begin{array}{l} - \frac{1046683}{1024} - \frac{176661}{512} + \frac{1912585}{32768} + \frac{889775}{6144} - \frac{62325}{4096} + \frac{13416675}{16384} \\ + \frac{272415}{2048} + \frac{14895}{512} - \frac{91575}{512} + \frac{10125}{256} - \frac{10125}{256} - \frac{488919}{2048} \\ - \frac{15375}{2048} + \frac{1215}{512} + \frac{43657}{4096} + \frac{7695}{128} - \frac{675}{64} + \frac{945}{256} \\ + \frac{56295}{256} - \frac{1125}{2048} - \frac{91125}{2048} - \frac{675}{256} = - \frac{37827859}{98304} \end{array} \right\} m^4$$

$$\sin 3Ev - cv \quad eb^2 \left\{ - \frac{747}{64} - \frac{2655}{512} - \frac{3375}{256} - \frac{135}{64} + \frac{45}{64} = - \frac{16101}{512} \right\} m^4$$

$$\sin 4Ev \quad \left\{ - \frac{64}{3} + \frac{59}{8} = - \frac{335}{24} \right\} m^4$$

$$\sin 4Ev - cv \quad e \left\{ - \frac{1037983}{6144} + \frac{42377}{512} = - \frac{529459}{6144} \right\} m^4$$

$$\sin 4Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ \frac{1725933}{4096} + \frac{2025}{512} + \frac{15}{4} + \frac{16875}{1024} - \frac{10125}{256} + \frac{10125}{256} - \frac{280887}{2048} = \frac{1263219}{4096} \right\} m^4$$

$$\sin 4Ev + c'mv - cv \quad ee' \left\{ - \frac{195891}{1024} - \frac{405}{32} - \frac{549}{128} + \frac{135}{8} = - \frac{195963}{1024} \right\} m^3$$

$$\sin 4Ev - c'mv - cv \quad ee' \left\{ - \frac{302195}{1024} - \frac{945}{32} + \frac{23985}{128} - \frac{135}{8} = - \frac{157835}{1024} \right\} m^3$$

$$\sin 6Ev - cv \quad e \left\{ \frac{225}{64} + \frac{225}{16} = \frac{1125}{64} \right\} m^3.$$

Les termes de l'ordre inférieur se trouvent dans les pag. 431, 121, 122, 399, 400, 454; et dans les pag. 372, 568, 570 du second volume. Cela posé, si l'on multiplie les coefficiens de ces argumens par le facteur correspondant que voici :

Argument	Facteur pour l'intégration
$2cv$	$\frac{1}{2} + \frac{3}{8} m^2 + \frac{225}{64} m^3$
$2Ev + c'mv$	$\frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{2} m + \frac{1}{4} m^2 + \frac{1}{8} m^3 + \frac{1}{16} m^4 + \frac{1}{32} m^5\right)$
$2Ev - c'mv$	$\frac{1}{2}\left(1 + \frac{3}{2} m + \frac{9}{4} m^2 + \frac{27}{8} m^3 + \frac{81}{16} m^4 + \frac{243}{32} m^5\right)$
Ev	$1 + m + m^2 + m^3 + m^4 + m^5$
$Ev + cv$	$\frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{2} m + \frac{5}{8} m^2\right)$
$Ev - cv$	$-\frac{1}{m}\left(1 + \frac{3}{4} m + \frac{243}{32} m^2 + \frac{5475}{128} m^3 + \frac{489395}{2048} m^4\right)$
$3Ev - cv$	$\frac{1}{2}\left(1 + \frac{3}{2} m + \frac{15}{8} m^2\right)$
$4Ev$	$\frac{1}{4}\left(1 + m + m^2\right)$
$4Ev - cv$	$\frac{1}{3}\left(1 + \frac{4}{3} m + \frac{55}{36} m^2 - \frac{553}{864} m^3\right)$
$4Ev - 2cv$	$\frac{1}{2}\left(1 + 2 . m + \frac{13}{4} m^2 - \frac{65}{32} m^3\right)$
$4Ev + c'mv - cv$ . . .	$\frac{1}{3}\left(1 + m + \frac{3}{4} m^2\right)$
$4Ev - c'mv - cv$ . . .	$\frac{1}{3}\left(1 + \frac{5}{3} m + \frac{91}{36} m^2\right)$
$6Ev - cv$	$\frac{1}{5}$;

on aura,

$$(2) \ldots\ldots -\int R_{,} dv =$$

$$\cos 2cv \quad e^2 \left\{ \frac{24271157}{122880} + \frac{7299}{512} + \frac{10125}{1024} = \frac{27237917}{122880} \right\} m^4$$

$$\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\left(\frac{2461833}{20480} + \frac{1125}{128} + \frac{3}{256} = \frac{2641573}{20480} \right) m^5 \\ +\left(\frac{245115}{1024} + \frac{3585}{1024} - \frac{3}{32} = \frac{62151}{256} \right) m^3 e^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\left(\frac{12056519}{20480} + \frac{15741}{128} - \frac{243}{16} - \frac{5103}{256} = \frac{13855799}{20480} \right) m^5 \\ +\left(\frac{744075}{1024} + \frac{62667}{1024} + \frac{567}{32} = \frac{412143}{512} \right) m^3 e^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos Ev \quad b^2 \left\{ \frac{51982261}{18432} + \frac{750433}{1536} + \frac{21311}{256} + \frac{987}{64} + \frac{45}{16} + \frac{3}{8} = \frac{62624857}{18432} \right\} m^5$$

$$\cos Ev + cv \quad eb^2 \left\{ -\frac{28521}{1024} - \frac{1257}{512} - \frac{75}{256} = -\frac{31385}{1024} \right\} m^2$$

$$\cos Ev - cv \quad eb^2 \left\{ \frac{87827859}{98304} + \frac{3958125}{16384} + \frac{2776761}{16384} + \frac{2141745}{32768} + \frac{7340925}{32768} = \frac{106686985}{98304} \right\} m^3$$

$$\cos 3Ev - cv \quad eb^2 \left\{ -\frac{16101}{1024} - \frac{3375}{512} - \frac{1125}{256} = -\frac{27351}{1024} \right\} m^2$$

$$\cos 4Ev \quad \left\{ -\frac{335}{96} - \frac{119}{64} - \frac{3}{4} = -\frac{1171}{192} \right\} m^4$$

$$\cos 4Ev - cv \quad e \left\{ -\frac{529459}{18432} - \frac{14825}{1152} - \frac{7315}{1152} + \frac{2765}{2304} = -\frac{95731}{2048} \right\} m^4$$

$$\cos 4Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ \frac{1263219}{8192} + \frac{52857}{1024} + \frac{21453}{512} - \frac{2925}{1024} = \frac{2053923}{8192} \right\} m^4$$

$$\cos 4Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ -\frac{65321}{1024} - \frac{17}{32} + \frac{135}{64} = -\frac{63705}{1024} \right\} m^5$$

$$\cos 4Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ -\frac{157835}{3072} - \frac{665}{16} - \frac{15925}{576} = -\frac{1105585}{9216} \right\} m^5$$

$$\cos 6Ev - cv \quad e\left(\frac{225}{64} m^3 \right).$$

149. En multipliant par (Voyez p. 126 et 290)

$$-\frac{2Q'q}{1+\gamma^2} e.\cos cv = \left(\frac{3}{2} m^2 + \frac{225}{16} m^3 + \frac{4035}{64} m^4 + \frac{254693}{1024} m^5 \right) 2e.\cos cv$$

les termes de $-\int R_{,} dv$, affectés des argumens cv, $cv \pm c'mv$, $2Ev - cv$, $2Ev \pm c'mv \pm cv$, Ev, $3Ev$, $4Ev$, $4Ev - cv$, pris; en

partie dans les pages 123-125 ; et en partie dans les pages 61, 62, 379 du second volume, on aura ;

$$(3) \; \ldots\ldots \; \frac{2Q'q}{1+\gamma^2}.e\cos cv.\int R_, dv =$$

$\cos 2cv \quad e^2 \left\{ -\frac{3177}{64} - \frac{10125}{128} = -\frac{16479}{128} \right\} m^4$

$\cos c'mv \quad \varepsilon' \left\{ -\frac{12771}{64} - \frac{50625}{256} - \frac{441}{4} - \frac{37125}{256} = -\frac{83529}{128} \right\} m^4 e^2$

$\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \frac{25}{16} - \frac{27}{16} + \frac{225}{32} + \frac{675}{32} = 28 \right\} m^3 e^2$

$\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \frac{15}{16} - \frac{1053}{16} - \frac{1575}{32} - \frac{4725}{32} = -\frac{1047}{4} \right\} m^3 e^2$

$\cos 2Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ -\frac{1809}{128} - \frac{14175}{64} - \frac{86315}{64} - \frac{764079}{1024} = -\frac{1586391}{1024} \right\} m^3$

$\cos Ev + cv \quad eb^2 \left(\frac{9}{16} m^3 \right)$

$\cos Ev - cv \quad eb^2 \left\{ \frac{153}{32} + \frac{675}{128} = \frac{1287}{128} \right\} m^3$

$\cos 3Ev - cv \quad eb^2 \left(\frac{15}{16} m^3 \right)$

$\cos 4Ev - cv \quad e \left(-\frac{9}{8} m^4 \right)$

$\cos 4Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ -\frac{639}{64} - \frac{3375}{128} = -\frac{4653}{128} \right\} m^4.$

Le produit de $-\frac{du_,}{dv}$ (Voyez p. 132) par les termes de $R_,$ pris ; en partie dans les pages 120, 121, 122, 501 de ce volume, et en partie dans les pages 60, 61, 372 du second volume, donnera,

$$(4) \; \ldots\ldots \; -R_, \frac{du_,}{dv} =$$

$\cos 2cv \quad e^2 \left(\frac{2437883}{12288} - \frac{3177}{256} - \frac{10125}{512} = \frac{2042387}{12288} \right) m^4$

$\cos c'mv \quad \varepsilon' \left(\frac{4023}{128} - \frac{5058367}{12288} + \frac{37125}{1024} - \frac{14379785}{6144} + \frac{11421}{256} + \frac{50625}{1024} = -\frac{31830521}{12288} \right) m^4 e^2$

$\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon' \left(\frac{124263}{512} - \frac{63}{64} + \frac{675}{128} - \frac{63}{64} - \frac{675}{128} + \frac{49503}{512} = \frac{86379}{256} \right) m^3 e^2$

$\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon' \left(-\frac{47319}{512} - \frac{297}{64} - \frac{4725}{128} - \frac{297}{64} + \frac{4725}{128} - \frac{61479}{512} = -\frac{56775}{256} \right) m^3 e^2$

$\cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left(\frac{1107}{512} + \frac{12213}{256} + \frac{796479}{4096} - \frac{1397297}{8192} = \frac{604189}{8192}\right) m^5$

$\cos Ev + cv \quad eb^2\left(\frac{9}{64} - \frac{987}{128} = -\frac{969}{128}\right) m^3$

$\cos Ev - cv \quad eb^2\left(\frac{21311}{512} - \frac{135}{128} - \frac{675}{512} = \frac{157}{4}\right) m^3$

$\cos 3Ev - cv \quad eb^2\left(\frac{188}{32} - \frac{45}{64} = \frac{321}{64}\right) m^3$

$\cos 4Ev - cv \quad e\left(-\frac{335}{48} + \frac{9}{8} = -\frac{281}{48}\right) m^4$

$\cos 4Ev - 2cv \quad e^2\left(-\frac{529459}{12288} + \frac{1197}{256} + \frac{10125}{512} = -\frac{229003}{12288}\right) m^4$

$\cos 4Ev + c'mv - cv \quad ee'\left(\frac{357}{128} m^3\right)$

$\cos 4Ev - c'mv - cv \quad ee'\left(-\frac{4165}{128} m^3\right).$

150. Pour avoir les termes qui naissent du développement de la fonction R_5, remarquons d'abord qu'il suffit de faire (Voyez p. 448, et les pages 266, 267, 343 du premier volume)

$$\frac{R'}{u_1} = \cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left(\frac{279351}{1024} m^5\right) + \cos Ev - cv \quad eb^2\left(-\frac{27}{32} m^3\right);$$

et qu'on obtient les termes de $\frac{\delta R'}{u_1}$ en prenant, avec le signe *cosinus*, ceux de la fonction

$$\frac{3}{4}(a) + \frac{12}{5}(b) + \frac{4}{5}(c) + \frac{3}{5}(d) + 2(e) + \frac{2}{3}(f) + \frac{1}{2}(k)$$

$$+ (g) + 3(h) + (i) + \frac{3}{4}(l) + \frac{12}{5}(p) + \frac{4}{5}(q).$$

Cela posé, si l'on a sous les yeux, non seulement les équations précédentes désignées par (a), (b) etc., mais aussi celles posées dans les pages 347-361 ; 393-399 ; 449-453, on trouvera sans difficulté ;

$$\frac{R_5}{u_1} = \frac{R^V + \delta R^V}{u_1} =$$

$$\cos 2cv \quad e^2 \left\{ \frac{2316903}{16384} - \frac{545387}{5120} + \frac{9}{4} + \frac{9}{4} - \frac{10125}{512} + \frac{102135}{2048} - \frac{3465}{64} = \frac{1257163}{81920} \right\} m^4$$

$$\cos c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} - \left\{ \begin{array}{l} \frac{2595895}{2304} + \frac{144917}{768} - \frac{3297}{32} - \frac{3297}{32} + \frac{135}{4} + \frac{135}{4} \\ + \frac{38713}{72} + \frac{2108}{9} + \frac{4605}{64} - \frac{2481}{64} = \frac{2283163}{4152} \end{array} \right\} m^6 \\ + \left\{ \begin{array}{l} \frac{2018735}{8192} + \frac{107210427}{16384} + \frac{17591715}{8192} - \frac{9618075}{8192} - \frac{43875}{256} - \frac{43875}{256} \\ + \frac{7735065}{8192} + \frac{18206835}{8192} + \frac{153819}{512} - \frac{45279}{512} = \frac{176936257}{16384} \end{array} \right\} m^4 e^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{34749}{2560} - \frac{4629}{8} + \frac{399}{4} + \frac{627}{16} + \frac{3783}{8} + \frac{14433}{2048} + \frac{1683}{128} = \frac{685641}{10240} \right) m^5 \\ + \left(\frac{22545}{256} - \frac{4995}{256} + \frac{83025}{512} - \frac{1755}{64} + \frac{2925}{64} - \frac{10125}{512} = \frac{7835}{32} \right) m^3 e^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{104247}{2560} - \frac{4629}{8} + \frac{855}{4} + \frac{1881}{16} - \frac{3783}{8} + \frac{22923}{2048} + \frac{2673}{128} = - \frac{6629277}{10240} \right) m^5 \\ + \left(\frac{47655}{256} - \frac{1665}{32} + \frac{274185}{512} - \frac{2475}{32} - \frac{2925}{64} + \frac{61425}{512} = \frac{10665}{16} \right) m^3 e^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ \begin{array}{l} - \frac{167091}{1024} - \frac{18007839}{32768} - \frac{4205787}{8192} + \frac{279351}{1024} + \frac{11450139}{8192} \\ - \frac{330747}{1024} + \frac{2326191}{16384} + \frac{145341}{2048} + \frac{2926881}{4096} = \frac{34370871}{32768} \end{array} \right\} m^5$$

$$\cos Ev \qquad b^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{14199597}{8192} - \frac{653577}{16384} - \frac{1475}{48} - \frac{7375}{144} + \frac{1053}{128} - \frac{103869}{512} - \frac{54687}{256} \\ + \frac{285}{8} + \frac{475}{16} + \frac{675}{64} + \frac{675}{128} + \frac{27213}{64} - \frac{1959}{64} - \frac{893}{128} \\ - \frac{4465}{128} + \frac{12735}{4096} + \frac{27297}{2048} - \frac{33561}{512} + \frac{495}{64} = \frac{235301501}{147456} \end{array} \right\} m^3$$

$$\cos Ev + cv \quad eb^2 \left\{ \frac{1665}{512} - \frac{81}{256} + \frac{261}{32} - \frac{2655}{128} - \frac{2025}{256} + \frac{135}{64} - \frac{675}{64} = - \frac{13311}{512} \right\} m^4$$

$$\cos Ev - cv \quad eb^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{107595}{2048} - \frac{148779}{1024} - \frac{85707}{2048} + \frac{3115}{64} + \frac{1125}{256} \\ + \frac{10395}{1024} - \frac{76275}{1024} + \frac{675}{64} + \frac{1125}{64} - \frac{405}{8} - \frac{27}{32} \\ + \frac{2205}{512} - \frac{1035}{128} + \frac{3915}{256} - \frac{2025}{128} = - \frac{177689}{1024} \end{array} \right\} m^3$$

$\cos 3Ev - cv \quad eb^2 \left\{ -\frac{2241}{256} - \frac{1598}{128} - \frac{2025}{256} - \frac{135}{64} + \frac{135}{64} = -\frac{1863}{64} \right\} m^2$

$\cos 4Ev \quad \left\{ \frac{59}{8} - 16 = -\frac{69}{8} \right\} m^4$

$\cos 4Ev - cv \quad e \left\{ \frac{42877}{512} - \frac{1037983}{8192} = -\frac{359951}{8192} \right\} m^4$

$\cos 4Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ \frac{5177799}{16384} - \frac{6075}{2048} + \frac{9}{4} - \frac{10125}{1024} - \frac{10125}{512} - \frac{10125}{512} - \frac{280887}{2048} = \frac{2108967}{16384} \right\} m^5$

$\cos 4Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ -\frac{587673}{4096} - \frac{243}{32} - \frac{549}{128} + \frac{405}{32} = -\frac{584505}{4096} \right\} m^3$

$\cos 4Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ -\frac{906585}{4096} - \frac{567}{32} + \frac{23985}{128} - \frac{405}{128} = -\frac{263481}{4096} \right\} m^2$

$\cos 6Ev - cv \quad e \left\{ \frac{675}{256} + \frac{135}{16} = \frac{2835}{256} \right\} m^3.$

Maintenant, si l'on multiplie cette fonction par

$$u_1 = 1 + e^2 + 2 \cos cv \quad e\left(\frac{1}{2}\right),$$

et qu'on ait égard aux termes affectés des argumens $c'mv$, $cv \pm c'mv$, $2Ev - cv$, $2Ev \pm c'mv \pm cv$, Ev, $3Ev$, $4Ev \pm c'mv$, posés dans les pages 365, 366, 434, 129, 474, 401, 402, 501, on obtiendra le résultat suivant;

$$(5) \; \ldots\ldots \; R_5 = R^V + \delta R^V =$$

$\cos 2cv \quad e^2 \left\{ \frac{1257163}{81920} - \frac{1355967}{16384} = -\frac{345167}{5120} \right\} m^4$

$\cos c'mv \quad \varepsilon' \left\{ -\frac{2283163}{1152} m^6 + \left(\frac{176936257}{16384} - \frac{8683}{32} - \frac{608363}{8192} - \frac{19323983}{16384} = \frac{37987463}{4096} \right) m^4 e^2 \right\}$

$\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \frac{685641}{10240} m^5 + \left(\frac{7335}{32} - \frac{341505}{2048} + \frac{136305}{2048} = \frac{16515}{128} \right) m^3 e^2 \right\}$

$\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon' \left\{ -\frac{6629277}{10240} m^5 + \left(\frac{10665}{16} + \frac{277137}{2048} - \frac{188217}{2048} = \frac{181755}{256} \right) m^2 e^2 \right\}$

$\cos 2Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ \frac{11286099}{32768} + \frac{34370871}{32768} = \frac{22828485}{16384} \right\} m^5$

$\cos Ev \quad b^2 \left(\frac{235301501}{147456} m^5 \right)$

$\cos Ev + cv \quad eb^2 \left\{ -\frac{13311}{512} + \frac{1875}{512} = -\frac{2859}{128} \right\} m^2$

$\cos Ev - cv \quad eb^2 \left\{ -\frac{177689}{1024} + \frac{38711}{2048} = -\frac{316667}{2048} \right\} m^3$

$\cos 3Ev - cv \quad eb^2 \left\{ -\frac{1868}{64} + \frac{405}{128} = -\frac{3321}{128} \right\} m^4$

$\cos 4Ev \quad \left(-\frac{69}{8} m^4 \right)$

$\cos 4Ev - cv \quad e \left\{ -\frac{359951}{8192} - \frac{69}{16} = -\frac{395279}{8192} \right\} m^4$

$\cos 4Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ \frac{2108967}{16384} - \frac{359951}{16384} = \frac{218627}{2048} \right\} m^4$

$\cos 4Ev + c'mv - cv \quad e\epsilon' \left\{ -\frac{584505}{4096} + \frac{243}{128} = -\frac{576729}{4096} \right\} m^3$

$\cos 4Ev - c'mv - cv \quad e\epsilon' \left\{ -\frac{263481}{4096} - \frac{2835}{128} = -\frac{354201}{4096} \right\} m^3$

$\cos 6Ev - cv \quad e \left(\frac{2835}{256} m^3 \right).$

151. Pour obtenir le développement de la fonction $-R.\frac{d.\delta u}{dv}$, on pourra employer les termes de $-\frac{d.\delta u}{dv}$ posés dans les pages 134, 135, 263-265, 368, 405, 436, 456, après y avoir ajouté les termes suivans, déduits de ceux de la fonction δu qu'on voit dans les pages 381, 382, 444, 159, 161, 409, 410, 503, 575:

$$-\frac{d.\delta u}{dv} =$$

$\sin c'mv \quad \epsilon' \left(\frac{585}{16} m^5 + \frac{69}{4} m^3 e^2 \right)$

$\sin 2cv \quad e^2 \left\{ \frac{55697}{384} - \frac{45}{8} - \frac{225}{32} = \frac{50837}{384} \right\} m^5$

$\sin 2Ev \quad \left\{ \left(\frac{59717}{1296} - \frac{1475}{54} = \frac{24317}{1296} \right) m^6 + \left(\frac{16211}{288} - \frac{283}{12} = \frac{10619}{288} \right) m^4 e^2 \right\}$

$\sin 2Ev + c'mv \quad \epsilon' \left\{ \left(\frac{4183}{648} + \frac{2171}{432} = \frac{14879}{1296} \right) m^6 + \left(\frac{36211}{576} + \frac{49}{48} = \frac{36799}{576} \right) m^4 e^2 \right\}$

$\sin 2Ev - c'mv \quad \epsilon' \left\{ \left(\frac{24589}{24} - \frac{9609}{16} = \frac{20351}{48} \right) m^6 + \left(\frac{26967}{64} - \frac{2319}{16} = \frac{17691}{64} \right) m^4 e^2 \right\}$

$$\sin 2Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ -\frac{8451}{128} + \frac{441}{32} + \frac{3375}{64} = \frac{63}{128} \right\} m^4$$

$$\sin 2Ev + 2cv \quad e^2 \left\{ -\frac{619}{240} + \frac{1}{2} - \frac{9}{16} = -\frac{317}{120} \right\} m^4$$

$$\sin Ev \quad b^2 \left\{ -\frac{1577733}{2048} + \frac{68889}{512} = -\frac{1302177}{2048} \right\} m^5$$

$$\sin Ev + cv \quad eb^2 \left\{ -\frac{277}{16} + \frac{9}{8} = -\frac{259}{16} \right\} m^3$$ (Voyez p. 596 du second volume)

$$\sin Ev - cv \quad eb^2 \left(\frac{15}{8} m^2 \right)$$ (Voyez p. 579 du second volume)

$$\sin 3Ev \quad b^2 \left\{ \frac{217859}{4096} - \frac{4065}{256} = \frac{152819}{4096} \right\} m^5$$

$$\sin 3Ev + cv \quad eb^2 \left(-\frac{15}{8} m^2 \right)$$ (Voyez p. 483 du second volume)

$$\sin 3Ev - cv \quad eb^2 \left\{ -\frac{1285}{32} + \frac{15}{2} = -\frac{1045}{32} \right\} m^3$$ (Voyez p. 597 du second volume)

$$\sin 4Ev + c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \left(\frac{1053}{160} - \frac{3}{2} = \frac{813}{160} \right) m^5 - \frac{135}{16} m^3 e^2 \right\}$$

$$\sin 4Ev - c'mv \quad \varepsilon' \left\{ -\left(\frac{2457}{32} - \frac{35}{2} = \frac{1897}{32} \right) m^5 + \frac{525}{16} m^3 e^2 \right\}$$

$$\sin 4Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ \frac{89287}{192} - \frac{5125}{32} + \frac{45}{8} = \frac{57817}{192} \right\} m^5$$

$$\sin 6Ev - 2cv \quad e^2 \left(\frac{675}{128} m^4 \right).$$

Cela posé, si l'on observe, que les différens termes du multiplicateur R_1 se trouvent; en partie dans les pages 255, 362, 363, 431, 121, 122, 399, 400, 501, 454; et en partie dans les pages 372, 469, 568, 570 du second volume, on formera sans difficulté ces produits partiels :

Produits partiels de $-R_1 \frac{d.\delta u}{dv}$.

Multiplicateur . . . . . $2 \sin cv \quad e\left(-\frac{45}{16} m - \frac{1059}{64} m^2 - \frac{63721}{1024} m^3 - \frac{2437883}{12288} m^4 \right)$

Produit

$$\cos c'mv \quad \varepsilon' \left(-\frac{1389825}{4096} m^4 e^2 - \frac{1102419}{4096} m^4 e^2 - \frac{573489}{8192} m^4 e^2 \right)$$

$$\cos c'mv \quad \varepsilon' \left(\frac{925425}{4096} m^4 e^2 + \frac{962631}{4096} m^4 e^2 + \frac{573189}{8192} m^4 e^2 \right)$$

$$\cos 2Ev - 2cv \quad e^2 \left(-\frac{4221675}{32768} m^5 - \frac{6204681}{32768} m^5 - \frac{9749313}{32768} m^5 - \frac{12189415}{32768} m^5 \right).$$

+

$$\text{Produit}\begin{cases} \cos 2Ev + c'mv & \varepsilon'\left(\frac{5265}{1024} m^3 e^2 - \frac{15885}{512} m^3 e^2 \right) \\ \cos 2Ev - c'mv & \varepsilon'\left(\frac{38295}{1024} m^3 e^2 + \frac{37065}{512} m^3 e^2 \right) \\ \cos 2Ev + c'mv & \varepsilon'\left(- \frac{675}{256} m^3 e^2 \right) \\ \cos 2Ev - c'mv & \varepsilon'\left(\frac{4725}{256} m^3 e^2 \right) \\ \cos Ev + cv & eb^2\left(- \frac{675}{256} m^3 \right) \\ \cos Ev - cv & eb^2\left(\frac{1185}{128} m^3 + \frac{15885}{1024} m^3 \right) \\ \cos 4Ev - 2cv & e^2\left(\frac{10125}{1024} m^4 \right) \end{cases}$$

Multiplicateur | Produit

$$2 \sin c'mv \quad \varepsilon'\left(- \frac{357}{64} m^3 \right) \ldots\ldots\ldots \begin{cases} \cos 2Ev + c'mv & \varepsilon'\left(\frac{357}{32} m^5 \right) \\ \cos 2Ev - c'mv & \varepsilon'\left(- \frac{357}{32} m^5 \right) \end{cases}$$

Multiplicateur . . . . $2 \sin cv + c'mv \quad e\varepsilon'\left(- \frac{165}{32} m - \frac{1341}{32} m^2 \right)$

$$\text{Produit}\begin{cases} \cos 2Ev + c'mv & \varepsilon'\left(\frac{25215}{1024} m^3 e^2 + \frac{20115}{256} m^3 e^2 \right) \\ \cos 2Ev - c'mv & \varepsilon'\left(\frac{2175}{256} m^3 e^2 \right) \end{cases}$$

Multiplicateur . . . . $2 \sin cv - c'mv \quad e\varepsilon'\left(- \frac{225}{32} m - \frac{3807}{64} m^2 \right)$

$$\text{Produit}\begin{cases} \cos 2Ev - c'mv & \varepsilon'\left(\frac{34425}{1024} m^3 e^2 + \frac{57105}{512} m^3 e^2 \right) \\ \cos 2Ev + c'mv & \varepsilon'\left(\frac{3375}{256} m^3 e^2 \right) \end{cases}$$

Multiplicateur . . . . $2 \sin 2cv \quad e^2\left(\frac{45}{32} m + \frac{2133}{128} m^2 + \frac{140009}{2048} m^3 \right)$

$$\text{Produit}\begin{cases} \cos 2Ev - 2cv & e^2\left(\frac{140009}{1024} m^5 + \frac{10543}{128} m^5 + \frac{355}{32} m^5 \right) \end{cases}$$

Multiplicateur . . . . . $2 \sin 2Ev \left(\frac{3}{4}+\frac{3}{2}e^2+\frac{9}{8}m^2+\frac{2607}{256}m^2e^2\right)$

Produit

$\cos 2Ev+c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{207}{16}m^3e^2+\frac{9}{4}m^3e^2-\frac{1755}{64}m^5\right)$

$\cos 2Ev-c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{207}{16}m^3e^2-\frac{9}{4}m^3e^2+\frac{1755}{64}m^5\right)$

$\cos 2Ev-2cv \quad e^2\left(\frac{50837}{512}m^5\right)$

$\cos 4Ev \quad \left(-\frac{71}{12}m^4\right)$

$\cos 4Ev-cv \quad e\left(-\frac{281445}{8192}m^4\right)$

$\cos 4Ev-2cv \quad e^2\left(-\frac{189}{512}m^4\right)$

$\cos 2cv \quad e^2\left(\frac{189}{512}m^4\right)$

$\cos 2cv \quad e^2\left(-\frac{317}{160}m^4\right)$

$\cos c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{14879}{1728}m^6+\frac{36799}{768}m^4e^2-\frac{9}{8}m^6-\frac{2607}{256}m^4e^2-\frac{65}{12}m^4e^2\right)$

$\cos c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{20351}{64}m^6+\frac{53073}{256}m^4e^2+\frac{63}{8}m^6+\frac{453}{4}m^4e^2+\frac{18249}{256}m^4e^2\right)$

$\cos 4Ev+c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{52623}{1024}m^3\right)$

$\cos 4Ev-c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{10989}{1024}m^3\right)$

$\cos Ev \quad b^2\left(-\frac{8906731}{8192}m^5-\frac{135}{128}m^5\right)$

$\cos Ev-cv \quad eb^2\left(-\frac{777}{64}m^3\right)$

$\cos 3Ev-cv \quad eb^2\left(-\frac{45}{32}m^2\right)$

$\cos Ev+cv \quad eb^2\left(\frac{45}{32}m^2\right)$

$\cos Ev \quad b^2\left(\frac{458457}{16384}m^5\right)$

$\cos Ev-cv \quad eb^2\left(-\frac{3135}{128}m^5\right)$

$\cos Ev+cv \quad eb^2\left(-\frac{45}{32}m^2\right)$

+

Produit
$$\begin{cases} \cos 6Ev - cv & e\left(\frac{675}{256} m^3\right) \\ \cos 2Ev + c'mv & \epsilon'\left(\frac{2439}{640} m^5 - \frac{405}{64} m^3 e^2\right) \\ \cos 2Ev - c'mv & \epsilon'\left(-\frac{5691}{128} m^5 + \frac{1575}{64} m^3 e^2\right) \\ \cos 2Ev - 2cv & e^2\left(\frac{57817}{256} m^5\right) \\ \cos 4Ev - 2cv & e^2\left(\frac{2025}{512} m^4\right) \end{cases}$$

Multiplicateur ..... $2 \sin 2Ev - cv \quad e\left(-\frac{8}{2} - \frac{3}{2} m - \frac{369}{128} m^3\right)$

Produit
$$\begin{cases} \cos 2Ev - c'mv & \epsilon'\left(\frac{92655}{512} m^3 e^2 + \frac{3123}{128} m^3 e^2\right) \\ \cos 2Ev + c'mv & \epsilon'\left(-\frac{61695}{512} m^3 e^2 - \frac{2727}{128} m^3 e^2\right) \\ \cos 4Ev - cv & e\left(\frac{71}{6} m^4 + \frac{13}{2} m^4\right) \\ \cos 4Ev - 2cv & e^2\left(\frac{281445}{4096} m^4 + \frac{17577}{1024} m^4 + \frac{5585}{1024} m^4\right) \\ \cos 2cv & e^2\left(-\frac{477}{256} m^4 + \frac{9}{32} m^4\right) \\ \cos 4Ev - c'mv - cv & e\epsilon'\left(\frac{273}{8} m^3 + \frac{21}{2} m^3\right) \\ \cos 4Ev + c'mv - cv & e\epsilon'\left(-\frac{13}{8} m^3 - \frac{8}{2} m^3\right) \\ \cos c'mv & \epsilon'\left(-\frac{8429223}{8192} m^4 e^2 - \frac{52623}{512} m^4 e^2 + \frac{5585}{1024} m^4 e^2\right) \\ \cos c'mv & \epsilon'\left(\frac{435543}{8192} m^4 e^2 - \frac{10989}{512} m^4 e^2 - \frac{12915}{1024} m^4 e^2\right) \\ \cos Ev - cv & eb^2\left(\frac{7749}{256} m^3 + \frac{99}{16} m^3\right) \\ \cos 3Ev - cv & eb^2\left(-\frac{99}{16} m^2 - \frac{45}{32} m^2\right) \\ \cos Ev + cv & eb^2\left(-\frac{225}{128} m^3\right) \\ \cos 2Ev + c'mv & \epsilon'\left(-\frac{2025}{256} m^3 e^2\right) \\ \cos 2Ev - c'mv & \epsilon'\left(\frac{7875}{256} m^3 e^2\right) \end{cases}$$

Multiplicateur . . . . $2\sin 2Ev + cv \quad e\left(-\frac{3}{2}+\frac{3}{2}m+\frac{261}{32}m^3\right)$

Produit

$\cos 2Ev + c'mv \quad \epsilon'\left(-\frac{92655}{512}m^3e^2+\frac{3123}{128}m^3e^2+\frac{2349}{256}m^3e^2\right)$

$\cos 2Ev - c'mv \quad \epsilon'\left(\frac{61695}{512}m^3e^2-\frac{2727}{128}m^3e^2-\frac{23619}{256}m^3e^2\right)$

$\cos 2cv \quad e^2\left(-\frac{281445}{4096}m^4+\frac{17577}{1024}m^4+\frac{3915}{256}m^4\right)$

$\cos c'mv \quad \epsilon'\left(-\frac{40059}{1024}m^4e^2+\frac{207}{64}m^4e^2\right)$

$\cos c'mv \quad \epsilon'\left(\frac{58563}{1024}m^4e^2-\frac{297}{64}m^4e^2\right)$

$\cos Ev + cv \quad eb^2\left(\frac{99}{16}m^2-\frac{45}{32}m^2\right)$

$\cos Ev - cv \quad eb^2\left(-\frac{2835}{512}m^3+\frac{225}{128}m^3\right)$

$\cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left(\frac{169347}{8192}m^5-\frac{7335}{512}m^5\right)$

Multiplicateur... $2\sin 2Ev - c'mv \quad \epsilon'\left(\frac{21}{8}+\frac{9}{2}m^2+\frac{21}{4}e^2-\frac{5247}{64}m^4+\frac{20889}{512}m^2e^2\right)$

Produit

$\cos c'mv \quad \epsilon'\left\{\begin{matrix}\frac{170219}{3456}m^6+\frac{74333}{768}m^4e^2+\frac{71}{2}m^6+18.\,m^4e^2\\ +\frac{497}{12}m^4e^2-\frac{5247}{32}m^6+\frac{20889}{256}m^4e^2\end{matrix}\right\}$

$\cos 4Ev - c'mv - cv \quad e\epsilon'\left(-\frac{123039}{4096}m^3-\frac{135}{16}m^3\right)$

$\cos 2Ev + c'mv \quad \epsilon'\left(-\frac{5691}{320}m^5+\frac{945}{64}m^3e^2\right)$

Multiplicateur . . . . $2\sin 2Ev + c'mv \quad \epsilon'\left(-\frac{3}{8}-\frac{3}{4}e^2-\frac{1125}{64}m^4+\frac{3585}{512}m^2e^2\right)$

Produit

$\cos c'mv \quad \epsilon'\left(-\frac{24317}{3456}m^6-\frac{10619}{768}m^4e^2-\frac{71}{12}m^4e^2-\frac{1125}{32}m^6+\frac{3585}{256}m^4e^2\right)$

$\cos 4Ev + c'mv - cv \quad e\epsilon'\left(\frac{17577}{4096}m^3\right)$

$\cos 2Ev - c'mv \quad \epsilon'\left(\frac{813}{320}m^5-\frac{135}{64}m^3e^2\right)$

Multiplicateur... $2\sin 2Ev+c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{3}{4}-\frac{21}{16}m-\frac{3699}{128}m^2-\frac{121263}{512}m^3\right)$

Produit

$$\cos c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{281145}{8192}m^4e^2-\frac{123039}{8192}m^4e^2-\frac{565947}{4096}m^4e^2-\frac{1863165}{4096}m^4e^2\right)$$

$$\cos 4Ev+c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{13}{4}m^3+\frac{21}{8}m^3\right)$$

$$\cos 2Ev-c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{675}{256}m^3e^2\right)$$

Multiplicateur... $2\sin 2Ev-c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{21}{4}-\frac{99}{16}m+\frac{1431}{128}m^2+\frac{47319}{512}m^3\right)$

Produit

$$\cos c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{1970115}{8192}m^4e^2-\frac{580041}{8192}m^4e^2+\frac{218313}{4096}m^4e^2+\frac{709785}{4096}m^4e^2\right)$$

$$\cos 4Ev-c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{91}{4}m^3+\frac{99}{8}m^3\right)$$

$$\cos 2Ev+c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{4725}{256}m^3e^2\right)$$

Multiplicateur .... $2\sin 2Ev+c'mv+cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{3}{4}+\frac{21}{16}m+\frac{2151}{128}m^2\right)$

Produit

$$\cos c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{477}{512}m^4e^2-\frac{63}{256}m^4e^2-\frac{32265}{1024}m^4e^2\right)$$

Multiplicateur .... $2\sin 2Ev-c'mv+cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{21}{4}+\frac{99}{16}m-\frac{4419}{128}m^2\right)$

Produit

$$\cos c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{3339}{512}m^4e^2-\frac{297}{256}m^4e^2+\frac{66285}{1024}m^4e^2\right)$$

Multiplicateur .... $2\sin 2Ev-2cv \quad e^2\left(\frac{15}{8}+\frac{57}{16}m-\frac{2991}{512}m^2\right)$

Produit

$$\cos 4Ev-2cv \quad e^2\left(-\frac{355}{24}m^4-\frac{247}{16}m^4+\frac{2991}{256}m^4\right)$$

$$\cos 2cv \quad e^2\left(\frac{355}{24}m^4+\frac{247}{16}m^4-\frac{2991}{256}m^4\right)$$

Multiplicateur .... $2\sin 2Ev+2cv \quad e^2\left(\frac{15}{8}-\frac{57}{16}m+\frac{3}{4}m^2\right)$

Produit

$$\cos 2cv \quad e^2\left(\frac{355}{24}m^4-\frac{247}{16}m^4+\frac{3}{2}m^4\right)$$

$$\cos 2Ev-2cv \quad e^2\left(-\frac{813}{64}m^5+\frac{57}{8}m^5\right)$$

Multiplicateur ..... $2\sin Ev \quad b^2\left(\frac{3}{16}+\frac{45}{32}m+\frac{987}{128}m^2+\frac{21311}{512}m^3\right)$

Produit

$\cos Ev \qquad b^2\left(\frac{707}{288}m^5+\frac{355}{32}m^5+\frac{4277}{128}m^5+\frac{21311}{256}m^5\right)$

$\cos Ev+cv \qquad eb^2\left(-\frac{45}{128}m^2\right)$

$\cos Ev-cv \qquad eb^2\left(\frac{17577}{8192}m^3+\frac{6885}{1024}m^3+\frac{14805}{1024}m^3\right)$

$\cos 3Ev-cv \qquad eb^2\left(-\frac{459}{512}m^2-\frac{675}{256}m^2\right)$

Multiplicateur	Produit
$2\sin Ev+cv \quad eb^2\left(-\frac{15}{32}-\frac{1257}{256}m\right)$ ...	$\cos Ev-cv \quad eb^2\left(-\frac{65}{32}m^3-\frac{1257}{128}m^3\right)$
$2\sin Ev-cv \quad eb^2\left(-\frac{15}{32}\right)$	$\cos Ev+cv \quad eb^2\left(-\frac{15}{16}m^2\right)$
	$\cos 3Ev-cv \quad eb^2\left(\frac{15}{16}m^2\right)$

Multiplicateur ..... $2\sin 3Ev \quad b^2\left(\frac{15}{16}+\frac{45}{32}m+\frac{183}{32}m^2+\frac{3107}{128}m^3\right)$

Produit

$\cos Ev \qquad b^2\left(\frac{3535}{288}m^5+\frac{355}{32}m^5+\frac{793}{32}m^5+\frac{3107}{64}m^5\right)$

$\cos Ev-cv \qquad eb^2\left(-\frac{45}{256}m^3-\frac{675}{256}m^3\right)$

$\cos Ev+cv \qquad eb^2\left(\frac{2295}{512}m^2+\frac{675}{256}m^2\right)$

$\cos Ev \qquad b^2\left(-\frac{45}{16}m^5-\frac{813}{128}m^5\right)$

$\cos Ev-cv \qquad eb^2\left(-\frac{3375}{1024}m^3\right)$

Multiplicateur	Produit
$2\sin 3Ev+cv \quad eb^2\left(-\frac{75}{32}\right)$	$\cos Ev+cv \quad eb^2\left(-\frac{75}{16}m^2\right)$
$2\sin 3Ev-cv \quad eb^2\left(-\frac{75}{32}-\frac{1125}{256}m\right)$ ...	$\cos Ev-cv \quad eb^2\left(-\frac{325}{32}m^3-\frac{1125}{128}m^3\right)$

$$2 \sin 4Ev \left(-\frac{3}{2}m^2 - \frac{119}{32}m^3\right) \ldots \left\{\begin{array}{ll}
\cos 4Ev + c'mv - cv & e\epsilon'\left(-\frac{27}{16}m^3\right) \\
\cos 4Ev - c'mv - cv & e\epsilon'\left(\frac{27}{16}m^3\right) \\
\cos 4Ev - 2cv & e^2\left(-\frac{3}{2}m^4\right) \\
\cos 2Ev - 2cv & e^2\left(-\frac{357}{64}m^5 + \frac{21}{8}m^6\right) \\
\cos 2Ev + c'mv & \epsilon'\left(-\frac{273}{8}m^5 - \frac{833}{32}m^5\right) \\
\cos 2Ev - c'mv & \epsilon'\left(\frac{13}{8}m^5 + \frac{119}{32}m^5\right) \\
\cos Ev & b^2\left(-\frac{2835}{512}m^5 - \frac{8025}{2048}m^5\right) \\
\cos 6Ev - cv & e\left(\frac{45}{16}m^3\right) \\
\cos c'mv & \epsilon'\left(-3.m^6\right) \\
\cos c'mv & \epsilon'\left(21.m^6\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur ..... $2 \sin 4Ev - cv \quad e\left(-\frac{45}{16}m - \frac{399}{64}m^2 - \frac{14825}{1024}m^3\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{ll}
\cos 6Ev - cv & e\left(\frac{45}{8}m^3\right) \\
\cos 2Ev - 2cv & e^2\left(-\frac{7155}{2048}m^5 + \frac{1197}{1024}m^5 + \frac{222375}{8192}m^5\right) \\
\cos 2Ev - c'mv & \epsilon'\left(-\frac{5265}{1024}m^3e^2 + \frac{5985}{512}m^3e^2\right) \\
\cos 2Ev + c'mv & \epsilon'\left(-\frac{38295}{1024}m^3e^2 - \frac{13965}{512}m^3e^2\right) \\
\cos 3Ev - cv & eb^2\left(\frac{675}{256}m^2\right) \\
\cos Ev - cv & eb^2\left(-\frac{3375}{1024}m^3\right) \\
\cos c'mv & \epsilon'\left(-\frac{30375}{2048}m^4e^2\right) \\
\cos c'mv & \epsilon'\left(\frac{118125}{2048}m^4e^2\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur — Produit

$$2\sin 4Ev+c'mv \quad \varepsilon'\left(\tfrac{3}{2}m^2+\tfrac{357}{128}m^3\right)\ldots\begin{cases}\cos 2Ev+c'mv & \varepsilon'\left(\tfrac{13}{2}m^4+\tfrac{357}{64}m^5\right)\\ \cos c'mv & \varepsilon'\left(-3.m^6\right)\end{cases}$$

$$2\sin 4Ev-c'mv \quad \varepsilon'\left(-\tfrac{21}{2}m^2-\tfrac{4165}{128}m^3\right)\ldots\begin{cases}\cos 2Ev-c'mv & \varepsilon'\left(-\tfrac{91}{2}m^4-\tfrac{4165}{64}m^5\right)\\ \cos c'mv & \varepsilon'\left(21.m^6\right)\end{cases}$$

Multiplicateur.... $2\sin 4Ev+c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left(\tfrac{135}{32}m-\tfrac{51}{64}m^2\right)$

$$\text{Produit}\begin{cases}\cos 2Ev+c'mv & \varepsilon'\left(\tfrac{20655}{1024}m^3e^2-\tfrac{765}{512}m^3e^2\right)\\ \cos c'mv & \varepsilon'\left(-\tfrac{30375}{2048}m^4e^2\right)\end{cases}$$

Multiplicateur.... $2\sin 4Ev-c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left(-\tfrac{525}{32}m-\tfrac{1179}{32}m^2\right)$

$$\text{Produit}\begin{cases}\cos 2Ev-c'mv & \varepsilon'\left(-\tfrac{80325}{1024}m^3e^2-\tfrac{17685}{256}m^3e^2\right)\\ \cos c'mv & \varepsilon'\left(\tfrac{118125}{2048}m^4e^2\right).\end{cases}$$

Multiplicateur — Produit

$$2\sin 4Ev-2cv \quad e^2\left(\tfrac{45}{32}m+\tfrac{1881}{128}m^2+\tfrac{52857}{2048}m^3\right)\Big\{\cos 2Ev-2cv \quad e^2\left(\tfrac{52857}{1024}m^5+\tfrac{8151}{128}m^5+\tfrac{355}{32}m^5\right)$$

$$2\sin 6Ev-2cv \quad e^2\left(\tfrac{3375}{512}m^2\right)\ldots\ldots\ldots\Big\{\cos 4Ev-2cv \quad e^2\left(\tfrac{3375}{256}m^4\right).$$

La réunion de ces termes donne

$$(6)\ \ldots\ldots\ -R_1\frac{d.\delta u}{dv}=$$

$$\cos 2cv \quad e^2\left\{\begin{array}{l}\tfrac{189}{512}-\tfrac{317}{160}-\tfrac{477}{256}+\tfrac{9}{32}-\tfrac{281445}{4096}+\tfrac{17577}{1024}+\tfrac{3915}{256}\\ +\tfrac{355}{24}+\tfrac{247}{16}-\tfrac{2901}{256}+\tfrac{355}{24}-\tfrac{247}{16}+\tfrac{3}{2}=-\tfrac{1231783}{61440}\end{array}\right\}m^4$$

$$
\cos c'mv\ \varepsilon' \left\{
\begin{aligned}
&\left\{
\begin{aligned}
&\tfrac{11879}{1728} - \tfrac{9}{8} + \tfrac{20351}{64} + \tfrac{63}{8} + \tfrac{170219}{3456} + \tfrac{71}{2} - \tfrac{5247}{32} \\
&- \tfrac{24317}{3456} - \tfrac{1125}{32} - 3 + 21 - 3 + 21 = \tfrac{428135}{1728}
\end{aligned}
\right\} m^6 \\
+ &\left\{
\begin{aligned}
&- \tfrac{1389825}{4096} - \tfrac{1102419}{4096} - \tfrac{573189}{8192} + \tfrac{925125}{4096} + \tfrac{962631}{4096} + \tfrac{573189}{8192} \\
&- \tfrac{65}{12} - \tfrac{2607}{256} + \tfrac{453}{4} + \tfrac{18249}{256} + \tfrac{36799}{768} + \tfrac{53073}{256} - \tfrac{8429223}{8192} \\
&- \tfrac{52623}{512} + \tfrac{5535}{1024} + \tfrac{435543}{8192} - \tfrac{10989}{512} - \tfrac{12915}{1024} - \tfrac{40059}{1024} + \tfrac{207}{64} \\
&+ \tfrac{58563}{1024} - \tfrac{297}{64} + \tfrac{74333}{768} + 18 + \tfrac{497}{12} + \tfrac{20889}{256} - \tfrac{10619}{768} - \tfrac{71}{12} \\
&+ \tfrac{3585}{256} + \tfrac{281145}{8192} - \tfrac{123039}{8192} - \tfrac{565947}{4096} - \tfrac{1863945}{4096} - \tfrac{1970115}{8192} \\
&- \tfrac{580041}{8192} + \tfrac{218943}{4096} + \tfrac{709785}{4096} + \tfrac{477}{512} - \tfrac{63}{256} - \tfrac{32265}{1024} - \tfrac{3339}{512} \\
&- \tfrac{297}{256} + \tfrac{66285}{1024} - \tfrac{30375}{2048} + \tfrac{118125}{2048} - \tfrac{30375}{2048} + \tfrac{118125}{2048} = - \tfrac{13865665}{12288}
\end{aligned}
\right\} m^4 e^2
\end{aligned}
\right\}
$$

$$
\cos 2Ev + c'mv\ \varepsilon' \left\{
\begin{aligned}
&\left(\tfrac{357}{32} + \tfrac{2439}{160} - \tfrac{5691}{320} - \tfrac{273}{8} - \tfrac{833}{32} + \tfrac{13}{2} + \tfrac{357}{64} - \tfrac{1755}{64} = - \tfrac{50123}{640}\right) m^5 \\
+ &\left\{
\begin{aligned}
&\tfrac{5265}{1024} - \tfrac{15885}{512} - \tfrac{675}{256} + \tfrac{25245}{1024} + \tfrac{20115}{256} + \tfrac{3375}{256} \\
&- \tfrac{207}{16} + \tfrac{9}{4} - \tfrac{405}{64} - \tfrac{61695}{512} - \tfrac{2727}{128} - \tfrac{2025}{256} \\
&- \tfrac{92655}{512} + \tfrac{3123}{128} + \tfrac{2349}{256} + \tfrac{945}{64} + \tfrac{4725}{256} - \tfrac{38295}{1024} \\
&- \tfrac{13965}{512} + \tfrac{20655}{1024} - \tfrac{765}{512} = - \tfrac{61585}{256}
\end{aligned}
\right\} m^3 e^2
\end{aligned}
\right\}
$$

$$
\cos 2Ev - c'mv\ \varepsilon' \left\{
\begin{aligned}
&\left\{
\begin{aligned}
&- \tfrac{357}{32} - \tfrac{5691}{128} + \tfrac{813}{320} + \tfrac{13}{8} + \tfrac{119}{32} \\
&- \tfrac{91}{2} - \tfrac{4165}{64} + \tfrac{1755}{64} = - \tfrac{83769}{640}
\end{aligned}
\right\} m^5 \\
+ &\left\{
\begin{aligned}
&\tfrac{38295}{1024} + \tfrac{37065}{512} + \tfrac{4725}{256} + \tfrac{2475}{256} + \tfrac{34425}{1024} + \tfrac{57105}{512} \\
&+ \tfrac{207}{16} - \tfrac{9}{4} + \tfrac{1575}{64} + \tfrac{92655}{512} + \tfrac{3123}{128} + \tfrac{7875}{256} \\
&+ \tfrac{61695}{512} - \tfrac{2727}{128} - \tfrac{23619}{256} - \tfrac{135}{64} - \tfrac{675}{256} - \tfrac{5265}{1024} \\
&+ \tfrac{5985}{512} - \tfrac{80325}{1024} - \tfrac{17685}{256} = \tfrac{106119}{256}
\end{aligned}
\right\} m^3 e^2
\end{aligned}
\right\}
$$

$$\cos 2Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ \begin{array}{l} -\frac{4221675}{32768} - \frac{6204681}{32768} - \frac{9749813}{32768} - \frac{12189415}{32768} + \frac{140009}{1024} + \frac{10548}{128} \\ + \frac{355}{32} + \frac{50837}{512} + \frac{169347}{8192} - \frac{7335}{512} - \frac{813}{64} + \frac{57}{8} - \frac{357}{64} + \frac{21}{8} - \frac{7155}{2048} \\ + \frac{1197}{1024} + \frac{57817}{256} + \frac{222375}{8192} + \frac{52857}{1024} + \frac{8151}{128} + \frac{355}{32} = -\frac{2321201}{8192} \end{array} \right\} m^3$$

$$\cos Ev \quad b^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{458457}{16384} - \frac{3906531}{8192} - \frac{135}{128} + \frac{707}{288} + \frac{355}{32} + \frac{4277}{128} + \frac{21811}{256} + \frac{3535}{288} \\ + \frac{355}{32} + \frac{793}{32} + \frac{3107}{64} - \frac{45}{16} - \frac{813}{128} - \frac{2835}{512} - \frac{8925}{2048} = -\frac{11899615}{49152} \end{array} \right\} m^3$$

$$\cos Ev + cv \quad eb^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{45}{32} - \frac{675}{256} - \frac{225}{128} + \frac{99}{16} - \frac{45}{32} - \frac{45}{128} \\ + \frac{2295}{512} - \frac{15}{16} + \frac{675}{256} - \frac{75}{16} - \frac{45}{32} = \frac{783}{512} \end{array} \right\} m^2$$

$$\cos Ev - cv \quad eb^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{1485}{128} + \frac{15885}{1024} - \frac{777}{64} - \frac{3135}{128} + \frac{7749}{256} + \frac{99}{16} - \frac{2835}{512} \\ + \frac{225}{128} + \frac{17577}{8192} + \frac{6885}{1024} + \frac{14805}{1024} - \frac{65}{32} - \frac{1257}{128} - \frac{45}{256} \\ - \frac{675}{256} - \frac{3375}{1024} - \frac{325}{32} - \frac{1125}{128} - \frac{3375}{1024} = \frac{51489}{8192} \end{array} \right\} m^3$$

$$\cos 3Ev - cv \quad eb^2 \left\{ -\frac{99}{16} - \frac{45}{32} - \frac{459}{512} - \frac{675}{256} + \frac{15}{16} + \frac{675}{256} - \frac{45}{32} = -\frac{4587}{512} \right\} m^2$$

$$\cos 4Ev \quad \left(-\frac{71}{12} m^4 \right)$$

$$\cos 4Ev - cv \quad e \left\{ -\frac{281445}{8192} + \frac{71}{6} + \frac{13}{2} = -\frac{393775}{24576} \right\} m^4$$

$$\cos 4Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{10125}{1024} - \frac{189}{512} + \frac{281445}{4096} + \frac{17577}{1024} + \frac{5535}{1024} - \frac{355}{24} \\ - \frac{247}{16} + \frac{2991}{256} - \frac{3}{2} + \frac{3375}{256} + \frac{2025}{512} = \frac{1202923}{12288} \end{array} \right\} m^4$$

$$\cos 4Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ -\frac{52623}{1024} - \frac{13}{8} - \frac{3}{2} + \frac{17577}{4096} - \frac{13}{4} + \frac{21}{8} - \frac{27}{16} = -\frac{215187}{4096} \right\} m^3$$

$$\cos 4Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\frac{10989}{1024} + \frac{273}{8} + \frac{21}{2} - \frac{123039}{4096} \\ - \frac{135}{16} + \frac{91}{4} + \frac{99}{8} + \frac{27}{16} = \frac{132013}{4096} \end{array} \right\} m^3$$

$$\cos 6Ev - cv \quad e \left\{ \frac{675}{256} + \frac{45}{16} + \frac{45}{8} = \frac{2835}{256} \right\} m^3.$$

152. Pour obtenir le développement de la fonction

$$-2\left(\frac{d^2.\delta u}{dv^2}+\delta u\right)\int R_1 dv,$$

on pourra employer les termes de $-\left(\frac{d^2.\delta u}{dv^2}+\delta u\right)$ posés dans les pages 143, 144; 272-274; 373-374; 407; 439; 458, après y avoir ajouté les termes suivans, déduits de ceux de la fonction

$$-\frac{d^2.\delta u}{dv^2}-\left(1-\frac{3}{2}\mu^2\right)\delta u,$$

qu'on voit dans les pages 379, 380, 443; 153-157; 408; 503; 575:

$$-\left(\frac{d^2.\delta u}{dv^2}+\delta u\right)=$$

$\cos c'mv \quad \iota'\left\{-\frac{1548}{6}m^5-\frac{4965}{32}m^3e^2\right\}$

$\cos 2cv \quad e^2\left\{\ \frac{44177}{256}-\frac{45}{8}=\frac{42737}{256}\right\}m^5$

$\cos 2Ev \quad \left\{-\left(\frac{33}{32}+\frac{32}{3}=\frac{1123}{96}\right)m^4+\left(\frac{1137}{64}-8=\frac{945}{64}\right)m^2e^2\right\}$

$\cos 2Ev+c'mv \quad \iota'\left\{\ \left(\frac{777}{32}+\frac{317}{96}=\frac{331}{12}\right)m^4+\left(\frac{12273}{128}+\frac{3}{2}=\frac{12465}{128}\right)m^2e^2\right\}$

$\cos 2Ev-c'mv \quad \iota'\left\{-\left(\frac{6631}{32}+\frac{3009}{32}=\frac{1205}{4}\right)m^4+\left(\frac{16101}{128}-\frac{21}{2}=\frac{14757}{128}\right)m^2e^2\right\}$

$\cos 2Ev-2cv \quad e^2\left\{-\frac{43737}{1024}-\frac{441}{32}=-\frac{57849}{1024}\right\}m^4$

$\cos 2Ev+2cv \quad e^2\left\{-\frac{519}{64}-\frac{9}{16}=-\frac{555}{64}\right\}m^4$

$\cos Ev \quad b^2\left\{\ \frac{26367}{128}+\frac{9693}{256}=\frac{62427}{256}\right\}m^3$

$\cos Ev+cv \quad eb^2\left(-\frac{687}{32}m^3\right)$ (Voyez p. 594 du second volume)

$\cos Ev-cv \quad eb^2\left(\ \frac{681}{64}m^2\right)$

$\cos 3Ev \quad b^2\left\{\ \frac{763}{12}-\frac{1245}{512}=\frac{93929}{1536}\right\}m^5$

$\cos 3Ev+cv \quad eb^2\left(-\frac{225}{32}m^2\right)$ (Voyez p. 480 du second volume)

$\cos 3Ev-cv \quad eb^2\left(-\frac{1935}{64}m^3\right)$ (Voyez p. 595 du second volume)

$$\cos 4Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{1628}{128} m^5 - \frac{2025}{64} m^3 e^2 \right)$$

$$\cos 4Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{18935}{128} m^5 + \frac{7875}{64} m^3 e^2 \right)$$

$$\cos 4Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ \frac{13767}{128} - \frac{45}{8} = \frac{13047}{128} \right\} m^5$$

$$\cos 6Ev - 2cv \quad e^3 \left(\frac{10125}{512} m^4 \right).$$

En prenant les différens termes du multiplicateur $\int R_{,} dv$; en partie dans les pages 485-487, 502 ; et en partie dans les pages 743-747, 571, 572 du second volume, on trouvera ces produits partiels :

Produits partiels de $-2\left(\frac{d^2.\delta u}{dv^2} + \delta u\right)\int R_{,} dv$

Multiplicateur . . . . $2 \cos cv \quad e\left(\frac{45}{8} m + \frac{1059}{32} m^2 + \frac{65881}{512} m^3 \right)$

Produit

$$\cos c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{50895}{256} m^4 e^2 - \frac{9581}{128} m^4 e^2 \right)$$

$$\cos c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{36855}{256} m^4 e^2 - \frac{9531}{128} m^4 e^2 \right)$$

$$\cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left(-\frac{117315}{512} m^5 - \frac{403479}{512} m^5 - \frac{9882155}{1024} m^5 \right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{675}{32} m^3 e^2 \right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{225}{16} m^3 e^2 \right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{4725}{32} m^3 e^2 \right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{1575}{16} m^3 e^2 \right)$$

$$\cos Ev - cv \quad eb^2\left(\frac{675}{64} m^3 \right)$$

$$\cos 4Ev - 2cv \quad e^2\left(-\frac{3375}{64} m^4 \right)$$

Multiplicateur — Produit

$2 \cos c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{357}{32} m^2 + \frac{274}{3} m^3 \right) \ldots \begin{cases} \cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(274.m^5 + \frac{1071}{64} m^5 \right) \\ \cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(274.m^5 + \frac{1071}{64} m^5 \right) \end{cases}$

$$2\cos cv + c'mv \quad e\epsilon'\left(\frac{165}{16}m\right) \ldots \begin{cases} \cos 2Ev + c'mv \quad \epsilon'\left(-\frac{2475}{32}m^3e^2\right) \\ \cos 2Ev - c'mv \quad \epsilon'\left(-\frac{825}{16}m^3e^2\right) \end{cases}$$

$$2\cos cv - c'mv \quad e\epsilon'\left(\frac{225}{16}m\right) \ldots \begin{cases} \cos 2Ev - c'mv \quad \epsilon'\left(-\frac{8375}{32}m^3e^2\right) \\ \cos 2Ev + c'mv \quad \epsilon'\left(-\frac{1125}{16}m^3e^2\right) \end{cases}$$

$$2\cos 2cv \quad e^2\left(-\frac{45}{32}m - \frac{2433}{128}m^2 - \frac{112169}{2048}m^3\right) \Big\{ \cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left(-\frac{426507}{2048}m^5 - \frac{7299}{256}m^5\right)$$

$$\text{Multiplicateur} \ldots\ldots 2\cos 2Ev \begin{cases} -\frac{3}{4} - \frac{3}{4}m - \frac{3}{4}m^2 - \frac{3}{2}e^2 - \frac{3}{2}me^2 \\ -\frac{3}{4}m^3 - \frac{2991}{256}m^2e^2 - \frac{15}{8}m^4 \end{cases}$$

$$\text{Produit} \begin{cases} \cos 2Ev + c'mv \quad \epsilon'\left(\frac{1543}{8}m^5 + \frac{1827}{64}m^3 - \frac{9}{8}m^5 + \frac{14895}{128}m^3e^2 + \frac{207}{16}m^3e^2 - \frac{9}{4}m^3e^2\right) \\ \cos 2Ev - c'mv \quad \epsilon'\left(\frac{1543}{8}m^5 + \frac{1827}{64}m^5 - \frac{9}{8}m^5 + \frac{14895}{128}m^3e^2 + \frac{207}{16}m^3e^2 - \frac{9}{4}m^3e^2\right) \\ \cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left(-\frac{128211}{1024}m^5 - \frac{621}{16}m^3 - \frac{135}{16}m^3 - \frac{9}{8}m^5\right) \\ \cos 4Ev \quad \left(-\frac{9}{8}m^4 - \frac{9}{4}m^4\right) \\ \cos 4Ev - cv \quad e\left(\frac{7821}{256}m^4 + \frac{1143}{64}m^4 + \frac{45}{8}m^4\right) \\ \cos 4Ev - 2cv \quad e^2\left(\frac{173547}{4096}m^4 + \frac{13838}{1024}m^4 + \frac{441}{64}m^4 + \frac{45}{16}m^4\right) \\ \cos 2cv \quad e^2\left(\frac{173547}{4096}m^4 + \frac{13833}{1024}m^4 + \frac{441}{64}m^4 + \frac{45}{16}m^4\right) \\ \cos 2cv \quad e^2\left(\frac{1665}{256}m^4 + \frac{117}{16}m^4 - \frac{135}{32}m^4\right) \\ \cos c'mv \quad \epsilon'\begin{Bmatrix} -\frac{331}{16}m^6 - \frac{37395}{512}m^4e^2 + \frac{339}{64}m^6 - \frac{45}{64}m^4e^2 + \frac{189}{64}m^6 \\ +\frac{9}{4}m^4e^2 + \frac{9}{32}m^6 + \frac{45}{16}m^6 + \frac{189}{32}m^4e^2 + \frac{9}{16}m^4e^2 + \frac{8973}{512}m^4e^2 \end{Bmatrix} \\ \cos c'mv \quad \epsilon'\begin{Bmatrix} \frac{3616}{16}m^6 - \frac{44271}{512}m^4e^2 + \frac{99}{64}m^6 - \frac{2925}{64}m^4e^2 - \frac{963}{64}m^6 \\ -\frac{63}{4}m^4e^2 - \frac{189}{32}m^6 - \frac{315}{16}m^6 - \frac{963}{32}m^4e^2 - \frac{189}{16}m^4e^2 - \frac{62811}{512}m^4e^2 \end{Bmatrix} \end{cases}$$

+

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll}
\cos 4Ev+c'mv-cv & e\varepsilon' & \left(\frac{441}{128}m^3-\frac{45}{16}m^3\right)\\
\cos 4Ev-c'mv-cv & e\varepsilon' & \left(\frac{10809}{128}m^3+\frac{315}{16}m^3\right)\\
\cos Ev & b^2 & \left(-\frac{187281}{1024}m^5-\frac{8721}{256}m^5-\frac{441}{64}m^5-\frac{45}{32}m^5\right)\\
\cos Ev-cv & eb^2 & \left(\frac{2061}{128}m^3+\frac{81}{32}m^3\right)\\
\cos Ev+cv & eb^2 & \left(-\frac{2043}{256}m^3-\frac{45}{32}m^3\right)\\
\cos 3Ev-cv & eb^2 & \left(-\frac{2043}{256}m^3-\frac{45}{32}m^3\right)\\
\cos Ev & b^2 & \left(-\frac{93929}{2048}m^5-\frac{6405}{512}m^5-\frac{285}{64}m^5-\frac{75}{32}m^5\right)\\
\cos Ev-cv & eb^2 & \left(\frac{5805}{256}m^3+\frac{45}{8}m^3\right)\\
\cos Ev+cv & eb^2 & \left(\frac{675}{128}m^2\right)\\
\cos 6Ev-cv & e & \left(\frac{225}{32}m^3\right)\\
\cos 2Ev-c'mv & \varepsilon' & \left(\frac{56805}{512}m^5+\frac{315}{8}m^5-\frac{23625}{256}m^3e^2\right)\\
\cos 2Ev+c'mv & \varepsilon' & \left(-\frac{4869}{512}m^5-\frac{45}{8}m^5+\frac{6075}{256}m^3e^2\right)\\
\cos 2Ev-2cv & e^2 & \left(-\frac{39141}{512}m^5-\frac{25785}{512}m^5-\frac{135}{16}m^5\right)\\
\cos 4Ev-2cv & e^2 & \left(-\frac{30375}{2048}m^4\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev-cv \quad e\left(3+9.m+\frac{63}{4}m^2\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll}
\cos 2Ev-c'mv & \varepsilon' & \left(-\frac{3393}{32}m^3e^2-\frac{81}{4}m^3e^2\right)\\
\cos 2Ev+c'mv & \varepsilon' & \left(-\frac{2457}{32}m^3e^2-\frac{81}{4}m^3e^2\right)\\
\cos 4Ev-cv & e & \left(\frac{27}{2}m^4+\frac{189}{4}m^4\right)\\
\cos 4Ev-2cv & e^2 & \left(-\frac{7821}{64}m^4-\frac{3429}{16}m^4-\frac{945}{8}m^4\right)
\end{array}\right.$$

$+$

Produit

$\cos 2cv \qquad e^2\left(\frac{401}{24}m^4 + 38.\,m^4 - \frac{815}{4}m^4\right)$

$\cos 4Ev - c'mv - cv \qquad e\epsilon'\left(\frac{189}{8}m^3 + \frac{189}{2}m^3\right)$

$\cos 4Ev + c'mv - cv \qquad e\epsilon'\left(-\frac{9}{8}m^3 - \frac{27}{2}m^3\right)$

$\cos c'mv \qquad \epsilon'\left(-\frac{62757}{128}m^4e^2 - \frac{1323}{32}m^4e^2 + \frac{945}{16}m^4e^2\right)$

$\cos c'mv \qquad \epsilon'\left(-\frac{85437}{128}m^4e^2 - \frac{32427}{32}m^4e^2 - \frac{6615}{16}m^4e^2\right)$

$\cos Ev - cv \qquad eb^2\left(\frac{441}{16}m^3 + \frac{135}{8}m^3\right)$

$\cos 3Ev - cv \qquad eb^2\left(\frac{45}{8}m^2\right)$

$\cos Ev + cv \qquad eb^2\left(\frac{75}{8}m^2\right)$

$\cos 2Ev + c'mv \qquad \epsilon'\left(\frac{675}{16}m^3e^2\right)$

$\cos 2Ev - c'mv \qquad \epsilon'\left(-\frac{2625}{16}m^3e^2\right)$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev + cv \qquad e\left(1 - \frac{1}{3}m + \frac{1}{36}m^2\right)$

Produit

$\cos 2Ev + c'mv \qquad \epsilon'\left(-\frac{1131}{32}m^3e^2 + \frac{3}{4}m^3e^2\right)$

$\cos 2Ev - c'mv \qquad \epsilon'\left(-\frac{819}{32}m^3e^2 + \frac{3}{4}m^3e^2\right)$

$\cos 2cv \qquad e^2\left(-\frac{2607}{64}m^4 + \frac{127}{16}m^4 - \frac{5}{24}m^4\right)$

$\cos c'mv \qquad \epsilon'\left(\frac{38209}{576}m^4e^2 - \frac{113}{72}m^4e^2 + \frac{5}{72}m^4e^2\right)$

$\cos c'mv \qquad \epsilon'\left(-\frac{5357}{64}m^4e^2 - \frac{109}{24}m^4e^2 - \frac{35}{72}m^4e^2\right)$

$\cos Ev + cv \qquad eb^2\left(\frac{15}{8}m^2\right)$

$\cos Ev - cv \qquad eb^2\left(\frac{95}{16}m^3 - \frac{25}{24}m^3\right)$

$\cos 2Ev - 2cv \qquad e^3\left(\frac{7451}{1536}m^5 + \frac{105}{32}m^5 - \frac{25}{96}m^5\right)$

Multiplicateur... $2\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\frac{21}{8} - \frac{63}{16}m - \frac{21}{4}e^2 - \frac{333}{32}m^2 \\ -\frac{63}{8}me^2 - \frac{999}{64}m^3 + \frac{7497}{128}m^4 - \frac{26987}{512}m^2e^2 \end{array} \right\}$

$$\text{Produit} \left\{ \begin{array}{ll} \cos c'mv & \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \frac{22491}{128}m^6 - \frac{80811}{512}m^4e^2 - \frac{2997}{128}m^6 - \frac{189}{16}m^4e^2 \\ -\frac{999}{16}m^4e^2 + \frac{819}{64}m^6 + \frac{7861}{256}m^6 - \frac{19845}{512}m^4e^2 - \frac{6615}{128}m^4e^2 \end{array} \right\} \\ \cos 4Ev - c'mv - cv & e\varepsilon' \left(\frac{8001}{128}m^3 + \frac{945}{32}m^3 \right) \\ \cos 2Ev + c'mv & \varepsilon' \left(\frac{11361}{256}m^5 + \frac{945}{32}m^5 - \frac{14175}{256}m^3e^2 \right) \end{array} \right.$$

Multiplicateur... $2\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \frac{3}{8} + \frac{3}{16}m + \frac{3}{4}e^2 + \frac{3}{32}m^2 \\ +\frac{3}{64}m^3 + \frac{3}{8}me^2 + \frac{2253}{128}m^4 - \frac{3489}{512}m^2e^2 \end{array} \right\}$

$$\text{Produit} \left\{ \begin{array}{ll} \cos c'mv & \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \frac{6759}{128}m^6 - \frac{10467}{512}m^4e^2 + \frac{9}{128}m^6 + \frac{9}{16}m^4e^2 \\ +\frac{9}{16}m^4e^2 - \frac{39}{64}m^6 + \frac{315}{128}m^4e^2 - \frac{1123}{256}m^6 + \frac{2835}{512}m^4e^2 \end{array} \right\} \\ \cos 4Ev + c'mv - cv & e\varepsilon' \left(-\frac{1143}{128}m^3 - \frac{45}{32}m^3 \right) \\ \cos 2Ev - c'mv & \varepsilon' \left(-\frac{1623}{32}m^5 - \frac{45}{32}m^5 + \frac{2025}{256}m^3e^2 \right) \end{array} \right.$$

Multiplicateur .... $2\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left(-\frac{3}{2} + \frac{9}{8}m + \frac{3843}{64}m^2 \right)$

$$\text{Produit} \left\{ \begin{array}{ll} \cos 4Ev + c'mv - cv & e\varepsilon' \left(-\frac{9}{4}m^3 + \frac{27}{8}m^3 \right) \\ \cos c'mv & \varepsilon' \left(\frac{7821}{128}m^4e^2 - \frac{3429}{128}m^4e^2 - \frac{57645}{128}m^4e^2 \right) \\ \cos 2Ev - c'mv & \varepsilon' \left(\frac{225}{16}m^3e^2 \right) \end{array} \right.$$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev - c'mv - cv \quad ee'\left(\frac{21}{2} + \frac{351}{8}m + \frac{6489}{64}m^2\right)$

Produit
$\cos 4Ev - c'mv - cv \quad ee'\left(\frac{63}{4}m^2 + \frac{1053}{8}m^3\right)$
$\cos c'mv \quad e'\left(-\frac{54747}{128}m^4e^2 - \frac{133731}{128}m^4e^2 - \frac{97335}{128}m^4e^2\right)$
$\cos 2Ev + c'mv \quad e'\left(-\frac{1575}{16}m^3e^2\right)$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev + c'mv + cv \quad ee'\left(-\frac{1}{2} - \frac{25}{24}m - \frac{6725}{576}m^2\right)$

Produit
$\cos c'mv \quad e'\left(-\frac{401}{144}m^4e^2 - \frac{275}{72}m^4e^2 + \frac{33625}{576}m^4e^2\right)$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev - c'mv + cv \quad ee'\left(\frac{7}{2} - \frac{5}{8}m + \frac{1489}{64}m^2\right)$

Produit
$\cos c'mv \quad e'\left(\frac{2807}{144}m^4e^2 - \frac{55}{24}m^4e^2 - \frac{7445}{64}m^4e^2\right)$

Multiplicateur . . . $2\cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left(\frac{15}{8}.m^{-1} + \frac{159}{32}m^0 + \frac{5667}{512}m + \frac{66885}{2048}m^2\right)$

Produit
$\cos 4Ev - 2cv \quad e^2\left(\frac{200655}{2048}m^4 + \frac{17001}{1024}m^4 - \frac{195}{32}m^4\right)$
$\cos 2cv \quad e^2\left(\frac{200655}{2048}m^4 + \frac{17001}{1024}m^4 - \frac{195}{32}m^4\right)$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev + 2cv \quad e^2\left(-\frac{15}{16} + \frac{21}{16}m - \frac{9}{128}m^2\right)$

Produit
$\cos 2cv \quad e^2\left(-\frac{27}{128}m^4 + \frac{63}{32}m^4\right)$
$\cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left(\frac{8115}{512}m^5 - \frac{315}{32}m^5\right)$

Multiplicateur . . . . $2\cos Ev \;\; b^2\left(-\frac{3}{8}-\frac{51}{16}m-\frac{1191}{64}m^2-\frac{26075}{256}m^3\right)$

Produit

$$\begin{cases}\cos Ev & b^2\left(\frac{39}{32}m^5-\frac{3573}{128}m^5-\frac{78225}{256}m^5\right)\\ \cos Ev-cv & eb^2\left(\frac{1143}{128}m^3+\frac{765}{32}m^3\right)\\ \cos 3Ev-cv & eb^2\left(\frac{45}{16}m^2\right)\\ \cos Ev+cv & eb^2\left(\frac{15}{8}m^2\right)\end{cases}$$

Multiplicateur	Produit
$2\cos Ev+cv \;\; eb^2\left(\frac{15}{32}+\frac{1317}{256}m\right)$	$\cos Ev-cv \;\; eb^2\left(\frac{3951}{256}m^3+\frac{45}{64}m^3\right)$
$2\cos Ev-cv \;\; eb^2\left(-\frac{15}{16}m^{-1}-\frac{813}{128}m^0\right)$ ..	$\cos 3Ev-cv \;\; eb^2\left(-\frac{2439}{128}m^2-\frac{45}{32}m^2\right)$
	$\cos Ev+cv \;\; eb^2\left(-\frac{2439}{128}m^2-\frac{45}{32}m^2\right)$

Multiplicateur . . . . $2\cos 3Ev \;\; b^2\left(-\frac{5}{8}-\frac{25}{16}m-\frac{48}{8}m^2-\frac{4139}{192}m^3\right)$

Produit

$$\begin{cases}\cos Ev & b^2\left(\frac{65}{32}m^5-\frac{129}{16}m^5-\frac{4139}{64}m^5\right)\\ \cos Ev+cv & eb^2\left(\frac{75}{16}m^2\right)\\ \cos Ev-cv & eb^2\left(-\frac{55}{24}m^3+\frac{125}{16}m^3\right)\\ \cos Ev & b^2\left(\frac{2705}{256}m^5+\frac{375}{32}m^5\right)\\ \cos Ev-cv & eb^2\left(\frac{375}{64}m^3\right)\end{cases}$$

Multiplicateur	Produit
$2\cos 3Ev+cv \;\; eb^2\left(\frac{75}{64}\right)$	$\cos Ev+cv \;\; eb^2\left(\frac{225}{64}m^2\right)$
$2\cos 3Ev-cv \;\; eb^2\left(\frac{75}{32}+\frac{2025}{256}m\right)$ ...	$\cos Ev-cv \;\; eb^2\left(\frac{6075}{256}m^3+\frac{225}{64}m^3\right)$

$$2\cos 4Ev \qquad \left(\frac{8}{4}m^2+\frac{167}{64}m^3\right)\cdots\left\{\begin{array}{lll}
\cos 4Ev-2cv & e^2 & \left(\frac{9}{8}m^4\right)\\
\cos 2Ev-c'mv & \varepsilon' & \left(-\frac{9}{32}m^5-\frac{501}{128}m^5\right)\\
\cos 2Ev+c'mv & \varepsilon' & \left(\frac{3507}{128}m^5+\frac{189}{32}m^5\right)\\
\cos 2Ev-2cv & e^2 & \left(-\frac{117}{16}m^5+\frac{7515}{512}m^5\right)\\
\cos Ev & b^2 & \left(\frac{285}{64}m^5+\frac{4175}{512}m^5\right)\\
\cos c'mv & \varepsilon' & \left(\frac{45}{8}m^6\right)\\
\cos c'mv & \varepsilon' & \left(-\frac{315}{8}m^6\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . . $2\cos 4Ev-cv \quad e\left(\frac{15}{8}m+\frac{213}{32}m^2+\frac{27737}{1536}m^3\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll}
\cos 4Ev+c'mv-cv & e\varepsilon' & \left(\frac{45}{16}m^3\right)\\
\cos 4Ev-c'mv-cv & e\varepsilon' & \left(\frac{45}{16}m^3\right)\\
\cos 2Ev-2cv & e^2 & \left(\frac{2005}{192}m^5+\frac{781}{32}m^5-\frac{138685}{1536}m^5\right)\\
\cos 2Ev-c'mv & \varepsilon' & \left(\frac{225}{32}m^3e^2\right)\\
\cos 2Ev+c'mv & \varepsilon' & \left(-\frac{1575}{32}m^3e^2\right)\\
\cos Ev-cv & eb^2 & \left(\frac{375}{64}m^3\right)\\
\cos 6Ev-cv & e & \left(\frac{45}{8}m^3\right)\\
\cos c'mv & \varepsilon' & \left(\frac{3375}{128}m^4e^2\right)\\
\cos c'mv & \varepsilon' & \left(-\frac{13125}{128}m^4e^2\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur	Produit
$2\cos 4Ev + c'mv \quad \epsilon'\left(-\frac{8}{4}m^2 - \frac{501}{256}m^3\right)\ldots$	$\left\{\begin{array}{ll}\cos 2Ev + c'mv & \epsilon'\left(-\frac{1503}{256}m^5 - \frac{9}{8}m^5\right)\\ \cos c'mv & \epsilon'\left(\frac{45}{8}m^6\right)\end{array}\right.$
$2\cos 4Ev - c'mv \quad \epsilon'\left(\frac{21}{4}m^2 + \frac{5845}{256}m^3\right)\ldots$	$\left\{\begin{array}{ll}\cos 2Ev - c'mv & \epsilon'\left(\frac{17535}{256}m^5 + \frac{63}{8}m^5\right)\\ \cos c'mv & \epsilon'\left(-\frac{315}{8}m^6\right)\end{array}\right.$
$2\cos 4Ev + c'mv - cv \quad e\epsilon'\left(-\frac{45}{16}m\right)\ldots$	$\left\{\begin{array}{ll}\cos 2Ev + c'mv & \epsilon'\left(\frac{675}{32}m^3e^2\right)\\ \cos c'mv & \epsilon'\left(\frac{3375}{128}m^4e^2\right)\end{array}\right.$
$2\cos 4Ev - c'mv - cv \quad e\epsilon'\left(\frac{175}{16}m\right)\ldots$	$\left\{\begin{array}{ll}\cos 2Ev - c'mv & \epsilon'\left(-\frac{2625}{32}m^3e^2\right)\\ \cos c'mv & \epsilon'\left(-\frac{13125}{128}m^4e^2\right)\end{array}\right.$

Multiplicateur . . . . $2\cos 4Ev - 2cv \quad e^2\left(-\frac{45}{32}m - \frac{2241}{128}m^2 - \frac{122409}{2048}m^3\right)$

Produit $\left\{\cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left(-\frac{367227}{2048}m^5 - \frac{6723}{256}m^5\right)\right.$

Multiplicateur	Produit
$2\cos 6Ev - 2cv \quad e^2\left(-\frac{3375}{1024}m^2\right)\ldots\ldots$	$\left\{\cos 4Ev - 2cv \quad e^2\left(-\frac{10125}{1024}m^4\right)\right.$.

La réunion de ces termes donne

$$(7)\ \ldots\ldots\ -2\left(\frac{d^2.\delta u}{dv^2} + \delta u\right)\int R_{,} dv =$$

$$\cos 2cv \quad e^2\left\{\begin{array}{l}\frac{173547}{4096} + \frac{13833}{1024} + \frac{441}{64} + \frac{45}{16} + \frac{1665}{256} + \frac{117}{16} - \frac{135}{32} + \frac{401}{24} + 33 - \frac{315}{4}\\ -\frac{2607}{64} + \frac{127}{16} - \frac{5}{24} + \frac{200655}{2048} + \frac{17001}{1024} - \frac{195}{32} - \frac{27}{128} + \frac{63}{32} = \frac{505345}{4096}\end{array}\right\} m^4$$

$$\cos c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} -\frac{331}{16}+\frac{339}{64}+\frac{189}{64}+\frac{9}{32}+\frac{45}{16}+\frac{3615}{16}+\frac{99}{64}-\frac{963}{64} \\ -\frac{189}{32}-\frac{315}{16}+\frac{22491}{128}-\frac{2997}{128}+\frac{819}{64}+\frac{7861}{256}+\frac{6759}{128} \\ +\frac{9}{128}-\frac{39}{64}-\frac{1123}{256}+\frac{45}{8}-\frac{315}{8}+\frac{45}{8}-\frac{315}{8}=\frac{45271}{128} \end{array} \right\} m^4 \\ + \left\{ \begin{array}{l} -\frac{50895}{256}-\frac{9531}{128}-\frac{36855}{256}-\frac{9531}{128}-\frac{37395}{512}-\frac{45}{64}+\frac{189}{32}+\frac{9}{16} \\ +\frac{8973}{512}-\frac{963}{32}-\frac{189}{16}-\frac{62811}{512}+\frac{9}{4}-\frac{44271}{512}-\frac{2925}{64}-\frac{63}{4} \\ -\frac{62757}{128}-\frac{1323}{32}+\frac{945}{16}-\frac{85437}{128}-\frac{32427}{32}-\frac{6615}{16}+\frac{38209}{576} \\ -\frac{113}{72}+\frac{5}{72}-\frac{5357}{64}-\frac{109}{24}-\frac{35}{72}-\frac{80811}{512}-\frac{189}{16}-\frac{999}{16} \\ -\frac{19845}{512}-\frac{6615}{128}-\frac{10467}{512}+\frac{9}{16}+\frac{9}{16}+\frac{315}{128}+\frac{2835}{512}+\frac{7821}{128} \\ -\frac{3429}{128}-\frac{67645}{128}-\frac{54747}{128}-\frac{133731}{128}-\frac{97335}{128}-\frac{401}{144}-\frac{275}{72}+\frac{33625}{576} \\ +\frac{2807}{144}-\frac{55}{24}-\frac{7445}{64}+\frac{3375}{128}-\frac{13125}{128}+\frac{3375}{128}-\frac{13125}{128}=-\frac{847989}{128} \end{array} \right\} m^4 e^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev+c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} \frac{1543}{8}+\frac{1827}{64}-\frac{9}{8}+\frac{11361}{256}+\frac{945}{32}+\frac{3507}{128}+\frac{189}{32} \\ -\frac{1503}{256}-\frac{9}{8}+274+\frac{1071}{64}-\frac{4869}{512}-\frac{45}{8}=\frac{305211}{512} \end{array} \right\} m^5 \\ + \left\{ \begin{array}{l} \frac{675}{32}+\frac{225}{16}-\frac{2475}{32}-\frac{1125}{16}+\frac{14895}{128}+\frac{207}{16} \\ -\frac{9}{4}+\frac{6075}{256}-\frac{2457}{32}-\frac{81}{4}+\frac{675}{16}-\frac{1131}{32}+\frac{3}{4} \\ -\frac{14175}{256}-\frac{1575}{16}-\frac{1575}{32}+\frac{675}{32}=-\frac{29835}{128} \end{array} \right\} m^3 e^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev-c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} \frac{1543}{8}+\frac{1827}{64}-\frac{9}{8}-\frac{1623}{32}-\frac{45}{32}-\frac{9}{32}-\frac{501}{128}+\frac{315}{8} \\ +\frac{17535}{256}+\frac{63}{8}+274+\frac{1071}{64}+\frac{56805}{512}=\frac{371601}{512} \end{array} \right\} m^5 \\ + \left\{ \begin{array}{l} -\frac{4725}{32}-\frac{1575}{32}-\frac{825}{16}-\frac{3375}{32}+\frac{14895}{128}+\frac{207}{16} \\ -\frac{9}{4}-\frac{23625}{256}-\frac{3393}{32}-\frac{81}{4}-\frac{2625}{16}-\frac{819}{32} \\ +\frac{3}{4}+\frac{2025}{256}+\frac{225}{16}+\frac{225}{32}-\frac{2625}{32}=-\frac{87979}{128} \end{array} \right\} m^3 e^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - 2cv \quad e^2 \left\{\begin{array}{l} -\frac{117315}{512} - \frac{403179}{512} - \frac{988215}{1024} - \frac{426507}{2048} - \frac{7299}{256} - \frac{128211}{1024} \\ -\frac{621}{16} - \frac{135}{16} - \frac{9}{8} - \frac{39141}{512} - \frac{25785}{512} - \frac{135}{16} + \frac{7451}{1536} \\ +\frac{105}{32} - \frac{25}{96} + \frac{8115}{512} - \frac{315}{32} - \frac{117}{16} + \frac{7515}{512} + \frac{2005}{192} \\ +\frac{781}{32} - \frac{138685}{1536} - \frac{867227}{2048} - \frac{6728}{256} = -\frac{8502047}{3072} \end{array}\right\} m^3$$

$$\cos Ev \quad b^2 \left\{\begin{array}{l} -\frac{187281}{1024} - \frac{8721}{256} - \frac{441}{64} - \frac{45}{32} - \frac{98929}{2048} - \frac{6105}{512} \\ -\frac{285}{64} + \frac{39}{32} - \frac{3573}{128} - \frac{78225}{256} + \frac{65}{32} - \frac{129}{16} - \frac{4139}{64} \\ -\frac{75}{32} + \frac{2705}{256} + \frac{875}{32} + \frac{285}{64} + \frac{4175}{512} = -\frac{1348603}{2048} \end{array}\right\} m^3$$

$$\cos Ev + cv \quad eb^2 \left\{\begin{array}{l} -\frac{2043}{256} - \frac{45}{32} + \frac{675}{128} + \frac{75}{8} + \frac{15}{8} + \frac{15}{8} \\ -\frac{2139}{128} - \frac{45}{32} + \frac{75}{16} + \frac{225}{64} = -\frac{831}{256} \end{array}\right\} m^3$$

$$\cos Ev - cv \quad eb^2 \left\{\begin{array}{l} \frac{675}{64} + \frac{2061}{128} + \frac{81}{32} + \frac{5805}{256} + \frac{45}{8} + \frac{441}{16} + \frac{135}{8} \\ +\frac{95}{16} - \frac{25}{24} + \frac{1113}{128} + \frac{765}{32} + \frac{3951}{256} + \frac{45}{64} - \frac{55}{24} \\ +\frac{125}{16} + \frac{875}{64} + \frac{6075}{256} + \frac{225}{64} + \frac{875}{64} = \frac{153809}{768} \end{array}\right\} m^3$$

$$\cos 3Ev - cv \quad eb^2 \left\{ -\frac{2043}{256} - \frac{45}{32} + \frac{45}{8} + \frac{45}{16} - \frac{2439}{128} - \frac{45}{32} = -\frac{5481}{256} \right\} m^3$$

$$\cos 4Ev \quad \left\{ -\frac{9}{8} - \frac{9}{4} = -\frac{27}{8} \right\} m^4$$

$$\cos 4Ev - cv \quad e \left\{ \frac{7821}{256} + \frac{1143}{64} + \frac{45}{8} + \frac{27}{2} + \frac{189}{4} = \frac{20385}{256} \right\} m^4$$

$$\cos 4Ev - 2cv \quad e^2 \left\{\begin{array}{l} \frac{173547}{4096} + \frac{13833}{1024} + \frac{441}{64} + \frac{45}{16} - \frac{30375}{2048} - \frac{7821}{64} - \frac{3429}{16} - \frac{945}{8} \\ +\frac{200655}{2048} - \frac{3375}{64} + \frac{17001}{1024} - \frac{195}{32} + \frac{9}{8} - \frac{10125}{1024} = -\frac{1161873}{4096} \end{array}\right\} m^4$$

$$\cos 4Ev + c'mv - cv \quad ee' \left\{ \frac{441}{128} - \frac{45}{16} - \frac{9}{8} - \frac{27}{2} - \frac{1143}{128} - \frac{45}{32} - \frac{9}{4} + \frac{27}{8} + \frac{45}{16} = -\frac{1305}{64} \right\} m^3$$

152. Pour obtenir le développement de la fonction

$$-2\left(\frac{d^2.\delta u}{dv^2}+\delta u\right)\int R_1\,dv,$$

on pourra employer les termes de $-\left(\frac{d^2.\delta u}{dv^2}+\delta u\right)$ posés dans les pages 143, 144; 272-274; 373-374; 407; 439; 458, après y avoir ajouté les termes suivans, déduits de ceux de la fonction

$$-\frac{d^2.\delta u}{dv^2}-\left(1-\frac{3}{2}\mu^2\right)\delta u,$$

qu'on voit dans les pages 379, 380, 443; 153-157; 408; 503; 575:

$$-\left(\frac{d^2.\delta u}{dv^2}+\delta u\right)=$$

$\cos c'mv$	ϵ'	$\left\{-\frac{1543}{6}m^5-\frac{4965}{32}m^3e^2\right\}$
$\cos 2cv$	e^2	$\left\{\frac{44177}{256}-\frac{45}{8}=\frac{42737}{256}\right\}m^5$
$\cos 2Ev$		$\left\{-\left(\frac{33}{32}+\frac{32}{3}=\frac{1123}{96}\right)m^6+\left(\frac{1137}{64}-3=\frac{945}{64}\right)m^4e^2\right\}$
$\cos 2Ev+c'mv$	ϵ'	$\left\{\left(\frac{777}{32}+\frac{317}{96}=\frac{331}{12}\right)m^6+\left(\frac{12273}{128}+\frac{3}{2}=\frac{12465}{128}\right)m^4e^2\right\}$
$\cos 2Ev-c'mv$	ϵ'	$\left\{-\left(\frac{6681}{32}+\frac{3009}{32}=\frac{1205}{4}\right)m^6+\left(\frac{16101}{128}-\frac{21}{2}=\frac{14757}{128}\right)m^4e^2\right\}$
$\cos 2Ev-2cv$	e^2	$\left\{-\frac{43737}{1024}-\frac{441}{32}=-\frac{57849}{1024}\right\}m^4$
$\cos 2Ev+2cv$	e^2	$\left\{-\frac{519}{64}-\frac{9}{16}=-\frac{555}{64}\right\}m^4$
$\cos Ev$	b^2	$\left\{\frac{26367}{128}+\frac{9693}{256}=\frac{62427}{256}\right\}m^3$
$\cos Ev+cv$	eb^2	$\left(-\frac{687}{32}m^3\right)$ (Voyez p. 594 du second volume)
$\cos Ev-cv$	eb^2	$\left(\frac{681}{64}m^3\right)$
$\cos 3Ev$	b^2	$\left\{\frac{768}{12}-\frac{1245}{512}=\frac{93920}{1536}\right\}m^3$
$\cos 3Ev+cv$	eb^2	$\left(-\frac{225}{32}m^3\right)$ (Voyez p. 480 du second volume)
$\cos 3Ev-cv$	eb^2	$\left(-\frac{1935}{64}m^3\right)$ (Voyez p. 595 du second volume)

$$\cos 4Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{1628}{128} m^5 - \frac{2025}{64} m^3 e^2 \right)$$

$$\cos 4Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(- \frac{18935}{128} m^5 + \frac{7875}{64} m^3 e^2 \right)$$

$$\cos 4Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ \frac{13767}{128} - \frac{45}{8} = \frac{13047}{128} \right\} m^5$$

$$\cos 6Ev - 2cv \quad e^2 \left(\frac{10125}{512} m^4 \right).$$

En prenant les différens termes du multiplicateur $\int R_{,} dv$; en partie dans les pages 485-487, 502; et en partie dans les pages 743-747, 571, 572 du second volume, on trouvera ces produits partiels:

Produits partiels de $-2\left(\frac{d^2.\delta u}{dv^2} + \delta u\right)\int R_{,} dv$

Multiplicateur . . . . $2 \cos cv \quad e\left(\frac{45}{8} m + \frac{1059}{32} m^2 + \frac{65881}{512} m^3\right)$

Produit

$$\cos c'mv \quad \varepsilon'\left(- \frac{50895}{256} m^4 e^2 - \frac{9531}{128} m^4 e^2 \right)$$

$$\cos c'mv \quad \varepsilon'\left(- \frac{36855}{256} m^4 e^2 - \frac{9531}{128} m^4 e^2 \right)$$

$$\cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left(- \frac{117315}{512} m^5 - \frac{403479}{512} m^5 - \frac{9882155}{1024} m^5 \right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{675}{32} m^3 e^2 \right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{225}{16} m^3 e^2 \right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(- \frac{4725}{32} m^3 e^2 \right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(- \frac{1575}{16} m^3 e^2 \right)$$

$$\cos Ev - cv \quad eb^2\left(\frac{675}{64} m^3 \right)$$

$$\cos 4Ev - 2cv \quad e^2\left(- \frac{3875}{64} m^4 \right)$$

Multiplicateur	Produit
$2 \cos c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{357}{32} m^2 + \frac{274}{3} m^3\right) \ldots$	$\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(274.m^5 + \frac{1071}{64} m^3 \right)$
	$\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(274.m^5 + \frac{1071}{64} m^5 \right)$

$$2\cos cv + c'mv \quad e\epsilon'\left(\frac{165}{16}m\right)\ldots\left\{\begin{array}{l}\cos 2Ev + c'mv \quad \epsilon'\left(-\frac{2475}{32}m^3e^2\right)\\ \cos 2Ev - c'mv \quad \epsilon'\left(-\frac{825}{16}m^3e^2\right)\end{array}\right.$$

$$2\cos cv - c'mv \quad e\epsilon'\left(\frac{225}{16}m\right)\ldots\left\{\begin{array}{l}\cos 2Ev - c'mv \quad \epsilon'\left(-\frac{3375}{32}m^3e^2\right)\\ \cos 2Ev + c'mv \quad \epsilon'\left(-\frac{1125}{16}m^3e^2\right)\end{array}\right.$$

$$2\cos 2cv \quad e^2\left(-\frac{45}{32}m - \frac{2433}{128}m^2 - \frac{142169}{2048}m^3\right)\Big\{\cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left(-\frac{426507}{2048}m^5 - \frac{7299}{256}m^5\right)$$

$$\text{Multiplicateur} \ldots\ldots 2\cos 2Ev \left\{\begin{array}{l}-\frac{3}{4} - \frac{3}{4}m - \frac{3}{4}m^2 - \frac{3}{2}e^2 - \frac{3}{2}me^2\\ -\frac{3}{4}m^3 - \frac{2991}{256}m^2e^2 - \frac{15}{8}m^4\end{array}\right\}$$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll}
\cos 2Ev + c'mv & \epsilon' & \left(\frac{1543}{8}m^5 + \frac{1827}{64}m^5 - \frac{9}{8}m^5 + \frac{14895}{128}m^3e^2 + \frac{207}{16}m^3e^2 - \frac{9}{4}m^3e^2\right)\\
\cos 2Ev - c'mv & \epsilon' & \left(\frac{1543}{8}m^5 + \frac{1827}{64}m^5 - \frac{9}{8}m^5 + \frac{14895}{128}m^3e^2 + \frac{207}{16}m^3e^2 - \frac{9}{4}m^3e^2\right)\\
\cos 2Ev - 2cv & e^2 & \left(-\frac{128211}{1024}m^5 - \frac{621}{16}m^5 - \frac{135}{16}m^5 - \frac{9}{8}m^5\right)\\
\cos 4Ev & & \left(-\frac{9}{8}m^4 - \frac{9}{4}m^4\right)\\
\cos 4Ev - cv & e & \left(\frac{7821}{256}m^4 + \frac{1143}{64}m^4 + \frac{45}{8}m^4\right)\\
\cos 4Ev - 2cv & e^2 & \left(\frac{173547}{4096}m^4 + \frac{13833}{1024}m^4 + \frac{441}{64}m^4 + \frac{45}{16}m^4\right)\\
\cos 2cv & e^2 & \left(\frac{173547}{4096}m^4 + \frac{13833}{1024}m^4 + \frac{441}{64}m^4 + \frac{45}{16}m^4\right)\\
\cos 2cv & e^2 & \left(\frac{1665}{256}m^4 + \frac{117}{16}m^4 - \frac{135}{32}m^4\right)\\
\cos c'mv & \epsilon' & \left\{\begin{array}{l}-\frac{331}{16}m^6 - \frac{37395}{512}m^4e^2 + \frac{339}{64}m^6 - \frac{45}{64}m^4e^2 + \frac{189}{64}m^6\\ +\frac{9}{4}m^4e^2 + \frac{9}{32}m^6 + \frac{45}{16}m^6 + \frac{189}{32}m^4e^2 + \frac{9}{16}m^4e^2 + \frac{8973}{512}m^4e^2\end{array}\right\}\\
\cos c'mv & \epsilon' & \left\{\begin{array}{l}\frac{3615}{16}m^6 - \frac{44271}{512}m^4e^2 + \frac{99}{64}m^6 - \frac{2925}{64}m^4e^2 - \frac{963}{64}m^6\\ -\frac{63}{4}m^4e^2 - \frac{189}{32}m^6 - \frac{315}{16}m^6 - \frac{963}{32}m^4e^2 - \frac{189}{16}m^4e^2 - \frac{62811}{512}m^4e^2\end{array}\right\}
\end{array}\right.$$

Produit

$$\cos 4Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{441}{128} m^3 - \frac{45}{16} m^3 \right)$$

$$\cos 4Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{10809}{128} m^3 + \frac{315}{16} m^3 \right)$$

$$\cos Ev \quad b^2\left(-\frac{187281}{1024} m^5 - \frac{8721}{256} m^5 - \frac{441}{64} m^5 - \frac{45}{32} m^5 \right)$$

$$\cos Ev - cv \quad eb^2\left(\frac{2061}{128} m^3 + \frac{81}{32} m^3 \right)$$

$$\cos Ev + cv \quad eb^2\left(-\frac{2043}{256} m^3 - \frac{45}{32} m^3 \right)$$

$$\cos 3Ev - cv \quad eb^2\left(-\frac{2043}{256} m^3 - \frac{45}{32} m^3 \right)$$

$$\cos Ev \quad b^2\left(-\frac{93929}{2048} m^5 - \frac{6405}{512} m^5 - \frac{285}{64} m^5 - \frac{75}{32} m^5 \right)$$

$$\cos Ev - cv \quad eb^2\left(\frac{5805}{256} m^3 + \frac{45}{8} m^3 \right)$$

$$\cos Ev + cv \quad eb^2\left(\frac{675}{128} m^3 \right)$$

$$\cos 6Ev - cv \quad e\left(\frac{225}{32} m^3 \right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{56805}{512} m^5 + \frac{315}{8} m^5 - \frac{23625}{256} m^3 e^2 \right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{4869}{512} m^5 - \frac{45}{8} m^5 + \frac{6075}{256} m^3 e^2 \right)$$

$$\cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left(-\frac{39141}{512} m^5 - \frac{25785}{512} m^5 - \frac{135}{16} m^5 \right)$$

$$\cos 4Ev - 2cv \quad e^2\left(-\frac{30375}{2048} m^4 \right)$$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev - cv \quad e\left(3 + 9.m + \frac{63}{4} m^2 \right)$

Produit

$$\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{3393}{32} m^3 e^2 - \frac{81}{4} m^3 e^2 \right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{2457}{32} m^3 e^2 - \frac{81}{4} m^3 e^2 \right)$$

$$\cos 4Ev - cv \quad e\left(\frac{27}{2} m^4 + \frac{189}{4} m^4 \right)$$

$$\cos 4Ev - 2cv \quad e^2\left(-\frac{7821}{64} m^4 - \frac{3429}{16} m^4 - \frac{945}{8} m^4 \right)$$

$+$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll}
\cos 2cv & e^2 & \left(\frac{401}{24}m^4 + 38.\,m^4 - \frac{815}{4}m^4\right) \\
\cos 4Ev - c'mv - cv & e\varepsilon' & \left(\frac{189}{8}m^3 + \frac{189}{2}m^3\right) \\
\cos 4Ev + c'mv - cv & e\varepsilon' & \left(-\frac{9}{8}m^3 - \frac{27}{2}m^3\right) \\
\cos c'mv & \varepsilon' & \left(-\frac{62757}{128}m^4e^2 - \frac{1323}{32}m^4e^2 + \frac{945}{16}m^4e^2\right) \\
\cos c'mv & \varepsilon' & \left(-\frac{85437}{128}m^4e^2 - \frac{32427}{32}m^4e^2 - \frac{6615}{16}m^4e^2\right) \\
\cos Ev - cv & eb^2 & \left(\frac{441}{16}m^3 + \frac{135}{8}m^3\right) \\
\cos 3Ev - cv & eb^2 & \left(\frac{45}{8}m^2\right) \\
\cos Ev + cv & eb^2 & \left(\frac{75}{8}m^2\right) \\
\cos 2Ev + c'mv & \varepsilon' & \left(\frac{675}{16}m^3e^2\right) \\
\cos 2Ev - c'mv & \varepsilon' & \left(-\frac{2625}{16}m^3e^2\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev + cv \quad e\left(1 - \frac{1}{3}m + \frac{1}{36}m^2\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll}
\cos 2Ev + c'mv & \varepsilon' & \left(-\frac{1131}{32}m^3e^2 + \frac{3}{4}m^3e^2\right) \\
\cos 2Ev - c'mv & \varepsilon' & \left(-\frac{819}{32}m^3e^2 + \frac{3}{4}m^3e^2\right) \\
\cos 2cv & e^2 & \left(-\frac{2607}{64}m^4 + \frac{127}{16}m^4 - \frac{5}{24}m^4\right) \\
\cos c'mv & \varepsilon' & \left(\frac{38209}{576}m^4e^2 - \frac{113}{72}m^4e^2 + \frac{5}{72}m^4e^2\right) \\
\cos c'mv & \varepsilon' & \left(-\frac{5357}{64}m^4e^2 - \frac{109}{24}m^4e^2 - \frac{35}{72}m^4e^2\right) \\
\cos Ev + cv & eb^2 & \left(\frac{15}{8}m^2\right) \\
\cos Ev - cv & eb^2 & \left(\frac{95}{16}m^3 - \frac{25}{24}m^3\right) \\
\cos 2Ev - 2cv & e^2 & \left(\frac{7451}{1536}m^5 + \frac{105}{32}m^5 - \frac{25}{96}m^5\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur... $2\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\frac{21}{8} - \frac{63}{16}m - \frac{21}{4}e^2 - \frac{333}{32}m^2 \\ -\frac{63}{8}me^2 - \frac{999}{64}m^3 + \frac{7497}{128}m^4 - \frac{26987}{512}m^2e^2 \end{array} \right\}$

Produit
$$\left\{ \begin{array}{lll} \cos c'mv & \varepsilon' & \left\{ \begin{array}{l} \frac{22491}{128}m^6 - \frac{80811}{512}m^4e^2 - \frac{2997}{128}m^6 - \frac{189}{16}m^4e^2 \\ -\frac{999}{16}m^4e^2 + \frac{819}{64}m^6 + \frac{7861}{256}m^6 - \frac{19845}{512}m^4e^2 - \frac{6615}{128}m^4e^2 \end{array} \right\} \\ \cos 4Ev - c'mv - cv & e\varepsilon' & \left(\frac{8001}{128}m^3 + \frac{945}{32}m^3 \right) \\ \cos 2Ev + c'mv & \varepsilon' & \left(\frac{11361}{256}m^5 + \frac{945}{32}m^5 - \frac{14175}{256}m^3e^2 \right) \end{array} \right.$$

Multiplicateur... $2\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \frac{3}{8} + \frac{3}{16}m + \frac{3}{4}e^2 + \frac{3}{32}m^2 \\ +\frac{3}{64}m^3 + \frac{3}{8}me^2 + \frac{2253}{128}m^4 - \frac{3489}{512}m^2e^2 \end{array} \right\}$

Produit
$$\left\{ \begin{array}{lll} \cos c'mv & \varepsilon' & \left\{ \begin{array}{l} \frac{6759}{128}m^6 - \frac{10467}{512}m^4e^2 + \frac{9}{128}m^6 + \frac{9}{16}m^4e^2 \\ +\frac{9}{16}m^4e^2 - \frac{39}{64}m^6 + \frac{315}{128}m^4e^2 - \frac{1123}{256}m^6 + \frac{2835}{512}m^4e^2 \end{array} \right\} \\ \cos 4Ev + c'mv - cv & e\varepsilon' & \left(-\frac{1148}{128}m^3 - \frac{45}{32}m^3 \right) \\ \cos 2Ev - c'mv & \varepsilon' & \left(-\frac{1623}{32}m^5 - \frac{45}{32}m^3 + \frac{2025}{256}m^3e^2 \right) \end{array} \right.$$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left(-\frac{3}{2} + \frac{9}{8}m + \frac{3843}{64}m^2 \right)$

Produit
$$\left\{ \begin{array}{lll} \cos 4Ev + c'mv - cv & e\varepsilon' & \left(-\frac{9}{4}m^3 + \frac{27}{8}m^3 \right) \\ \cos c'mv & \varepsilon' & \left(\frac{7821}{128}m^4e^2 - \frac{3429}{128}m^4e^2 - \frac{57645}{128}m^4e^2 \right) \\ \cos 2Ev - c'mv & \varepsilon' & \left(\frac{225}{16}m^3e^2 \right) \end{array} \right.$$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\epsilon'\left(\frac{21}{2} + \frac{351}{8}m + \frac{6489}{64}m^2\right)$

Produit $\begin{cases} \cos 4Ev - c'mv - cv & e\epsilon'\left(\frac{63}{4}m^3 + \frac{1053}{8}m^3\right) \\ \cos c'mv & \epsilon'\left(-\frac{54747}{128}m^4e^2 - \frac{133731}{128}m^4e^2 - \frac{97335}{128}m^4e^2\right) \\ \cos 2Ev + c'mv & \epsilon'\left(-\frac{1575}{16}m^3e^2\right) \end{cases}$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev + c'mv + cv \quad e\epsilon'\left(-\frac{1}{2} - \frac{25}{24}m - \frac{6725}{576}m^2\right)$

Produit $\left\{ \cos c'mv \quad \epsilon'\left(-\frac{401}{144}m^4e^2 - \frac{275}{72}m^4e^2 + \frac{33625}{576}m^4e^2\right)\right.$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev - c'mv + cv \quad e\epsilon'\left(\frac{7}{2} - \frac{5}{8}m + \frac{1489}{64}m^2\right)$

Produit $\left\{ \cos c'mv \quad \epsilon'\left(\frac{2807}{144}m^4e^2 - \frac{55}{24}m^4e^2 - \frac{7445}{64}m^4e^2\right)\right.$

Multiplicateur . . . $2\cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left(\frac{15}{8}.m^{-1} + \frac{159}{32}m^0 + \frac{5667}{512}m + \frac{66885}{2048}m^2\right)$

Produit $\begin{cases} \cos 4Ev - 2cv & e^2\left(\frac{200655}{2048}m^4 + \frac{17001}{1024}m^4 - \frac{195}{32}m^4\right) \\ \cos 2cv & e^2\left(\frac{200655}{2048}m^4 + \frac{17001}{1024}m^4 - \frac{195}{32}m^4\right) \end{cases}$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev + 2cv \quad e^2\left(-\frac{15}{16} + \frac{21}{16}m - \frac{9}{128}m^2\right)$

Produit $\begin{cases} \cos 2cv & e^2\left(-\frac{27}{128}m^4 + \frac{63}{32}m^4\right) \\ \cos 2Ev - 2cv & e^2\left(\frac{8115}{512}m^5 - \frac{315}{32}m^5\right) \end{cases}$

Multiplicateur . . . . $2\cos Ev \quad b^2\left(-\frac{3}{8}-\frac{51}{16}m-\frac{1191}{64}m^2-\frac{26075}{256}m^3\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{ll}\cos Ev & b^2\left(\frac{39}{32}m^3-\frac{3573}{128}m^4-\frac{78225}{256}m^5\right)\\ \cos Ev-cv & eb^2\left(\frac{1143}{128}m^2+\frac{765}{32}m^3\right)\\ \cos 3Ev-cv & eb^2\left(\frac{45}{16}m^2\right)\\ \cos Ev+cv & eb^2\left(\frac{15}{8}m^2\right)\end{array}\right.$$

Multiplicateur — Produit

$$2\cos Ev+cv \quad eb^2\left(\frac{15}{32}+\frac{1317}{256}m\right) \ldots\ldots \left\{\cos Ev-cv \quad eb^2\left(\frac{3951}{256}m^2+\frac{45}{64}m^3\right)\right.$$

$$2\cos Ev-cv \quad eb^2\left(-\frac{15}{16}m^{-1}-\frac{813}{128}m^0\right)\ldots\left\{\begin{array}{ll}\cos 3Ev-cv & eb^2\left(-\frac{2439}{128}m^2-\frac{45}{32}m^3\right)\\ \cos Ev+cv & eb^2\left(-\frac{2439}{128}m^2-\frac{45}{32}m^3\right)\end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . . $2\cos 3Ev \quad b^2\left(-\frac{5}{8}-\frac{25}{16}m-\frac{43}{8}m^2-\frac{4139}{192}m^3\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{ll}\cos Ev & b^2\left(\frac{65}{32}m^3-\frac{129}{16}m^4-\frac{4139}{64}m^5\right)\\ \cos Ev+cv & eb^2\left(\frac{75}{16}m^2\right)\\ \cos Ev-cv & eb^2\left(-\frac{55}{24}m^2+\frac{125}{16}m^3\right)\\ \cos Ev & b^2\left(\frac{2705}{256}m^4+\frac{375}{32}m^5\right)\\ \cos Ev-cv & eb^2\left(\frac{375}{64}m^3\right)\end{array}\right.$$

Multiplicateur — Produit

$$2\cos 3Ev+cv \quad eb^2\left(\frac{75}{64}\right) \ldots\ldots\ldots \left\{\cos Ev+cv \quad eb^2\left(\frac{225}{64}m^2\right)\right.$$

$$2\cos 3Ev-cv \quad eb^2\left(\frac{75}{32}+\frac{2025}{256}m\right)\ldots\left\{\cos Ev-cv \quad eb^2\left(\frac{6075}{256}m^2+\frac{225}{64}m^3\right)\right.$$

$$2\cos 4Ev \qquad \left(\frac{3}{4}m^2+\frac{167}{64}m^3\right)\cdots\left\{\begin{array}{lll}\cos 4Ev-2cv & e^2 & \left(\frac{9}{8}m^4\right)\\ \cos 2Ev-c'mv & \varepsilon' & \left(-\frac{9}{32}m^5-\frac{501}{128}m^5\right)\\ \cos 2Ev+c'mv & \varepsilon' & \left(\frac{3507}{128}m^5+\frac{189}{32}m^5\right)\\ \cos 2Ev-2cv & e^2 & \left(-\frac{117}{16}m^5+\frac{7515}{512}m^5\right)\\ \cos Ev & b^2 & \left(\frac{285}{64}m^5+\frac{4175}{512}m^6\right)\\ \cos c'mv & \varepsilon' & \left(\frac{45}{8}m^6\right)\\ \cos c'mv & \varepsilon' & \left(-\frac{815}{8}m^6\right)\end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . . $2\cos 4Ev-cv \quad e\left(\frac{15}{8}m+\frac{213}{32}m^2+\frac{27737}{1536}m^3\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll}\cos 4Ev+c'mv-cv & e\varepsilon' & \left(\frac{45}{16}m^3\right)\\ \cos 4Ev-c'mv-cv & e\varepsilon' & \left(\frac{45}{16}m^3\right)\\ \cos 2Ev-2cv & e^2 & \left(\frac{2005}{192}m^5+\frac{781}{32}m^5-\frac{138685}{1536}m^5\right)\\ \cos 2Ev-c'mv & \varepsilon' & \left(\frac{225}{32}m^3e^2\right)\\ \cos 2Ev+c'mv & \varepsilon' & \left(-\frac{1575}{32}m^3e^2\right)\\ \cos Ev-cv & eb^2 & \left(\frac{375}{64}m^3\right)\\ \cos 6Ev-cv & e & \left(\frac{45}{8}m^3\right)\\ \cos c'mv & \varepsilon' & \left(\frac{3375}{128}m^4e^2\right)\\ \cos c'mv & \varepsilon' & \left(-\frac{13125}{128}m^4e^2\right)\end{array}\right.$$

Multiplicateur	Produit
$2\cos 4Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{3}{4}m^2 - \frac{501}{256}m^3\right)$ ..	$\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{1503}{256}m^5 - \frac{9}{8}m^5\right)$ $\cos c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{45}{8}m^6\right)$
$2\cos 4Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{21}{4}m^2 + \frac{5845}{256}m^3\right)$ ..	$\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{17585}{256}m^5 + \frac{63}{8}m^5\right)$ $\cos c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{315}{8}m^6\right)$
$2\cos 4Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{45}{16}m\right)$ ...	$\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{675}{32}m^3e^2\right)$ $\cos c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{3375}{128}m^4e^2\right)$
$2\cos 4Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{175}{16}m\right)$ ...	$\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{2625}{32}m^3e^2\right)$ $\cos c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{13125}{128}m^4e^2\right)$

Multiplicateur . . . . $2\cos 4Ev - 2cv \quad e^2\left(-\frac{45}{32}m - \frac{2241}{128}m^2 - \frac{122409}{2048}m^3\right)$

Produit $\left\{ \cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left(-\frac{367227}{2048}m^5 - \frac{6723}{256}m^5\right)\right.$

Multiplicateur	Produit
$2\cos 6Ev - 2cv \quad e^2\left(-\frac{3375}{1024}m^2\right)$	$\cos 4Ev - 2cv \quad e^2\left(-\frac{10125}{1024}m^4\right)$.

La réunion de ces termes donne

$$(7) \ldots\ldots -2\left(\frac{d^2.\delta u}{dv^2} + \delta u\right)\int R_1\, dv =$$

$$\cos 2cv \quad e^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{178547}{4096} + \frac{13833}{1024} + \frac{441}{64} + \frac{45}{16} + \frac{1665}{256} + \frac{117}{16} - \frac{135}{32} + \frac{401}{24} + 33 - \frac{315}{4} \\ - \frac{2607}{64} + \frac{127}{16} - \frac{5}{24} + \frac{200655}{2048} + \frac{17001}{1024} - \frac{195}{32} - \frac{27}{128} + \frac{63}{32} = \frac{505345}{4096} \end{array} \right\} m^6$$

$$
\cos c'mv\ \varepsilon'\left\{
\begin{array}{l}
\left\{\begin{array}{l}
-\frac{331}{16}+\frac{339}{64}+\frac{189}{64}+\frac{9}{32}+\frac{45}{16}+\frac{3615}{16}+\frac{99}{64}-\frac{963}{64} \\
-\frac{189}{32}-\frac{315}{16}+\frac{22491}{128}-\frac{2997}{128}+\frac{819}{64}+\frac{7861}{256}+\frac{6759}{128} \\
+\frac{9}{128}-\frac{39}{64}-\frac{1123}{256}+\frac{45}{8}-\frac{315}{8}+\frac{45}{8}-\frac{315}{8}=\frac{45271}{128}
\end{array}\right\} m^4 \\
+\left\{\begin{array}{l}
-\frac{50895}{256}-\frac{9531}{128}-\frac{36855}{256}-\frac{9531}{128}-\frac{37395}{512}-\frac{45}{64}+\frac{189}{32}+\frac{9}{16} \\
+\frac{8973}{512}-\frac{963}{32}-\frac{189}{16}-\frac{62811}{512}+\frac{9}{4}-\frac{44271}{512}-\frac{2925}{64}-\frac{63}{4} \\
-\frac{62757}{128}-\frac{1323}{32}+\frac{945}{16}-\frac{85437}{128}-\frac{32427}{32}-\frac{6615}{16}+\frac{38209}{576} \\
-\frac{113}{72}+\frac{5}{72}-\frac{5357}{64}-\frac{109}{24}-\frac{35}{72}-\frac{80811}{512}-\frac{189}{16}-\frac{999}{16} \\
-\frac{19845}{512}-\frac{6615}{128}-\frac{10467}{512}+\frac{9}{16}+\frac{9}{16}+\frac{315}{128}+\frac{2835}{512}+\frac{7821}{128} \\
-\frac{8429}{128}-\frac{57645}{128}-\frac{54717}{128}-\frac{133731}{128}-\frac{97335}{128}-\frac{401}{144}-\frac{275}{72}+\frac{83625}{576} \\
+\frac{2807}{144}-\frac{55}{24}-\frac{7445}{64}+\frac{8375}{128}-\frac{13125}{128}+\frac{8375}{128}-\frac{13125}{128}=-\frac{847989}{128}
\end{array}\right\} m^4e^2
\end{array}
\right.
$$

$$
\cos 2Ev+c'mv\ \varepsilon'\left\{
\begin{array}{l}
\left\{\begin{array}{l}
\frac{1543}{8}+\frac{1827}{64}-\frac{9}{8}+\frac{11361}{256}+\frac{945}{32}+\frac{3507}{128}+\frac{189}{32} \\
-\frac{1503}{256}-\frac{9}{8}+274+\frac{1071}{64}-\frac{4869}{512}-\frac{45}{8}=\frac{305211}{512}
\end{array}\right\} m^5 \\
+\left\{\begin{array}{l}
\frac{675}{32}+\frac{225}{16}-\frac{2475}{32}-\frac{1125}{16}+\frac{14895}{128}+\frac{207}{16} \\
-\frac{9}{4}+\frac{6075}{256}-\frac{2457}{32}-\frac{81}{4}+\frac{675}{16}-\frac{1131}{32}+\frac{3}{4} \\
-\frac{14175}{256}-\frac{1575}{16}-\frac{1575}{32}+\frac{675}{32}=-\frac{29835}{128}
\end{array}\right\} m^3e^2
\end{array}
\right.
$$

$$
\cos 2Ev-c'mv\ \varepsilon'\left\{
\begin{array}{l}
\left\{\begin{array}{l}
\frac{1543}{8}+\frac{1827}{64}-\frac{9}{8}-\frac{1623}{32}-\frac{45}{32}-\frac{9}{32}-\frac{501}{128}+\frac{315}{8} \\
+\frac{17535}{256}+\frac{63}{8}+274+\frac{1071}{64}+\frac{56805}{512}=\frac{371601}{512}
\end{array}\right\} m^5 \\
+\left\{\begin{array}{l}
-\frac{4725}{32}-\frac{1575}{32}-\frac{825}{16}-\frac{3375}{32}+\frac{14895}{128}+\frac{207}{16} \\
-\frac{9}{4}-\frac{23625}{256}-\frac{3393}{32}-\frac{81}{4}-\frac{2625}{16}-\frac{819}{32} \\
+\frac{3}{4}+\frac{2025}{256}+\frac{225}{16}+\frac{225}{32}-\frac{2625}{32}=-\frac{87979}{128}
\end{array}\right\} m^3e^2
\end{array}
\right.
$$

$$\cos 2Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ \begin{array}{l} -\frac{117315}{512} - \frac{403479}{512} - \frac{988215}{1024} - \frac{426507}{2048} - \frac{7299}{256} - \frac{128211}{1024} \\ -\frac{621}{16} - \frac{135}{16} - \frac{9}{8} - \frac{39141}{512} - \frac{25785}{512} - \frac{135}{16} + \frac{7451}{1536} \\ +\frac{105}{32} - \frac{25}{96} + \frac{8115}{512} - \frac{315}{32} - \frac{117}{16} + \frac{7515}{512} + \frac{2005}{192} \\ +\frac{781}{32} - \frac{138685}{1536} - \frac{367227}{2048} - \frac{6723}{256} = -\frac{8502047}{3072} \end{array} \right\} m^3$$

$$\cos Ev \qquad b^2 \left\{ \begin{array}{l} -\frac{187281}{1024} - \frac{8721}{256} - \frac{441}{64} - \frac{45}{32} - \frac{98929}{2048} - \frac{6105}{512} \\ -\frac{285}{64} + \frac{39}{32} - \frac{3573}{128} - \frac{78225}{256} + \frac{65}{32} - \frac{129}{16} - \frac{4139}{64} \\ -\frac{75}{32} + \frac{2705}{256} + \frac{375}{32} + \frac{285}{64} + \frac{4175}{512} = -\frac{1348603}{2048} \end{array} \right\} m^5$$

$$\cos Ev + cv \quad cb^2 \left\{ \begin{array}{l} -\frac{2043}{256} - \frac{45}{32} + \frac{675}{128} + \frac{75}{8} + \frac{15}{8} + \frac{15}{8} \\ -\frac{2139}{128} - \frac{45}{32} + \frac{75}{16} + \frac{225}{64} = -\frac{831}{256} \end{array} \right\} m^2$$

$$\cos Ev - cv \quad eb^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{675}{64} + \frac{2061}{128} + \frac{81}{32} + \frac{5805}{256} + \frac{45}{8} + \frac{441}{16} + \frac{135}{8} \\ +\frac{95}{16} - \frac{25}{24} + \frac{1143}{128} + \frac{765}{32} + \frac{3951}{256} + \frac{45}{64} - \frac{55}{24} \\ +\frac{125}{16} + \frac{375}{64} + \frac{6075}{256} + \frac{225}{64} + \frac{375}{64} = \frac{153809}{768} \end{array} \right\} m^3$$

$$\cos 3Ev - cv \quad cb^2 \left\{ -\frac{2043}{256} - \frac{45}{32} + \frac{45}{8} + \frac{45}{16} - \frac{2439}{128} - \frac{45}{32} = -\frac{5481}{256} \right\} m^2$$

$$\cos 4Ev \qquad \left\{ -\frac{9}{8} - \frac{9}{4} = -\frac{27}{8} \right\} m^4$$

$$\cos 4Ev - cv \quad e \left\{ \frac{7821}{256} + \frac{1143}{64} + \frac{45}{8} + \frac{27}{2} + \frac{189}{4} = \frac{29385}{256} \right\} m^4$$

$$\cos 4Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{173547}{4096} + \frac{13833}{1024} + \frac{441}{64} + \frac{45}{16} - \frac{30375}{2048} - \frac{7821}{64} - \frac{3429}{16} - \frac{945}{8} \\ +\frac{200655}{2048} - \frac{3375}{64} + \frac{17001}{1024} - \frac{195}{32} + \frac{9}{8} - \frac{10125}{1024} = -\frac{1461873}{4096} \end{array} \right\} m^4$$

$$\cos 4Ev + c'mv - cv \quad ee' \left\{ \frac{441}{128} - \frac{45}{16} - \frac{9}{8} - \frac{27}{2} - \frac{1143}{128} - \frac{45}{32} - \frac{9}{4} + \frac{27}{8} + \frac{45}{16} = -\frac{1305}{64} \right\} m^3$$

$$\cos 4Ev - c'mv - cv \quad ee' \left\{ \begin{array}{l} \frac{10809}{128} + \frac{315}{16} + \frac{189}{8} + \frac{189}{2} + \frac{8001}{128} \\ + \frac{945}{32} + \frac{63}{4} + \frac{1053}{8} + \frac{45}{16} = \frac{29727}{64} \end{array} \right\} m^3$$

$$\cos 6Ev - cv \qquad e \left\{ \frac{225}{32} + \frac{45}{8} = \frac{405}{32} \right\} m^3.$$

153. La réunion des termes compris dans la fonction

$$\mu^2 \{ (1) + 2.(2) + (3) + (4) + (5) + (6) + (7) \}$$

fournira l'équation différentielle suivante ; où les parties des coefficiens numériques marquées par un astérisque sont dues à la différence entre les deux quantités μ^2 et m^2 (sur quoi voyez la page 285).

$$-\frac{d^2 . \delta u}{dv^2} - \left(1 - \frac{3}{2}\mu^2\right)\delta u =$$

$$\cos 2cv \qquad e^2 \left\{ \begin{array}{l} -\frac{12021}{256} + \frac{27237917}{61440} - \frac{16179}{128} - \frac{345167}{5120} \\ + \frac{2042387}{12288} - \frac{1231783}{61440} + \frac{505345}{4096} - \overset{(*)}{\frac{513}{64}} = \frac{177305}{384} \end{array} \right\} m^4$$

$$\cos 2Ev + c'mv \quad e' \left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} -\frac{1787}{32} - \frac{2641573}{10240} + \frac{685641}{10240} - \frac{50123}{640} \\ + \frac{305211}{512} + \overset{(*)}{\frac{1293}{32}} + \overset{(*)}{\frac{513}{256}} = \frac{80619}{256} \end{array} \right\} m^7 \\ + \left\{ \begin{array}{l} \frac{269389}{1024} + \frac{62151}{128} + 28 + \frac{86379}{256} + \frac{16515}{128} \\ - \frac{61585}{256} - \frac{29835}{128} + \overset{(*)}{\frac{17955}{256}} + \overset{(*)}{\frac{2025}{512}} = \frac{863755}{1024} \end{array} \right\} m^5 e^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv \quad e' \left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} -\frac{3425}{96} - \frac{13855799}{10240} - \frac{6629277}{10240} - \frac{83769}{640} \\ + \frac{371601}{512} - \overset{(*)}{\frac{9051}{32}} - \overset{(*)}{\frac{10773}{256}} = -\frac{1356445}{768} \end{array} \right\} m^7 \\ + \left\{ \begin{array}{l} \frac{406113}{1024} + \frac{412443}{256} - \frac{1047}{4} - \frac{56775}{256} + \frac{181755}{256} \\ + \frac{106419}{256} - \frac{87979}{128} - \overset{(*)}{\frac{125685}{256}} - \overset{(*)}{\frac{42525}{512}} = -\frac{1421827}{1024} \end{array} \right\} m^5 e^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos Ev \qquad b^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{62624857}{9216} - \frac{82823}{256} + \frac{235301501}{147456} - \frac{11899615}{49152} \\ - \frac{1348603}{2018} - \frac{\overset{(*)}{6465}}{128} - \frac{\overset{(*)}{42579}}{1024} = \frac{14889109}{2048} \end{array} \right\} m^7$$

$$\cos Ev + cv \quad eb^2 \left\{ - \frac{243}{16} - \frac{31335}{512} + \frac{9}{16} - \frac{2859}{128} - \frac{969}{128} + \frac{783}{512} - \frac{831}{256} = - \frac{27507}{256} \right\} m^4$$

$$\cos Ev - cv \quad eb^2 \left\{ \begin{array}{l} - \frac{62037}{512} + \frac{106686985}{49152} + \frac{1287}{128} - \frac{316667}{2048} \\ + \frac{157}{4} + \frac{51489}{8192} + \frac{153809}{768} - \frac{\overset{(*)}{2565}}{256} = \frac{35071693}{16384} \end{array} \right\} m^5$$

$$\cos 3Ev - cv \quad eb^2 \left\{ - \frac{525}{128} - \frac{27351}{512} + \frac{15}{16} - \frac{3321}{128} + \frac{321}{64} - \frac{4587}{512} - \frac{5481}{256} = - \frac{13809}{128} \right\} m^4$$

$$\cos 4Ev \qquad \left\{ \frac{8}{2} - \frac{1171}{96} - \frac{69}{8} - \frac{71}{12} - \frac{27}{8} = - \frac{2747}{96} \right\} m^6$$

$$\cos 4Ev - cv \quad e \left\{ \frac{1221}{32} - \frac{95731}{1024} - \frac{9}{8} - \frac{395279}{8192} - \frac{281}{48} - \frac{393775}{24576} + \frac{29385}{256} = - \frac{72497}{6144} \right\} m^6$$

$$\cos 4Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{858285}{4096} + \frac{2053923}{4096} - \frac{4653}{128} + \frac{218627}{2048} \\ - \frac{229003}{12288} + \frac{1202923}{12288} - \frac{1461873}{4096} = \frac{2063333}{4096} \end{array} \right\} m^6$$

$$\cos 4Ev + c'mv - cv \quad ee' \left\{ \frac{675}{256} - \frac{63705}{512} - \frac{576729}{4096} + \frac{357}{128} - \frac{215187}{4096} - \frac{1305}{64} = - \frac{340713}{1024} \right\} m^5$$

$$\cos 4Ev - c'mv - cv \quad ee' \left\{ \frac{11235}{256} - \frac{1105585}{4608} - \frac{354201}{4096} - \frac{4165}{128} + \frac{132013}{4096} + \frac{29727}{64} = \frac{1674175}{9216} \right\} m^6$$

$$\cos 6Ev - cv \quad e \left\{ \frac{225}{32} + \frac{2835}{256} + \frac{2835}{256} + \frac{405}{32} = \frac{5355}{128} \right\} m^5.$$

Maintenant, si l'on observe, que les termes de l'ordre inférieur se trouvent; en partie dans les pages 443, 156, 408, 460; et en partie dans les pages 594, 595, 413 du second volume, on en conclura, qu'en multipliant chacun de ces termes par le facteur correspondant que voici:

Argument	Facteur pour l'intégration
$2cv$	$\frac{1}{3}\left(1+\frac{3}{2}m^2+\frac{75}{4}m^3+\frac{1381}{16}m^4\right)$
$2Ev+c'mv$	$\frac{1}{3}\left(1+\frac{4}{3}m+\frac{17}{18}m^2+\frac{4}{27}m^3-\frac{191}{324}m^4-\frac{221}{243}m^5\right)$
$2Ev-c'mv$	$\frac{1}{3}\left(1+4.m+\frac{25}{2}m^2+36.m^3+\frac{401}{4}m^4+275.m^5\right)$
Ev	$-\frac{1}{2m}\left(1+\frac{5}{4}m+\frac{25}{16}m^2+\frac{125}{64}m^3+\frac{625}{256}m^4-\frac{979}{1024}m^5\right)$
$Ev+cv$	$\frac{1}{3}\left(1+\frac{4}{3}m+\frac{35}{18}m^2\right)$
$Ev-cv$	$-1-\frac{5}{2}m^2+\frac{3}{2}m^3+\frac{29}{4}m^4$
$3Ev-cv$	$\frac{1}{3}\left(1+4.m+\frac{23}{2}m^2\right)$
$4Ev$	$\frac{1}{15}\left(1+\frac{32}{15}m+\frac{1523}{450}m^2\right)$
$4Ev-cv$	$\frac{1}{8}\left(1+3.m+\frac{25}{4}m^2+\frac{765}{128}m^3\right)$
$4Ev-2cv$	$\frac{1}{3}\left(1+\frac{16}{3}m+\frac{371}{18}m^2+\frac{5767}{108}m^3\right)$
$4Ev+c'mv-cv$ ...	$\frac{1}{8}\left(1+\frac{9}{4}m+\frac{51}{16}m^2\right)$
$4Ev-c'mv-cv$ ...	$\frac{1}{8}\left(1+\frac{15}{4}m+\frac{163}{16}m^2\right)$
$6Ev-cv$	$\frac{1}{24}$;

on obtient,

$$\delta u =$$

$$\cos 2cv \qquad e^2\left\{\frac{177305}{1152}+\frac{105}{4}+\frac{1125}{16}+\frac{1381}{32}=\frac{338261}{1152}\right)m^2$$

$$\cos 2Ev+c'mv \quad e'\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{26873}{256}+\frac{259}{24}-\frac{187}{72}-\frac{25}{108}+\frac{191}{2592}+\frac{221}{486}=\frac{7058371}{62208}\right)m^2 \\ +\left(\frac{863755}{3072}+\frac{4091}{96}+\frac{85}{288}-\frac{4}{27}=\frac{8956067}{27648}\right)m^3e^2\end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv \quad \epsilon' \left\{ \begin{array}{l} \left(-\frac{1356445}{2304} - \frac{6631}{24} + \frac{1525}{16} + \frac{1215}{4} + \frac{8421}{32} + \frac{1925}{2} = \frac{1750331}{2304}\right) m^7 \\ + \left(-\frac{1421827}{3072} + \frac{5367}{32} + \frac{8125}{32} + 252 = \frac{647549}{3072}\right) m^5 e^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos Ev \quad b^2 \left\{ \begin{array}{l} -\frac{14889109}{4096} - \frac{770805}{1024} - \frac{659175}{4096} - \frac{302625}{8192} \\ -\frac{155625}{16384} + \frac{14685}{16384} = -\frac{37636103}{8192} \end{array} \right\} m^6$$

$$\cos Ev - cv \quad eb^2 \left\{ -\frac{35071693}{16384} - \frac{74415}{512} + \frac{2043}{128} + \frac{435}{32} = -\frac{36968749}{16384} \right\} m^5$$

$$\cos Ev + cv \quad eb^2 \left\{ -\frac{9169}{256} - \frac{229}{24} - \frac{35}{16} = -\frac{36515}{768} \right\} m^6$$

$$\cos 3Ev - cv \quad eb \left\{ -\frac{4603}{128} - \frac{645}{16} - \frac{115}{4} = -\frac{13443}{128} \right\} m^4$$

$$\cos 4Ev \quad \left\{ -\frac{2747}{1440} - \frac{541}{225} - \frac{1523}{900} = -\frac{43231}{7200} \right\} m^6$$

$$\cos 4Ev - cv \quad e \left\{ -\frac{72497}{49152} + \frac{4751}{4096} - \frac{7875}{1024} - \frac{57375}{8192} = -\frac{737735}{49152} \right\} m^6$$

$$\cos 4Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ \frac{2063333}{12288} + \frac{4589}{24} + \frac{854305}{768} + \frac{28835}{144} = \frac{37627103}{36864} \right\} m^6$$

$$\cos 4Ev + c'mv - cv \quad e\epsilon' \left\{ -\frac{340713}{8192} - \frac{3735}{1024} + \frac{11475}{2048} = -\frac{324693}{8192} \right\} m^5$$

$$\cos 4Ev - c'mv - cv \quad e\epsilon' \left\{ \frac{1674175}{73728} - \frac{5725}{256} - \frac{142625}{2048} = -\frac{5109125}{73728} \right\} m^5$$

$$\cos 6Ev - cv \quad e\left(\frac{1785}{1024} m^5 \right).$$

Il est facile d'avoir les termes correspondans qui entrent dans l'expression de $\frac{\delta u}{u_1}$: pour cela, il suffit de multiplier par

$$\frac{1}{u_1} = 1 - \frac{1}{2}e^2 + 2\cos cv \quad e\left(-\frac{1}{2}\right) + 2\cos 2cv \quad e^2\left(\frac{1}{4}\right)$$

(Voyez p. 308 du I.er volume) les différens termes de la fonction δu, en ayant aussi égard à ceux posés dans les pages 161, 483, 503, 409, 410. Voici le résultat de cette multiplication,

$$\frac{\delta u}{u_{\prime}} =$$

$$\cos 2cv \qquad e^2\left(\frac{338261}{1152} m^4 \right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv \qquad \epsilon' \left\{ \begin{array}{l} \frac{7058871}{62208} m^3 \\ + \left(\frac{8956067}{27648} + \frac{2171}{864} - \frac{297858241}{98304} - \frac{3124615}{110592} = - \frac{2416904081}{884736} \right) m^3 e^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv \qquad \epsilon' \left\{ \begin{array}{l} \frac{1750331}{2304} m^3 \\ + \left(\frac{647549}{3072} - \frac{3203}{32} + \frac{16146701}{98304} + \frac{146495}{4096} = \frac{31544533}{98304} \right) m^3 e^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos Ev \qquad b^2\left(- \frac{37636108}{8192} m^6 \right)$$

$$\cos Ev + cv \qquad eb^2 \left\{ - \frac{36515}{768} + \frac{68889}{1024} = \frac{60607}{3072} \right\} m^4$$

$$\cos Ev - cv \qquad eb^2 \left\{ - \frac{36968749}{16384} + \frac{1577733}{4096} = - \frac{30657817}{16384} \right\} m^5$$

$$\cos 3Ev - cv \qquad eb^2 \left\{ - \frac{18448}{128} - \frac{1855}{512} = - \frac{55127}{512} \right\} m^4$$

$$\cos 4Ev \qquad \left(- \frac{43231}{7200} m^6 \right)$$

$$\cos 4Ev - cv \qquad e \left\{ - \frac{737735}{49152} + \frac{43231}{14400} = - \frac{44262989}{3686400} \right\} m^6$$

$$\cos 4Ev - 2cv \qquad e^2 \left\{ \frac{37627103}{36864} + \frac{737735}{98304} - \frac{43231}{28800} = \frac{2523227863}{2457600} \right\} m^6$$

$$\cos 4Ev + c'mv - cv \qquad e\epsilon' \left\{ - \frac{324693}{8192} - \frac{1053}{1280} = - \frac{1657161}{40960} \right\} m^5$$

$$\cos 4Ev - c'mv - cv \qquad e\epsilon' \left\{ \frac{2157}{256} - \frac{5100125}{73728} = - \frac{4401509}{73728} \right\} m^5$$

$$\cos 6Ev - cv \qquad e\left(\frac{1785}{1024} m^5 \right).$$

154. Les termes correspondans, qui font partie du développement des deux fonctions $4\left(\frac{\delta u}{u_{\prime}}\right)^2$, $8\left(\frac{\delta u}{u_{\prime}}\right)^3$, se trouvent dans les pages 511-525, à l'exception de ceux de la forme, $\cos 4Ev\ (A.m^6)$,

$\cos 2Ev \pm c'mv$ $\epsilon'(A.m^5e^2)$. Mais il est facile de les obtenir à l'aide des termes de $2\frac{\delta u}{u_1}$ et $4\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$ posés dans les pages 752-760, 770-774 du second volume, augmentés de ceux donnés dans les pages 498-500, 511-516, et 575 de celui-ci. Voici le détail de cette opération analogue à celle qui est exposée dans les pages 296-306. J'y joindrai les termes de la forme $\cos cv + 2c'mv$ $e\epsilon''(A.m^3)$, $\cos 2Ev - 2c'mv - cv$ $e\epsilon''(A.m^3)$ parceque ils deviennent nécessaires dans le paragraphe suivant.

Produits partiels de $4\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$.

Multiplicateur — Produit

$$2\cos c'mv \ldots \left\{\begin{array}{l} \cos cv + 2c'mv \quad e\epsilon''\left(\frac{27}{4}m^3\right) \\ \cos 2Ev + c'mv \quad \epsilon'\left(\frac{15929}{512}m^5e^2 - \frac{8775}{64}m^5e^2 + \frac{8211}{16}m^5e^2 + \frac{7665}{16}m^5e^2\right) \\ \cos 2Ev - c'mv \quad \epsilon'\left(\frac{15929}{512}m^5e^2 - \frac{8775}{64}m^5e^2 + \frac{8211}{16}m^5e^2 + \frac{7665}{16}m^5e^2\right) \\ \cos 2Ev - 2c'mv - cv \quad e\epsilon''\left(-\frac{105}{4}m^3\right) \end{array}\right.$$

$$2\cos 2c'mv \ldots\ldots \left\{ \cos 2Ev - 2c'mv - cv \quad e\epsilon''\left(-\frac{135}{8}m^3\right)\right.$$

$$2\cos cv + c'mv \ldots \left\{\begin{array}{l} \cos 2Ev + c'mv \quad \epsilon'\left\{\begin{array}{l} -\frac{1416863}{4096}m^5e^2 - \frac{10807759}{8192}m^5e^2 \\ -\frac{4180281}{2048}m^5e^2 - \frac{21393195}{8192}m^5e^2 \end{array}\right\} \\ \cos 2Ev - c'mv \quad \epsilon'\left(\frac{4167}{256}m^5e^2 + \frac{26037}{256}m^5e^2 + \frac{156897}{512}m^5e^2\right) \\ \cos 2Ev - 2c'mv - cv \quad e\epsilon''\left(-\frac{68}{4}m^3\right) \end{array}\right.$$

$$2\cos cv - c'mv \ldots \left\{\begin{array}{l} \cos 2Ev - c'mv \quad \epsilon'\left\{\begin{array}{l} \frac{1416863}{4096}m^5e^2 + \frac{15167691}{8192}m^5e^2 \\ +\frac{9137121}{2048}m^5e^2 + \frac{58757875}{8192}m^5e^2 \end{array}\right\} \\ \cos 2Ev + c'mv \quad \epsilon'\left(-\frac{4167}{256}m^5e^2 - \frac{88313}{256}m^5e^2 - \frac{319977}{512}m^5e^2\right); \end{array}\right.$$

$$2\cos cv+2c'mv\ \ldots\ldots\ \left\{\cos 2Ev-2c'mv-cv \quad e\epsilon'^2\left(-\frac{27}{8}m^3\right)\right.$$

$$2\cos 2Ev\ \ldots\ldots\ \left\{\begin{array}{lll}\cos 4Ev & & \left(\frac{361}{18}m^6+\frac{256}{9}m^6\right)\\ \cos cv+2c'mv & e\epsilon'^2 & \left(\frac{255}{8}m^3\right)\\ \cos 2Ev+c'mv & \epsilon' & \left(-\overset{(*)}{\frac{765}{64}}m^5e^2-\frac{15}{8}m^5e^2\right)\\ \cos 2Ev-c'mv & \epsilon' & \left(\overset{(*)}{\frac{2975}{64}}m^5e^2+\frac{105}{8}m^5e^2\right)\end{array}\right.$$

(*) Voyez p. 575.

$$2\cos 2Ev-cv\ \ldots\ldots\ \left\{\begin{array}{lll}\cos 2Ev+c'mv & \epsilon' & \left(\frac{16005}{1024}m^5e^2+\frac{57825}{1024}m^5e^2\right)\\ \cos 2Ev-c'mv & \epsilon' & \left(-\frac{229285}{1024}m^5e^2-\frac{224875}{1024}m^5e^2\right)\end{array}\right.$$

$$2\cos 2Ev+c'mv\ \ldots\ldots\ \left\{\begin{array}{lll}\cos cv+2c'mv & e\epsilon'^2 & \left(-\frac{85}{4}m^3\right)\\ \cos 2Ev-c'mv & \epsilon' & \left(-\frac{255}{64}m^5e^2-\frac{15}{8}m^5e^2\right)\end{array}\right.$$

$$2\cos 2Ev-c'mv\ \ldots\ldots\ \left\{\cos 2Ev+c'mv \quad \epsilon'\left(\frac{1785}{64}m^5e^2+\frac{85}{8}m^5e^2\right)\right.$$

$$2\cos 2Ev+c'mv-cv\ \ldots\ \left\{\cos 2Ev-c'mv \quad \epsilon'\left(\frac{17265}{512}m^5e^2-\frac{975}{1024}m^5e^2\right)\right.$$

$$2\cos 2Ev-c'mv-cv\ \ldots\ \left\{\cos 2Ev+c'mv \quad \epsilon'\left(-\frac{40285}{512}m^5e^2-\frac{118425}{1024}m^5e^2\right).\right.$$

La réunion de ces produits partiels donne

$$4\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2=$$

$$\cos cv+2c'mv \quad e\epsilon'^2\left\{\frac{27}{4}+\frac{255}{8}-\frac{85}{4}=\frac{239}{8}\right\}m^3$$

$$\cos 2Ev+c'mv \quad \epsilon'\left\{\begin{array}{l}\frac{15929}{512}-\frac{8775}{64}+\frac{8211}{16}+\frac{7665}{16}-\frac{1416863}{4096}-\frac{10307759}{8192}\\ -\frac{4480281}{2048}-\frac{21893195}{8192}-\frac{4167}{256}-\frac{88813}{256}-\frac{819977}{512}-\frac{765}{64}-\frac{15}{8}\\ +\frac{85}{8}+\frac{16005}{1024}+\frac{57825}{1024}+\frac{1785}{64}-\frac{40285}{512}-\frac{118425}{1024}=-\frac{18771225}{2048}\end{array}\right\}m^5e^2$$

$$\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \frac{15929}{512} - \frac{8775}{64} + \frac{8211}{16} + \frac{7665}{16} + \frac{4167}{256} + \frac{26037}{256} + \frac{156897}{512} \\ + \frac{1416863}{4096} + \frac{15167691}{8192} + \frac{9187121}{2048} + \frac{58757875}{8192} + \frac{2975}{64} + \frac{105}{8} \\ - \frac{15}{8} - \frac{229285}{1024} - \frac{224875}{1024} - \frac{255}{64} + \frac{17265}{512} - \frac{975}{1024} = \frac{28390053}{2048} \end{array} \right\} m^5 e^2$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2 \left\{ -\frac{105}{4} - \frac{135}{8} - \frac{63}{4} - \frac{27}{8} = -\frac{249}{4} \right\} m^3$$

$$\cos 4Ev \quad \left\{ \frac{361}{18} + \frac{256}{9} = \frac{97}{2} \right\} m^6$$

Produits partiels de $8\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^3 = 2\frac{\delta u}{u_1} \times 4\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$

Multiplicateur ..... $2\cos 2Ev \left(m^2 + \frac{19}{6}m^3 - \frac{15}{16}me^2\right)$

Produit

$$\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{2005}{8}m^5e^2 + \frac{475}{8}m^5e^2 - \frac{45}{4}m^5e^2\right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{2005}{8}m^5e^2 + \frac{475}{8}m^5e^2 - \frac{45}{4}m^5e^2\right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(\overset{(*)}{\frac{585}{32}}\, m^5e^2\right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(-\overset{(*)}{\frac{2395}{32}}\, m^5e^2\right)$$

(*) Voyez p. 575.

Multiplicateur ..... $2\cos 2Ev - cv \quad e\left(\frac{15}{8}m + \frac{257}{32}m^2\right)$

Produit

$$\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{14135}{128}m^5e^2 + \frac{28465}{128}m^5e^2\right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{19275}{128}m^5e^2 + \frac{48165}{128}m^5e^2\right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{10785}{128}m^5e^2 - \frac{11565}{128}m^5e^2\right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{93895}{128}m^5e^2 + \frac{44975}{128}m^5e^2\right)$$

Multiplicateur	Produit
$2\cos 2Ev + cv \quad e\left(-\frac{9}{8}m^2\right)$	$\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{495}{32}m^5e^2\right)$
	$\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{675}{32}m^5e^2\right)$

Multiplicateur .... $2\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{1}{2}m^2 - \frac{19}{24}m^3 + \frac{15}{16}me^2\right)$

Produit $\begin{cases} \cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{15}{4}m^3e^2 - \frac{1425}{128}m^3e^2 - \frac{3615}{64}m^3e^2\right) \\ \cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{15}{8}m^3e^2 + \frac{195}{32}m^3e^2\right) \end{cases}$

Multiplicateur... $2\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{7}{2}m^2 + \frac{133}{8}m^3 - \frac{35}{16}me^2\right)$

Produit $\begin{cases} \cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{35}{4}m^3e^2 + \frac{29925}{128}m^3e^2 + \frac{25305}{64}m^3e^2\right) \\ \cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{35}{8}m^3e^2 - \frac{1365}{32}m^3e^2\right) \end{cases}$

Multiplicateur... $2\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{15}{8}m + \frac{13}{64}m^2\right)$

Produit $\begin{cases} \cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{195}{128}m^3e^2 - \frac{6165}{64}m^3e^2\right) \\ \cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{195}{128}m^3e^2 - \frac{6705}{64}m^3e^2\right) \end{cases}$

Multiplicateur... $2\cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{35}{8}m + \frac{1579}{64}m^2\right)$

Produit $\begin{cases} \cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{23685}{128}m^3e^2 + \frac{14385}{64}m^3e^2\right) \\ \cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{23685}{128}m^3e^2 + \frac{15645}{64}m^3e^2\right) \end{cases}$

Multiplicateur — Produit

$2\cos 2Ev + c'mv + cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{9}{16}m^2\right) \ldots\ldots \left\{\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{135}{32}m^3e^2\right)\right.$

$2\cos 2Ev - c'mv + cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{63}{16}m^2\right) \ldots\ldots \left\{\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{945}{32}m^3e^2\right)\right.$

$$8\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^3 =$$

$$\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \frac{2005}{8} + \frac{475}{8} - \frac{45}{4} + \frac{585}{32} + \frac{14185}{128} + \frac{28465}{128} - \frac{10785}{128} \\ -\frac{11565}{128} - \frac{675}{32} + \frac{15}{4} - \frac{1425}{128} - \frac{3615}{64} - \frac{35}{8} - \frac{1365}{32} \\ +\frac{195}{128} - \frac{6165}{64} + \frac{23685}{128} + \frac{15645}{64} + \frac{135}{32} = \frac{87815}{128} \end{array} \right\} m^3e^2$$

$$\cos 2Ev - c'mv \quad e' \left\{ \begin{array}{l} \frac{2005}{8} + \frac{475}{8} - \frac{45}{4} - \frac{2895}{32} + \frac{19275}{128} + \frac{48165}{128} + \frac{93895}{128} \\ + \frac{44975}{128} - \frac{495}{32} + \frac{15}{8} + \frac{195}{32} - \frac{35}{4} + \frac{29925}{128} + \frac{25305}{61} \\ + \frac{195}{128} - \frac{6705}{64} + \frac{23685}{128} + \frac{14385}{61} - \frac{945}{32} = \frac{348885}{128} \end{array} \right\} m^5 e^2.$$

Cette même fonction renferme aussi ces quatre termes ;

$$8\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^3 = \cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left(\frac{675}{32} m^4\right) + \cos 2Ev + cv \quad e\left(\frac{45}{4} m^3\right)$$
$$+ \cos 2Ev - cv \quad e\left(\frac{45}{2} m^3\right) + \cos 6Ev - 2cv \quad e^2\left(\frac{675}{32} m^4\right)$$

(Voyez p. 523-525, et la page 775 du second volume), lesquels étant multipliés par

$$2\,\frac{\delta u}{u_1} = 2\cos 2Ev \quad (m^2) + 2\cos 2Ev - cv \quad e\left(\frac{15}{8} m\right)$$

donnent,

$$16\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^4 = \cos 2cv \qquad e^2 \left\{ \frac{675}{32} + \frac{675}{32} = \frac{675}{16} \right\} m^6$$
$$+ \cos 4Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ \frac{675}{32} + \frac{675}{32} + \frac{675}{16} = \frac{675}{8} \right\} m^6.$$

On aura besoin de ces deux termes dans le paragraphe suivant.

155. Pour compléter le calcul des termes qui deviennent nécessaires, comme auxiliaires, dans le paragraphe suivant, je plaçerai ici le développement de ceux de la forme

$$\cos 0v \ (Am^4), \quad \cos cv \ e(Am^3 + Am^4), \quad \cos 2cv \ e^2(Am^4),$$
$$\cos cv \pm c'mv \ ee'(Am^3), \quad \cos 2Ev \pm c'mv \ e'(Am^5 + A'm^3e^2),$$
$$\cos 2Ev \pm c'mv \pm cv \ ee'(Am^3), \quad \cos 4Ev - cv \ e(Am^3 + A'm^4),$$
$$\cos 4Ev \ (Am^4), \quad \cos 4Ev - 2cv \ e^2(Am^4), \quad \cos 4Ev \pm c'mv - cv \ ee'(Am^3),$$

renfermés dans le carré de la fonction δnt ;

Produits partiels de $(\delta n t)^2$.

(Voyez p. 838-846 du second volume).

Multiplicateur . . . . $2 \sin c'mv$ $\quad \epsilon'\left(3.m - \frac{785}{16}m^3 + \frac{27}{8}me^2\right)$

Produit

$\cos 2Ev + c'mv$	$\epsilon'\left(\frac{898}{24}m^3 - \frac{1809}{64}m^3e^2 - \frac{8085}{128}m^5 + \frac{297}{64}m^3e^2\right)$
$\cos 2Ev - c'mv$	$\epsilon'\left(-\frac{898}{24}m^3 + \frac{1809}{64}m^3e^2 + \frac{8085}{128}m^5 - \frac{297}{64}m^3e^2\right)$
$\cos 2Ev + c'mv - cv$	$e\epsilon'\left(\frac{855}{16}m^3\right)$
$\cos 2Ev - c'mv - cv$	$e\epsilon'\left(-\frac{855}{16}m^3\right)$
$\cos 2Ev + c'mv + cv$	$e\epsilon'\left(-6.m^3\right)$
$\cos 2Ev - c'mv + cv$	$e\epsilon'\left(6.m^3\right)$

Multiplicateur . . . . . $2 \sin cv - c'mv$ $\quad e\epsilon'\left(-\frac{9}{4}m - \frac{1329}{32}m^2\right)$

Produit

$\cos 2Ev - c'mv + cv$	$e\epsilon'\left(-\frac{99}{32}m^3\right)$
$\cos 2Ev + c'mv - cv$	$e\epsilon'\left(\frac{99}{32}m^3\right)$
$\cos 2Ev - c'mv$	$\epsilon'\left(-\frac{2565}{64}m^3e^2 - \frac{19935}{128}m^3e^2\right)$
$\cos 2Ev + c'mv$	$\epsilon'\left(-\frac{9}{2}m^3e^2\right)$

Multiplicateur . . . . . $2 \sin cv + c'mv$ $\quad e\epsilon'\left(\frac{9}{4}m + \frac{621}{32}m^2\right)$

Produit

$\cos 2Ev + c'mv + cv$	$e\epsilon'\left(\frac{99}{32}m^3\right)$
$\cos 2Ev - c'mv - cv$	$e\epsilon'\left(-\frac{99}{32}m^3\right)$
$\cos 2Ev + c'mv$	$\epsilon'\left(\frac{2565}{64}m^3e^2 + \frac{9315}{128}m^3e^2\right)$
$\cos 2Ev - c'mv$	$\epsilon'\left(\frac{9}{2}m^3e^2\right)$

Multiplicateur . . . . . $2 \sin 2Ev$ $\left(-\frac{11}{8}m^2 - \frac{59}{12}m^3\right)$

Produit		
	$\cos 0v$	$\left(\frac{121}{128}m^4\right)$
	$\cos 4Ev$	$\left(-\frac{121}{128}m^4\right)$
	$\cos 4Ev - cv$	$e\left(-\frac{165}{32}m^3 - \frac{295}{16}m^4 - \frac{3135}{128}m^4\right)$
	$\cos cv$	$e\left(\frac{165}{32}m^3 + \frac{295}{16}m^4 + \frac{3135}{128}m^4\right)$
	$\cos cv$	$e\left(-\frac{11}{4}m^4\right)$
	$\cos 4Ev - 2cv$	$e^2\left(-\frac{253}{32}m^4 - \frac{885}{64}m^4\right)$
	$\cos 2cv$	$e^2\left(\frac{253}{32}m^4 + \frac{885}{64}m^4\right)$
	$\cos 2cv$	$e^2\left(\frac{715}{256}m^4\right)$
	$\cos 4Ev + c'mv - cv$	$e\epsilon'\left(\frac{165}{32}m^3\right)$
	$\cos cv - c'mv$	$e\epsilon'\left(-\frac{165}{32}m^3\right)$
	$\cos 4Ev - c'mv - cv$	$e\epsilon'\left(-\frac{385}{32}m^3\right)$
	$\cos cv + c'mv$	$e\epsilon'\left(\frac{385}{32}m^3\right)$

Multiplicateur . . . . . $2 \sin 2Ev - cv$ $e\left(-\frac{15}{4}m - \frac{285}{16}m^2 - \frac{17347}{256}m^3\right)$

Produit		
	$\cos 4Ev - 2cv$	$e^2\left(-\frac{81225}{512}m^4 - \frac{260205}{1024}m^4\right)$
	$\cos 2cv$	$e^2\left(-\frac{595}{32}m^4 - \frac{285}{8}m^4\right)$
	$\cos 4Ev + c'mv - cv$	$e\epsilon'\left(\frac{165}{64}m^3\right)$
	$\cos cv + c'mv$	$e\epsilon'\left(-\frac{165}{64}m^3\right)$
	$\cos 4Ev - c'mv - cv$	$e\epsilon'\left(-\frac{1155}{64}m^3\right)$
	$\cos cv - c'mv$	$e\epsilon'\left(\frac{1155}{64}m^3\right)$.

La réunion de ces termes donne

$$(\partial n t)^2 =$$

$\cos 0v$ $\quad \left(\frac{121}{128} m^4 \right)$

$\cos cv$ $\quad e \left\{ \frac{165}{32} m^3 + \left(\frac{295}{16} + \frac{3135}{128} - \frac{11}{4} = \frac{5143}{128} \right) m^4 \right\}$

$\cos 2cv$ $\quad e^2 \left\{ \frac{253}{32} + \frac{885}{64} - \frac{595}{32} - \frac{285}{8} + \frac{715}{256} = -\frac{7601}{256} \right\} m^4$

$\cos cv + c'mv$ $\quad e\epsilon' \left\{ -\frac{165}{64} + \frac{385}{32} = \frac{605}{64} \right\} m^3$

$\cos cv - c'mv$ $\quad e\epsilon' \left\{ \frac{1155}{64} - \frac{165}{32} = \frac{825}{64} \right\} m^3$

$\cos 2Ev + c'mv$ $\quad \epsilon' \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{893}{24} - \frac{8085}{128} = -\frac{9967}{384} \right) m^5 \\ + \left(-\frac{1809}{64} + \frac{297}{64} - \frac{9}{2} + \frac{2565}{64} + \frac{9315}{128} = \frac{10845}{128} \right) m^3 e^2 \end{array} \right\}$

$\cos 2Ev - c'mv$ $\quad \epsilon' \left\{ \begin{array}{l} \left(-\frac{893}{24} + \frac{8085}{128} = \frac{9967}{384} \right) m^5 \\ + \left(\frac{1809}{64} - \frac{297}{64} - \frac{2565}{64} - \frac{19935}{128} + \frac{9}{2} = -\frac{21465}{128} \right) m^3 e^2 \end{array} \right\}$

$\cos 2Ev + c'mv - cv$ $\quad e\epsilon' \left\{ \frac{855}{16} + \frac{99}{32} = \frac{1809}{82} \right\} m^3$

$\cos 2Ev + c'mv + cv$ $\quad e\epsilon' \left\{ -6 + \frac{99}{32} = -\frac{93}{32} \right\} m^3$

$\cos 2Ev - c'mv - cv$ $\quad e\epsilon' \left\{ -\frac{855}{16} - \frac{99}{32} = -\frac{1809}{32} \right\} m^3$

$\cos 2Ev - c'mv + cv$ $\quad e\epsilon' \left\{ 6 - \frac{99}{32} = \frac{93}{32} \right\} m^3$

$\cos 4Ev$ $\quad \left(-\frac{121}{128} m^4 \right)$

$\cos 4Ev - cv$ $\quad e \left\{ -\frac{165}{32} m^3 - \left(\frac{205}{16} + \frac{3135}{128} = \frac{5495}{128} \right) m^4 \right\}$

$\cos 4Ev - 2cv$ $\quad e^2 \left\{ -\frac{253}{32} - \frac{885}{64} - \frac{81225}{512} - \frac{260205}{1024} = -\frac{444911}{1024} \right\} m^4$

$\cos 4Ev + c'mv - cv$ $\quad e\epsilon' \left\{ \frac{165}{32} + \frac{165}{64} = \frac{495}{64} \right\} m^3$

$\cos 4Ev - c'mv - cv$ $\quad e\epsilon' \left\{ -\frac{385}{32} - \frac{1155}{64} = -\frac{1925}{64} \right\} m^3.$

§ 2.

Formation de l'équation différentielle en δu qui comprend les termes, dont voici la forme: $\cos ov \; (Am^3\varepsilon'^2 + Bm^3e^2\varepsilon'^2)$, $\cos cv \; e(Am^4 + Bm^4\varepsilon'^2)$, $\cos c'mv \; \varepsilon'(Am^4 + Bm^4e^2)$, $\cos cv \pm c'mv \; e\varepsilon'(Am^3)$, $\cos cv + 2c'mv \; e\varepsilon'^2(Am^4)$, $\cos 2Ev \; (Am^6)$, $\cos 2Ev - cv \; e(Am^5)$, $\cos 2Ev - 2cv \; e^2(Am^7)$, $\cos 2Ev \pm c'mv - cv \; e\varepsilon'(Am^7)$, $\cos 2Ev - 2c'mv \; \varepsilon'^2(Am^4 + Bm^5)$, $\cos 2Ev - 2c'mv - cv \; e\varepsilon'^2(Am^4 + Bm^5)$.

156. Pour donner plus de précision aux coefficiens propres à déterminer l'équation séculaire et le mouvement du périgée, nous allons développer ultérieurement le coefficient de $\cos ov$ et celui de $\cos cv$, qui entrent dans le second membre de l'équation différentielle en δu. Par un motif semblable, nous poussons le développement des termes affectés des argumens $c'mv$, $cv \pm c'mv$, $cv + 2c'mv$, $2Ev$, $2Ev - cv$, $2Ev - 2cv$, $2Ev \pm c'mv - cv$, $2Ev - 2c'mv$, $2Ev - 2c'mv - cv$ jusqu'à l'ordre énoncé dans le titre de ce paragraphe. Il est presque superflu d'ajouter que le choix de ces termes a été déterminé par la lenteur de la convergence des séries correspondantes qui appartiennent à l'expression de δnt. Toutefois, on ne doit pas perdre de vue, qu'une partie des termes relatifs aux deux argumens $c'mv$, $2Ev - 2cv$, ont été développés dans le paragraphe précédent; et qu'on y a, en outre, préparé plusieurs termes auxiliaires, propres à remplir l'objet de celui-ci. Je crois inutile une plus ample explication préliminaire, parceque la disposition même des calculs qui offrent le développement des différentes fonctions constitue la plus claire explication qu'on puisse désirer en pareille matière.

Voici les opérations successives qui conduisent à l'équation différentielle en δu, présentées en suivant à-peu-près l'ordre déjà tracé dans le paragraphe précédent.

157. La fonction $\frac{q}{2}\left(\frac{a'u'}{u_{,}}\right)^3$ renferme ces trois termes, savoir :

$$(1) \ldots\ldots \frac{q}{2}\left(\frac{a'u'}{u_{,}}\right)^3 = \cos c'mv \qquad \varepsilon'\left(-\frac{3}{2}\cdot\frac{m^4 e^2}{c^2} = -\frac{9}{4}m^4 e^2\right)$$

$$\cos cv + c'mv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{3}{2}\cdot\frac{m}{c} = -\frac{12429}{256}m^5\right)$$

$$\cos cv - c'mv \quad e\varepsilon'\left(\ \frac{3}{2}\cdot\frac{m}{c} = \frac{12429}{256}m^5\right).$$

Sur quoi, voyez la page 348 du premier volume, et remarquez qu'on a ajouté au coefficient de $\varepsilon'.\cos c'mv$ le terme du quatrième ordre $-\frac{3}{2}\frac{m^4e^2}{c^2}$ qui en fait partie. En outre, il faut avoir sous les yeux la page 256 où il y a la valeur développée de $\frac{1}{c}$.

Produits partiels de $\left[\frac{3}{2}u_{,} - 3q\left(\frac{a'u'}{u_{,}}\right)^3\right]\frac{\delta u}{u_{,}}$

Multiplicateur		Produit	
$2\cos cv$	$e\left(3\right)\ldots\ldots$	$\cos cv + c'mv$	$e\varepsilon'\left(\frac{1543}{2}m^5\right)$
		$\cos cv - c'mv$	$e\varepsilon'\left(\frac{1543}{2}m^5\right)$
		$\cos cv + 2c'mv$	$e\varepsilon'^2\left(-\frac{27}{4}m^2\right)$
		$\cos 2Ev - cv$	$e\left(\frac{59717}{864}m^6\right)$
		$\cos 2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{2171}{144}m^5\right)$
		$\cos 2Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{9609}{16}m^5\right)$
		$\cos 2Ev - 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2\left(\frac{51}{2}m^2 + \frac{323}{2}m^3\right)$
$2\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{9}{4}\right)\ldots\ldots$	$\cos 0v$	$\left(-\frac{4629}{8}m^5\varepsilon'^2 - \frac{68985}{256}m^3e^2\varepsilon'^2\right.$
		$\cos cv$	$e\left(\frac{12835917}{16384}m^4\varepsilon'^2\right)$
		$\cos cv$	$e\left(-\frac{32254425}{16384}m^4\varepsilon'^2\right)$
		+	

$$2\cos c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{9}{4}\right)\ldots\ldots\left\{\begin{array}{ll}\cos cv+2c'mv & e\varepsilon'^2\left(\frac{7101}{256}m^2\right)\\ \cos 2Ev-2c'mv & \varepsilon'^2\left(-\frac{63}{8}m^2-\frac{1197}{32}m^3\right)\\ \cos 2Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'\left(-\frac{102435629}{196608}m^5\right)\\ \cos 2Ev-c'mv-cv & e\varepsilon'\left(-\frac{102435629}{196608}m^5\right)\\ \cos 2Ev-2c'mv-cv & e\varepsilon'^2\left(-\frac{14211}{256}m^2-\frac{188883}{1024}m^3\right)\end{array}\right.$$

$$2\cos 2c'mv \quad \varepsilon'^2\left(-\frac{27}{8}\right)\ldots\left\{\begin{array}{ll}\cos 2Ev-2c'mv & \varepsilon'^2\left(-\frac{27}{8}m^2-\frac{171}{16}m^3\right)\\ \cos 2Ev-2c'mv-cv & e\varepsilon'^2\left(-\frac{6939}{256}m^2-\frac{352737}{4096}m^3\right)\end{array}\right.$$

Multiplicateur ..... $2\cos cv+c'mv \quad e\varepsilon'\left(\frac{27}{8}+\frac{9}{4}m+\frac{27}{16}m^3\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{ll}\cos cv & e\left(\frac{15795}{128}m^4\varepsilon'^2\right)\\ \cos 0v & \left(-\frac{7101}{256}m^3e^2\varepsilon'^2-\frac{470691}{2018}m^3e^2\varepsilon'^2\right)\\ \cos cv+2c'mv & e\varepsilon'^2\left(-\frac{81}{16}m^2\right)\\ \cos 2Ev-c'mv-cv & e\varepsilon'^2\left(\frac{27}{16}m^5+16.m^5+\frac{1475}{32}m^5\right)\\ \cos 2Ev-2c'mv-cv & e\varepsilon'^2\left(\frac{189}{16}m^2+\frac{3591}{64}m^3+\frac{63}{8}m^3\right)\end{array}\right.$$

Multiplicateur ..... $2\cos cv-c'mv \quad e\varepsilon'\left(\frac{27}{8}-\frac{9}{4}m-\frac{27}{16}m^3\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{ll}\cos cv & e\left(\frac{15795}{128}m^4\varepsilon'^2\right)\\ \cos 0v & \left(-\frac{10149}{256}m^3e^2\varepsilon'^2+\frac{959931}{2048}m^3e^2\varepsilon'^2\right)\\ \cos 2Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'\left(-\frac{27}{16}m^5-16.m^5+\frac{1475}{32}m^5\right)\end{array}\right.$$

Multiplicateur Produit

$$2\cos cv+2c'mv \quad e\varepsilon'^2\left(\frac{81}{16}+\frac{27}{4}m\right)\ldots\left\{\cos 2Ev-2c'mv-cv \quad e\varepsilon'^2\left(\frac{81}{16}m^2+\frac{27}{4}m^3+\frac{513}{32}m^3\right).\right.$$

Produits partiels de $3q\left(\frac{a'u'}{u_1}\right)^3\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$

On prendra les termes du facteur $\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$ dans les pages 302-304; 511-516; 636-637 de ce volume, et dans les pages 770-774 du second volume.

Multiplicateur — Produit

$$\cos ov\left(3+\frac{9}{2}\varepsilon'^2\right)\ldots\left\{\begin{array}{lll}
\cos ov & & \left(\frac{513}{4}m^5\varepsilon'^2+\frac{131355}{512}m^3e^2\varepsilon'^2+\frac{32535}{512}m^3e^2\varepsilon'^2+\frac{57}{4}m^5\varepsilon'^2\right)\\
\cos cv & e & \left(\frac{3699}{64}m^4\varepsilon'^2+\frac{4096357}{6144}m^6+\frac{16401}{64}m^4\varepsilon'^2\right)\\
\cos cv+c'mv & e\varepsilon' & \left(\frac{1336813}{3072}m^5\right)\\
\cos cv-c'mv & e\varepsilon' & \left(\frac{1154679}{1024}m^5\right)\\
\cos 2Ev & & \left(-\frac{3}{2}m^6\right)\\
\cos 2Ev-cv & e & \left(-\frac{5871}{256}m^6\right)\\
\cos 2Ev+c'mv-cv & e\varepsilon' & \left(\frac{713505}{1024}m^5\right)\\
\cos 2Ev-c'mv-cv & e\varepsilon' & \left(-\frac{279879}{1024}m^5\right)\\
\cos 2Ev-2c'mv-cv & e\varepsilon'^2 & \left(-\frac{747}{16}m^3\right)
\end{array}\right.$$

$$2\cos cv\; e\left(-\frac{9}{2}-\frac{27}{4}\varepsilon'^2\right)\ldots\left\{\begin{array}{lll}
\cos ov & & \left(-\frac{405}{32}m^3e^2\varepsilon'^2-\frac{495}{16}m^3e^2\varepsilon'^2\right)\\
\cos cv & e & \left(-\frac{27}{4}m^4\varepsilon'^2-\frac{873}{8}m^6-\frac{351}{8}m^4\varepsilon'^2\right)\\
\cos cv+c'mv & e\varepsilon' & \left(-114.\,m^5\right)\\
\cos cv-c'mv & e\varepsilon' & \left(-114.\,m^5\right)\\
\cos 2Ev-cv & e & \left(\frac{9}{4}m^6\right)\\
\cos 2Ev+c'mv-cv & e\varepsilon' & \left(\frac{171}{8}m^5\right)\\
\cos 2Ev-c'mv-cv & e\varepsilon' & \left(\frac{171}{8}m^5\right)
\end{array}\right.$$

$$2\cos c'mv \quad e'\left(\tfrac{9}{2}\right) \ldots\ldots \left\{\begin{array}{lr}
\cos cv + c'mv & ee'\left(\tfrac{270291}{1024}\,m^5\right)\\
\cos cv - c'mv & ee'\left(\tfrac{270291}{1024}\,m^5\right)\\
\cos 0v & \left(144.\,m^5 e'^2 + \tfrac{18045}{64}\,m^3 e^2 e'^2\right)\\
\cos 2Ev - 2c'mv - cv & ee'^2\left(-\tfrac{567}{32}\,m^3\right)\\
\cos cv & e\left(\tfrac{28899}{128}\,m^4 e'^2\right)\\
\cos cv & e\left(\tfrac{17079}{128}\,m^4 e'^2\right)\\
\cos 2Ev + c'mv - cv & ee'\left(-\tfrac{675}{128}\,m^5\right)\\
\cos 2Ev - c'mv - cv & ee'\left(-\tfrac{675}{128}\,m^5\right)
\end{array}\right.$$

$$2\cos cv + c'mv \quad ee'\left(-\tfrac{27}{4} - \tfrac{9}{2}m\right) \ldots \left\{\begin{array}{lr}
\cos cv + c'mv & ee'\left(-\tfrac{9}{2}m^5 - \tfrac{171}{4}m^5\right)\\
\cos cv & e\left(-\tfrac{81}{4}m^4 e'^2\right)\\
\cos 0v & \left(-\tfrac{1485}{64}m^3 e^2 e'^2\right)
\end{array}\right.$$

$$2\cos cv - c'mv \quad ee'\left(-\tfrac{27}{4} + \tfrac{9}{2}m\right) \ldots \left\{\begin{array}{lr}
\cos cv - c'mv & ee'\left(\tfrac{9}{2}m^5 - \tfrac{171}{4}m^5\right)\\
\cos cv & e\left(-\tfrac{81}{4}m^4 e'^2\right)\\
\cos 0v & \left(-\tfrac{2025}{64}m^3 e^2 e'^2\right).
\end{array}\right.$$

En prenant dans les pages 523-524 les termes du facteur $\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^3$, on aura;

$$-5q\left(\frac{a'u'}{u_1}\right)^3\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^3 = \left\{\begin{array}{lr}
-5 + 2\cos cv & e\left(\tfrac{15}{2}\right)\\
\quad + 2\cos c'mv & e'\left(-\tfrac{15}{2}\right)
\end{array}\right\}\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^3 =$$

$$\begin{array}{lr}
\cos cv + c'mv & ee'\left(\tfrac{945}{32}\,m^5\right)\\
\cos cv - c'mv & ee'\left(\tfrac{405}{32}\,m^5\right)\\
+ &
\end{array}$$

$\cos 2Ev$	$\left(-\frac{15}{4} m^4\right)$
$\cos 2Ev - cv$	$e\left\{ \frac{45}{8} - \frac{9285}{64} = -\frac{8925}{64} \right\} m^4$
$\cos 2Ev - c'mv - cv$	$e\epsilon'\left\{ -\frac{675}{32} - 75 = -\frac{3075}{32} \right\} m^4$.
$\cos 2Ev + c'mv - cv$	$e\epsilon'\left\{ -\frac{675}{32} - \frac{225}{8} = -\frac{1575}{32} \right\} m^5$.

Produits partiels de $\delta\left[(\alpha' u')^3\right]$.

Multiplicateur		Produit	
$2 \sin c'mv$	$\epsilon'\left(-\frac{3}{2} m\right)\ldots$	$\cos cv + c'mv$	$e\epsilon'\left(\frac{26769}{256} m^3\right)$
		$\cos cv - c'mv$	$e\epsilon'\left(-\frac{26769}{256} m^3\right)$
		$\cos cv + 2c'mv$	$e\epsilon'^2\left(\frac{27}{8} m^3\right)$
		$\cos 0v$	$\left(\frac{8783}{8} m^5 \epsilon'^2 - \frac{8775}{64} m^3 e^2 \epsilon'^2\right)$
		$\cos cv$	$e\left(-\frac{111105}{256} m^4 \epsilon'^2\right)$
		$\cos cv$	$e\left(-\frac{54405}{256} m^4 \epsilon'^2\right)$
		$\cos 2Ev - 2c'mv$	$\epsilon'^2\left(\frac{231}{32} m^3\right)$
		$\cos 2Ev + c'mv - cv$	$e\epsilon'\left(-\frac{672197}{2048} m^5\right)$
		$\cos 2Ev - c'mv - cv$	$e\epsilon'\left(\frac{672197}{2048} m^3\right)$
		$\cos 2Ev - 2c'mv - cv$	$e\epsilon'^2\left(\frac{105}{8} m^2 + \frac{5335}{64} m^3\right)$
$2 \sin 2c'mv$	$\epsilon'^2\left(-\frac{9}{2} m\right)\ldots$	$\cos 2Ev - 2c'mv$	$\epsilon'^2\left(\frac{99}{16} m^3\right)$
		$\cos 2Ev - 2c'mv - cv$	$e\epsilon'^2\left(\frac{135}{8} m^2 + \frac{2565}{32} m^3\right)$
$2 \sin cv + c'mv$	$e\epsilon'\left(\frac{3}{2} m^2\right)\ldots$	$\cos 0v$	$\left(\frac{27}{8} m^3 e^2 \epsilon'^2\right)$
		$\cos 2Ev - c'mv - cv$	$e\epsilon'\left(-\frac{59}{8} m^5\right)$

$$2\sin cv - c'mv \quad e\varepsilon'\left(\ \frac{3}{2}m^2\right)\ldots\begin{cases}\cos ov & \left(-\frac{27}{8}m^3e^2\varepsilon'^2\right)\\ \cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' & \left(-\frac{59}{8}m^3\right).\end{cases}$$

Le carré de δnt donne ces termes (Voyez p. 642)

Multiplicateur   Produit

$$2\cos c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{3}{4}\,m^2\right)\ldots\ldots\ldots\begin{cases}\cos cv + c'mv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{495}{128}m^3\right)\\ \cos cv - c'mv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{495}{128}m^3\right);\end{cases}$$

partant nous avons;

$$\delta[(\alpha'u')^3] =$$

$$\cos ov \qquad \left\{\ \frac{8783}{8}m^5\varepsilon'^2 + \left(\frac{27}{8} - \frac{8775}{64} - \frac{27}{8} = -\frac{8775}{64}\right)m^3e^2\varepsilon'^2\right\}$$

$$\cos cv \qquad e\left\{-\frac{111105}{256} - \frac{54405}{256} = -\frac{82755}{128}\right\}m^4\varepsilon'^2$$

$$\cos cv + c'mv \qquad e\varepsilon'\left\{\ \frac{26769}{256} - \frac{495}{128} = \frac{25779}{256}\right\}m^3$$

$$\cos cv - c'mv \qquad e\varepsilon'\left\{-\frac{26769}{256} - \frac{495}{128} = -\frac{27759}{256}\right\}m^3$$

$$\cos cv + 2c'mv \qquad e\varepsilon'^2\left(\ \frac{27}{8}m^3\right)$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv \qquad \varepsilon'^2\left\{\ \frac{231}{32} + \frac{99}{16} = \frac{429}{32}\right\}m^3$$

$$\cos 2Ev + c'mv - cv \qquad e\varepsilon'\left\{-\frac{672197}{2048} - \frac{59}{8} = -\frac{687301}{2048}\right\}m^3$$

$$\cos 2Ev - c'mv - cv \qquad e\varepsilon'\left\{\ \frac{672197}{2048} - \frac{59}{8} = \frac{657093}{2048}\right\}m^3$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2\left\{\ \left(\frac{105}{8} + \frac{135}{8} = 30\right)m^2 + \left(\frac{5325}{64} + \frac{2565}{32} = \frac{10455}{64}\right)m^3\right\}.$$

En multipliant cette fonction par $\frac{q}{2}\cdot\frac{1}{u_1^3} = \frac{1}{2} + 2\cos cv \ \ e\left(-\frac{3}{4}\right)$, et ayant égard aux termes trouvés dans les pages 238 et 579 on aura

$$\frac{q}{2}\cdot\frac{\delta.[(a'u')^3]}{u_1^3}=$$

$$\begin{array}{lll}
\cos 0v & & \left\{\frac{3783}{16}m^5\varepsilon'^2+\left(\frac{8775}{128}-\frac{8775}{128}=0\right)m^3e^2\varepsilon'^2\right\} \\
\cos cv & e & \left\{-\frac{82755}{256}-\frac{6615}{64}=-\frac{109215}{256}\right\}m^4\varepsilon'^2 \\
\cos cv+c'mv & e\varepsilon' & \left(\frac{25779}{512}m^5\right) \\
\cos cv-c'mv & e\varepsilon' & \left(-\frac{27759}{512}m^5\right) \\
\cos cv+2c'mv & e\varepsilon'^2 & \left\{\frac{27}{16}-\frac{27}{8}=-\frac{27}{16}\right\}m^4 \\
\cos 2Ev-2c'mv & \varepsilon'^2 & \left(\frac{429}{64}m^3\right) \\
\cos 2Ev+c'mv-cv & e\varepsilon' & \left\{-\frac{687301}{4096}+\frac{893}{64}=-\frac{630149}{4096}\right\}m^5 \\
\cos 2Ev-c'mv-cv & e\varepsilon' & \left\{\frac{657093}{4096}-\frac{893}{64}=\frac{599941}{4096}\right\}m^5 \\
\cos 2Ev-2c'mv-cv & e\varepsilon'^2 & \left\{15.m^2+\left(\frac{10455}{128}-\frac{1287}{128}=\frac{573}{8}\right)m^3\right\}.
\end{array}$$

Maintenant, à l'aide de cette valeur de $\frac{q}{2}\cdot\frac{\delta.[(a'u')^3]}{u_1^3}$, et de celle posée dans la page 99, on obtiendra les termes donnés par le produit de cette fonction par $-3\frac{\delta u}{u_1}$, savoir ;

$$-3\frac{\delta u}{u_1}\times\frac{q}{2}\cdot\frac{\delta.[(a'u')^3]}{u_1^3}=$$

$$\left(\begin{array}{l}
2\cos 2Ev\ \left(-\frac{3}{2}m^2-\frac{19}{4}m^3\right)+2\cos 2Ev-cv\ \ e\left(-\frac{45}{16}m-\frac{771}{64}m^2\right) \\
+2\cos 2Ev+cv\ \ e\left(\frac{27}{16}m^2\right)+2\cos 2Ev+c'mv\ \ \varepsilon'\left(\frac{3}{4}m^2\right) \\
+2\cos 2Ev-c'mv\ \ \varepsilon'\left(-\frac{21}{4}m^2\right)+2\cos 2Ev+c'mv-cv\ \ e\varepsilon'\left(\frac{45}{16}m\right) \\
+2\cos 2Ev-c'mv-cv\ \ e\varepsilon'\left(-\frac{105}{16}m\right)
\end{array}\right)\frac{q}{2}\cdot\frac{\delta.[(a'u')^3]}{u_1^3}$$

$$\begin{array}{lll}
=\cos 0v & & \left\{\left(\frac{99}{16}-\frac{99}{128}-\frac{693}{128}=0\right)m^5\varepsilon'^2+\left(\frac{3375}{128}-\frac{2025}{256}-\frac{4725}{256}=0\right)m^3e^2\varepsilon'^2\right\} \\
\cos cv & e & \left\{\frac{225}{16}+\frac{1485}{128}-\frac{135}{64}-\frac{945}{64}-\frac{1485}{512}-\frac{3465}{512}=-\frac{225}{256}\right\}m^4\varepsilon'^2 \\
+ & &
\end{array}$$

$$\cos cv + c'mv \quad e\varepsilon' \left\{ -\frac{567}{32} - \frac{855}{64} + \frac{2655}{256} + \frac{25443}{2048} + \frac{891}{512} - \frac{585}{128} = -\frac{22761}{2048} \right\} m^5$$

$$\cos cv - c'mv \quad e\varepsilon' \left\{ \frac{567}{32} + \frac{855}{64} - \frac{2655}{256} - \frac{25443}{2048} - \frac{891}{512} + \frac{585}{128} = \frac{22761}{2048} \right\} m^5.$$

La réunion de ces différens résultats donne

$$(2) \ldots\ldots \delta R^{IV} + \frac{3}{2}\delta u =$$

$$\cos ov \left\{ \begin{array}{l} -\left(\frac{4629}{8} - \frac{513}{4} - 114 - \frac{3783}{16} - \frac{57}{4} = \frac{1871}{16} \right) m^5 \varepsilon'^2 \\ + \left\{ \begin{array}{l} -\frac{68985}{256} - \frac{7101}{256} - \frac{470691}{2048} - \frac{10449}{256} + \frac{959931}{2048} + \frac{131355}{512} \\ + \frac{32535}{512} + \frac{18045}{64} - \frac{1485}{64} - \frac{2025}{64} - \frac{495}{16} - \frac{405}{32} = \frac{103545}{256} \end{array} \right\} m^3 e^2 \varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos cv \quad e \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{4096357}{6144} - \frac{873}{8} = \frac{3425893}{6144} \right) m^4 \\ + \left\{ \begin{array}{l} \frac{12835917}{16384} - \frac{32254425}{16384} + \frac{15795}{128} + \frac{15795}{128} + \frac{3699}{64} - \frac{351}{8} + \frac{28899}{128} \\ -\frac{27}{4} + \frac{17079}{128} - \frac{81}{4} - \frac{81}{4} - \frac{109215}{256} - \frac{225}{256} + \frac{16401}{64} = -\frac{3210339}{4096} \end{array} \right\} m^4 \varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos cv + c'mv \quad e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \frac{1543}{2} + \frac{1336813}{3072} - 114 + \frac{270291}{1024} - \frac{9}{2} \\ -\frac{171}{4} + \frac{945}{32} + \frac{25779}{512} - \frac{22761}{2048} = \frac{8467253}{6144} \end{array} \right\} m^5$$

$$\cos cv - c'mv \quad e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \frac{1543}{2} + \frac{1154679}{1024} - 114 + \frac{270291}{1024} + \frac{9}{2} \\ -\frac{171}{4} + \frac{405}{32} - \frac{27759}{512} + \frac{22761}{2048} = \frac{4055809}{2048} \end{array} \right\} m^5$$

$$\cos cv + 2c'mv \quad e\varepsilon'^2 \left\{ -\frac{27}{4} + \frac{7101}{256} - \frac{81}{16} - \frac{27}{16} = \frac{3645}{256} \right\} m^3$$

$$\cos 2Ev \quad \left\{ -\frac{3}{2} - \frac{15}{4} = -\frac{21}{4} \right\} m^6$$

$$\cos 2Ev - cv \quad e \left\{ \frac{59717}{864} - \frac{5871}{256} + \frac{9}{4} - \frac{8925}{64} = -\frac{629129}{6912} \right\} m^6$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv \quad \varepsilon'^2 \left\{ -\left(\frac{63}{8} + \frac{27}{8} = \frac{45}{4} \right) m^2 - \left(\frac{1197}{32} - \frac{231}{64} + \frac{171}{16} = \frac{2847}{64} \right) m^3 \right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\frac{2171}{144} - \frac{102485629}{196608} - \frac{27}{16} - 16 + \frac{1475}{32} + \frac{718505}{1024} \\ + \frac{171}{8} - \frac{675}{128} - \frac{1575}{32} - \frac{630149}{4096} = \frac{1259497}{589824} \end{array} \right\} m^5$$

$$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \frac{9609}{16} - \frac{102435629}{196608} + \frac{27}{16} + 16 - \frac{279879}{1024} + \frac{171}{8} \\ - \frac{675}{128} - \frac{3075}{32} + \frac{599941}{4096} + \frac{1475}{32} = -\frac{12487037}{196608} \end{array} \right\} m^5$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{81}{16} - \frac{6939}{256} + \frac{51}{2} - \frac{14211}{256} + \frac{189}{16} + 15 = -\frac{3231}{128} \right) m^2 \\ + \left\{ \begin{array}{l} \frac{27}{4} + \frac{513}{32} - \frac{352787}{4096} + \frac{323}{2} - \frac{188883}{1024} \\ + \frac{3591}{64} + \frac{63}{8} - \frac{747}{16} - \frac{567}{32} + \frac{573}{8} = -\frac{61805}{4096} \end{array} \right\} m^3 \end{array} \right\}$$

158. Développons maintenant les différentes fonctions qui composent l'expression de $\delta R'$. On prendra les termes du facteur $\frac{\delta u}{u_1}$ dans les pages 752-760 du second volume, et dans les pages 498, 499, 500 et 634 de celui-ci.

Produits partiels de $-6q \cdot \frac{(a'u')^3}{u_1^4} \frac{\sin}{\cos}(2v - 2v') \frac{\delta u}{u_1}$.

Multiplicateur . . . . $2 \frac{\sin}{\cos} 2Ev \left(-3 - 6 \cdot e^2 + \frac{15}{2} \varepsilon'^2 + 15 \cdot e^2 \varepsilon'^2 + 12 \cdot m^2 e^2 \right)$

Produit $\frac{\sin}{\cos}$

$$2Ev - 2cv \quad e^2 \left(-\frac{338261}{384} m^6 \right)$$

$$2Ev - 2c'mv \quad \varepsilon'^2 \left(\frac{27}{4} m^2 \right)$$

$$2Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left(\frac{79208185}{16384} m^5 \right)$$

$$2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left(-\frac{251870665}{16384} m^5 \right)$$

$$ov \left\{ \begin{array}{l} \frac{18985}{72} m^5 \varepsilon'^2 + \frac{510665}{2048} m^3 e^2 \varepsilon'^2 + \frac{95}{2} m^3 e^2 \varepsilon'^2 + \frac{7375}{72} m^5 \varepsilon'^2 - \frac{79645}{2048} m^3 e^2 \varepsilon'^2 \\ + \frac{95}{2} m^3 e^2 \varepsilon'^2 - \left(18 \cdot m^4 + 9 \cdot m^5 - \frac{135}{8} m^3 e^2 \right) (\varepsilon'^2 - E'^2) \end{array} \right\}$$

$$cv \quad e \left(-\frac{4329648769}{1769472} m^6 - \frac{34589497}{6144} m^4 \varepsilon'^2 + \frac{7084315}{12288} m^4 \varepsilon'^2 - \frac{5319}{64} m^4 (\varepsilon'^2 - E'^2) \right)$$

$$4Ev - 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2 \left(-\frac{765}{32} m \right)$$

$$2Ev - 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2 \left(\frac{7191}{256} m^2 + \overset{(*)}{\frac{9099}{64}} m^3 \right)$$

$$-(2Ev - 2c'mv - cv) e\varepsilon'^2 \left(\overset{(*)}{\frac{18825}{256}} m^3 \right)$$

(*) Termes empruntés de la valeur de $\frac{\delta u}{u_1}$, qui se trouve vers la fin de ce §.

Produit

$$\begin{array}{lll}
\begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix} -cv & e\left(-\frac{414401}{6144}m^6-\frac{45195}{256}m^4\varepsilon'^2-\frac{6945}{256}m^4\varepsilon'^2+\frac{45}{8}m^4(\varepsilon'^2-E'^2)\right) & \\
-c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{7058871}{20736}m^7+\frac{2416904081}{294912}m^5e^2+\frac{7121}{72}m^5e^2-\frac{19}{2}m^5e^2\right) & \text{(V p. 634)}\\
c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{1750331}{768}m^7-\frac{31544533}{32768}m^5e^2-\frac{9609}{8}m^5e^2+\frac{399}{2}m^5e^2\right) & \\
cv-c'mv & e\varepsilon'\left(-\frac{2681835721}{147456}m^5\right) & \\
cv+c'mv & e\varepsilon'\left(\frac{21066509}{16384}m^5\right) & \\
-(cv+c'mv) & e\varepsilon'\left(-\frac{362621}{2048}m^5\right) & \\
-(cv-c'mv) & e\varepsilon'\left(\frac{1054461}{2048}m^5\right) & \\
cv+2c'mv & e\varepsilon'^2\left(-\frac{43653}{256}m^4\right) & \\
-2Ev & \left(\frac{43231}{2400}m^6\right) & \\
-(2Ev-cv) & e\left(\frac{44262989}{1228800}m^6\right) & \\
-(2Ev-2cv) & e^2\left(-\frac{2523227863}{819200}m^6\right) & \text{(Voyez page 634)}\\
-(2Ev+c'mv-cv) & e\varepsilon'\left(\frac{4971483}{40960}m^5\right) & \\
-(2Ev-c'mv-cv) & e\varepsilon'\left(\frac{4401509}{24576}m^5\right) &
\end{array}$$

Multiplicateur.... $2\begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}2Ev-cv \quad e\left(6+6.m-15.\varepsilon'^2+\frac{9}{2}m^2-15.m\varepsilon'^2+\frac{675}{16}m^4\right)$

Produit

$$\begin{array}{ll}
\begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}\ 2Ev-2c'mv-cv & e\varepsilon'^2\left(-\frac{27}{2}m^2-\frac{27}{2}m^3\right)\\
2Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'\left(1543.m^5+\frac{1755}{8}m^5-\frac{27}{4}m^5\right)\\
2Ev-c'mv-cv & e\varepsilon'\left(1543.m^5+\frac{1755}{8}m^5-\frac{27}{4}m^5\right)\\
-cv & e\left\{\begin{array}{l}\frac{59717}{432}m^6-\frac{1099}{6}m^4\varepsilon'^2+\frac{1475}{18}m^6-\frac{95}{2}m^4\varepsilon'^2-\frac{320}{3}m^4\varepsilon'^2\\ +\frac{57}{4}m^6-\frac{95}{2}m^4\varepsilon'^2+\frac{675}{16}m^6+18.m^4(\varepsilon'^2-E'^2)\end{array}\right\}
\end{array}$$

+

Produit

$$\begin{cases}
\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\ \text{o}v & \left(\frac{426025}{512}m^3e^2\varepsilon'^2-\frac{195}{4}m^3e^2\varepsilon'^2-\frac{195965}{512}m^3e^2\varepsilon'^2-\frac{3855}{32}m^3e^2\varepsilon'^2\right)\\
-(cv+c'mv) & e\varepsilon'\left(-\frac{2171}{72}m^5-\frac{317}{24}m^5-\frac{9}{4}m^5\right)\\
-(cv-c'mv) & e\varepsilon'\left(\frac{9609}{8}m^5+\frac{3009}{8}m^5+\frac{63}{4}m^5\right)\\
-c'mv & \varepsilon'\left(\frac{2681835721}{73728}m^5e^2+\frac{28391557}{6144}m^5e^2+\frac{117}{128}m^5e^2-\frac{10125}{128}m^5e^2\right)\\
c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{21066509}{8192}m^5e^2+\frac{1886361}{2048}m^5e^2+\frac{14211}{128}m^5e^2+\frac{23625}{128}m^5e^2\right)
\end{cases}$$

Multiplicateur.... $2\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\,2Ev+cv\quad e\left(6-6.m-15.\varepsilon'^2-\frac{9}{2}m^3+15.m\varepsilon'^2-\frac{675}{16}m^4\right)$

Produit

$$\begin{cases}
\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\ cv & e\left\{\begin{matrix}\frac{59717}{432}m^6-\frac{1099}{6}m^4\varepsilon'^2-\frac{1475}{18}m^6+\frac{95}{2}m^4\varepsilon'^2-\frac{320}{3}m^4\varepsilon'^2\\ -\frac{57}{4}m^6+\frac{95}{2}m^4\varepsilon'^2-\frac{675}{16}m^6+18.m^4(\varepsilon'^2-E'^2)\end{matrix}\right\}\\
\text{o}v & \left(\frac{765}{16}m^3e^2\varepsilon'^2-\frac{185}{8}m^3e^2\varepsilon'^2+\frac{495}{16}m^3e^2\varepsilon'^2-\frac{135}{8}m^3e^2\varepsilon'^2\right)\\
cv-c'mv & e\varepsilon'\left(-\frac{2171}{72}m^5+\frac{317}{24}m^5+\frac{9}{4}m^5\right)\\
cv+c'mv & e\varepsilon'\left(\frac{9609}{8}m^5-\frac{3009}{8}m^5-\frac{63}{4}m^5\right)\\
-c'mv & \varepsilon'\left(\frac{362621}{1024}m^5e^2-\frac{15585}{256}m^5e^2-\frac{81}{32}m^5e^2\right)\\
c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{1054461}{1024}m^5e^2+\frac{73449}{256}m^5e^2+\frac{567}{32}m^5e^2\right)\\
cv+2c'mv & e\varepsilon'^2\left(51.m^3\right)\\
-(2Ev-cv) & e\left(-\frac{43231}{1200}m^6+\frac{1053}{80}m^6\right)\\
-(2Ev-2cv) & e^2\left(-\frac{44262989}{614400}m^6+\frac{585653}{10240}m^6+\frac{675}{128}m^6\right)\\
-(2Ev+c'mv-cv) & e\varepsilon'\left(\frac{3159}{320}m^5-3.m^5\right)\\
-(2Ev-c'mv-cv) & e\varepsilon'\left(-\frac{7371}{64}m^5+21.m^5\right)
\end{cases}$$

Multiplicateur.... $2 \begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix} 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{3}{2} + 3.e^2 - \frac{3}{16}\varepsilon'^2 - \frac{3}{2}m^2e^2\right)$

Produit

$$\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix} \quad c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{498599}{10368}m^7 - \frac{40998157}{589824}m^5e^2 + \frac{1475}{36}m^5e^2 - \frac{19}{4}m^5e^2\right)$$

$$cv + c'mv \quad e\varepsilon'\left(\frac{102435629}{294912}m^5\right)$$

$$-(cv - c'mv) \quad e\varepsilon'\left(-\frac{3119}{1024}m^5\right)$$

$$0v \quad \left(-\frac{2171}{288}m^5\varepsilon'^2 - \frac{55259}{1024}m^3e^2\varepsilon'^2 - \frac{19}{8}m^3e^2\varepsilon'^2\right)$$

$$cv + 2c'mv \quad e\varepsilon'^2\left(\frac{4737}{128}m^2\right)$$

$$cv \quad e\left(\frac{28391557}{24576}m^4\varepsilon'^2\right)$$

$$-cv \quad e\left(\frac{15585}{1024}m^4\varepsilon'^2\right)$$

$$-(2Ev - c'mv - cv) \quad e\varepsilon'\left(-\frac{585653}{40960}m^5\right)$$

Multiplicateur.... $2 \begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix} 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{21}{2} - 21.e^2 + \frac{369}{16}\varepsilon'^2 + \frac{189}{2}m^2e^2\right)$

Produit

$$\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix} \quad 2Ev - 2c'mv \quad \varepsilon'^2\left(\frac{63}{4}m^2\right)$$

$$2Ev - 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2\left(\frac{16569}{128}m^2 + \frac{366093}{512}m^3\right)$$

$$-(cv + 2c'mv) \quad e\varepsilon'^2\left(-\frac{189}{32}m^2\right)$$

$$-c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{3490193}{10368}m^7 + \frac{286987099}{589824}m^5e^2 - \frac{10325}{36}m^5e^2 + \frac{1197}{4}m^5e^2\right)$$

$$cv - c'mv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{717049403}{294912}m^5\right)$$

$$-(cv + c'mv) \quad e\varepsilon'\left(\frac{21833}{1024}m^5\right)$$

$$0v \quad \left(-\frac{67263}{32}m^5\varepsilon'^2 + \frac{88031}{1024}m^3e^2\varepsilon'^2 - \frac{2793}{8}m^3e^2\varepsilon'^2\right)$$

$$cv \quad e\left(-\frac{13204527}{8192}m^4\varepsilon'^2\right)$$

$$-cv \quad e\left(\frac{514143}{1024}m^4\varepsilon'^2\right)$$

$$-(2Ev + c'mv - cv) \quad e\varepsilon'\left(\frac{4099571}{40960}m^5\right)$$

$$4Ev - 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2\left(-\frac{735}{16}m\right)$$

Multiplicateur.... $2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+c'mv+cv \quad e\epsilon'\left(-3+\frac{3}{2}m+\frac{9}{8}m^3\right)$

$$
\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll}
{}^{\sin}_{\cos}\; cv+2c'mv & e\epsilon'^2 & \left(-\frac{21}{2}m^2\right) \\
cv+c'mv & e\epsilon' & \left(-\frac{1475}{36}m^5+\frac{32}{3}m^5+\frac{9}{8}m^5\right) \\
c'mv & \epsilon' & \left(\frac{3119}{512}m^5e^2-\frac{1389}{256}m^5e^2-\frac{81}{64}m^5e^2\right) \\
cv & e & \left(\frac{317}{48}m^4\epsilon'^2-\frac{19}{16}m^4\epsilon'^2\right) \\
ov & & \left(-\frac{117}{32}m^3e^2\epsilon'^2+\frac{27}{32}m^3e^2\epsilon'^2\right) \\
-(2Ev-c'mv-cv) & e\epsilon' & \left(\frac{1053}{160}m^5-\frac{3}{4}m^5\right)
\end{array}\right.
$$

Multiplicateur.... $2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-c'mv+cv \quad e\epsilon'\left(21-\frac{63}{2}m-\frac{189}{8}m^3\right)$

$$
\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll}
{}^{\sin}_{\cos}\; cv-c'mv & e\epsilon' & \left(\frac{10325}{36}m^5-224.m^5-\frac{189}{8}m^5\right) \\
-c'mv & \epsilon' & \left(-\frac{21833}{512}m^5e^2+\frac{29109}{256}m^5e^2+\frac{1701}{64}m^5e^2\right) \\
cv & e & \left(\frac{21063}{16}m^4\epsilon'^2-\frac{8379}{16}m^4\epsilon'^2\right) \\
ov & & \left(-\frac{7749}{32}m^3e^2\epsilon'^2+\frac{3969}{32}m^3e^2\epsilon'^2\right) \\
-(2Ev+c'mv-cv) & e\epsilon' & \left(-\frac{7871}{160}m^5+\frac{63}{4}m^5\right)
\end{array}\right.
$$

Multiplicateur.... $2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+c'mv-cv \quad e\epsilon'\left(-3-\frac{3}{2}m-\frac{9}{8}m^3-\frac{675}{64}m^4\right)$

$$
\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll}
{}^{\sin}_{\cos}\; -(cv-c'mv) & e\epsilon' & \left(-\frac{1475}{36}m^5-\frac{32}{3}m^5-\frac{9}{8}m^5\right) \\
c'mv & \epsilon' & \left(-\frac{102435629}{147456}m^5e^2-\frac{1416863}{12288}m^5e^2-\frac{2313}{256}m^5e^2-\frac{10125}{512}m^5e^2\right) \\
-cv & e & \left(\frac{317}{48}m^4\epsilon'^2+\frac{19}{16}m^4\epsilon'^2\right) \\
ov & & \left(-\frac{53971}{256}m^3e^2\epsilon'^2-\frac{39}{128}m^3e^2\epsilon'^2\right)
\end{array}\right.
$$

Multiplicateur.... $2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left(21+\frac{63}{2}m+\frac{189}{8}m^3+\frac{14175}{64}m^4\right)$

Produit
$$\left\{\begin{array}{lll}
{}^{\sin}_{\cos} & 2Ev-2c'mv-cv & e\varepsilon'^2\left(-\frac{63}{2}m^2-\frac{189}{4}m^3\right) \\
 & -(cv+c'mv) & e\varepsilon'\left(\frac{10325}{36}m^5+224.m^5+\frac{189}{8}m^5\right) \\
 & -c'mv & \varepsilon'\left(\frac{717049103}{147456}m^5e^2+\frac{9918041}{4096}m^5e^2+\frac{48573}{256}m^5e^2+\frac{212625}{512}m^5e^2\right) \\
 & -cv & e\left(\frac{21063}{16}m^4\varepsilon'^2+\frac{8379}{16}m^4\varepsilon'^2\right) \\
 & -(cv+2c'mv) & e\varepsilon'^2\left(-\frac{21}{2}m^2\right) \\
 & ov & \left(\frac{440727}{256}m^3e^2\varepsilon'^2+\frac{99477}{128}m^3e^2\varepsilon'^2\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur ..... $2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+2cv \quad e^2\left(-\frac{15}{2}+\frac{57}{4}m-6.m^2\right)$

Produit $\left\{{}^{\sin}_{\cos}-(2Ev-2cv) \quad e^2\left(\frac{43231}{960}m^6-\frac{20007}{640}m^6+3.m^6\right)\right.$

Multiplicateur		Produit
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-2c'mv$	$\varepsilon'^2\left(-\frac{51}{2}\right)\ldots$	$\left\{{}^{\sin}_{\cos}-(cv+2c'mv) \quad e\varepsilon'^2\left(\frac{459}{16}m^2\right)\right.$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-2c'mv-cv$	$e\varepsilon'^2\left(51\right)\ldots$	$\left\{{}^{\sin}_{\cos}-(cv+2c'mv) \quad e\varepsilon'^2\left(51\,m^2\right)\right.$

La réunion de ces produits partiels donne ;

$$(a)\ \ldots\ldots -6q.\frac{(a'u')^3}{u_1^3}\,{}^{\sin}_{\cos}(2v-2v').\frac{\delta u}{u_1}=$$

$$ {}^{\sin}_{\cos}\,ov\left\{\begin{array}{l}
\left(\frac{18985}{72}+\frac{7375}{72}-\frac{2171}{288}-\frac{67263}{32}=-\frac{83683}{48}\right)m^5\varepsilon'^2 \\
+\left\{\begin{array}{l}
\frac{510665}{2048}+\frac{95}{2}-\frac{79645}{2048}+\frac{95}{2}+\frac{426025}{512}-\frac{195}{4}-\frac{195965}{512}-\frac{8855}{32} \\
+\frac{765}{16}-\frac{135}{8}+\frac{495}{16}-\frac{135}{8}-\frac{55259}{1024}-\frac{19}{8}+\frac{38031}{1024}-\frac{2793}{8}-\frac{117}{32} \\
+\frac{27}{32}-\frac{7749}{32}+\frac{3969}{32}-\frac{53971}{256}-\frac{39}{128}+\frac{440727}{256}+\frac{99477}{128}=\frac{1243617}{512}
\end{array}\right\}m^3e^2\varepsilon'^2 \\
-\left(18.m^4+9.m^5-\frac{135}{8}m^3e^2\right)(\varepsilon'^2-E'^2)
\end{array}\right\}$$

Ajoutez le terme ${}^{\sin}_{\cos}\,4Ev-2c'mv-cv \quad e\varepsilon'^2\left(-\frac{765}{16}m\right)$ à côté du multiplicateur $2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-2c'mv$.

$$\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\; c v \quad e \left\{\begin{array}{l} -\left(\frac{4829648760}{1769472}-\frac{59717}{432}+\frac{1475}{18}+\frac{57}{4}+\frac{675}{16}=\frac{4829910913}{1769472}\right)m^6 \\ +\left\{\begin{array}{l} -\frac{84589497}{6144}+\frac{7081315}{12288}-\frac{1099}{6}+\frac{95}{2}-\frac{320}{3}+\frac{95}{2}+\frac{28391557}{24576} \\ -\frac{13204527}{8192}+\frac{317}{48}-\frac{19}{16}+\frac{21063}{16}-\frac{8379}{16}=-\frac{60291931}{12288} \end{array}\right\} m^4\varepsilon'^2 \\ -\left(\frac{5819}{64}-18=\frac{4167}{64}\right)m^4(\varepsilon'^2-E'^2) \end{array}\right\}$$

$$-c v \quad e \left\{\begin{array}{l} \left(-\frac{414401}{6144}+\frac{59717}{432}+\frac{1475}{18}+\frac{57}{4}+\frac{675}{16}=\frac{11566135}{55296}\right)m^6 \\ +\left\{\begin{array}{l} -\frac{45195}{256}-\frac{6945}{256}-\frac{1099}{6}-\frac{95}{2}-\frac{320}{3}-\frac{95}{2}+\frac{15585}{1024} \\ +\frac{514148}{1024}+\frac{317}{48}+\frac{19}{16}+\frac{21063}{16}+\frac{8379}{16}=\frac{341131}{192} \end{array}\right\} m^4\varepsilon'^2 \\ +\left(\frac{45}{8}+18=\frac{189}{8}\right)m^4(\varepsilon'^2-E'^2) \end{array}\right\}$$

$$c'mv \quad \varepsilon' \left\{\begin{array}{l} -\left(\frac{1750331}{768}-\frac{498599}{10368}=\frac{46261739}{20736}\right)m^7 \\ +\left\{\begin{array}{l} -\frac{31544538}{32768}-\frac{9609}{8}+\frac{399}{2}-\frac{21066509}{8192}+\frac{1886361}{2048} \\ +\frac{14211}{128}+\frac{23625}{128}-\frac{1054461}{1024}+\frac{73449}{256}+\frac{567}{32} \\ -\frac{40998157}{589824}+\frac{1475}{36}-\frac{19}{4}+\frac{3119}{512}-\frac{1389}{256}-\frac{81}{64} \\ -\frac{102435629}{147456}-\frac{1416863}{12288}-\frac{2818}{256}-\frac{10125}{512}=-\frac{2900176723}{589824} \end{array}\right\} m^5e^2 \end{array}\right\}$$

$$-c'mv \quad \varepsilon' \left\{\begin{array}{l} \left(-\frac{7058371}{20736}-\frac{3490198}{10368}=-\frac{14038757}{20736}\right)m^7 \\ +\left\{\begin{array}{l} \frac{2416904081}{294912}+\frac{7121}{72}-\frac{19}{2}+\frac{2681835721}{73728}+\frac{117}{128} \\ +\frac{28391557}{6144}-\frac{10125}{128}+\frac{362621}{1024}-\frac{15585}{256}-\frac{81}{32} \\ +\frac{286987099}{589824}-\frac{10325}{36}+\frac{1197}{4}-\frac{21833}{512}+\frac{29169}{256}+\frac{1701}{64} \\ +\frac{717049403}{147456}+\frac{9918041}{4096}+\frac{48573}{256}+\frac{212625}{512}=\frac{34197476321}{589824} \end{array}\right\} m^5e^2 \end{array}\right\}$$

$$c v + c'mv \quad e\varepsilon' \left\{\frac{21066509}{16384}+\frac{9609}{8}-\frac{3009}{8}-\frac{63}{4}+\frac{102435629}{294912}-\frac{1475}{36}+\frac{32}{3}+\frac{9}{8}=\frac{711681681}{294912}\right\} m^5$$

$$\begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix} -(cv+c'mv) \quad e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\frac{862621}{2048} - \frac{2171}{72} - \frac{817}{24} + \frac{21833}{1024} \\ -\frac{9}{4} + \frac{10325}{36} + 224 + \frac{189}{8} = \frac{6139325}{18432} \end{array} \right\} m^5$$

$$cv - c'mv \quad e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\frac{2681835721}{147456} - \frac{2171}{72} + \frac{817}{24} - \frac{717049403}{294912} \\ +\frac{9}{4} + \frac{10325}{36} - 224 - \frac{189}{8} = -\frac{6073499597}{294912} \end{array} \right\} m^5$$

$$-(cv - c'mv) \quad e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \frac{1054461}{2048} + \frac{9609}{8} + \frac{3009}{8} + \frac{63}{4} \\ -\frac{3119}{1024} - \frac{1475}{36} - \frac{32}{3} - \frac{9}{8} = \frac{37823639}{18432} \end{array} \right\} m^5$$

$$cv + 2c'mv \quad e\varepsilon'^2 \left\{ -\frac{43653}{256} + 51 + \frac{4737}{128} - \frac{21}{2} = -\frac{23811}{256} \right\} m^4$$

$$-(cv + 2c'mv) \quad e\varepsilon'^2 \left(\frac{459}{16} - \frac{21}{2} - \frac{189}{32} + 51 = \frac{2025}{32} \right\} m^4$$

$$-2Ev \quad \left(\frac{43231}{2400} m^6 \right)$$

$$-(2Ev - cv) \quad e \left\{ \frac{44262989}{1228800} - \frac{43231}{1200} + \frac{1053}{80} = \frac{646741}{49152} \right\} m^6$$

$$2Ev - 2cv \quad e^2 \left(-\frac{338261}{384} m^6 \right)$$

$$-(2Ev - 2cv) \quad e^2 \left\{ \begin{array}{l} -\frac{2523227863}{819200} - \frac{44262989}{614400} + \frac{585653}{10240} + \frac{675}{128} \\ + \frac{43231}{960} - \frac{20007}{640} + 3 = -\frac{1510400309}{491520} \end{array} \right\} m^6$$

$$2Ev - 2c'mv \quad \varepsilon'^2 \left\{ \frac{27}{4} + \frac{63}{4} = \frac{45}{2} \right\} m^4$$

$$2Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ \frac{79208185}{16384} + 1543 + \frac{1755}{8} - \frac{27}{4} = \frac{107972345}{16384} \right\} m^5$$

$$-(2Ev - c'mv - cv) \quad e\varepsilon' \left\{ \frac{4401509}{24576} - \frac{7371}{64} + 21 - \frac{585653}{40960} + \frac{1053}{160} - \frac{3}{4} = \frac{939529}{12288} \right\} m^5$$

$$2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ -\frac{251870665}{16384} + 1543 + \frac{1755}{8} - \frac{27}{4} = -\frac{223106505}{16384} \right\} m^5$$

$$-(2Ev + c'mv - cv) \quad e\varepsilon' \left\{ \frac{4971483}{40960} + \frac{3159}{320} - 3 + \frac{4099571}{40960} - \frac{7371}{160} + \frac{63}{4} = \frac{811067}{4096} \right\} m^5$$

$$2Ev - 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{7191}{256} - \frac{27}{2} + \frac{16569}{128} - \frac{63}{2} = \frac{28809}{256} \right) m^4 \\ + \left(\frac{9099}{64} - \frac{27}{2} + \frac{866093}{512} - \frac{189}{4} = \frac{407781}{512} \right) m^5 \end{array} \right\}.$$

$$-(2Ev - 2c'mv - cv) \quad e\varepsilon'^2 \left(\frac{18825}{256} m^3 \right)$$

$$4Ev - 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2 \left\{ -\frac{765}{32} - \frac{735}{16} - \frac{765}{16} = -\frac{3765}{32} \right\} m .$$

Produits partiels de $15q.\frac{(a'u')^3}{u_1^4} \begin{smallmatrix}sin\\cos\end{smallmatrix} (2v-2v').\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$ (*)

Multiplicateur .... $2 \begin{smallmatrix}sin\\cos\end{smallmatrix} 2Ev \left(\frac{15}{2}+15.e^2\right)$

Produit $\begin{smallmatrix}sin\\cos\end{smallmatrix}$

$2Ev$	$\left(\frac{1455}{8}m^6\right)$
$2Ev-cv$	$e\left(\frac{20481785}{12288}m^6\right)$
$2Ev-2cv$	$e^2\left(\frac{7354083}{98304}m^6\right)$
$2Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{5773395}{2048}m^5\right)$
$2Ev-c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{6684065}{6144}m^5\right)$
$0v$	$\left(-\frac{1425}{8}m^5\varepsilon'^2-\frac{227835}{256}m^3e^2\varepsilon'^2\right)$
$2Ev-2c'mv-cv$	$e\varepsilon'^2\left(\frac{3585}{64}m^3\right)$
cv	$e\left(-\frac{29355}{512}m^6+\frac{12465}{32}m^4\varepsilon'^2\right)$
$-cv$	$e\left(-\frac{26685}{512}m^6-\frac{4005}{8}m^4\varepsilon'^2\right)$
$-c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{1956671}{768}m^7-\frac{206568375}{16384}m^5e^2-\frac{285}{4}m^5e^2\right)$
$c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{1864373}{768}m^7+\frac{425850795}{16384}m^5e^2-\frac{285}{4}m^5e^2\right)$
$cv-c'mv$	$e\varepsilon'\left(\frac{3567525}{2048}m^5\right)$
$cv+c'mv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{1399395}{2048}m^5\right)$
$-(cv+c'mv)$	$e\varepsilon'\left(-\frac{485045}{512}m^5\right)$
$-(cv-c'mv)$	$e\varepsilon'\left(\frac{774885}{512}m^5\right)$
$-2Ev$	$\left(\frac{1455}{16}m^6\right)$
$-(2Ev-cv)$	$e\left(\frac{22154345}{12288}m^6\right)$
$-(2Ev-2cv)$	$e^2\left(\frac{86563927585}{8145728}m^6\right)$
$-(2Ev+c'mv-cv)$	$e\varepsilon'\left(\frac{545835}{2048}m^5\right)$
$-(2Ev-c'mv-cv)$	$e\varepsilon'\left(\frac{24602345}{6144}m^5\right)$

(*) On prendra les termes du facteur $\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$ dans les pages 511-516, 636-637 de ce volume; et dans les pages 770-774 du second volume.

Multiplicateur . . . . $2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev - cv \quad e\left(-15 - 15.m - \frac{45}{4}m^3\right)$

Produit		
$^{\sin}_{\cos} - cv$	e	$\left(\frac{15}{2}m^6 + \frac{135}{2}m^4\varepsilon'^2\right)$
ov		$\left(-\frac{45}{4}m^3e^2\varepsilon'^2\right)$
$-(cv + c'mv)$	$e\varepsilon'$	$\left(\frac{285}{4}m^5 + \frac{45}{2}m^5\right)$
$-(cv' - c'mv)$	$e\varepsilon'$	$\left(\frac{285}{4}m^5 + \frac{45}{2}m^5\right)$
$-c'mv$	ε'	$\left(-\frac{8567525}{1024}m^5e^2 - \frac{4635}{32}m^5e^2\right)$
$c'mv$	ε'	$\left(\frac{1399395}{1024}m^5e^2 + \frac{6705}{16}m^5e^2\right)$
$2Ev - cv$	e	$\left(-\frac{1455}{4}m^6 - 95.m^6\right)$
$2Ev - 2cv$	e^2	$\left(-\frac{20481785}{6144}m^6 - \frac{450485}{512}m^6 - \frac{675}{32}m^6\right)$
$2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'$	$\left(-380.m^5 - 45.m^5\right)$
$2Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'$	$\left(-380.m^5 - 45.m^5\right)$

Multiplicateur . . . . $2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev + cv \quad e\left(-15 + 15.m + \frac{45}{4}m^3\right)$

Produit		
$^{\sin}_{\cos}\ cv$	e	$\left(\frac{15}{2}m^6 + \frac{135}{2}m^4\varepsilon'^2\right)$
ov		$\left(\frac{135}{2}m^3e^2\varepsilon'^2\right)$
$cv - c'mv$	$e\varepsilon'$	$\left(\frac{285}{4}m^5 - \frac{45}{2}m^5\right)$
$cv + c'mv$	$e\varepsilon'$	$\left(\frac{285}{4}m^5 - \frac{45}{2}m^5\right)$
$-c'mv$	ε'	$\left(\frac{435045}{256}m^5e^2 - \frac{18635}{64}m^5e^2\right)$
$c'mv$	ε'	$\left(-\frac{774885}{256}m^5e^2 + \frac{22455}{64}m^5e^2\right)$
$-(2Ev - cv)$	e	$\left(-\frac{1455}{8}m^6 + \frac{95}{2}m^6\right)$
$-(2Ev - 2cv)$	e^2	$\left(-\frac{22154345}{6144}m^6 + \frac{493685}{512}m^6 + \frac{675}{32}m^6\right)$
$-(2Ev + c'mv - cv)$	$e\varepsilon'$	$\left(\frac{285}{8}m^5 - \frac{15}{2}m^5\right)$
$-(2Ev - c'mv - cv)$	$e\varepsilon'$	$\left(-\frac{3325}{8}m^5 + \frac{105}{2}m^5\right)$

$$\text{Multiplicateur} \; \ldots \; 2\,{}^{\sin}_{\cos}\, 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{15}{4}\right)$$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll}
{}^{\sin}_{\cos} & 2Ev + c'mv - cv & e\varepsilon'\left(-\frac{450485}{2048}m^5\right) \\
& c'mv & \varepsilon'\left(\frac{1818}{128}m^4 + \frac{118125}{2048}m^5 e^2\right) \\
& cv + c'mv & e\varepsilon'\left(\frac{1125}{256}m^5\right) \\
& -(cv - c'mv) & e\varepsilon'\left(\frac{225}{64}m^5\right) \\
& ov & \left(\frac{285}{16}m^5\varepsilon'^2 + \frac{245835}{2048}m^3 e^2 \varepsilon'^2\right) \\
& cv & e\left(-\frac{4635}{128}m^4\varepsilon'^2\right) \\
& -cv & e\left(\frac{13635}{256}m^4\varepsilon'^2\right) \\
& -(2Ev - c'mv - cv) & e\varepsilon'\left(-\frac{493685}{2048}m^5\right)
\end{array}\right.$$

$$\text{Multiplicateur} \; \ldots \; 2\,{}^{\sin}_{\cos}\, 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{105}{4}\right)$$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll}
{}^{\sin}_{\cos} & 2Ev - 2c'mv - cv & e\varepsilon'^2\left(\frac{5775}{64}m^3\right) \\
& 2Ev - c'mv - cv & e\varepsilon'\left(\frac{8153395}{2048}m^5\right) \\
& -c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{12691}{128}m^7 - \frac{826875}{2048}m^5 e^2\right) \\
& cv - c'mv & e\varepsilon'\left(-\frac{7875}{256}m^5\right) \\
& -(cv + c'mv) & e\varepsilon'\left(-\frac{1575}{64}m^5\right) \\
& ov & \left(-\frac{1995}{16}m^5\varepsilon'^2 + \frac{2457945}{2048}m^3 e^2 \varepsilon'^2\right) \\
& cv & e\left(-\frac{46935}{64}m^4\varepsilon'^2\right) \\
& -cv & e\left(\frac{157185}{256}m^4\varepsilon'^2\right) \\
& -(2Ev + c'mv - cv) & e\varepsilon'\left(\frac{3455795}{2048}m^5\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . . $2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+c'mv+cv \quad e\epsilon'\left(\frac{15}{2}-\frac{15}{4}m\right)$

Produit		
$^{\sin}_{\cos}$	$c'mv$	$\epsilon'\left(-\frac{225}{32}m^5e^2\right)$
	ov	$\left(-\frac{135}{16}m^3e^2\epsilon'^2\right)$
	cv	$e\left(-\frac{45}{4}m^4\epsilon'^2\right)$
	$-(2Ev-c'mv-cv)$	$e\epsilon'\left(\frac{95}{4}m^5-\frac{15}{8}m^5\right)$

Multiplicateur . . . . $2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-c'mv+cv \quad e\epsilon'\left(-\frac{105}{2}+\frac{315}{4}m\right)$

Produit		
$^{\sin}_{\cos}$	$-c'mv$	$\epsilon'\left(\frac{1575}{32}m^5e^2\right)$
	ov	$\left(-\frac{945}{16}m^3e^2\epsilon'^2\right)$
	cv	$e\left(\frac{315}{4}m^4\epsilon'^2\right)$
	$-(2Ev+c'mv-cv)$	$e\epsilon'\left(-\frac{665}{4}m^5+\frac{315}{8}m^5\right)$

Multiplicateur . . . . $2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+c'mv-cv \quad e\epsilon'\left(\frac{15}{2}+\frac{15}{4}m\right)$

Produit		
$^{\sin}_{\cos}$	$2Ev+c'mv-cv$	$e\epsilon'\left(\frac{15}{4}m^5+\frac{95}{2}m^5\right)$
	$-cv$	$e\left(-\frac{45}{4}m^4\epsilon'^2\right)$
	$c'mv$	$\epsilon'\left(-\frac{1125}{128}m^5e^2\right)$
	ov	$\left(-\frac{405}{32}m^3e^2\epsilon'^2\right)$

Multiplicateur . . . . $2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-c'mv-cv \quad e\epsilon'\left(-\frac{105}{2}-\frac{315}{4}m\right)$

Produit		
$^{\sin}_{\cos}$	$2Ev-c'mv-cv$	$e\epsilon'\left(-\frac{315}{4}m^5-\frac{665}{2}m^5\right)$
	$-cv$	$e\left(\frac{315}{4}m^4\epsilon'^2\right)$
	$-c'mv$	$\epsilon'\left(\frac{7875}{128}m^5e^2\right)$
	ov	$\left(\frac{6615}{32}m^3e^2\epsilon'^2\right)$

Multiplicateur . . . . $2 \begin{smallmatrix} \sin \\ \cos \end{smallmatrix} 2Ev + 2cv \quad e^2 \left(\frac{75}{4} - \frac{285}{8} m + 15 . m^2 \right)$

Produit $\left\{ \begin{smallmatrix} \sin \\ \cos \end{smallmatrix} - (2Ev - 2cv) \quad e^2 \left(\frac{15}{2} m^4 - \frac{1805}{16} m^5 + \frac{7275}{32} m^6 \right) \right.$

Multiplicateur . . . . $2 \begin{smallmatrix} \sin \\ \cos \end{smallmatrix} 2Ev - 2cv \quad e^2 \left(\frac{75}{4} + \frac{285}{8} m + 15 . m^2 \right)$

Produit $\left\{ \begin{smallmatrix} \sin \\ \cos \end{smallmatrix} 2Ev - 2cv \quad e^2 \left(15 . m^4 + \frac{1805}{8} m^5 + \frac{7275}{16} m^6 \right) . \right.$

La réunion de ces produits partiels donne

$$(b) \ldots\ldots 15 q \frac{(a'u')^3}{u_1^4} \begin{smallmatrix} \sin \\ \cos \end{smallmatrix} (2v - 2v') . \left(\frac{\delta u}{u_1} \right)^2 =$$

$$\begin{smallmatrix} \sin \\ \cos \end{smallmatrix} \quad 0v \quad \left\{ \begin{array}{l} - \left(\frac{1425}{8} - \frac{285}{16} + \frac{1995}{16} = 285 \right) m^5 \varepsilon'^2 \\ + \left\{ \begin{array}{l} - \frac{227835}{256} - \frac{45}{4} + \frac{135}{2} + \frac{245835}{2048} + \frac{2457945}{2048} \\ - \frac{135}{16} - \frac{945}{16} - \frac{405}{32} + \frac{6615}{32} = \frac{313875}{512} \end{array} \right\} m^3 e^2 \varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$cv \quad e \left\{ \begin{array}{l} - \left(\frac{29355}{512} - \frac{15}{2} = \frac{25515}{512} \right) m^6 \\ + \left(\frac{12465}{32} + \frac{135}{2} - \frac{4635}{128} - \frac{46935}{64} - \frac{45}{4} + \frac{315}{4} = - \frac{31365}{128} \right) m^4 \varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$-cv \quad e \left\{ \begin{array}{l} - \left(\frac{26685}{512} - \frac{15}{2} = \frac{22845}{512} \right) m^6 \\ + \left(\frac{135}{2} - \frac{4005}{8} + \frac{13635}{256} + \frac{157185}{256} - \frac{45}{4} + \frac{315}{4} = \frac{19305}{64} \right) m^4 \varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{1864373}{768} + \frac{1813}{128} = \frac{1875251}{768} \right) m^7 \\ + \left\{ \begin{array}{l} \frac{425850795}{16384} - \frac{285}{4} + \frac{1399395}{1024} + \frac{6705}{16} - \frac{774885}{256} \\ + \frac{22455}{64} + \frac{118125}{2048} - \frac{225}{32} - \frac{1125}{128} = \frac{410781315}{16384} \end{array} \right\} m^5 e^2 \end{array} \right\}$$

$$\begin{matrix}\sin \\ \cos\end{matrix} -c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{1956671}{768} - \frac{12691}{128} = \frac{1830525}{768} \right) m^7 \\ + \left\{ \begin{array}{l} - \frac{206568375}{16384} - \frac{285}{4} - \frac{3567525}{1024} - \frac{4635}{32} + \frac{435045}{256} \\ - \frac{13635}{64} - \frac{826875}{2048} + \frac{1575}{32} + \frac{7875}{128} = - \frac{247637535}{16384} \end{array} \right\} m^5 e^2 \end{array} \right\}$$

$$cv + c'mv \quad e\varepsilon' \left\{ - \frac{1399395}{2048} + \frac{285}{4} - \frac{45}{2} + \frac{1125}{256} = - \frac{1290555}{2048} \right\} m^5$$

$$-(cv + c'mv) \quad e\varepsilon' \left\{ - \frac{435045}{512} + \frac{285}{4} + \frac{45}{2} - \frac{1575}{64} = - \frac{399645}{512} \right\} m^5$$

$$cv - c'mv \quad e\varepsilon' \left\{ \frac{3567525}{2048} + \frac{285}{4} - \frac{45}{2} - \frac{7875}{256} = \frac{3604365}{2048} \right\} m^5$$

$$-(cv - c'mv) \quad e\varepsilon' \left\{ \frac{774885}{512} + \frac{285}{4} + \frac{45}{2} + \frac{225}{64} = \frac{824685}{512} \right\} m^5$$

$$2Ev \quad \left(\frac{1455}{8} m^6 \right)$$

$$-2Ev \quad \left(\frac{1455}{16} m^6 \right)$$

$$2Ev - cv \quad e \left\{ \frac{20481785}{12288} - \frac{1455}{4} - 95 = \frac{14814665}{12288} \right\} m^6$$

$$-(2Ev - cv) \quad e \left\{ \frac{22154345}{12288} - \frac{1455}{8} + \frac{95}{2} = \frac{20503145}{12288} \right\} m^6$$

$$2Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{2451361}{32768} - \frac{20481785}{6144} - \frac{450485}{512} - \frac{675}{32} \\ + 15 + \frac{1805}{8} + \frac{7275}{16} = - \frac{340569197}{98304} \end{array} \right\} m^6$$

$$-(2Ev - 2cv) \quad e^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{36563927585}{3145728} - \frac{22154345}{6144} + \frac{493685}{512} + \frac{675}{32} \\ + \frac{15}{2} - \frac{1805}{16} + \frac{7275}{32} = \frac{28704335905}{3145728} \end{array} \right\} m^6$$

$$2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ \frac{5773395}{2048} - 380 - 45 - \frac{450485}{2048} + \frac{15}{4} + \frac{95}{2} = \frac{2278785}{1024} \right\} m^5$$

$$-(2Ev + c'mv - cv) \quad e\varepsilon' \left\{ \frac{545835}{2048} + \frac{285}{8} - \frac{15}{2} + \frac{3455795}{2048} - \frac{665}{4} + \frac{315}{8} = \frac{1899695}{1024} \right\} m^5$$

$$2Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ \frac{6684065}{6144} - 380 - 45 + \frac{3153395}{2048} - \frac{315}{4} - \frac{665}{2} = \frac{5503165}{3072} \right\} m^5$$

$$-(2Ev - c'mv - cv) \quad e\varepsilon' \left\{ \frac{24602345}{6144} - \frac{3325}{8} + \frac{105}{2} - \frac{493685}{2048} + \frac{95}{4} - \frac{15}{8} = \frac{10512325}{3072} \right\} m^5$$

$$2Ev - 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2 \left\{ \frac{3585}{64} + \frac{5775}{64} = \frac{585}{4} \right\} m^3.$$

Produits partiels de $-30q\,\frac{(a'u')^3}{u_1^4}\,{}^{\sin}_{\cos}(2v-2v').\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$.

On prendra les termes du facteur $\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$ dans les pages 523-525, 638, 639.

Multiplicateur		Produit
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev\ (-15)\ldots$	${}^{\sin}_{\cos}\ 2Ev-c'mv-cv$	$e\epsilon'\left(\frac{2835}{32}m^5\right)$
	$2Ev+c'mv-cv$	$e\epsilon'\left(\frac{1215}{32}m^5\right)$
	$2Ev-2cv$	$e\left(\frac{4365}{512}m^6\right)$
	$-cv$	$e\left(-\frac{25425}{128}m^6\right)$
	cv	$e\left(-\frac{27855}{64}m^6\right)$
	$-c'mv$	$\epsilon'\left(-\frac{11115}{32}m^7-\frac{1309725}{1024}m^5e^2\right)$
	$c'mv$	$\epsilon'\left(-\frac{26505}{32}m^7-\frac{5233275}{1024}m^5e^2\right)$
	$-(cv+c'mv)$	$e\epsilon'\left(-\frac{225}{8}m^5\right)$
	$cv+c'mv$	$e\epsilon'\left(-225.m^5\right)$
	$-(cv-c'mv)$	$e\epsilon'\left(-\frac{2025}{16}m^5\right)$
	$cv-c'mv$	$e\epsilon'\left(-\frac{675}{8}m^5\right)$
	$-(2Ev-2cv)$	$e^3\left(\frac{44865}{1024}m^6\right)$
	$-(2Ev+c'mv-cv)$	$e\epsilon'\left(\frac{405}{8}m^5\right)$
	$-(2Ev-c'mv-cv)$	$e\epsilon'\left(\frac{1215}{16}m^5\right)$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-cv\quad e(30)\ldots$	${}^{\sin}_{\cos}\ -cv$	$e\left(\frac{45}{2}m^6\right)$
	$c'mv$	$\epsilon'\left(450.m^5e^2\right)$
	$-c'mv$	$\epsilon'\left(\frac{675}{4}m^5e^2\right)$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+cv \quad e\left(\;30\right)\ldots\left\{\begin{array}{lll} {}^{\sin}_{\cos}\;\; cv & & e\left(\;\frac{45}{2}\;m^6\right) \\ -c'mv & & \varepsilon'\left(\;\frac{225}{4}\,m^5e^2\right) \\ \;\;c'mv & & \varepsilon'\left(\;\frac{2025}{8}\,m^5e^2\right) \end{array}\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+c'mv \quad \varepsilon'\left(\;\frac{15}{2}\right)\ldots\left\{\begin{array}{lll} {}^{\sin}_{\cos}\;\; c'mv & & \varepsilon'\left(\;\frac{855}{16}\,m^7+\frac{108675}{256}\,m^5e^2\right) \\ -(cv-c'mv) & & e\varepsilon'\left(\;\frac{675}{64}\,m^5\right) \\ \;\;cv+c'mv & & e\varepsilon'\left(\;\frac{675}{32}\,m^5\right) \end{array}\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{105}{2}\right)\ldots\left\{\begin{array}{lll} {}^{\sin}_{\cos}-c'mv & & \varepsilon'\left(-\frac{5985}{16}\,m^7-\frac{760725}{256}\,m^5e^2\right) \\ -(cv+c'mv) & & e\varepsilon'\left(-\frac{4725}{64}\,m^5\right) \\ \;\;cv-c'mv & & e\varepsilon'\left(-\frac{4725}{32}\,m^5\right) \end{array}\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+c'mv+cv \quad e\varepsilon'\left(-\,15\right)\ldots\ldots\left\{{}^{\sin}_{\cos}\;\; c'mv \quad \varepsilon'\left(-\,\frac{675}{32}\,m^5e^2\right)\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-c'mv+cv \quad e\varepsilon'\left(\;105\right)\ldots\ldots\left\{{}^{\sin}_{\cos}-c'mv \quad \varepsilon'\left(\;\frac{4725}{32}\,m^5e^2\right)\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left(-\,15\right)\ldots\ldots\left\{{}^{\sin}_{\cos}\;\; c'mv \quad \varepsilon'\left(-\,\frac{675}{16}\,m^5e^2\right)\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left(\;105\right)\ldots\ldots\left\{{}^{\sin}_{\cos}-c'mv \quad \varepsilon'\left(\;\frac{4725}{16}\,m^5e^2\right).\right.$$

La réunion de ces produits partiels donne

$$(c)\;\ldots\ldots\; -30\,q\,\frac{(a'u')^3}{u_1^4}\,{}^{\sin}_{\cos}(2v-2v').\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^3=$$

$${}^{\sin}_{\cos}\quad cv \qquad e\left\{-\frac{27855}{64}+\frac{45}{2}=-\frac{26415}{64}\right\}m^6$$

$$-cv \qquad e\left\{-\frac{25425}{128}+\frac{45}{2}=-\frac{22545}{128}\right\}m^6$$

$$\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\quad c'mv\quad e'\left\{\begin{matrix}-\left(\frac{26505}{32}-\frac{855}{16}=\frac{24795}{32}\right)m^7\\ -\left(\frac{5233275}{1024}-\frac{2025}{8}-\frac{108675}{256}+\frac{675}{32}+\frac{675}{16}-450=\frac{4143875}{1024}\right)m^5e^2\end{matrix}\right\}$$

$$-c'mv\quad e'\left\{\begin{matrix}-\left(\frac{11115}{32}+\frac{5985}{16}=\frac{23085}{32}\right)m^7\\ -\left(\frac{1309725}{1024}-\frac{675}{4}-\frac{225}{4}+\frac{760725}{256}-\frac{4725}{32}-\frac{4725}{16}=\frac{3668625}{1024}\right)m^5e^2\end{matrix}\right\}$$

$$cv+c'mv \qquad ee'\left\{-225+\frac{675}{32}=-\frac{6525}{32}\right\}m^5$$

$$-(cv+c'mv) \qquad ee'\left\{-\frac{225}{8}-\frac{4725}{64}=-\frac{6525}{64}\right\}m^5$$

$$cv-c'mv \qquad ee'\left\{-\frac{675}{8}-\frac{4725}{32}=-\frac{7425}{32}\right\}m^5$$

$$-(cv-c'mv) \qquad ee'\left\{-\frac{2025}{16}+\frac{675}{64}=-\frac{7425}{64}\right\}m^5$$

$$2Ev-2cv \qquad e^2\left(\frac{4365}{512}m^6\right)$$

$$-(2Ev-2cv) \qquad e^2\left(\frac{44865}{1024}m^6\right)$$

$$2Ev+c'mv-cv \qquad ee'\left(\frac{1215}{32}m^5\right)$$

$$-(2Ev+c'mv-cv) \qquad ee'\left(\frac{405}{8}m^5\right)$$

$$2Ev-c'mv-cv \qquad ee'\left(\frac{2835}{32}m^5\right)$$

$$-(2Ev-c'mv-cv) \qquad ee'\left(\frac{1215}{16}m^5\right).$$

Il est clair qu'on a

$$(d)\ \ldots\ldots\ \frac{105}{2}q\frac{(a'u')^3}{u_1^4}\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}(2v-2v')\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^4=2\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}2Ev\ \left(\frac{105}{4}\right).\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^4$$

$$=\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\ 2Ev-2cv\quad e^2\left(\frac{70875}{1024}m^6\right)+\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}-(2Ev-2cv)\quad e^2\left(\frac{70875}{512}m^6\right);$$

en observant que la valeur de $\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^4$ se trouve préparée dans la page 639.

Produits partiels de $\delta . [(\alpha' u')^3 {}^{sin}_{cos} (2v - 2v')]$.

On prendra les termes du facteur δnt dans les pages 838-846 du second volume, et dans les pages 567-572 de celui-ci.

Multiplicateur.... $-2 {}^{cos}_{sin} - 2Ev \left(m - \frac{5}{2} m \varepsilon'^2 - 4 . m^3 e^2 \right)$

Produit

$\begin{matrix} sin \\ cos \end{matrix}$ $2Ev - 2c'mv$	ε'^2	$\left(\frac{9}{4} m^2 \right)$
$2Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'$	$\left(\frac{2061269}{2048} m^5 \right)$
$2Ev - 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'$	$\left(\frac{27}{16} m^2 + \frac{1389}{128} m^3 \right)$
$2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'$	$\left(- \frac{3599473}{2048} m^5 \right)$
$2Ev - 2cv$	e^2	$\left(\frac{2204925}{8192} m^6 \right)$
$0v$		$\left(- \frac{2855}{108} m^6 + \frac{5491}{144} m^5 \varepsilon'^2 - \frac{1035}{64} m^3 e^2 \varepsilon'^2 + \frac{4465}{144} m^5 \varepsilon'^2 - \frac{3015}{128} m^3 e^2 \varepsilon'^2 \right)$
$2Ev - cv$	e	$\left(\frac{1859971}{6144} m^6 \right)$ (*)
cv	e	$\left(- \frac{43889975}{73728} m^6 - \frac{133123}{512} m^4 \varepsilon'^2 + \frac{86735}{512} m^4 \varepsilon'^2 \right)$
$-cv$	e	$\left(\frac{204989}{13824} m^6 - \frac{1027}{48} m^4 \varepsilon'^2 - \frac{595}{48} m^4 \varepsilon'^2 \right)$
$cv + 2c'mv$	$e\varepsilon'^2$	$\left(- \frac{255}{16} m^2 \right)$
$-c'mv$	ε'	$\left(\frac{4777597}{165888} m^7 + \frac{9092489}{12288} m^5 e^2 - \frac{11}{4} m^5 e^2 \right)$
$c'mv$	ε'	$\left(- \frac{6303041}{6144} m^7 + \frac{3180593}{4096} m^5 e^2 + \frac{77}{4} m^5 e^2 \right)$

+

(*) Le coefficient de $e \sin cv$ qu'on voit dans la page 838 du secood volume ne contient pas le terme multiplié par m^5: mais il est facile de le déduire du terme, $\cos cv \; e \left(- \frac{1801651}{6144} m^5 \right)$, appartenant à l'expression de Y posée dans la page 550 de ce volume. Car, en ayant sous les yeux cette page et la page 823 du second volume, il est évident qu'on a

$$\frac{d . \delta nt}{dv} = \cos cv \; e \left(\frac{405}{32} m^3 + \frac{8239}{128} m^4 + \frac{1801651}{6144} m^5 \right);$$

d'où on tire le terme

$$\delta nt = \sin cv \; e \left\{ \frac{1801651}{6144} + \frac{1215}{128} = \frac{1859971}{6144} \right\} m^5.$$

Produit

$\frac{\sin}{\cos}$ $cv-c'mv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{9865567}{6144}m^5\right)$
$cv+c'mv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{1672603}{2048}m^5\right)$
$-(cv+c'mv)$	$e\varepsilon'\left(-\frac{33131}{1152}m^5\right)$
$-(cv-c'mv)$	$e\varepsilon'\left(\frac{18625}{128}m^5\right)$
$-2Ev$	$\left(\frac{1991}{320}m^6\right)$
$-(2Ev-cv)$	$e\left(\frac{250159}{2560}m^6\right)$
$-(2Ev-2cv)$	$e^2\left(\frac{10519499}{40960}m^6\right)$
$-(2Ev+c'mv-cv)$	$e\varepsilon'\left(-\frac{4339}{256}m^5\right)$
$-(2Ev-c'mv-cv)$	$e\varepsilon'\left(\frac{122869}{768}m^5\right)$

Multiplicateur.... $-2\frac{\cos}{\sin}-(2Ev-cv)\quad e\left(-2.m^2+5.m^2\varepsilon'^2-\frac{3}{2}m^4\right)$

Produit

$\frac{\sin}{\cos}$ $-cv$	$e\left(\frac{893}{36}m^6-\frac{55}{8}m^4\varepsilon'^2-\frac{55}{8}m^4\varepsilon'^2+\frac{33}{16}m^6\right)$
ov	$\left(-\frac{75}{4}m^3e^2\varepsilon'^2-\frac{75}{4}m^3e^2\varepsilon'^2\right)$
$-(cv+c'mv)$	$e\varepsilon'\left(-\frac{59}{24}m^5\right)$
$-(cv-c'mv)$	$e\varepsilon'\left(\frac{413}{8}m^5\right)$
$-c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{18913}{64}m^5e^2-\frac{45}{8}m^5e^2\right)$
$c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{32691}{64}m^5e^2+\frac{105}{8}m^5e^2\right)$
$2Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{735}{8}m^5+\frac{9}{2}m^5\right)$
$2Ev-c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{735}{8}m^5-\frac{9}{2}m^5\right)$
$2Ev-2cv$	$e^2\left(-\frac{8923}{64}m^6\right)$ (*)
$2Ev-2c'mv-cv$	$e\varepsilon'^2\left(-\frac{9}{2}m^5\right)$

(*) Voyez page 428.

Multiplicateur.... $-2\,{}^{\cos}_{\sin}-(2Ev+cv)\quad e\left(2.m^2-5.m^2\varepsilon'^2+\frac{3}{2}m^4\right)$

Produit		
$^{\sin}_{\cos}$	cv	$e\left(-\frac{893}{36}m^6+\frac{55}{8}m^4\varepsilon'^2+\frac{55}{8}m^4\varepsilon'^2-\frac{33}{16}m^6\right)$
	$cv-c'mv$	$e\varepsilon'\left(\frac{59}{24}m^5\right)$
	$cv+c'mv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{413}{8}m^5\right)$
	$-c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{335}{48}m^5e^2\right)$
	$c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{905}{16}m^5e^2\right)$
	$-(2Ev-cv)$	$e\left(\frac{283}{128}m^6\right)$
	$-(2Ev-2cv)$	$e^2\left(\frac{369}{8}m^6\right)$

Multiplicateur.... $-2\,{}^{\cos}_{\sin}-(2Ev+c'mv)\quad \varepsilon'\left(-\frac{m}{4}\right)$

Produit		
$^{\sin}_{\cos}$	$2Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left(-\overset{(*)}{\frac{8923}{512}}m^5\right)$ (*) Voyez p. 428.
	$c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{4133959}{331776}m^7-\frac{1185143}{49152}m^5e^2\right)$
	$cv+c'mv$	$e\varepsilon'\left(\frac{671197}{12288}m^5\right)$
	$-(cv-c'mv)$	$e\varepsilon'\left(-\frac{6461}{2304}m^5\right)$
	$0v$	$\left(-\frac{29}{2304}m^5\varepsilon'^2+\frac{99}{256}m^3e^2\varepsilon'^2\right)$
	cv	$e\left(\frac{18913}{512}m^4\varepsilon'^2\right)$
	$-cv$	$e\left(\frac{335}{384}m^4\varepsilon'^2\right)$
	$cv+2c'mv$	$e\varepsilon'^2\left(\frac{35}{16}m^3\right)$
	$-(2Ev-c'mv-cv)$	$e\varepsilon'\left(-\frac{369}{64}m^5\right)$

Multiplicateur . . . . $-2\,{}^{\cos}_{\sin}-(2Ev-c'mv)\ \varepsilon'\left(\frac{21}{4}m\right)$

Produit

$$\left\{\begin{array}{lll}
{}^{\sin}_{\cos}\ 2Ev-2c'mv & \varepsilon'^2\left(\frac{63}{4}m^2\right) \\
2Ev-c'mv-cv & e\varepsilon'\left(\frac{187383}{512}m^5\right) \\
2Ev-2c'mv-cv & e\varepsilon'^2\left(\frac{189}{16}m^2+\frac{13041}{128}m^3\right) \\
-c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{28937713}{110592}m^4+\frac{8296001}{16384}m^5e^2\right) \\
cv-c'mv & e\varepsilon'\left(-\frac{4705397}{4096}m^5\right) \\
-(cv+c'mv) & e\varepsilon'\left(\frac{45227}{768}m^5\right) \\
ov & \left(-\frac{147063}{256}m^5\varepsilon'^2+\frac{41643}{256}m^5e^2\varepsilon'^2\right) \\
cv & e\left(-\frac{686511}{512}m^4\varepsilon'^2\right) \\
-cv & e\left(\frac{19005}{128}m^4\varepsilon'^2\right) \\
-(2Ev+c'mv-cv) & e\varepsilon'\left(\frac{7749}{64}m^5\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur Produit

$-2\,{}^{\cos}_{\sin}-(2Ev+2cv)\ e^2\left(-\frac{3}{4}m^2\right)\ldots\left\{{}^{\sin}_{\cos}-(2Ev-2cv)\ e^2\left(-\frac{849}{1024}m^6\right)\right.$

Multiplicateur . . . . $-2\,{}^{\cos}_{\sin}-(2Ev+c'mv-cv)\ e\varepsilon'\left(\frac{m^2}{4}+\frac{3}{16}m^4\right)$

Produit

$$\left\{\begin{array}{ll}
{}^{\sin}_{\cos}-(cv-c'mv) & e\varepsilon'\left(-\frac{59}{48}m^5\right) \\
c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{17347}{1024}m^5e^2-\frac{45}{64}m^5e^2\right) \\
-cv & e\left(\frac{11}{64}m^4\varepsilon'^2\right) \\
ov & \left(\frac{15}{16}m^3e^2\varepsilon'^2\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur | Produit

$$-2\,{}^{\cos}_{\sin}-(2Ev+c'mv+cv)\;e\epsilon'\left(-\frac{m^2}{4}\right)\ldots\begin{cases} {}^{\sin}_{\cos}\quad cv+c'mv & e\epsilon'\left(\frac{59}{48}\,m^5\right)\\ c'mv & \epsilon'\left(-\frac{119}{96}\,m^5e^2\right)\\ cv & e\left(-\frac{11}{64}\,m^4\epsilon'^2\right)\end{cases}$$

$$-2\,{}^{\cos}_{\sin}-(2Ev-c'mv+cv)\;e\epsilon'\left(\frac{63}{4}m^2\right)\ldots\begin{cases} {}^{\sin}_{\cos}\quad cv-c'mv & e\epsilon'\left(-\frac{1289}{16}\,m^5\right)\\ -c'mv & \epsilon'\left(\frac{2499}{32}m^5e^2\right)\\ cv & e\left(-\frac{4851}{64}m^4\epsilon'^2\right)\end{cases}$$

Multiplicateur .... $-2\,{}^{\cos}_{\sin}-(2Ev-c'mv-cv)\;e\epsilon'\left(-\frac{63}{4}m^2-\frac{189}{16}m^4\right)$

$$\text{Produit}\begin{cases} {}^{\sin}_{\cos}\quad 2Ev-2c'mv-cv & e\epsilon'^2\left(-\frac{189}{4}\,m^3\right)\\ -(cv+c'mv) & e\epsilon'\left(\frac{1239}{16}m^5\right)\\ -c'mv & \epsilon'\left(\frac{1092861}{1024}m^5e^2+\frac{2835}{64}m^5e^2\right)\\ -cv & e\left(\frac{4851}{64}\,m^4\epsilon'^2\right)\\ 0v & \left(\frac{2205}{16}m^3e^2\epsilon'^2\right).\end{cases}$$

Le carré de δnt renferme les termes rapportés dans les pages 352, 642; et de plus les deux termes

$$(\delta nt)^2=\cos 2Ev\;\left\{\frac{33}{16}+\frac{231}{16}=\frac{33}{2}\right\}m^3\epsilon'^2+\cos 2Ev-cv\;\;e\left\{\frac{105}{4}+\frac{45}{4}=\frac{75}{2}\right\}m^2\epsilon'^2,$$

qu' on obtient, en combinant l'argument $c'mv$ avec les argumens $2Ev\pm c'mv$, $2Ev\pm c'mv-cv$. Cela posé on trouvera que le carré de δnt donne les termes suivans (Voyez aussi la page 333 du Ier volume).

Multiplicateur		Produit
	${}^{\sin}_{\cos}\ 2Ev$	$\left(-\frac{121}{64}m^6\right)$
	$2Ev-cv$	$e\left(-\frac{6143}{128}m^6\right)$
	$2Ev-2cv$	$e^2\left(\frac{7601}{256}m^6\right)$
	$2Ev-c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{605}{64}m^5\right)$
	$2Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{825}{64}m^5\right)$
	ov	$\left(-\frac{33}{2}m^5\varepsilon'^2\right)$
	cv	$e\left(-\frac{75}{2}m^4\varepsilon'^2\right)$
	$-c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{9967}{384}m^3-\frac{10845}{128}m^5e^2\right)$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev\,(-m^2)\ldots$	$c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{9967}{384}m^3+\frac{21465}{128}m^5e^2\right)$
	$cv-c'mv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{1809}{32}m^5\right)$
	$-(cv+c'mv)$	$e\varepsilon'\left(\frac{93}{32}m^5\right)$
	$cv+c'mv$	$e\varepsilon'\left(\frac{1809}{32}m^5\right)$
	$-(cv-c'mv)$	$e\varepsilon'\left(-\frac{93}{32}m^5\right)$
	$-2Ev$	$\left(\frac{121}{128}m^6\right)$
	$-(2Ev-cv)$	$e\left(\frac{5495}{128}m^6\right)$
	$-(2Ev-2cv)$	$e^2\left(\frac{444911}{1024}m^6\right)$
	$-(2Ev+c'mv-cv)$	$e\varepsilon'\left(-\frac{495}{64}m^5\right)$
	$-(2Ev-c'mv-cv)$	$e\varepsilon'\left(\frac{1925}{64}m^5\right)$

Multiplicateur	Produit
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{1}{8}m^2\right)\ldots$	${}^{\sin}_{\cos}\ 0v \quad \left(\frac{33}{64}m^5\varepsilon'^2\right)$
	$cv \quad e\left(\frac{45}{32}m^4\varepsilon'^2\right)$
	$2Ev+c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{165}{256}m^5\right)$
	$-(2Ev-c'mv-cv) \quad e\varepsilon'\left(-\frac{165}{256}m^5\right)$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{63}{8}m^2\right)\ldots$	${}^{\sin}_{\cos}\ 0v \quad \left(\frac{2079}{64}m^5\varepsilon'^2\right)$
	$cv \quad e\left(\frac{2835}{32}m^4\varepsilon'^2\right)$
	$2Ev-c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{10395}{256}m^5\right)$
	$-(2Ev+c'mv-cv) \quad e\varepsilon'\left(\frac{10395}{256}m^5\right)$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+cv \quad e\left(-2.m^3\right)\ldots$	${}^{\sin}_{\cos}-(2Ev-2cv) \quad e^2\left(\frac{165}{16}m^6\right)$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-cv \quad e\left(2.m^3\right)\ldots$	${}^{\sin}_{\cos}\ 2Ev-2cv \quad e^2\left(\frac{165}{16}m^6\right).$

La réunion de ces produits partiels donne

$$\delta\left[(a'u')^3\,{}^{\sin}_{\cos}(2v-2v')\right]=$$

$$
{}^{\sin}_{\cos}\,0v\left\{
\begin{array}{l}
-\frac{2855}{108}m^6-\left(\frac{33}{2}-\frac{4465}{144}-\frac{33}{64}-\frac{2079}{64}-\frac{5491}{144}+\frac{29}{2304}+\frac{147063}{256}=\frac{93857}{192}\right)m^5\varepsilon'^2 \\
+\left(\frac{99}{256}-\frac{1035}{64}-\frac{3015}{128}-\frac{75}{4}-\frac{75}{4}+\frac{41643}{256}+\frac{15}{16}+\frac{2205}{16}=\frac{14373}{64}\right)m^3e^2\varepsilon'^2
\end{array}
\right\}
$$

$$
cv\quad e\left\{
\begin{array}{l}
-\left(\frac{43889975}{73728}+\frac{893}{36}+\frac{33}{16}=\frac{5096767}{8192}\right)m^6 \\
-\left\{
\begin{array}{l}
\frac{133123}{512}-\frac{86735}{512}-\frac{55}{8}-\frac{55}{8}-\frac{18913}{512}+\frac{686511}{512} \\
+\ \frac{11}{64}+\frac{75}{2}+\frac{4851}{64}-\frac{45}{32}-\frac{2835}{32}=\frac{359481}{256}
\end{array}
\right\}m^4\varepsilon'^2
\end{array}
\right\}
$$

$$
-cv\quad e\left\{
\begin{array}{l}
\left(\frac{204989}{13824}+\frac{893}{36}+\frac{33}{16}=\frac{576413}{13824}\right)m^6 \\
+\left(\frac{335}{384}-\frac{1027}{48}-\frac{595}{48}-\frac{55}{8}-\frac{55}{8}+\frac{19005}{128}+\frac{11}{64}+\frac{4851}{64}=\frac{34133}{192}\right)m^4\varepsilon'^2
\end{array}
\right\}
$$

$$\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\quad c'mv \quad \varepsilon' \left\{\begin{aligned} &-\left(\frac{6303041}{6144}-\frac{4133959}{331776}+\frac{9967}{384}=\frac{344841743}{331776}\right)m^7 \\ &+\left\{\begin{aligned}&\frac{3180593}{4096}+\frac{77}{4}+\frac{32691}{64}+\frac{105}{8}+\frac{905}{16}-\frac{45}{64}\\ &-\frac{1185143}{49152}-\frac{17347}{1024}-\frac{119}{96}+\frac{21465}{128}=\frac{24591511}{16384}\end{aligned}\right\} m^5 e^2 \end{aligned}\right\}$$

$$-c'mv \quad \varepsilon' \left\{\begin{aligned} &-\left(\frac{28937713}{110592}-\frac{4777597}{165888}-\frac{9967}{384}=\frac{68646457}{331776}\right)m^7 \\ &+\left\{\begin{aligned}&\frac{9092489}{12288}-\frac{11}{4}+\frac{18918}{64}-\frac{45}{8}-\frac{335}{48}+\frac{8206001}{16384}\\ &+\frac{2499}{32}+\frac{1092861}{1024}+\frac{2885}{64}-\frac{10845}{128}=\frac{43112349}{16384}\end{aligned}\right\} m^5 e^2 \end{aligned}\right\}$$

$$cv+2c'mv \quad e\varepsilon'^2 \left\{-\frac{255}{16}+\frac{35}{16}=-\frac{55}{4}\right\} m^4$$

$$cv+c'mv \quad e\varepsilon' \left\{-\frac{1672603}{2048}-\frac{413}{8}+\frac{672197}{12288}+\frac{59}{48}+\frac{1809}{32}=-\frac{9288029}{12288}\right\} m^5$$

$$-(cv+c'mv) \quad e\varepsilon' \left\{-\frac{33131}{1152}-\frac{59}{24}+\frac{45227}{768}+\frac{1239}{16}+\frac{93}{32}=\frac{248867}{2304}\right\} m^5$$

$$cv-c'mv \quad e\varepsilon' \left\{-\frac{9865567}{6144}+\frac{59}{24}-\frac{4705397}{4096}-\frac{1239}{16}-\frac{1809}{32}=-\frac{35463271}{12288}\right\} m^5$$

$$-(cv-c'mv) \quad e\varepsilon' \left\{\frac{18625}{128}+\frac{413}{8}-\frac{6461}{2304}-\frac{59}{48}-\frac{93}{32}=\frac{438205}{2304}\right\} m^5$$

$$-2Ev \quad \left\{\frac{1991}{320}+\frac{121}{128}=\frac{4587}{640}\right\} m^6$$

$$2Ev \quad \left(-\frac{121}{64}m^6\right)$$

$$2Ev-cv \quad e\left\{\frac{1859971}{6144}-\frac{5143}{128}=\frac{1613107}{6144}\right\} m^6$$

$$-(2Ev-cv) \quad e\left\{\frac{250459}{2560}+\frac{283}{128}+\frac{5495}{128}=\frac{366019}{2560}\right\} m^6$$

$$2Ev-2cv \quad e^2\left\{-\frac{2204925}{8192}-\frac{8923}{64}+\frac{7601}{256}+\frac{165}{16}=-\frac{3019357}{8192}\right\} m^6$$

$$-(2Ev-2cv) \quad e^2\left\{\frac{10519499}{40960}+\frac{369}{8}-\frac{849}{1024}+\frac{444911}{1024}+\frac{165}{16}=\frac{30593659}{40960}\right\} m^6$$

$$2Ev+c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left\{-\frac{3599473}{2048}-\frac{735}{8}+\frac{9}{2}-\frac{8923}{512}-\frac{825}{64}+\frac{165}{256}=-\frac{3839189}{2048}\right\} m^5$$

$$-(2Ev+c'mv-cv) \quad e\varepsilon'\left\{-\frac{4339}{256}+\frac{7749}{64}-\frac{495}{64}+\frac{10395}{256}=137\right\} m^5$$

$$\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\quad 2Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ \frac{2061269}{2048} + \frac{735}{8} - \frac{9}{2} + \frac{187883}{512} - \frac{605}{64} - \frac{10395}{256} = \frac{2887225}{2048} \right\} m^5$$

$$-(2Ev - c'mv - cv) \quad e\varepsilon' \left\{ \frac{122869}{768} - \frac{369}{64} + \frac{1925}{64} - \frac{165}{256} = \frac{70523}{384} \right\} m^5$$

$$2Ev - 2c'mv \quad \varepsilon'^2 \left\{ \frac{9}{4} + \frac{63}{4} = 18.\, m^2 \right\}$$

$$2Ev - 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2 \left\{ \left(\frac{27}{16} + \frac{189}{16} = \frac{27}{2}\right) m^2 + \left(\frac{1389}{128} - \frac{9}{2} + \frac{18041}{128} - \frac{189}{4} = \frac{3903}{64}\right) m^4 \right\}.$$

En multipliant cette fonction par

$$\frac{3}{2} \cdot \frac{q}{u_1^4} = \frac{3}{2} + 3e^2 + \; 2\cos cv \quad e\left(-3\right) \; + \; 2\cos 2cv \quad e^2\left(\frac{15}{4}\right),$$

et ayant égard aux termes posés dans les pages 351, 355, 356, 591, on aura;

$$(d) \; \ldots\ldots \; \frac{3}{2}\, q \, \frac{\partial.\left[(\alpha' u')^3 \begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix} (2v - 2v')\right]}{u_1^4} =$$

$$\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\quad 0v \quad \left\{ -\frac{2855}{72} m^6 - \frac{93857}{128} m^5 \varepsilon'^2 + \left(\frac{43119}{128} + \frac{43425}{64} - \frac{891}{16} - 81 = \frac{112478}{128}\right) m^4 e^2 \varepsilon'^2 \right\}$$

$$cv \quad e \left\{ -\left(\frac{15290301}{16384} - \frac{2855}{36} = \frac{125918629}{147456}\right) m^6 - \left(\frac{1078443}{512} - \frac{10679}{32} = \frac{907579}{512}\right) m^4 \varepsilon'^2 \right\}$$

$$-cv \quad e \left\{ \left(\frac{576413}{9216} + \frac{2855}{36} = \frac{1307293}{9216}\right) m^6 + \left(\frac{34133}{128} + \frac{10679}{32} = \frac{76849}{128}\right) m^4 \varepsilon'^2 \right\}$$

$$c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{matrix} -\frac{344841743}{221184} m^7 \\ + \left(\frac{78774533}{32768} + \frac{9288029}{4096} - \frac{437773}{768} - \frac{58865}{192} = \frac{119354157}{32768}\right) m^5 e^2 \end{matrix} \right\}$$

$$-c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{matrix} -\frac{68646457}{221184} m^7 \\ + \left(\frac{129837047}{32768} - \frac{248867}{768} + \frac{35463325}{4096} - \frac{39853}{192} = \frac{395623743}{32768}\right) m^5 e^2 \end{matrix} \right\}$$

$$cv + c'mv \quad e\varepsilon' \left\{ -\frac{9288029}{8192} + \frac{58865}{192} = -\frac{20329367}{24576} \right\} m^3$$

$$-(cv + c'mv) \quad e\varepsilon' \left\{ \frac{248867}{1536} + \frac{39853}{192} = \frac{567691}{1536} \right\} m^3$$

$$\begin{array}{lll}
\overset{\sin}{\cos}\quad cv-c'mv & ei'\Big\{-\frac{85468271}{8192}+\frac{99858}{192}=-\frac{101288629}{24576}\Big\}\,m^5 \\
-(cv-c'mv) & ei'\Big\{\ \frac{438205}{1536}+\frac{58865}{192}=\frac{909125}{1536}\Big\}\,m^5 \\
cv+2c'mv & ei'^2\left(-\frac{165}{8}\,m^4\right) \\
2Ev & \left(-\frac{363}{128}\,m^6\right) \\
-2Ev & \left(\ \frac{13761}{1280}\,m^6\right) \\
2Ev-2c'mv & i'^2\left(\ 27.\,m^4\right) \\
2Ev-cv & e\Big\{\ \frac{1613107}{4096}+\frac{363}{64}=\frac{1636339}{4096}\Big\}\,m^6 \\
-(2Ev-cv) & e\Big\{\ \frac{1098057}{5120}-\frac{13761}{640}=\frac{987969}{5120}\Big\}\,m^6 \\
2Ev-2cv & e^2\Big\{-\frac{9058071}{16384}-\frac{1613107}{2048}-\frac{1815}{256}=-\frac{22079087}{16384}\Big\}\,m^6 \\
-(2Ev-2cv) & e^2\Big\{\ \frac{91780977}{81920}-\frac{1098057}{2560}+\frac{13761}{512}=\frac{58844913}{81920}\Big\}\,m^6 \\
2Ev+c'mv-cv & ei'\Big\{-\frac{11517567}{4096}-\frac{3783}{4}=-\frac{15391359}{4096}\Big\}\,m^5 \\
-(2Ev+c'mv-cv) & ei'\Big\{\ \frac{411}{2}-\frac{14433}{1024}=\frac{195999}{1024}\Big\}\,m^5 \\
2Ev-c'mv-cv & ei'\Big\{\ \frac{8661675}{4096}+\frac{3783}{4}=\frac{12535467}{4096}\Big\}\,m^5 \\
-(2Ev-c'mv-cv) & ei'\Big\{\ \frac{70523}{256}-\frac{22923}{1024}=\frac{259169}{1024}\Big\}\,m^5 \\
2Ev-2c'mv-cv & ei'^2\Big\{\left(\frac{81}{4}-54=-\frac{135}{4}\right)m^4+\frac{11709}{128}\,m^5\Big\}.
\end{array}$$

Produits partiels de $-\frac{8}{2}\,q\,\frac{\delta.\left[(a'u')^{3}\,{}^{sin}_{cos}(2v-2v')\right]}{u_{,}^{4}}.4\frac{\delta u}{u_{,}}$

On prendra les termes du multiplicateur dans les pag. 232, 286, 367, 368 du second volume, et dans les pag. 117, 118, 253, 332, 397, 429, 452, 471, 592, 593 de celui-ci. Les termes de la fonction $\frac{\delta u}{u_{,}}$ se trouvent dans les pages 752-760 du second volume.

Multiplicateur.... $2\,{}^{sin}_{cos}\,ov\,\left(\frac{33}{8}m^{3}+\frac{59}{4}m^{4}-\frac{495}{16}m^{2}e^{2}+\frac{893}{24}m^{5}-\frac{8793}{64}m^{3}e^{2}\right)$

Produit

${}^{sin}_{cos}\cdot c'mv$	$\iota'\left(-\frac{893}{16}m^{7}+\frac{26379}{128}m^{5}e^{2}+\frac{19305}{128}m^{7}+\frac{16731}{256}m^{5}e^{2}\right)$
$-c'mv$	$\iota'\left(-\frac{893}{16}m^{7}+\frac{26379}{128}m^{5}e^{2}+\frac{19305}{128}m^{7}+\frac{16731}{256}m^{5}e^{2}\right)$
$cv+c'mv$	$e\iota'\left(-\frac{531}{32}m^{5}-\frac{26037}{512}m^{5}\right)$
$-(cv+c'mv)$	$e\iota'\left(-\frac{531}{32}m^{5}-\frac{26037}{512}m^{5}\right)$
$cv-c'mv$	$e\iota'\left(\frac{581}{32}m^{5}+\frac{38313}{512}m^{5}\right)$
$-(cv-c'mv)$	$e\iota'\left(\frac{581}{32}m^{5}+\frac{38313}{512}m^{5}\right)$
$2Ev-cv$	$e\left(\frac{4465}{64}m^{4}+\frac{15163}{128}m^{6}+\frac{431123}{4096}m^{6}\right)$
$-(2Ev-cv)$	$e\left(\frac{4465}{64}m^{4}+\frac{15163}{128}m^{6}+\frac{431123}{4096}m^{6}\right)$
$2Ev$	$\left(\frac{209}{16}m^{6}+\frac{59}{4}m^{6}\right)$
$-2Ev$	$\left(\frac{209}{16}m^{6}+\frac{59}{4}m^{6}\right)$
$2Ev-2cv$	$e^{2}\left(\frac{13395}{128}m^{6}+\frac{19529}{256}m^{6}+\frac{684409}{8192}m^{6}\right)$
$-(2Ev-2cv)$	$e^{2}\left(\frac{13395}{128}m^{6}+\frac{19529}{256}m^{6}+\frac{684409}{8192}m^{6}\right)$
$2Ev+c'mv-cv$	$e\iota'\left(-\frac{885}{32}m^{5}+\frac{429}{512}m^{5}\right)$
$-(2Ev+c'mv-cv)$	$e\iota'\left(-\frac{885}{32}m^{5}+\frac{429}{512}m^{5}\right)$
$2Ev-c'mv-cv$	$e\iota'\left(\frac{2065}{32}m^{5}+\frac{52107}{512}m^{5}\right)$
$-(2Ev-c'mv-cv)$	$e\iota'\left(\frac{2065}{32}m^{5}+\frac{52107}{512}m^{5}\right)$

Multiplicateur.... $2\,{}^{\sin}_{\cos}\,cv\quad e\left(\frac{45}{4}m^2+\frac{723}{16}m^3+\frac{46601}{256}m^4+\frac{1878607}{3072}m^5\right)$

Produit

$${}^{\sin}_{\cos}\quad cv+c'mv \qquad e\epsilon'\left(-\frac{2169}{32}m^5\right)$$

$$cv-c'mv \qquad e\epsilon'\left(-\frac{2169}{32}m^5\right)$$

$$-c'mv \qquad \epsilon'\left(-\frac{419409}{2048}m^5e^2-\frac{570117}{1024}m^5c^2-\frac{784485}{1024}m^5e^2\right)$$

$$c'mv \qquad \epsilon'\left(\frac{419409}{2048}m^5e^2+\frac{839403}{1024}m^5e^2+\frac{1599885}{1024}m^5e^2\right)$$

$$-(2Ev-cv) \qquad e\left(\frac{46601}{256}m^4+\frac{4579}{32}m^4+80\,.\,m^4\right)$$

$$-(2Ev-2cv) \qquad e^2\left(\frac{9398035}{8192}m^4+\frac{11976457}{8192}m^4+\frac{9445518}{8192}m^4+\frac{7084315}{8192}m^4\right)$$

$$-(2Ev+c'mv-cv) \qquad e\epsilon'\left(-\frac{728}{32}m^3-\frac{285}{32}m^5\right)$$

$$-(2Ev-c'mv-cv) \qquad e\epsilon'\left(\frac{5061}{32}m^3+\frac{5985}{32}m^5\right)$$

Multiplicateur ..... $2\,{}^{\sin}_{\cos}-cv\quad e\left(-\frac{57}{4}m^3-\frac{421}{8}m^4-\frac{26413}{192}m^5\right)$

Produit

$${}^{\sin}_{\cos}-(cv-c'mv) \qquad e\epsilon'\left(\frac{171}{8}m^5\right)$$

$$-(cv+c'mv) \qquad e\epsilon'\left(\frac{171}{8}m^5\right)$$

$$c'mv \qquad \epsilon'\left(\frac{3789}{64}m^5e^2+\frac{44973}{256}m^5e^2\right)$$

$$-c'mv \qquad \epsilon'\left(-\frac{3789}{64}m^5e^2-\frac{66177}{256}m^5e^2\right)$$

$$2Ev-cv \qquad e\left(-\frac{421}{8}m^4-\frac{361}{8}m^4\right)$$

$$2Ev-2cv \qquad e^2\left(-\frac{132065}{512}m^4-\frac{108197}{256}m^4-\frac{744667}{2048}m^4\right)$$

$$2Ev+c'mv-cv \qquad e\epsilon'\left(\frac{57}{8}m^5\right)$$

$$2Ev-c'mv-cv \qquad e\epsilon'\left(-\frac{399}{8}m^5\right)$$

Multiplicateur . . . . $2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2cv \quad e^2\left(-\frac{225}{16}m^2-\frac{909}{16}m^3-\frac{102135}{1024}m^4\right)$

Produit $\left\{{}^{\sin}_{\cos}-(2Ev-2cv)\quad e^2\left(-\frac{102135}{1024}m^6-\frac{5757}{32}m^6-100.\ m^6\right)\right.$

Multiplicateur | Produit

$2\,{}^{\sin}_{\cos}-2cv\quad e^2\left(\frac{909}{32}m^3+\frac{3465}{32}m^4\right)\ldots\ldots\left\{{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-2cv\quad e^2\left(\frac{3465}{32}m^6+\frac{5757}{64}m^6\right)\right.$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,cv+c'mv\ e\epsilon'\left(\frac{375}{16}m^2+\frac{8079}{64}m^3\right)\begin{cases}{}^{\sin}_{\cos}\quad cv & e\left(-\frac{1125}{32}\ m^4\epsilon'^2\right)\\ \quad ov & \left(-\frac{3375}{128}m^3e^2\epsilon'^2\right)\\ -(2Ev-c'mv-cv) & e\epsilon'\left(\frac{8079}{64}m^5+\frac{2375}{32}m^5\right)\end{cases}$$

$2\,{}^{\sin}_{\cos}-(cv+c'mv)\ e\epsilon'\left(-\frac{1083}{16}m^3\right)\ldots\left\{{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-c'mv-cv\quad e\epsilon'\left(-\frac{1083}{16}m^5\right)\right.$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,cv-c'mv\ e\epsilon'\left(\frac{765}{16}m^2+\frac{15357}{64}m^3\right)\begin{cases}{}^{\sin}_{\cos}\quad cv & e\left(-\frac{2205}{32}\ m^4\epsilon'^2\right)\\ \quad ov & \left(\ \frac{6885}{128}m^3e^2\epsilon'^2\right)\\ -(2Ev+c'mv-cv) & e\epsilon'\left(\frac{15357}{64}m^5+\frac{4845}{32}m^5\right)\end{cases}$$

$2\,{}^{\sin}_{\cos}-(cv-c'mv)\ e\epsilon'\left(-\frac{741}{16}m^3\right)\ldots\left\{{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+c'mv-cv\ \ e\epsilon'\left(-\frac{741}{16}m^5\right)\right.$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,c'mv\ \ \epsilon'\left(\frac{129}{32}m^3+\frac{295}{4}m^4\right)\begin{cases}{}^{\sin}_{\cos}\quad ov & \left(-\frac{1287}{64}m^5\epsilon'^2\right)\\ \quad -cv & e\left(-\frac{3861}{256}m^4\epsilon'^2\right)\\ \quad cv & e\left(\ \frac{3861}{256}m^4\epsilon'^2\right)\\ \quad 2Ev+c'mv-cv & e\epsilon'\left(\frac{4425}{32}m^5+\frac{110253}{1024}m^5\right)\\ -(2Ev-c'mv-cv) & e\epsilon'\left(\frac{4425}{32}m^5+\frac{110253}{1024}m^5\right)\end{cases}$$

Multiplicateur.... $2\,{}^{\sin}_{\cos}\,cv \quad e\left(\frac{45}{4}m^2+\frac{723}{16}m^3+\frac{46601}{256}m^4+\frac{1878607}{3072}m^5\right)$

Produit

$$
{}^{\sin}_{\cos}\left\{
\begin{array}{ll}
cv+c'mv & e\varepsilon'\left(-\frac{2169}{32}m^5\right)\\
cv-c'mv & e\varepsilon'\left(-\frac{2169}{32}m^5\right)\\
-c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{419409}{2048}m^5e^2-\frac{570417}{1024}m^5e^2-\frac{784485}{1024}m^5e^2\right)\\
c'mv & \varepsilon'\left(\frac{419400}{2048}m^5e^2+\frac{839403}{1024}m^5e^2+\frac{1599885}{1024}m^5e^2\right)\\
-(2Ev-cv) & e\left(\frac{46601}{256}m^6+\frac{4579}{32}m^6+80\,.\,m^6\right)\\
-(2Ev-2cv) & e^2\left(\frac{9393035}{8192}m^6+\frac{11976457}{8192}m^6+\frac{9445513}{8192}m^6+\frac{7084315}{8192}m^6\right)\\
-(2Ev+c'mv-cv) & e\varepsilon'\left(-\frac{723}{32}m^5-\frac{285}{32}m^5\right)\\
-(2Ev-c'mv-cv) & e\varepsilon'\left(\frac{5061}{32}m^5+\frac{5985}{32}m^5\right)
\end{array}
\right.
$$

Multiplicateur ..... $2\,{}^{\sin}_{\cos}-cv \quad e\left(-\frac{57}{4}m^3-\frac{421}{8}m^4-\frac{26413}{192}m^5\right)$

Produit

$$
{}^{\sin}_{\cos}\left\{
\begin{array}{ll}
-(cv-c'mv) & e\varepsilon'\left(\frac{171}{8}m^5\right)\\
-(cv+c'mv) & e\varepsilon'\left(\frac{171}{8}m^5\right)\\
c'mv & \varepsilon'\left(\frac{8789}{64}m^5e^2+\frac{44973}{256}m^5e^2\right)\\
-c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{8789}{64}m^5e^2-\frac{66177}{256}m^5e^2\right)\\
2Ev-cv & e\left(-\frac{421}{8}m^6-\frac{861}{8}m^6\right)\\
2Ev-2cv & e^2\left(-\frac{132065}{512}m^6-\frac{108197}{256}m^6-\frac{744667}{2048}m^6\right)\\
2Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'\left(\frac{57}{8}m^5\right)\\
2Ev-c'mv-cv & e\varepsilon'\left(-\frac{399}{8}m^5\right)
\end{array}
\right.
$$

Multiplicateur . . . . $2\,\substack{\sin\\ \cos}\,2cv\quad e^2\left(-\frac{225}{16}m^2-\frac{909}{16}m^3-\frac{102135}{1024}m^4\right)$

Produit $\left\{\substack{\sin\\ \cos}-(2Ev-2cv)\quad e^2\left(-\frac{102135}{1024}m^6-\frac{5757}{32}m^6-100.\,m^6\right)\right.$

Multiplicateur — Produit

$$2\,\substack{\sin\\ \cos}-2cv\quad e^2\left(\frac{909}{32}m^3+\frac{3465}{32}m^4\right)\ldots\ldots\left\{\substack{\sin\\ \cos}\,2Ev-2cv\quad e^2\left(\frac{3465}{32}m^6+\frac{5757}{64}m^6\right)\right.$$

$$2\,\substack{\sin\\ \cos}\,cv+c'mv\ e\varepsilon'\left(\frac{375}{16}m^2+\frac{8079}{64}m^3\right)\left\{\begin{array}{ll}\substack{\sin\\ \cos}\quad cv & e\left(-\frac{1125}{32}m^4\varepsilon'^2\right)\\ \quad ov & \left(-\frac{3375}{128}m^3e^2\varepsilon'^2\right)\\ -(2Ev-c'mv-cv) & e\varepsilon'\left(\frac{8079}{64}m^5+\frac{2375}{32}m^5\right)\end{array}\right.$$

$$2\,\substack{\sin\\ \cos}-(cv+c'mv)\ e\varepsilon'\left(-\frac{1083}{16}m^3\right)\ldots\left\{\substack{\sin\\ \cos}\,2Ev-c'mv-cv\quad e\varepsilon'\left(-\frac{1083}{16}m^5\right)\right.$$

$$2\,\substack{\sin\\ \cos}\,cv-c'mv\ e\varepsilon'\left(\frac{765}{16}m^3+\frac{15357}{64}m^3\right)\left\{\begin{array}{ll}\substack{\sin\\ \cos}\quad cv & e\left(-\frac{2205}{32}m^4\varepsilon'^2\right)\\ \quad ov & \left(\frac{6885}{128}m^3e^2\varepsilon'^2\right)\\ -(2Ev+c'mv-cv) & e\varepsilon'\left(\frac{15357}{64}m^5+\frac{4845}{32}m^5\right)\end{array}\right.$$

$$2\,\substack{\sin\\ \cos}-(cv-c'mv)\ e\varepsilon'\left(-\frac{741}{16}m^3\right)\ldots\left\{\substack{\sin\\ \cos}\,2Ev+c'mv-cv\ \ e\varepsilon'\left(-\frac{741}{16}m^5\right)\right.$$

$$2\,\substack{\sin\\ \cos}\,c'mv\ \ \varepsilon'\left(\frac{429}{32}m^3+\frac{295}{4}m^4\right)\left\{\begin{array}{ll}\substack{\sin\\ \cos}\quad ov & \left(-\frac{1287}{64}m^5\varepsilon'^2\right)\\ \quad -cv & e\left(-\frac{3861}{256}m^4\varepsilon'^2\right)\\ \quad cv & e\left(\frac{3861}{256}m^4\varepsilon'^2\right)\\ \quad 2Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'\left(\frac{4425}{32}m^5+\frac{110253}{1024}m^5\right)\\ -(2Ev-c'mv-cv) & e\varepsilon'\left(\frac{4425}{32}m^5+\frac{110253}{1024}m\right)\end{array}\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos} - c'mv\;\; \varepsilon'\left(\frac{627}{32}m^3+\frac{295}{4}m^4\right)\left\{\begin{array}{lr}{}^{\sin}_{\cos}\;\; 0v & \left(-\frac{1881}{64}m^5\varepsilon'^2\right)\\ \quad cv & e\left(-\frac{5643}{256}m^4\varepsilon'^2\right)\\ \quad -cv & e\left(\frac{5643}{256}m^4\varepsilon'^2\right)\\ \quad 2Ev-c'mv-cv & e\varepsilon'^2\left(\frac{4425}{32}m^5+\frac{161139}{1024}m^5\right)\\ \quad -(2Ev+c'mv-cv) & e\varepsilon'\left(\frac{4425}{32}m^5+\frac{161139}{1024}m^5\right)\end{array}\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\;\; 2Ev\;\;\left(\frac{99}{2}m^2\varepsilon'^2\right)\cdots\cdots\left\{\begin{array}{lr}{}^{\sin}_{\cos}\;\; 0v & \left(\frac{627}{4}m^5\varepsilon'^2-\frac{1485}{32}m^3e^2\varepsilon'^2\right)\\ \quad cv & e\left(\frac{25443}{64}m^4\varepsilon'^2\right)\\ \quad -cv & e\left(-\frac{891}{16}m^4\varepsilon'^2\right)\end{array}\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos} - 2Ev\;\;\left(-\frac{819}{256}m^5\right)\cdots\cdots\left\{\begin{array}{lr}{}^{\sin}_{\cos} -cv & e\left(-\frac{12735}{2048}m^6\right)\\ \quad c'mv & \varepsilon'\left(\frac{849}{512}m^7\right)\\ \quad -c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{5943}{512}m^7\right)\end{array}\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-cv\;\; e\left(-\frac{1215}{32}m^4-\frac{495}{8}m^2\varepsilon'^2\right)\left\{\begin{array}{lr}{}^{\sin}_{\cos} -cv & e\left(-\frac{1215}{32}m^6-\frac{495}{8}m^4\varepsilon'^2\right)\\ \quad 0v & \left(-\frac{7425}{64}m^3e^2\varepsilon'^2\right)\\ \quad -c'mv & \varepsilon'\left(\frac{18225}{256}m^5e^2\right)\\ \quad c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{42525}{256}m^5e^2\right)\end{array}\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos} - (2Ev-cv)\;\; e\left(-\frac{45}{4}m^4\right)\cdots\cdots\left\{\begin{array}{lr}{}^{\sin}_{\cos}\;\; cv & e\left(-\frac{45}{4}m^6\right)\\ \quad c'mv & \varepsilon'\left(\frac{675}{32}m^5e^2\right)\\ \quad -c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{1575}{32}m^5e^2\right)\end{array}\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+cv\;\; e\left(\frac{1215}{32}m^4-\frac{495}{8}m^2\varepsilon'^2\right)\cdots\cdots\left\{{}^{\sin}_{\cos}\,cv\;\; e\left(-\frac{495}{8}m^4\varepsilon'^2+\frac{1215}{32}m^6\right)\right.$$

$$\text{Multipl.}^{\text{eur}} \ldots\ 2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(9.m^2 - \frac{2205}{16}m^4 - \frac{135}{8}m^2e^2 - \frac{3783}{4}m^5 - \frac{2925}{32}m^3e^2\right)$$

Produit

$$
\begin{array}{lll}
{}^{\sin}_{\cos}\quad c'mv & \varepsilon' & \left\{\begin{array}{l} -\frac{3783}{4}m^7 - \frac{2925}{32}m^5e^2 - \frac{13965}{32}m^7 - \frac{855}{16}m^5e^2 \\ +\frac{33075}{256}m^5e^2 + \frac{1475}{12}m^7 - \frac{47787}{512}m^5e^2 \end{array}\right\} \\
cv + c'mv & e\varepsilon' & \left(-\frac{33075}{128}m^5 + \frac{117579}{512}m^5\right) \\
-(cv - c'mv) & e\varepsilon' & \left(-\frac{297}{16}m^5\right) \\
ov & & \left(-\frac{57}{8}m^5\varepsilon''+\frac{135}{16}m^3e^2\varepsilon''\right) \\
cv & e & \left(\frac{117}{64}m^4\varepsilon''\right) \\
-cv & e & \left(\frac{81}{16}m^4\varepsilon''\right) \\
-(2Ev - c'mv - cv) & e\varepsilon' & \left(-\frac{675}{64}m^5\right)
\end{array}
$$

$$\text{Multipl.}^{\text{eur}} \ldots\ 2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(-9.m^2 + \frac{2205}{16}m^4 + \frac{135}{8}m^2e^2 + \frac{3783}{4}m^5 + \frac{2925}{32}m^3e^2\right)$$

Produit

$$
\begin{array}{lll}
{}^{\sin}_{\cos}\quad 2Ev - 2c'mv - cv & e\varepsilon'' & \left(\frac{81}{8}m^3\right) \\
-c'mv & \varepsilon' & \left\{\begin{array}{l} \frac{3783}{4}m^7 + \frac{2925}{32}m^5e^2 + \frac{13965}{32}m^7 + \frac{855}{16}m^5e^2 \\ -\frac{33075}{256}m^5e^2 - \frac{1475}{12}m^7 + \frac{47787}{512}m^5e^2 \end{array}\right\} \\
cv - c'mv & e\varepsilon' & \left(\frac{33075}{128}m^5 - \frac{117579}{512}m^5\right) \\
-(cv + c'mv) & e\varepsilon' & \left(\frac{297}{16}m^5\right) \\
ov & & \left(-\frac{1197}{8}m^5\varepsilon''+\frac{315}{16}m^3e^2\varepsilon''\right) \\
cv & e & \left(-\frac{14211}{64}m^4\varepsilon''\right) \\
-cv & e & \left(\frac{567}{16}m^4\varepsilon''\right) \\
-(2Ev + c'mv - cv) & e\varepsilon' & \left(\frac{675}{64}m^5\right)
\end{array}
$$

Multiplicateur — Produit

$2\,{}^{\sin}_{\cos}-(2Ev+c'mv)\ \varepsilon'\left(-\frac{14433}{1024}m^5\right)\ldots\ \left\{{}^{\sin}_{\cos}-c'mv\ \ \varepsilon'\left(-\frac{14433}{1024}m^7\right)\right.$

$2\,{}^{\sin}_{\cos}-(2Ev-c'mv)\ \varepsilon'\left(-\frac{22923}{1024}m^5\right)\ldots\ \left\{{}^{\sin}_{\cos}\ \ c'mv\ \ \varepsilon'\left(-\frac{22923}{1024}m^7\right)\right.$

Multiplicateur.... $2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+c'mv-cv\ \ e\varepsilon'\left(-\frac{45}{4}m^2+\frac{3411}{32}m^3+\frac{9225}{8}m^4\right)$

Produit

$$\left\{\begin{array}{ll} {}^{\sin}_{\cos}-(cv-c'mv) & e\varepsilon'\left(\frac{3411}{32}m^3-\frac{285}{8}m^3\right) \\ \quad c'mv & \varepsilon'\left(\frac{138375}{64}m^5e^2+\frac{876627}{1024}m^5e^2-\frac{587896}{2048}m^5e^2\right) \\ \quad -cv & e\left(\frac{45}{8}\ m^4\varepsilon'^2\right) \\ \quad ov & \left(\frac{675}{32}m^3e^2\varepsilon'^2\right) \end{array}\right.$$

Multiplicateur — Produit

$2\,{}^{\sin}_{\cos}-(2Ev+c'mv-cv)\ \ e\varepsilon'\left(-\frac{675}{16}m^4\right)\ldots\ \left\{{}^{\sin}_{\cos}-c'mv\ \ \varepsilon'\left(-\frac{10125}{128}m^5e^2\right)\right.$

Multiplicateur.... $2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-c'mv-cv\ \ e\varepsilon'\left(\frac{45}{4}m^2-\frac{1287}{32}m^3-900.\,m^4\right)$

Produit

$$\left\{\begin{array}{ll} {}^{\sin}_{\cos}-(cv+c'mv) & e\varepsilon'\left(-\frac{1287}{32}m^3+\frac{285}{8}m^3\right) \\ \quad -c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{3375}{2}m^5e^2-\frac{330759}{1024}m^5e^2+\frac{587895}{2048}m^5e^2\right) \\ \quad -cv & e\left(\frac{316}{8}\ m^4\varepsilon'^2\right) \\ \quad ov & \left(\frac{1575}{32}m^3e^2\varepsilon'^2\right) \end{array}\right.$$

Multiplicateur — Produit.

$2\,{}^{\sin}_{\cos}-(2Ev-c'mv-cv)\ \ e\varepsilon'\left(-\frac{1005}{16}m^4\right)\ldots\ \left\{{}^{\sin}_{\cos}c'mv\ \ \varepsilon'\left(-\frac{15075}{128}m^5e^2\right)\right.$

$$\text{Multiplicateur}\ldots.\ 2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+c'mv+cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{45}{4}m^2+\frac{2439}{32}m^3\right)$$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll} {}^{\sin}_{\cos}\,cv+c'mv & e\varepsilon' & \left(\frac{2439}{32}m^5-\frac{285}{8}m^5\right) \\ c'mv & \varepsilon' & \left(-\frac{21951}{256}m^5e^2+\frac{1485}{64}m^5e^2\right) \\ cv & e & \left(\frac{45}{8}m^4\varepsilon'^2\right) \end{array}\right.$$

$$\text{Multiplicateur}\ \ldots.\ 2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-c'mv+cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{45}{4}m^2-\frac{4563}{32}m^3\right)$$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll} {}^{\sin}_{\cos}\ cv-c'mv & e\varepsilon' & \left(-\frac{4563}{32}m^5+\frac{285}{8}m^5\right) \\ -c'mv & \varepsilon' & \left(\frac{41067}{256}m^5e^2-\frac{1485}{64}m^5e^2\right) \\ cv & e & \left(\frac{815}{8}m^4\varepsilon'^2\right) \end{array}\right.$$

$$\text{Multiplicateur}\ldots.\ 2\,{}^{\sin}_{\cos}\,4Ev \quad \left(-\frac{33}{8}m^3-\frac{59}{4}m^4\right)$$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll} {}^{\sin}_{\cos}\ 2Ev & & \left(-\frac{209}{16}m^4-\frac{59}{4}m^6\right) \\ 2Ev-cv & e & \left(\frac{531}{32}m^6+\frac{1089}{128}m^6\right) \\ 2Ev-2cv & e^2 & \left(-\frac{885}{64}m^6-\frac{825}{256}m^6\right) \\ 2Ev-c'mv-cv & e\varepsilon' & \left(-\frac{297}{128}m^5\right) \\ 2Ev+c'mv-cv & e\varepsilon' & \left(\frac{2079}{128}m^5\right) \\ cv & e & \left(\frac{2475}{512}m^6\right) \\ -c'mv & \varepsilon' & \left(-\frac{35}{16}m^7\right) \\ c'mv & \varepsilon' & \left(\frac{231}{16}m^7\right) \end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . . $2\,{}^{\sin}_{\cos}\,4Ev-cv \quad e\left(-\frac{45}{4}m^2-\frac{723}{16}m^3-\frac{42377}{256}m^4\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll}
{}^{\sin}_{\cos} & 2Ev-cv & e\left(-\frac{42377}{256}m^6-\frac{4579}{32}m^6-80.m^6\right)\\
 & 2Ev-2cv & e^2\left(\frac{381393}{2048}m^6+\frac{23859}{256}m^6+\frac{20835}{512}m^6\right)\\
 & 2Ev-c'mv-cv & e\epsilon'\left(\frac{723}{32}m^5+\frac{285}{32}m^5\right)\\
 & 2Ev+c'mv-cv & e\epsilon'\left(-\frac{5061}{32}m^5-\frac{5985}{32}m^5\right)\\
 & -cv & e\left(\frac{45}{8}m^6\right)\\
 & -c'mv & \epsilon'\left(-\frac{10125}{512}m^5e^2\right)\\
 & c'mv & \epsilon'\left(\frac{39375}{512}m^5e^2\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . . . $2\,{}^{\sin}_{\cos}\,4Ev-2cv \quad e^2\left(\frac{225}{16}m^2+\frac{1629}{16}m^3+\frac{280887}{1024}m^4\right)$

$$\text{Produit}\left\{{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-2cv \quad e^2\left(\frac{280887}{1024}m^6+\frac{10317}{32}m^6+100.m^6\right)\right.$$

Multiplicateur	Produit
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,4Ev+c'mv \quad \epsilon'\left(\frac{99}{32}m^3\right)$	${}^{\sin}_{\cos}\;2Ev+c'mv-cv \quad e\epsilon'\left(-\frac{891}{256}m^5\right)$ $c'mv \quad \epsilon'\left(-\frac{99}{64}m^7\right)$
$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,4Ev-c'mv \quad \epsilon'\left(-\frac{1155}{32}m^3\right)$	${}^{\sin}_{\cos}\;2Ev-c'mv-cv \quad e\epsilon'\left(\frac{10395}{256}m^5\right)$ $-c'mv \quad \epsilon'\left(\frac{1155}{64}m^7\right)$

Multiplicateur . . . . $2\,{}^{\sin}_{\cos}\,4Ev+c'mv-cv \quad e\epsilon'\left(\frac{225}{16}m^2+\frac{549}{64}m^3\right)$

$$\text{Produit}\left\{\begin{array}{lll}
{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+c'mv-cv & e\epsilon'\left(\frac{549}{64}m^5+\frac{1425}{32}m^5\right)\\
c'mv & \epsilon'\left(-\frac{16875}{1024}m^5e^2\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . . $2 \frac{\sin}{\cos} 4Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left(-\frac{1365}{16} m^2 - \frac{23985}{64} m^3 \right)$

$$\text{Produit} \begin{cases} \frac{\sin}{\cos} \quad 2Ev - c'mv - cv & e\varepsilon' \left(-\frac{23985}{64} m^5 - \frac{8645}{32} m^5 \right) \\ \quad -c'mv & \varepsilon' \left(\frac{102375}{1024} m^5 e^2 \right). \end{cases}$$

La réunion de ces produits partiels donne

$$(e) \;\ldots\ldots\; -\frac{3}{2} q \cdot \frac{\delta \left[(\alpha' u')^3 \frac{\sin}{\cos} (2v - 2v') \right]}{u_{,}^4} \cdot 4 \frac{\delta u}{u_{,}} =$$

$$\frac{\sin}{\cos} \quad 0v \quad \begin{Bmatrix} -\left(\frac{3375}{128} - \frac{6885}{128} + \frac{1485}{32} + \frac{7425}{64} - \frac{675}{32} - \frac{1575}{32} - \frac{135}{16} - \frac{315}{16} = \frac{585}{16} \right) m^3 e^2 \varepsilon'^2 \\ -\left(\frac{1287}{64} + \frac{1881}{64} - \frac{627}{4} + \frac{57}{8} + \frac{1197}{8} = \frac{99}{2} \right) m^5 \varepsilon'^2 \end{Bmatrix}$$

$$cv \quad e \begin{Bmatrix} \left(\frac{1215}{32} - \frac{45}{4} + \frac{2475}{512} = \frac{16155}{512} \right) m^6 \\ + \begin{Bmatrix} \frac{3861}{256} - \frac{1125}{32} - \frac{2295}{32} - \frac{5643}{256} + \frac{25443}{64} \\ -\frac{495}{8} + \frac{117}{64} - \frac{14211}{64} + \frac{45}{8} + \frac{315}{8} = \frac{5967}{128} \end{Bmatrix} m^4 \varepsilon'^2 \end{Bmatrix}$$

$$\frac{\sin}{\cos} - cv \quad e \begin{Bmatrix} -\left(\frac{12735}{2048} + \frac{1215}{32} - \frac{45}{8} = \frac{78975}{2048} \right) m^6 \\ -\left(\frac{3861}{256} - \frac{5643}{256} + \frac{801}{16} + \frac{495}{8} - \frac{81}{16} - \frac{567}{16} - \frac{45}{8} - \frac{315}{8} = \frac{3213}{128} \right) m^4 \varepsilon'^2 \end{Bmatrix}$$

$$c'mv \quad \varepsilon' \begin{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \frac{893}{16} - \frac{19305}{128} - \frac{849}{512} + \frac{3783}{4} + \frac{13965}{32} \\ -\frac{1475}{12} + \frac{22923}{1024} - \frac{231}{16} + \frac{99}{64} = \frac{3600595}{3072} \end{Bmatrix} m^7 \\ + \begin{Bmatrix} \frac{26379}{128} + \frac{16731}{256} + \frac{419109}{2048} + \frac{839403}{1024} + \frac{1599885}{1024} + \frac{3789}{64} \\ + \frac{44973}{256} - \frac{42525}{256} + \frac{675}{32} - \frac{2925}{32} - \frac{855}{16} + \frac{33075}{256} \\ - \frac{47787}{512} + \frac{138375}{64} + \frac{876627}{1024} - \frac{587895}{2048} - \frac{15075}{128} \\ - \frac{21951}{256} + \frac{1485}{64} + \frac{89375}{512} - \frac{16875}{1024} = \frac{5581281}{1024} \end{Bmatrix} m^5 e^2 \end{Bmatrix}$$

$$\frac{\sin}{\cos} - c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{aligned} & \left\{ \begin{aligned} & \frac{19305}{128} - \frac{893}{16} - \frac{5943}{512} + \frac{3783}{4} + \frac{13965}{32} \\ & - \frac{1475}{12} - \frac{14433}{1024} - \frac{33}{16} + \frac{1155}{64} = \frac{4130395}{3072} \end{aligned} \right\} m^7 \\ + & \left\{ \begin{aligned} & \frac{26379}{128} + \frac{16781}{256} - \frac{419409}{2048} - \frac{570447}{1024} - \frac{784485}{1024} - \frac{3789}{64} \\ & - \frac{66177}{256} + \frac{18225}{256} - \frac{1575}{32} + \frac{2925}{32} + \frac{855}{16} - \frac{33075}{256} \\ & + \frac{47787}{512} - \frac{10125}{128} - \frac{3375}{2} - \frac{330759}{1024} + \frac{587895}{2048} \\ & + \frac{41067}{256} - \frac{1485}{64} - \frac{10125}{512} + \frac{102375}{1024} = - \frac{3101097}{1024} \end{aligned} \right\} m^5 e^2 \end{aligned} \right\}$$

$$cv + c'mv \quad e\varepsilon' \left\{ - \frac{531}{32} - \frac{26037}{512} - \frac{2169}{32} - \frac{33075}{128} + \frac{117579}{512} + \frac{2439}{32} - \frac{285}{8} = - \frac{31587}{256} \right\} m^5$$

$$-(cv + c'mv) \quad e\varepsilon' \left\{ - \frac{531}{32} - \frac{26037}{512} + \frac{171}{8} + \frac{297}{16} - \frac{1287}{32} + \frac{285}{8} = - \frac{16437}{512} \right\} m$$

$$cv - c'mv \quad e\varepsilon' \left\{ \frac{531}{32} + \frac{38313}{512} - \frac{2169}{32} + \frac{33075}{128} - \frac{117579}{512} - \frac{4563}{32} + \frac{285}{8} = - \frac{13971}{256} \right\} m^5$$

$$-(cv - c'mv) \quad e\varepsilon' \left\{ \frac{531}{32} + \frac{38313}{512} + \frac{171}{8} - \frac{297}{16} + \frac{3411}{32} - \frac{285}{8} = \frac{84585}{512} \right\} m^6$$

$$2Ev \quad \left\{ - \frac{209}{16} - \frac{59}{4} + \frac{209}{16} + \frac{59}{4} = 0 \right\} m^6$$

$$-2Ev \quad \left\{ \frac{209}{16} + \frac{59}{4} = \frac{445}{16} \right\} m^6$$

$$2Ev - cv \quad e \left\{ \begin{aligned} & \frac{4465}{64} + \frac{15163}{128} + \frac{431123}{4096} - \frac{494}{8} - \frac{361}{8} + \frac{531}{32} \\ & + \frac{1089}{128} - \frac{42377}{256} - \frac{4579}{32} - 80 = - \frac{687293}{4096} \end{aligned} \right\} m^6$$

$$-(2Ev - cv) \quad e \left\{ \frac{4465}{64} + \frac{15163}{128} + \frac{431128}{4096} + \frac{46601}{256} + \frac{4579}{32} + 80 = \frac{2861507}{4096} \right\} m^6$$

$$2Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ \begin{aligned} & \frac{13395}{128} + \frac{19529}{256} + \frac{684409}{8192} - \frac{132065}{512} - \frac{108197}{256} - \frac{744667}{2048} \\ & \frac{3465}{32} + \frac{5757}{64} - \frac{885}{64} - \frac{825}{256} + \frac{381693}{2048} + \frac{23859}{256} \\ & + \frac{20835}{512} + \frac{280887}{1024} + \frac{10317}{32} + 100 = \frac{3426729}{8192} \end{aligned} \right\} m^6$$

$$-(2Ev - 2cv) \quad e^2 \left\{ \begin{aligned} & \frac{13395}{128} + \frac{19529}{256} + \frac{684409}{8192} + \frac{9393035}{8192} + \frac{11976457}{8192} \\ & + \frac{9145513}{8192} + \frac{7084315}{8192} - \frac{102135}{1024} - \frac{5757}{32} - 100 = \frac{36955865}{8192} \end{aligned} \right\} m^6$$

$$\begin{matrix}\sin\\\cos\end{matrix}\quad 2Ev+c'mv-cv\quad e\epsilon'\left\{\begin{matrix}-\frac{885}{32}+\frac{429}{512}+\frac{57}{8}-\frac{741}{16}+\frac{4425}{32}+\frac{110253}{1024}+\frac{2079}{128}\\ -\frac{5061}{32}-\frac{5985}{32}-\frac{891}{256}+\frac{549}{64}+\frac{1125}{32}=-\frac{101757}{1024}\end{matrix}\right\}m^5$$

$$-(2Ev+c'mv-cv)\quad e\epsilon'\left\{\begin{matrix}-\frac{885}{32}+\frac{429}{512}-\frac{723}{32}-\frac{285}{32}+\frac{15357}{64}+\frac{4845}{32}\\ +\frac{4125}{32}+\frac{161139}{1024}+\frac{675}{64}=\frac{634573}{1024}\end{matrix}\right\}m^5$$

$$2Ev-c'mv-cv\quad e\epsilon'\left\{\begin{matrix}\frac{2065}{32}+\frac{52107}{512}-\frac{399}{8}-\frac{1083}{16}+\frac{4425}{32}+\frac{161139}{1024}-\frac{297}{128}\\ +\frac{723}{32}+\frac{285}{32}+\frac{10395}{256}-\frac{23985}{64}-\frac{8645}{32}=-\frac{236291}{1024}\end{matrix}\right\}m^5$$

$$-(2Ev-c'mv-cv)\quad e\epsilon'\left\{\begin{matrix}\frac{2065}{32}+\frac{52107}{512}+\frac{5061}{32}+\frac{5985}{32}+\frac{8079}{64}\\ +\frac{2375}{32}+\frac{4425}{32}+\frac{110253}{1024}-\frac{675}{64}=\frac{970083}{1024}\end{matrix}\right\}m^5$$

$$2Ev-2c'mv-cv\quad e\epsilon'^2\left(\frac{81}{8}m^3\right).$$

Produits partiels de $\frac{3}{2}q.\frac{\delta\left[(\alpha'u')^3\begin{smallmatrix}\sin\\\cos\end{smallmatrix}(2v-2v')\right]}{u_1^4}\times 10\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$.

$$2\begin{smallmatrix}\sin\\\cos\end{smallmatrix}\ ov\qquad\left(-\frac{165}{16}m^3\right)\ldots\left\{\begin{matrix}\begin{smallmatrix}\sin\\\cos\end{smallmatrix}\ cv & e\left(-\frac{2475}{128}\ m^6\right)\\ -cv & e\left(-\frac{2475}{128}\ m^6\right)\\ c'mv & \epsilon'\left(-\frac{495}{16}\ m^7\right)\\ -c'mv & \epsilon'\left(-\frac{495}{16}\ m^7\right)\end{matrix}\right.$$

$$2\begin{smallmatrix}\sin\\\cos\end{smallmatrix}\ cv\qquad e\left(-\frac{225}{8}m^3\right)\ldots\left\{\begin{matrix}\begin{smallmatrix}\sin\\\cos\end{smallmatrix}\ cv & e\left(-\frac{225}{8}\ m^6\right)\\ -c'mv & \epsilon'\left(-\frac{12375}{128}m^5e^2\right)\\ c'mv & \epsilon'\left(-\frac{16875}{128}m^5e^2\right)\end{matrix}\right.$$

$$2\begin{smallmatrix}\sin\\\cos\end{smallmatrix}\ c'mv\qquad \epsilon'\left(-\frac{2145}{64}m^3\right)\ldots\begin{Bmatrix}\sin\\\cos\end{Bmatrix}\ c'mv\ \epsilon'\left(-\frac{2145}{64}\ m^7\right)$$

$$2\begin{smallmatrix}\sin\\\cos\end{smallmatrix}-c'mv\qquad \epsilon'\left(-\frac{3135}{64}m^3\right)\ldots\begin{Bmatrix}\sin\\\cos\end{Bmatrix}-c'mv\ \epsilon'\left(-\frac{3135}{64}\ m^7\right)$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,cv+c'mv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{1875}{32}m^2\right)\ldots\left\{{}^{\sin}_{\cos}\quad c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{28125}{256}m^5e^2\right)\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,cv-c'mv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{3825}{32}m^2\right)\ldots\left\{{}^{\sin}_{\cos}-c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{57375}{256}m^5e^2\right)\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev+c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{45}{2}m^2\right)\ldots\left\{\begin{array}{ll}{}^{\sin}_{\cos}\quad 2Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'\left(-\frac{675}{16}m^5\right)\\ \quad -(2Ev-c'mv-cv) & e\varepsilon'\left(-\frac{675}{16}m^5\right)\end{array}\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,2Ev-c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{45}{2}m^2\right)\ldots\left\{\begin{array}{ll}{}^{\sin}_{\cos}\quad 2Ev-c'mv-cv & e\varepsilon'\left(\frac{675}{16}m^5\right)\\ \quad -(2Ev+c'mv-cv) & e\varepsilon'\left(\frac{675}{16}m^5\right)\end{array}\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,4Ev \qquad \left(\frac{165}{16}m^3\right)\ldots\left\{\begin{array}{ll}{}^{\sin}_{\cos}\quad cv & e\left(\frac{2475}{128}m^6\right)\\ \quad -c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{165}{32}m^7\right)\\ \quad c'mv & \varepsilon'\left(\frac{1155}{32}m^7\right)\end{array}\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,4Ev-cv \quad e\left(\frac{225}{8}m^2\right)\ldots\left\{\begin{array}{ll}{}^{\sin}_{\cos}-cv & e\left(\frac{225}{16}m^6\right)\\ \quad -c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{10125}{128}m^5e^2\right)\\ \quad c'mv & \varepsilon'\left(\frac{89375}{128}m^5e^2\right)\end{array}\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,4Ev+c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{495}{64}m^3\right)\ldots\left\{{}^{\sin}_{\cos}\quad c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{495}{128}m^7\right)\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,4Ev-c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{5775}{64}m^3\right)\ldots\left\{{}^{\sin}_{\cos}-c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{5775}{128}m^7\right)\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,4Ev+c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{1125}{32}m^2\right)\ldots\ldots\left\{{}^{\sin}_{\cos}\quad c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{16875}{256}m^5e^2\right)\right.$$

$$2\,{}^{\sin}_{\cos}\,4Ev-c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{6825}{32}m^2\right)\ldots\ldots\left\{{}^{\sin}_{\cos}-c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{102375}{256}m^5e^2\right)\right..$$

La réunion de ces produits partiels donne

$$(f) \ldots\ldots \frac{3}{2} q \cdot \frac{\partial\left[(\alpha' u')^3 \,{}^{sin}_{cos}(2v - 2v')\right]}{u_1^4} \times 10 \cdot \left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2 =$$

$${}^{sin}_{cos}\; cv \qquad e\left\{-\frac{2475}{128} - \frac{225}{8} + \frac{2475}{128} = -\frac{225}{8}\right\} m^6$$

$$-cv \qquad e\left\{-\frac{2475}{128} + \frac{225}{16} = -\frac{675}{128}\right\} m^6$$

$$c'mv \qquad \varepsilon'\left\{\begin{array}{l} -\left(\frac{495}{16} + \frac{2145}{64} - \frac{1155}{32} + \frac{495}{128} = \frac{4125}{128}\right) m^7 \\ -\left(\frac{16875}{128} + \frac{28125}{256} - \frac{39375}{128} + \frac{16875}{256} = 0\right) m^5 e^2 \end{array}\right\}$$

$$-c'mv \qquad \varepsilon'\left\{\begin{array}{l} -\left(\frac{495}{16} + \frac{3135}{64} + \frac{165}{32} - \frac{5775}{128} = \frac{5115}{128}\right) m^7 \\ -\left(\frac{12375}{128} + \frac{57375}{256} + \frac{10125}{128} - \frac{102375}{256} = 0\right) m^5 e^2 \end{array}\right\}$$

$$2Ev + c'mv - cv \qquad e\varepsilon'\left(-\frac{675}{16} m^5\right)$$

$$-(2Ev + c'mv - cv) \qquad e\varepsilon'\left(\frac{675}{16} m^5\right)$$

$$2Ev - c'mv - cv \qquad e\varepsilon'\left(\frac{675}{16} m^5\right)$$

$$-(2Ev - c'mv - cv) \qquad e\varepsilon'\left(-\frac{675}{16} m^5\right).$$

159. Si l'on observe maintenant, que la partie elliptique de la fonction R_1 est telle qu'on a (Voyez p. 336-339 du Ier volume)

$$R' = \sin 2Ev - cv \qquad e\left(-3 \cdot \frac{m}{c} = -\frac{861279}{2048} m^6\right)$$

$$\sin 2Ev - 2cv \qquad e^2\left\{\frac{57}{8} \cdot \frac{m}{c} + 3 \cdot \frac{m^2}{c^2} = \frac{16364301}{16384} + \frac{12537}{64} = \frac{19573773}{16384}\right\} m^6$$

$$\sin 2Ev + c'mv - cv \qquad e\varepsilon'\left(\frac{3}{4} \cdot \frac{m}{c} = \frac{12429}{512} m^5\right)$$

$$\sin 2Ev - c'mv - cv \qquad e\varepsilon'\left(-\frac{63}{4} \cdot \frac{m}{c} = -\frac{261009}{512} m^5\right)$$

$$\sin 2Ev - 2c'mv - cv \qquad e\varepsilon'^2\left(-\frac{153}{4} m^3\right),$$

on obtiendra, en réunissant ces termes avec ceux des fonctions (a), (b), $(c) \ldots (f)$, prises avec le signe *sinus*, l'expression suivante de R_1;

$$R_1 = R' + \delta R' =$$

$$\sin cv \quad e \left\{ \begin{array}{l} - \left\{ \begin{array}{l} \frac{4329910913}{1769472} + \frac{11566185}{55296} + \frac{25515}{512} - \frac{22845}{512} \\ + \frac{26115}{64} - \frac{22515}{128} + \frac{125918629}{117456} + \frac{1307293}{9216} \\ - \frac{16155}{512} - \frac{78975}{2048} + \frac{225}{8} - \frac{675}{128} = \frac{6806207517}{1769472} \end{array} \right\} m^4 \\ - \left\{ \begin{array}{l} \frac{60291931}{12288} + \frac{341131}{192} + \frac{31365}{128} + \frac{19305}{64} \\ + \frac{907579}{512} + \frac{76849}{128} - \frac{5967}{128} - \frac{3213}{128} = \frac{117120035}{12288} \end{array} \right\} m^4 \varepsilon'^2 \\ - \left(\frac{1167}{64} + \frac{189}{8} = \frac{5679}{64} \right) m^4 \left(\varepsilon'^2 - E'^2 \right) \end{array} \right\}$$

$$\sin c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} - \left\{ \begin{array}{l} \frac{46261739}{20736} - \frac{14038757}{20736} - \frac{1875261}{768} + \frac{1880525}{768} + \frac{21795}{32} + \frac{314811743}{221184} \\ - \frac{23085}{32} - \frac{68616157}{221184} + \frac{3600595}{3072} + \frac{4130395}{3072} + \frac{4125}{128} - \frac{5115}{128} = \frac{66009227}{12288} \end{array} \right\} m^4 \\ - \left\{ \begin{array}{l} \frac{2900176723}{589824} + \frac{34197476321}{589824} - \frac{410781315}{16384} \\ + \frac{395623743}{32768} - \frac{247637535}{16384} - \frac{119354157}{32768} - \frac{5581281}{1024} \\ - \frac{3101097}{1024} + \frac{4143375}{1024} - \frac{3668625}{1024} = \frac{284163193}{12288} \end{array} \right\} m^3 e^2 \end{array} \right\}$$

$$\sin cv + c'mv \quad e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \frac{711684631}{294912} - \frac{6139325}{18432} - \frac{1390555}{2048} + \frac{399645}{512} - \frac{6525}{32} \\ + \frac{6525}{64} - \frac{20329367}{24576} - \frac{567691}{1536} - \frac{31587}{256} + \frac{16437}{512} = \frac{247874243}{294912} \end{array} \right\} m^3$$

$$\sin cv - c'mv \quad e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} - \frac{6073499597}{294912} - \frac{37823639}{18432} + \frac{8604365}{2048} - \frac{821085}{512} - \frac{7425}{32} + \frac{7425}{64} \\ - \frac{101288629}{24576} - \frac{909125}{1536} - \frac{13971}{256} - \frac{84585}{512} = - \frac{8121639721}{294912} \end{array} \right\} m^3$$

$$\sin cv + 2c'mv \quad e\varepsilon'^2 \left\{ - \frac{23811}{256} - \frac{2025}{32} - \frac{165}{8} = - \frac{45291}{256} \right\} m^3$$

$$\sin 2Ev \qquad \left\{ - \frac{48281}{2400} - \frac{1465}{16} - \frac{368}{128} - \frac{13761}{1280} - \frac{445}{16} + \frac{1155}{8} = \frac{606287}{19200} \right\} m^4$$

$$\sin 4Ev - 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2 \left(- \frac{3765}{32} m \right)$$

$$\sin 2Ev - cv \quad e\left\{\begin{matrix} -\frac{861279}{2048}-\frac{646741}{49152}+\frac{14844665}{12288}-\frac{20503145}{12288}+\frac{1636339}{4096} \\ -\frac{987969}{5120}-\frac{687293}{4096}-\frac{2861507}{4096}=-\frac{381926957}{245760} \end{matrix}\right\} m^4$$

$$\sin 2Ev - 2cv \quad e^2\left\{\begin{matrix} \frac{1510400809}{491520}-\frac{338261}{384}-\frac{310569197}{98304}-\frac{28704335905}{3145728}+\frac{4365}{512} \\ -\frac{44865}{1024}-\frac{22079087}{16384}-\frac{58814913}{81920}+\frac{3126729}{8192}-\frac{36955865}{8192} \\ +\frac{70875}{1024}-\frac{70875}{512}+\frac{19673773}{16384}=-\frac{243258051173}{15728640} \end{matrix}\right\} m^4$$

$$\sin 2Ev - 2c'mv \quad \varepsilon'^2\left\{ \frac{45}{2}+27=\frac{99}{2} \right\} m^4$$

$$\sin 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left\{\begin{matrix} -\frac{228106505}{16384}-\frac{811067}{4096}+\frac{2278735}{1024}-\frac{1899695}{1024}-\frac{405}{8} \\ +\frac{1215}{32}-\frac{15891359}{4096}-\frac{195999}{1024}+\frac{12429}{512}-\frac{675}{16} \\ -\frac{101757}{1024}-\frac{654573}{1024}-\frac{675}{16}=-\frac{298286365}{16384} \end{matrix}\right\} m^5$$

$$\sin 2Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left\{\begin{matrix} \frac{107972845}{16384}-\frac{939529}{12288}+\frac{5503165}{3072}-\frac{10512825}{3072} \\ +\frac{2835}{32}-\frac{1215}{16}+\frac{12585467}{4096}-\frac{259169}{1024}-\frac{261009}{512} \\ -\frac{236291}{1024}-\frac{970083}{1024}+\frac{675}{16}+\frac{675}{16}=\frac{299804315}{49152} \end{matrix}\right\} m^5$$

$$\sin 2Ev - 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2\left\{\begin{matrix} \left(\frac{28809}{256}-\frac{135}{4}=\frac{20169}{256}\right)m^2-\frac{18825}{256}m^3 \\ +\left(\frac{407781}{512}+\frac{585}{4}+\frac{11709}{128}+\frac{81}{8}-\frac{153}{4}=\frac{515097}{512}\right)m^3 \end{matrix}\right\}$$

(*)

En multipliant chacun de ces termes par le facteur correspondant que voici,

Argument	Facteur pour l'intégration
cv	$1+\frac{3}{4}m^2+\frac{225}{32}m^3+\frac{4143}{128}m^4+\frac{9}{8}m^2\varepsilon'^2+\frac{287093}{2048}m^5+\frac{825}{32}m^3\varepsilon'^2$
$c'mv$	$\frac{1}{m}$
$cv+c'mv$	$1-m+\frac{7}{4}m^2+\frac{145}{32}m^3+\frac{2759}{128}m^4$

(*) Il faut ajouter à cette valeur de R, le terme $\sin 4Ev - 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2\left(-\frac{3765}{32}m\right)$.

$cv - c'mv$	$1 + m + \frac{7}{4}m^2 + \frac{305}{32}m^3 + \frac{6859}{128}m^4$
$cv + 2c'mv$	$1 - 2.m$
$2Ev$	$\frac{1}{2}\left(1 + m + m^2 + m^3 + m^4 + m^5 + m^6\right)$
$2Ev - cv$	$1 + 2.m + \frac{13}{4}m^2 - \frac{65}{32}m^3 - \frac{6703}{128}m^4 - \frac{653941}{2048}m^5 - \frac{36113119}{24576}m^6$
$2Ev - 2cv$	$-\frac{1}{2m}\left\{\begin{matrix} 1 + \frac{3}{4}m + \frac{243}{32}m^2 + \frac{5475}{128}m^3 + \frac{489395}{2048}m^4 \\ + \frac{32943391}{24576}m^5 + \frac{4471766527}{589824}m^6 \end{matrix}\right\}$
$2Ev - 2c'mv$ . . .	$\frac{1}{2}\left(1 + 2.m + 4.m^2 + 8m^3\right)$
$2Ev + c'mv - cv$ . .	$1 + m + \frac{1}{4}m^2 - \frac{241}{32}m^3 - \frac{5959}{128}m^4 - \frac{418005}{2048}m^5$
$2Ev - c'mv - cv$ . .	$1 + 3.m + \frac{33}{4}m^2 + \frac{495}{32}m^3 - \frac{1623}{128}m^4 - \frac{681365}{2048}m^5$
$2Ev - 2c'mv - cv$ . .	$1 + 4.m + \frac{61}{4}m^2 + \frac{1631}{32}m^3$;

on aura cette valeur partielle de $-\int R_{,}dv$, savoir ;

$$(3) \; \ldots\ldots \; -\int R_{,}dv =$$

$$\cos cv \quad e\left\{\begin{matrix} -\left(\frac{117120035}{12288} + \frac{46395}{256} + \frac{37125}{256} + \frac{9531}{256} + \frac{37125}{256} = \frac{123368483}{12288}\right)m^4\epsilon'^2 \\ -\left\{\begin{matrix} \frac{6806307517}{1769472} + \frac{2437883}{8192} + \frac{14337225}{16384} \\ + \frac{4387437}{4096} + \frac{12919185}{16384} = \frac{12171955309}{1769472} \end{matrix}\right\}m^6 - \frac{5679}{64}m^4\left(\epsilon'^2 - E'^2\right) \end{matrix}\right\}$$

$$\cos c'mv \qquad \epsilon'\left\{-\frac{66009227}{12288}m^6 - \frac{284163193}{12288}m^4e^2\right\}$$

$$\cos cv + c'mv \qquad e\epsilon'\left\{\begin{matrix} \frac{247874243}{294912} + \frac{5058367}{6144} - \frac{2482613}{4096} \\ - \frac{194445}{512} - \frac{455235}{2048} = \frac{134373563}{294912} \end{matrix}\right\}m^5$$

$$\cos 4Ev - 2c'mv - cv \quad e\epsilon'^2\left(-\frac{1255}{32}m\right)$$

$$\cos cv - c'mv \quad ee' \left\{ \begin{array}{l} -\frac{8121639721}{294912} - \frac{14879785}{3072} - \frac{5503925}{4096} \\ -\frac{1161135}{1024} - \frac{1430775}{2048} = -\frac{10438820161}{294912} \end{array} \right\} m^5$$

$$\cos cv + 2c'mv \quad ee'^2 \left\{ -\frac{45291}{256} + \frac{555}{16} = -\frac{36411}{256} \right\} m^4$$

$$\cos 2Ev \quad \left\{ \frac{605287}{38400} + \frac{29147}{5120} + \frac{9}{8} + \frac{3}{4} = \frac{1791779}{76800} \right\} m^6$$

$$\cos 2Ev - cv \quad e \left\{ \begin{array}{l} -\frac{381926957}{245760} - \frac{1397297}{2048} - \frac{188565}{1024} + \frac{23985}{2048} \\ + \frac{1961823}{2048} + \frac{36113119}{8192} = \frac{726832333}{245760} \end{array} \right\} m^6$$

$$\cos 2Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{248258051173}{31457280} + \frac{182862171}{131072} + \frac{1617775659}{524288} + \frac{196820775}{65536} \\ + \frac{1463780445}{1048576} - \frac{625924429}{131072} - \frac{22358832635}{1572864} = -\frac{71799618557}{31457280} \end{array} \right\} m^5$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv \quad e'^2 \left\{ \left\{ \frac{99}{4} + \frac{51}{2} = \frac{201}{4} \right\} m^2 + \left(\frac{99}{2} + 51 = \frac{201}{2} \right) m^3 \right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv - cv \quad ee' \left\{ \begin{array}{l} -\frac{298280865}{16384} - \frac{12629955}{4096} - \frac{124263}{1024} + \frac{891459}{2048} \\ + \frac{125139}{1024} - \frac{1254015}{4096} = -\frac{346671057}{16384} \end{array} \right\} m^5$$

$$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad ee' \left\{ \begin{array}{l} \frac{299804315}{49152} + \frac{14834397}{4096} + \frac{1561527}{1024} + \frac{708345}{2048} \\ + \frac{160677}{1024} + \frac{14308665}{4096} = \frac{749187131}{49152} \end{array} \right\} m^5$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv - cv \quad ee'^2 \left\{ \begin{array}{l} -\left(\frac{1173}{8} + \frac{3111}{8} - \frac{20169}{256} = \frac{116919}{256} \right) m^2 \\ -\left(\frac{71553}{128} + \frac{83181}{64} - \frac{20169}{64} - \frac{515097}{512} = \frac{275211}{512} \right) m^3 \end{array} \right\}.$$

(*)

160. En prenant (Voyez p. 290)

$$-\frac{2Q'q}{1+\gamma^2} e \cos cv = \left(\frac{3}{2} m^2 + \frac{225}{16} m^3 + \frac{4035}{64} m^4 + \frac{9}{4} m^2 e'^2 + \frac{254693}{1024} m^5 + \frac{11628907}{12288} m^6 \right) 2e \cos cv$$

et ayant sous les yeux les termes de la fonction $-\int R_1 dv$ posés dans les pages 289, 375 du second volume, et dans les pages 123, 124, 256 de celui-ci, on trouvera

(*) Il faut ajouter à cette valeur de $-\int R_1 dv$ le terme $\cos 4Ev - 2c'mv - cv \quad ee'^2 \left(-\frac{1255}{32} m \right)$.

$$(4) \ldots\ldots \frac{2Qq}{1+\gamma^2}\, e \cos cv . \int R_1 dv =$$

$\cos ov$ $\left(-\frac{495}{16} m^2 e^2 \varepsilon'^2 - \frac{405}{32} m^2 e^2 \varepsilon'^2\right)$

$\cos cv + c'mv$ $e\varepsilon'\left(-137 . m^5 - \frac{80325}{512} m^5\right)$

$\cos cv - c'mv$ $e\varepsilon'\left(-137 . m^5 - \frac{80825}{512} m^5\right)$

$\cos 2Ev - cv$ $e\left(\frac{45}{16} m^6 + \frac{675}{64} m^6 + \frac{12105}{256} m^6 + \frac{764079}{4096} m^6 + \frac{11628907}{16384} m^6\right)$

$\cos 2Ev + c'mv - cv$ $e\varepsilon'\left(-\frac{9}{128} m^5 - \frac{675}{512} m^5 - \frac{12105}{1024} m^5 - \frac{764079}{8192} m^5\right)$

$\cos 2Ev - c'mv - cv$ $e\varepsilon'\left(\frac{2997}{128} m^5 + \frac{74925}{512} m^5 + \frac{254205}{1024} m^5 + \frac{5348553}{8192} m^5\right)$

$\cos 2Ev - 2c'mv - cv$ $e\varepsilon'^2\left(\frac{153}{16} m^3 + \frac{153}{8} m^3 + \frac{11475}{128} m^3\right)$.

En prenant (Voyez p. 292)

$$-\frac{du_1}{dv} = 2 \sin cv \; e\left(\frac{1}{2} - \frac{3}{8} m^2 - \frac{225}{64} m^3 - \frac{4071}{256} m^4 - \frac{9}{16} m^2 \varepsilon'^2 - \frac{265493}{4096} m^5 - \frac{12822631}{49152} m^6\right)$$

et ayant sous les yeux les termes de la fonction R_1 posés dans les pages 288, 369 du second volume, et dans les pages 255, 362, 121, 122, 693, 599 de celui-ci, on trouvera

$$(5) \ldots\ldots -R_1 \frac{du_1}{dv} =$$

$\cos ov$ $\left(-\frac{425007}{512} m^3 e^2 \varepsilon'^2 + \frac{495}{64} m^3 e^2 \varepsilon'^2 + \frac{405}{128} m^3 e^2 \varepsilon'^2\right)$

$\cos cv + c'mv$ $e\varepsilon'\left(\frac{42649}{192} m^5 - \frac{1071}{256} m^5\right)$

$\cos cv - c'mv$ $e\varepsilon'\left(-\frac{42649}{192} m^5 + \frac{1071}{256} m^5\right)$

$\cos 2Ev - cv$ $e\left(-\frac{12822631}{32768} m^6 - \frac{27}{32} m^6 + \frac{605287}{38400} m^4\right)$

$\cos 2Ev + c'mv - cv$ $e\varepsilon'\left(\frac{796479}{16384} m^5 - \frac{2461838}{20480} m^5\right)$

$\cos 2Ev - c'mv - cv$ $e\varepsilon'\left(-\frac{5575353}{16384} m^5 - \frac{2025}{64} m^5 - \frac{12056519}{20480} m^5\right)$

$\cos 2Ev - 2c'mv - cv$ $e\varepsilon'^2\left(\frac{99}{4} m^3 - \frac{153}{32} m^3 - \frac{11475}{256} m^3\right)$.

161. Pour avoir les termes qui naissent du développement de la fonction R_5, on fera d'abord

$$\begin{array}{lll}
\frac{R^V}{u_1} = \cos 2Ev - cv & & e\left(-\frac{861279}{2048}\,m^6\right) \\
\phantom{\frac{R^V}{u_1} =} \cos 2Ev + c'mv - cv & & e\epsilon'\left(\frac{12429}{512}\,m^5\right) \\
\phantom{\frac{R^V}{u_1} =} \cos 2Ev - c'mv - cv & & e\epsilon'\left(-\frac{261009}{512}\,m^5\right) \\
\phantom{\frac{R^V}{u_1} =} \cos 2Ev - 2c'mv - cv & & e\epsilon'^2\left(-\frac{153}{4}\,m^3\right);
\end{array}$$

et on réunira ces termes avec ceux de la fonction

$$\tfrac{3}{4}(a) + \tfrac{3}{5}(b) + \tfrac{1}{2}(c) + (d) + \tfrac{3}{4}(e) + \tfrac{3}{5}(f),$$

prise avec le signe *cosinus*, ce qui donnera

$$\frac{R_5}{u_1} = \frac{R^V + \delta R^V}{u_1} =$$

$$\cos ov \left\{\begin{array}{l}
-\left(\frac{59717}{1152} + \frac{9}{4} + \frac{45}{8} + \frac{2855}{72} = \frac{114469}{1152}\right)m^6 \quad (*) \\
-\left(\frac{83683}{64} + 171 + \frac{93857}{128} + \frac{297}{8} = \frac{287863}{128}\right)m^5\epsilon'^2 \\
+\left(\frac{8739651}{2048} + \frac{188325}{512} + \frac{112473}{128} - \frac{1755}{64} = \frac{6227559}{2048}\right)m^3e^2\epsilon'^2 \\
-\left(\frac{27}{2}m^4 + \frac{27}{4}m^5 - \frac{405}{32}m^3e^2\right)(\epsilon'^2 - E'^2)
\end{array}\right\}$$

$$\cos cv\ e \left\{\begin{array}{l}
-\left\{\begin{array}{l}\frac{4329910913}{2359296} - \frac{11566135}{73728} + \frac{15809}{512} + \frac{13707}{512} + \frac{26415}{128} + \frac{22545}{256} + \frac{405}{128} \\ + \frac{125918629}{147456} - \frac{1307293}{9216} - \frac{48465}{2048} + \frac{236925}{8192} + \frac{135}{8} = \frac{2175956059}{786432}\end{array}\right\}m^6 \\
-\left\{\begin{array}{l}\frac{60291931}{16384} - \frac{341131}{256} + \frac{18819}{128} - \frac{11583}{64} \\ + \frac{907579}{512} - \frac{76849}{128} - \frac{17901}{512} + \frac{9639}{512} = \frac{56844603}{16384}\end{array}\right\}m^4\epsilon'^2 \\
-\left(\frac{12501}{256} - \frac{567}{32} = \frac{7965}{256}\right)m^4(\epsilon'^2 - E'^2)
\end{array}\right\}$$

(*) Ce terme est nécessaire pour avoir exactement, dans R_5, le coefficient numérique qui multiplie $m^6.e\cos cv$: il est aisé d'obtenir les quatre parties qui le composent, en observant qu'elles appartiennent, respectivement, aux fonctions désignées par (a), (b), (c), (d).

$$\cos cv + c'mv \quad ee' \left\{ \begin{array}{l} \frac{711684631}{393216} + \frac{6139325}{24576} - \frac{774333}{2048} - \frac{239787}{512} - \frac{6525}{64} - \frac{6525}{128} \\ - \frac{20329367}{24576} + \frac{567691}{1536} - \frac{94761}{1024} - \frac{49311}{2048} = \frac{191154167}{393216} \end{array} \right\} m^5$$

$$\cos cv - c'mv \quad ee' \left\{ \begin{array}{l} - \frac{6073499597}{393216} + \frac{37823639}{24576} + \frac{2162619}{2048} + \frac{494811}{512} - \frac{7425}{64} - \frac{7425}{128} \\ - \frac{101288629}{24576} + \frac{909125}{1536} - \frac{41913}{1024} + \frac{253755}{2048} = - \frac{6096768173}{393216} \end{array} \right\} m^5$$

$$\cos cv + 2c'mv \quad ee'^2 \left\{ - \frac{71433}{1024} + \frac{6075}{128} - \frac{165}{8} = - \frac{43953}{1024} \right\} m^4$$

$$\cos 2Ev \quad \left\{ \frac{43231}{3200} + \frac{873}{8} + \frac{873}{16} - \frac{863}{128} + \frac{13761}{1280} + \frac{1335}{64} = \frac{1318217}{6400} \right\} m^4$$

$$\cos 2Ev - cv \quad e \left\{ \begin{array}{l} \frac{646741}{65536} + \frac{2968933}{4096} + \frac{4100629}{4096} + \frac{1636339}{4096} + \frac{987969}{5120} \\ - \frac{2061879}{16384} + \frac{8584521}{16384} - \frac{861279}{2048} = \frac{755584001}{327680} \end{array} \right\} m^4$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv \quad e'^2 \left\{ \frac{135}{8} + 27 = \frac{351}{8} \right\} m^3$$

$$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad ee' \left\{ \begin{array}{l} \frac{323917035}{65536} + \frac{939529}{16384} + \frac{1100633}{1024} + \frac{2102465}{1024} \\ + \frac{2835}{64} + \frac{1215}{32} + \frac{12535467}{4096} + \frac{259169}{1024} - \frac{708873}{4096} \\ + \frac{2910249}{4096} + \frac{405}{16} - \frac{405}{16} - \frac{261009}{512} = \frac{757031935}{65536} \end{array} \right\} m^5$$

$$\cos 2Ev + c'mv - cv \quad ee' \left\{ \begin{array}{l} - \frac{669319515}{65536} + \frac{2433201}{16384} + \frac{1367241}{1024} + \frac{1139817}{1024} \\ + \frac{1215}{64} + \frac{405}{16} - \frac{15391359}{4096} + \frac{195999}{1024} - \frac{305271}{4096} \\ + \frac{1963719}{4096} + \frac{405}{16} - \frac{405}{16} + \frac{12429}{512} = - \frac{701823687}{65536} \end{array} \right\} m^4$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv - cv \quad ee'^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{86427}{1024} - \frac{135}{4} = \frac{51867}{1024} \right) m^3 \\ + \left(\frac{1223343}{2048} + \frac{351}{4} + \frac{11709}{128} + \frac{243}{32} - \frac{153}{4} + \frac{56475}{1024} = \frac{1640565}{2048} \right) m^4 \end{array} \right\}$$

$$\cos 4Ev - 2c'mv - cv \quad ee'^2 \left(- \frac{11295}{128} m \right).$$

En rapprochant ces termes de ceux qu'on voit dans les pages 258, 365, 366, 604, et faisant ensuite le produit de cette fonction par $u_{,} = 1 + e^2 + 2 \cos cv \; e \left(\frac{1}{2} \right)$, on obtiendra le résultat suivant ;

$$(6) \;.\;.\;.\;.\;.\;.\; R_5 = R^V + \delta R^V =$$

$$\cos 0v \quad \left\{\begin{array}{l} -\frac{287863}{128} m^5 \varepsilon'^2 + \left(\frac{6227559}{2048} - \frac{3969}{32} - \frac{514503}{2048} = \frac{170595}{64}\right) m^3 e^2 \varepsilon'^2 \\ -\left\{\frac{27}{2} m^4 + \frac{27}{4} m^5 - \left(\frac{405}{32} - \frac{405}{64} = \frac{405}{64}\right) m^3 e^2\right\} (\varepsilon'^2 - E'^2) \end{array}\right\}$$

$$\cos cv \quad e \left\{\begin{array}{l} -\left(\frac{2175956059}{786432} + \frac{114469}{1152} = \frac{6762300689}{2359296}\right) m^6 \\ -\left(\frac{56844603}{16384} + \frac{9355}{16} = \frac{66424123}{16384}\right) m^4 \varepsilon'^2 \\ -\left(\frac{7965}{256} + \frac{27}{2} = \frac{11421}{256}\right) m^4 (\varepsilon'^2 - E'^2) \end{array}\right\}$$

$$\cos cv + c'mv \qquad e\varepsilon' \left\{ \frac{191154167}{393216} - \frac{161359}{384} = \frac{25922551}{393216} \right\} m^6$$

$$\cos cv - c'mv \qquad e\varepsilon' \left\{ -\frac{6096768173}{393216} - \frac{161359}{384} = -\frac{2087333263}{131072} \right\} m^5$$

$$\cos cv + 2c'mv \qquad e\varepsilon'^2 \left\{ -\frac{243}{16} - \frac{43953}{1024} = -\frac{59505}{1024} \right\} m^3$$

$$\cos 2Ev \qquad \left(\frac{1318217}{6400} m^6 \right)$$

$$\cos 2Ev - cv \qquad e \left\{ \frac{1318217}{12800} + \frac{755584001}{327680} = \frac{3946651781}{1638400} \right\} m^6$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv \qquad \varepsilon'^2 \left(\frac{351}{8} m^3 \right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv - cv \qquad e\varepsilon' \left\{ \frac{685641}{20480} - \frac{701823687}{65536} = -\frac{3498148179}{327680} \right\} m^5$$

$$\cos 2Ev - c'mv - cv \qquad e\varepsilon' \left\{ -\frac{6629277}{20480} + \frac{757031985}{65536} = \frac{3679091243}{327680} \right\} m^5$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv - cv \qquad e\varepsilon'^2 \left\{ \left(\frac{51867}{1024} + \frac{351}{16} = \frac{74331}{1024}\right) m^3 + \frac{1640565}{2048} m^4 \right\}$$

$$\cos 4Ev - 2c'mv - cv \qquad e\varepsilon'^2 \left(-\frac{11295}{128} m \right).$$

162. Pour obtenir le développement de la fonction $-R_1 \frac{d.\delta u}{dv}$ on pourra employer les termes de $-\frac{d.\delta u}{dv}$ posés dans les pages 134, 135, 263-265, 368, 405, 436, 456, 606, 607, après y avoir ajouté les termes suivans, déduits de ceux de la fonction δu qu'on voit dans les pages 381, 382, 159-162, 444, 483, 633, 410, 461.

$$-\frac{d.\delta u}{dv}=$$

$\sin 2c'mv \qquad \varepsilon'^2\left(-\frac{9}{2}m^3\right)$

$\sin cv+c'mv \qquad e\varepsilon'\left\{-\frac{72888057}{49152}-\frac{1351283}{4096}+\frac{52299}{1024}+\frac{188325}{2048}+\frac{36639}{1024}=-\frac{80314029}{49152}\right\}m^5$

$\sin cv-c'mv \qquad e\varepsilon'\left\{\frac{258190793}{49152}-\frac{3658705}{4096}-\frac{106659}{1024}-\frac{250425}{2048}-\frac{36639}{1024}=\frac{201397829}{49152}\right\}m^5$

$\sin cv+2c'mv \qquad e\varepsilon'^2\left\{-\frac{27}{32}m-\left(\frac{2685}{256}+\frac{27}{16}=\frac{3117}{256}\right)m^2-\left(\frac{3083}{64}+\frac{2685}{128}-\frac{81}{128}=\frac{4335}{64}\right)m^3\right\}$ (b)

$\sin 2Ev \qquad \left\{-\left(\frac{18985}{108}-\frac{1099}{18}=\frac{12391}{108}\right)m^5\varepsilon'^2-\left(\frac{425}{12}-10=\frac{305}{12}\right)n^3e^2\varepsilon'^2\right\}$

$$\sin 2Ev-cv \quad e\left(\begin{array}{l}\left\{\begin{array}{l}\frac{487866553}{589824}-\frac{11717381}{24576}+\frac{494183}{8192}+\frac{3121875}{16384}\\+\frac{1111388}{4096}+\frac{3962395}{16384}=\frac{658019857}{589824}\end{array}\right\}m^4\\+\left(\frac{3812017}{2048}-\frac{137955}{512}-\frac{225}{32}-\frac{16875}{512}+\frac{12375}{256}+\frac{2457}{256}=\frac{3296958}{2048}\right)m^4\varepsilon'^2\\+\left(\frac{1773}{64}-\frac{45}{4}=\frac{1053}{64}\right)m^4\left(\varepsilon'^2-E'^2\right)\end{array}\right)$$

$$\sin 2Ev+cv \quad e\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{5640553}{55296}-\frac{66329}{6912}+\frac{71}{1536}+\frac{1725}{512}+\frac{20355}{1024}=\frac{236961}{2048}\right)m^4\\+\left(\frac{100417}{768}-\frac{385}{48}-\frac{75}{64}+\frac{45}{64}=\frac{31299}{256}\right)m^4\varepsilon'^2-\frac{45}{8}m^4\left(\varepsilon'^2-E'^2\right)\end{array}\right\}$$

$\sin 2Ev+c'm\dot{v}-cv \qquad e\varepsilon'\left\{\frac{207858241}{49152}-\frac{3150109}{4096}+\frac{53667}{1024}-\frac{675}{2048}-\frac{61065}{1024}=\frac{259685629}{49152}\right\}m^5$

$$\sin 2Ev-c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left\{\begin{array}{l}-\frac{16146701}{49152}-\frac{2271513}{4096}+\frac{69345}{1024}\\+\frac{880475}{2048}+\frac{142185}{1024}=-\frac{24105617}{49152}\end{array}\right\}m^5$$

$\sin 2Ev+c'mv+cv \qquad e\varepsilon'\left\{\frac{3124645}{18432}-\frac{41683}{4608}-\frac{79}{128}-\frac{1125}{512}=\frac{322893}{2048}\right\}m^6$

$\sin 2Ev-c'mv+cv \qquad e\varepsilon'\left\{-\frac{439485}{2048}+\frac{25305}{512}+\frac{309}{128}+\frac{7875}{512}=-\frac{301821}{2048}\right\}m^5$

(b) Pour former le coefficient de cet argument, il faut multiplier par $1+2m-\frac{3}{4}m^2$ le coefficient correspondant de δu, posé dans la page 309 du second volume, après y avoir ajouté le terme $-\frac{3038}{64}m^3$ qu'on voit dans l'expression de δu à laquelle on parvient vers la fin de ce paragraphe.

$\sin 2Ev - 2c'mv - cv \quad ee'^2 \left\{ \frac{15639}{256} - \frac{255}{8} = \frac{7479}{256} \right\} m^4$ (*) V. pag. 418 du second vol.

$\sin 4Ev \quad \left\{ - \frac{43231}{1800} + \overset{(*)}{\frac{351}{40}} = - \frac{6859}{450} \right\} m^6$ (*) V. pag. 420 du second vol

$\sin 4Ev - cv \quad e \left\{ - \frac{737785}{16384} + \frac{130609}{3072} - \frac{3645}{1024} - \frac{16875}{2048} = - \frac{703421}{49152} \right\} m^4$

$\sin 4Ev + c'mv - cv \quad ee' \left\{ - \frac{974079}{8192} - \frac{8585}{512} + \overset{(*)}{\frac{675}{512}} = - \frac{1020639}{8192} \right\} m^5$

$\sin 4Ev - c'mv - cv \quad ee' \left\{ - \frac{5109125}{24576} + \frac{242675}{1536} - \overset{(*)}{\frac{2625}{512}} = - \frac{450775}{8192} \right\} m^5$

(*) V. p. 420 du second volume

$\sin 4Ev - 2c'mv - cv \quad ee'^2 \left(- \overset{(*)}{\frac{18825}{256}} m^3 \right).$ (*) Voyez la valeur de δu qu'on obtient vers la fin de ce §.

Cela posé, voici les

Produits partiels de $- R_1 \frac{d.\delta u}{dv}$,

en observant que j'ai placé à côté de chaque multiplicateur l'indication des pages où il doit être pris.

Multiplicateur.... $2 \sin cv \quad e \left(- \frac{45}{16} m - \frac{1059}{64} m^2 - \frac{63721}{1024} m^3 - \frac{2487883}{12288} m^4 \right)$ (p. 255)

Produit:

$\cos cv + c'mv \quad ee' \left(- \frac{3177}{128} m^5 \right)$

$\cos cv - c'mv \quad ee' \left(\frac{3177}{128} m^5 \right)$

$\cos 2Ev - cv \quad e \left(- \frac{2487883}{6144} m^6 - \frac{328873}{3072} m^8 - \frac{25063}{192} m^6 - \frac{8585}{96} m^6 \right)$

$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad ee' \left(- \frac{440047}{1024} m^5 - \frac{96369}{256} m^5 - \frac{6795}{32} m^5 \right)$

$\cos 2Ev + c'mv - cv \quad ee' \left(\frac{63721}{1024} m^5 + \frac{4589}{256} m^3 + \frac{825}{32} m^3 \right)$

$\cos 2Ev - 2c'mv - cv \quad ee'^2 \left(- \frac{765}{16} m^3 \right)$

Multiplicateur .... $2 \sin c'mv \quad e' \left(- \frac{357}{64} m^3 - \frac{137}{8} m^4 \right)$ (p. 362)

Produit:

$\cos cv \quad e \left(\frac{3213}{512} m^4 e'^2 \right)$

$\cos cv \quad e \left(\frac{3213}{512} m^4 e'^2 \right)$

$\cos 2Ev + c'mv - cv \quad ee' \left(\frac{685}{8} m^3 + \frac{54621}{2048} m^5 \right)$

$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad ee' \left(- \frac{685}{8} m^5 - \frac{54621}{2048} m^5 \right)$

Multiplicateur.... $2\sin cv + c'mv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{165}{32}m - \frac{1341}{32}m^2 - \frac{354659}{2048}m^3\right)$ (p. 363)

$$\text{Produit}\begin{cases}\cos cv & e\left(\quad \frac{495}{64}m^4\varepsilon'^2\right)\\ \cos ov & \left(\quad \frac{12069}{256}m^3e^2\varepsilon'^2 + \frac{149985}{2048}m^5e^2\varepsilon'^2\right)\\ \cos 2Ev - c'mv - cv & e\varepsilon'\left(-\frac{354659}{1024}m^5 - \frac{5811}{32}m^5 - \frac{3905}{96}m^5\right)\\ \cos 2Ev - 2c'mv - cv & e\varepsilon'^2\left(-\frac{1155}{32}m^3\right)\end{cases}$$

Multiplicateur .... $2\sin cv - c'mv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{225}{32}m - \frac{3807}{64}m^2 - \frac{786275}{2048}m^3\right)$ (p. 363)

$$\text{Produit}\begin{cases}\cos cv & e\left(-\frac{675}{64}m^4\varepsilon'^2\right)\\ \cos ov & \left(-\frac{34263}{512}m^3e^2\varepsilon'^2 - \frac{234225}{2048}m^3e^2\varepsilon'^2\right)\\ \cos 2Ev + c'mv - cv & e\varepsilon'\left(-\frac{786275}{1024}m^5 - \frac{16497}{64}m^5 - \frac{1775}{32}m^5\right)\end{cases}$$

Mult.^{eur}... $2\sin 2Ev\left(\frac{3}{4} + \frac{3}{2}e^2 - \frac{15}{8}\varepsilon'^2 + \frac{9}{8}m^4 - \frac{15}{4}e^2\varepsilon'^2 - \frac{45}{8}m^2\varepsilon'^2 + \frac{29147}{5120}m^5\right)$ (p. 121)

$$\text{Produit}\begin{cases}\cos 2Ev - 2c'mv & \varepsilon'^2\left(-\frac{27}{8}m^3\right)\\ \cos 2Ev + c'mv - cv & e\varepsilon'\left(\quad \frac{81}{64}m^5 + \frac{201397829}{65536}m^5\right)\\ \cos 2Ev - c'mv - cv & e\varepsilon'\left(-\frac{81}{64}m^5 - \frac{80314029}{65536}m^5\right)\\ \cos ov & \left\{\begin{array}{l}-\frac{12391}{144}m^5\varepsilon'^2 - \frac{305}{16}m^3e^2\varepsilon'^2 - \frac{65}{4}m^3e^2\varepsilon'^2\\ -\frac{925}{32}m^5e^2\varepsilon'^2 - \frac{65}{4}m^4e^2\varepsilon'^2 - \frac{3535}{144}m^5\varepsilon'^2 - \frac{195}{8}m^5\varepsilon'^2\end{array}\right\}\\ \cos cv & e\left\{\begin{array}{l}-\frac{2385}{1024}m^4\varepsilon'^2 + \frac{712563}{8192}m^6 + \frac{93897}{1024}m^4\varepsilon'^2\\ -\frac{135}{32}m^4(\varepsilon'^2 - E'^2) + \frac{675}{64}m^4\varepsilon'^2 - \frac{135}{64}m^6\end{array}\right\}\\ \cos cv & e\left\{\begin{array}{l}\frac{658019857}{786432}m^6 + \frac{9890859}{8192}m^4\varepsilon'^2 + \frac{3159}{256}m^4(\varepsilon'^2 - E'^2)\\ +\frac{1377}{256}m^6 - \frac{1407225}{16384}m^4\varepsilon'^2 - \frac{6885}{256}m^4\varepsilon'^2 + \frac{87441}{8192}m^6\end{array}\right\}\\ \cos 2Ev - 2c'mv - cv & e\varepsilon'^2\left(-\frac{9351}{1024}m^2 - \frac{13005}{256}m^3\right)\\ \cos 4Ev - 2c'mv - cv & e\varepsilon'^2\left(-\frac{765}{128}m\right)\end{cases}$$

$+$

Produit

$\cos cv - c'mv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{135}{64}m^5+\frac{259685629}{65536}m^5\right)$
$\cos cv + c'mv$	$e\varepsilon'\left(\frac{315}{64}m^5-\frac{24105617}{65536}m^5\right)$
$\cos cv + c'mv$	$e\varepsilon'\left(\frac{968679}{8192}m^5\right)$
$\cos cv - c'mv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{905463}{8192}m^6\right)$
$\cos 2Ev$	$\left(-\frac{6859}{600}m^6\right)$
$\cos cv + 2c'mv$	$e\varepsilon'^2\left(\frac{23437}{1024}m^5\right)$
$\cos 2Ev - cv$	$e\left(-\frac{703421}{65536}m^6\right)$
$\cos 2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{3061917}{32768}m^5\right)$
$\cos 2Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{1352325}{32768}m^5\right)$
$\cos 2Ev - 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2\left(-\frac{56475}{1024}m^5\right)$

Multiplicateur .... $2\sin 2Ev - cv \quad e\left\{\begin{array}{l}-\frac{3}{2}-\frac{3}{2}m+\frac{15}{4}\varepsilon'^2-\frac{369}{128}m^2\\ -3.m\varepsilon'^2-\frac{6561}{64}m^2\varepsilon'^2-\frac{14505}{512}m^4\end{array}\right\}$ (p. 121)

Produit

$\cos 2Ev - 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2\left(\frac{27}{4}m^3\right)$
$\cos 2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{1755}{32}m^5\right)$
$\cos 2Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{1755}{32}m^5\right)$
$\cos cv$	$e\left\{\begin{array}{l}-\frac{24317}{864}m^6+\frac{407}{6}m^4\varepsilon'^2-\frac{707}{36}m^6+\frac{65}{4}m^4\varepsilon'^2-\frac{1599}{128}m^6\\ +\frac{355}{12}m^4\varepsilon'^2-18.m^4\varepsilon'^2-\frac{14505}{256}m^6-\frac{6561}{32}m^4\varepsilon'^2\end{array}\right\}$
$\cos 0v$	$\left(-\frac{467145}{2048}m^5e^2\varepsilon'^2-\frac{98415}{512}m^5e^2\varepsilon'^2-\frac{459}{32}m^3e^2\varepsilon'^2+\frac{87885}{2048}m^3e^2\varepsilon'^2\right)$
$\cos cv - c'mv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{453}{4}m^5-\frac{2583}{128}m^5-\frac{10191}{32}m^5\right)$
$\cos cv + c'mv$	$e\varepsilon'\left(\frac{65}{12}m^5+\frac{369}{128}m^5+\frac{3391}{288}m^5\right)$

Multiplicateur .... $2\sin 2Ev+cv$ $\quad e\left\{-\frac{3}{2}+\frac{3}{2}m+\frac{15}{4}\epsilon'^2+\frac{261}{32}m^2+8.m\epsilon'^2+\frac{14007}{256}m^4+\frac{5139}{64}m^2\epsilon'^2\right\}$ (p. 121)

Produit

$$\cos cv+2c'mv \qquad e\epsilon'^2\left(-\frac{51}{2}m^4\right)$$

$$\cos cv \qquad e\left\{-\frac{24817}{864}m^6+\frac{407}{6}m^4\epsilon'^2+\frac{707}{36}m^6-\frac{65}{4}m^4\epsilon'^2+\frac{1131}{32}m^6+\frac{355}{12}m^4\epsilon'^2+13.m^4\epsilon'^2+\frac{14007}{128}m^6+\frac{5139}{32}m^4\epsilon'^2\right\}$$

$$\cos 0v \qquad \left\{-\frac{855}{64}m^3e^2\epsilon'^2+\frac{225}{32}m^3e^2\epsilon'^2-\frac{45}{64}m^3e^2\epsilon'^2-\frac{45}{8}m^3e^2\epsilon'^2\right\}$$

$$\cos cv+c'mv \qquad e\epsilon'\left(\frac{1827}{32}m^5+\frac{458}{4}m^5-\frac{10191}{32}m^5\right)$$

$$\cos cv-c'mv \qquad e\epsilon'\left(-\frac{261}{32}m^5-\frac{65}{12}m^5+\frac{3391}{288}m^5\right)$$

$$\cos 2Ev-cv \qquad e\left(-\frac{813}{80}m^6+\frac{6859}{300}m^6\right)$$

$$\cos 2Ev+c'mv-cv \qquad e\epsilon'\left(-\frac{2439}{320}m^5+8.m^5\right)$$

$$\cos 2Ev-c'mv-cv \qquad e\epsilon'\left(\frac{5691}{64}m^5-21.m^5\right)$$

Multiplicateur .... $2\sin 2Ev+c'mv$ $\quad \epsilon'\left(-\frac{3}{8}-\frac{3}{4}e^2-\frac{1125}{64}m^4\right)$ (p. 121)

Produit

$$\cos cv-c'mv \qquad e\epsilon'\left(-\frac{29601}{4096}m^5\right)$$

$$\cos cv+c'mv \qquad e\epsilon'\left(-\frac{16875}{512}m^5-\frac{10689778}{131072}m^5\right)$$

$$\cos 0v \qquad \left(\frac{3391}{1152}m^5\epsilon'^2+\frac{25}{64}m^3e^2\epsilon'^2+\frac{13}{16}m^3e^2\epsilon'^2\right)$$

$$\cos cv \qquad e\left(-\frac{8429228}{32768}m^4\epsilon'^2\right)$$

$$\cos cv \qquad e\left(-\frac{40059}{4096}m^4\epsilon'^2\right)$$

$$\cos cv+2c'mv \qquad e\epsilon'^2\left(-\frac{2558}{512}m^4\right)$$

$$\cos 2Ev-c'mv-cv \qquad e\epsilon'\left(\frac{169347}{32768}m^5\right)$$

$$\cos 2Ev-2c'mv-cv \qquad e\epsilon'^2\left(\frac{7875}{1024}m^3\right)$$

Multiplicateur .... $2 \sin 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{21}{8} + \frac{9}{2}m^2 + \frac{21}{4}e^2 - \frac{5247}{64}m^4\right)$ (p. 122)

Produit

$\cos cv + c'mv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{27}{32}m^3 + \frac{207207}{4096}m^5\right)$

$\cos cv - c'mv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{78705}{512}m^5 + \frac{52731}{1024}m^5 + \frac{74828411}{131072}m^3\right)$

$\cos 2Ev - 2c'mv \quad \varepsilon'^2\left(-\frac{63}{16}m^3\right)$

$\cos cv + 2c'mv \quad e\varepsilon'^2\left(\frac{315}{128}m^2\right)$

$\cos 0v \quad \left(\frac{819}{8}m^3\varepsilon'^2 + \frac{71837}{128}m^5\varepsilon'^2 + \frac{12705}{64}m^3e^2\varepsilon'^2 + \frac{1911}{16}m^3e^2\varepsilon'^2\right)$

$\cos 2Ev - 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2\left(-\frac{81}{16}m^3 - \frac{19089}{512}m^2 - \frac{431865}{2048}m^3\right)$

$\cos cv \quad e\left(-\frac{3048801}{32768}m^4\varepsilon'^2 + \frac{7659}{128}m^4\varepsilon'^2\right)$

$\cos cv \quad e\left(-\frac{409941}{4096}m^4\varepsilon'^2 - \frac{945}{32}m^4\varepsilon'^2\right)$

$\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{2025}{128}m^5 - \frac{1185429}{32768}m^3\right)$

$\cos 4Ev - 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2\left(-\frac{735}{64}m\right)$

Mult.^{eur} .... $2 \sin 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{3}{4} - \frac{21}{16}m - \frac{3699}{128}m^2 - \frac{124263}{512}m^3\right)$ (p. 122)

Produit

$\cos cv - c'mv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{124263}{256}m^3 - \frac{16029}{128}m^5 - \frac{497}{48}m^3 + \frac{707}{72}m^5\right)$

$\cos 0v \quad \left(\frac{55485}{1024}m^3e^2\varepsilon'^2 - \frac{2457}{1024}m^3e^2\varepsilon'^2 + \frac{52623}{1024}m^3e^2\varepsilon'^2\right)$

$\cos cv \quad e\left(\frac{3699}{128}m^4\varepsilon'^2 + \frac{91}{64}m^4\varepsilon'^2 - \frac{65}{24}m^4\varepsilon'^2\right)$

Mult.^{eur} .... $2 \sin 2Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{21}{4} - \frac{99}{16}m + \frac{1431}{128}m^2 + \frac{14319}{512}m^3\right)$ (p. 122)

$\cos 2Ev - 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2\left(\frac{63}{8}m^3\right)$

$\cos cv + c'mv \quad e\varepsilon'\left(\frac{47319}{256}m^3 + \frac{6201}{128}m^5 - \frac{781}{16}m^3 - \frac{4949}{72}m^3\right)$

$\cos 0v \quad \left(\frac{50085}{1024}m^3e^2\varepsilon'^2 - \frac{84249}{1024}m^3e^2\varepsilon'^2 - \frac{76923}{1024}m^3e^2\varepsilon'^2\right)$

$\cos cv \quad e\left(\frac{10017}{128}m^4\varepsilon'^2 - \frac{9009}{64}m^4\varepsilon'^2 - \frac{3171}{8}m^4\varepsilon'^2\right)$

$\cos cv + 2c'mv \quad e\varepsilon'^2\left(\frac{21}{4}m^2\right)$

$$\text{Mult.}^{\text{eur}} \ldots\ 2\sin 2Ev + c'mv + cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{3}{4} + \frac{21}{16}m + \frac{2151}{128}m^2 + \frac{49503}{512}m^3\right) \quad \text{(p. 120, 473)}$$

$$\text{Produit}\begin{cases} \cos cv + 2c'mv & e\varepsilon'^2\left(\frac{21}{4}m^2\right) \\ \cos cv + c'mv & e\varepsilon'\left(\frac{49503}{256}m^3 + \frac{9321}{128}m^3 + \frac{497}{48}m^3 + \frac{707}{72}m^3\right) \\ \cos cv & e\left(-\frac{2151}{128}m^4\varepsilon'^2 - \frac{91}{64}m^4\varepsilon'^2 - \frac{65}{24}m^4\varepsilon'^2\right) \\ \cos 0v & \left(\frac{315}{256}m^3e^2\varepsilon'^2 + \frac{207}{128}m^3e^2\varepsilon'^2\right) \\ \cos 2Ev - c'mv - cv & e\varepsilon'\left(-\frac{21}{8}m^3 - \frac{813}{160}m^3\right) \end{cases}$$

$$\text{Mult.}^{\text{eur}} \ldots\ 2\sin 2Ev - c'mv + cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{21}{4} + \frac{99}{16}m - \frac{4419}{128}m^2 - \frac{61479}{512}m^3\right) \quad \text{(p. 122, 473)}$$

$$\text{Produit}\begin{cases} \cos cv - c'mv & e\varepsilon'\left(-\frac{61479}{256}m^3 - \frac{19149}{128}m^3 + \frac{781}{16}m^3 - \frac{4949}{72}m^3\right) \\ \cos cv & e\left(-\frac{30933}{128}m^4\varepsilon'^2 + \frac{9009}{64}m^4\varepsilon'^2 - \frac{3171}{8}m^4\varepsilon'^2\right) \\ \cos 0v & \left(-\frac{10395}{256}m^3e^2\varepsilon'^2 + \frac{2079}{128}m^3e^2\varepsilon'^2\right) \\ \cos 2Ev + c'mv - cv & e\varepsilon'\left(-\frac{99}{8}m^3 + \frac{5691}{160}m^3\right) \end{cases}$$

Multiplicateur	Produit
(p. 371 du vol. 2) $2\sin 2Ev - 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2\left(-\frac{51}{4}\right) \ldots$	$\cos cv + 2c'mv \quad e\varepsilon'^2\left(-\frac{51}{2}m^2\right)$
(p. 369 du vol. 2) $2\sin 2Ev - 2c'mv \quad \varepsilon'^2\left(\frac{51}{8}\right) \ldots$	$\cos cv + 2c'mv \quad e\varepsilon'^2\left(-\frac{765}{64}m^2\right)$ $\cos 4Ev - 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2\left(-\frac{765}{64}m\right)$

$$\text{Mult.}^{\text{eur}} \ldots\ 2\sin 4Ev \quad \left(-\frac{3}{2}m^2 - \frac{119}{32}m^3 - \frac{335}{48}m^4\right) \quad \text{(p. 372 du vol. 2, et p. 599 de celui-ci)}$$

$$\text{Produit}\begin{cases} \cos 2Ev & \left(-\frac{335}{24}m^6 - \frac{1547}{96}m^6 - \frac{71}{6}m^6\right) \\ \cos 2Ev - cv & e\left(\frac{1675}{128}m^6 + \frac{357}{512}m^6 - \frac{477}{256}m^6\right) \\ \cos 2Ev - c'mv - cv & e\varepsilon'\left(-\frac{1785}{512}m^5 - \frac{207}{64}m^5\right) \\ \cos 2Ev + c'mv - cv & e\varepsilon'\left(\frac{12495}{512}m^5 + \frac{207}{64}m^5\right) \end{cases}$$

+

Produit

$\cos cv \qquad e\left(\frac{26775}{2048}m^6+\frac{7885}{512}m^5\right)$

$\cos cv \qquad e\left(-\frac{1785}{256}m^6\right)$

$\cos cv-c'mv \qquad e\epsilon'\left(-\frac{2025}{256}m^5\right)$

$\cos cv+c'mv \qquad e\epsilon'\left(\frac{7875}{256}m^5\right)$

Mult.^{eur}.... $2\sin 4Ev-cv \quad e\left(-\frac{45}{16}m-\frac{399}{64}m^2-\frac{14825}{1024}m^3-\frac{529459}{12288}m^4\right)$ (p. 400, 599)

Produit

$\cos 2Ev-cv \qquad e\left(-\frac{529459}{6144}m^6-\frac{192725}{3072}m^6-\frac{9443}{192}m^6-\frac{8535}{96}m^6\right)$

$\cos 2Ev+c'mv-cv \qquad e\epsilon'\left(-\frac{108775}{1024}m^5-\frac{36309}{256}m^5-\frac{6795}{32}m^5\right)$

$\cos 2Ev-c'mv-cv \qquad e\epsilon'\left(\frac{14825}{1024}m^5+\frac{1729}{256}m^5+\frac{825}{32}m^5\right)$

$\cos cv \qquad e\left(\frac{399}{32}m^6+\frac{2439}{128}m^6\right)$

$\cos cv+c'mv \qquad e\epsilon'\left(-\frac{45}{8}m^5\right)$

$\cos cv-c'mv \qquad e\epsilon'\left(\frac{315}{8}m^5\right)$

Multiplicateur | Produit

(p. 372 du vol. 2) $2\sin 4Ev+cv \quad e\left(\frac{75}{16}m^2\right)$...... $\left\{\cos cv \qquad e\left(-\frac{75}{8}m^6\right)\right.$

Mult.^{eur}.... $2\sin 4Ev+c'mv \quad \epsilon'\left(\frac{3}{2}m^2+\frac{357}{128}m^3\right)$ (p. 372 du vol. 2, et 501 de celui-ci)

Produit

$\cos 2Ev+c'mv-cv \qquad e\epsilon'\left(-\frac{5355}{1024}m^5-\frac{9}{32}m^5\right)$

$\cos cv+c'mv \qquad e\epsilon'\left(-\frac{675}{128}m^5\right)$

Mult.^{eur}.... $2\sin 4Ev-c'mv \quad \epsilon'\left(-\frac{21}{2}m^2-\frac{4165}{128}m^3\right)$ (p. 372 du vol. 2, et 501 de celui-ci)

Produit

$\cos 2Ev-c'mv-cv \qquad e\epsilon'\left(\frac{62475}{1024}m^5+\frac{63}{32}m^5\right)$

$\cos cv-c'mv \qquad e\epsilon'\left(\frac{4725}{128}m^5\right)$

Multiplicateur.... $2\sin 4Ev+c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{135}{32}m-\frac{51}{64}m^2-\frac{195968}{2048}m^3\right)$ (p. 454, 600)

$$\text{Produit}\begin{cases}\cos 2Ev+c'mv-cv & e\varepsilon'\left(-\frac{195963}{2048}m^5-\frac{221}{64}m^5+\frac{1065}{32}m^5\right)\\ \cos cv-c'mv & e\varepsilon'\left(-\frac{135}{16}m^5\right)\end{cases}$$

Mult.^{eur}.... $2\sin 4Ev-c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{525}{32}m-\frac{1179}{32}m^2-\frac{157835}{2048}m^3\right)$ (p. 454, 600)

$$\text{Produit}\begin{cases}\cos 2Ev-c'mv-cv & e\varepsilon'\left(-\frac{157835}{1024}m^5-\frac{5109}{32}m^5-\frac{12425}{96}m^5\right)\\ \cos cv+c'mv & e\varepsilon'\left(\frac{525}{16}m^5\right)\\ \cos 2Ev-2c'mv-cv & e\varepsilon'^2\left(\frac{525}{32}m^3\right).\end{cases}$$

La réunion de ces produits partiels donne ;

$$(7)\;\ldots\ldots\;-R_{,}\frac{d.\delta u}{dv}=$$

$$\cos 0v\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{819}{8}-\frac{12891}{144}+\frac{71337}{128}+\frac{3391}{1152}-\frac{3585}{144}-\frac{195}{8}=\frac{1583}{3}\right)m^5\varepsilon'^2\\ +\left\{\begin{array}{l}\frac{12069}{256}+\frac{149985}{2048}-\frac{34263}{512}-\frac{234225}{2048}-\frac{305}{16}-\frac{65}{4}-\frac{925}{32}-\frac{65}{4}\\ -\frac{467145}{2048}-\frac{98415}{512}-\frac{459}{32}+\frac{87885}{2048}-\frac{865}{64}+\frac{225}{32}-\frac{45}{64}-\frac{45}{8}\\ +\frac{12705}{64}+\frac{1911}{16}+\frac{25}{64}+\frac{13}{16}+\frac{55485}{1024}-\frac{2457}{1024}+\frac{52623}{1024}+\frac{50085}{1024}\\ -\frac{84249}{1024}-\frac{76923}{1024}+\frac{315}{256}+\frac{207}{128}-\frac{10395}{256}+\frac{2079}{128}=-\frac{129765}{512}\end{array}\right\}m^3e^2\varepsilon'^2\end{array}\right\}$$

$$\cos cv+c'mv\;\;e\varepsilon'\left\{\begin{array}{l}-\frac{3177}{128}+\frac{315}{64}-\frac{24105617}{65536}+\frac{968679}{8192}+\frac{65}{12}+\frac{369}{128}+\frac{3391}{288}\\ +\frac{1827}{32}+\frac{453}{4}-\frac{10191}{32}-\frac{27}{32}+\frac{207207}{4096}-\frac{16875}{512}-\frac{10689773}{131072}\\ +\frac{47319}{256}+\frac{6201}{128}-\frac{781}{16}-\frac{4949}{72}+\frac{49503}{256}+\frac{9321}{128}+\frac{497}{48}\\ +\frac{707}{72}+\frac{7875}{256}-\frac{45}{8}-\frac{675}{128}+\frac{525}{16}=-\frac{8870327}{1179648}\end{array}\right\}m^5$$

$$\cos cv - c'mv \quad e\varepsilon' \left\{ \begin{aligned} & \frac{3177}{128} - \frac{135}{64} + \frac{259685629}{65536} - \frac{905463}{8192} - \frac{453}{4} - \frac{2583}{128} - \frac{10191}{32} \\ & - \frac{261}{32} - \frac{65}{12} + \frac{3391}{288} - \frac{78705}{512} + \frac{52731}{1024} + \frac{74828411}{131072} - \frac{29601}{4096} \\ & - \frac{124263}{256} - \frac{16029}{128} - \frac{497}{48} + \frac{707}{72} - \frac{61479}{256} - \frac{19149}{128} + \frac{781}{16} \\ & - \frac{4949}{72} - \frac{2025}{256} + \frac{315}{8} + \frac{4725}{128} - \frac{135}{16} = \frac{3446359693}{1179648} \end{aligned} \right\} m^5$$

$$\cos cv \quad e \left\{ \begin{aligned} & + \left\{ \begin{aligned} & \frac{710883}{8192} - \frac{135}{64} + \frac{658019857}{786432} + \frac{1377}{256} + \frac{87441}{8192} - \frac{24317}{864} - \frac{707}{36} \\ & - \frac{1599}{128} - \frac{14505}{256} - \frac{24317}{864} + \frac{707}{36} + \frac{1131}{32} + \frac{14007}{128} + \frac{26775}{2048} \\ & + \frac{7335}{512} + \frac{399}{32} - \frac{1785}{256} + \frac{2439}{128} - \frac{75}{8} = \frac{7073245849}{7077888} \end{aligned} \right\} m^6 \\ & + \left\{ \begin{aligned} & \frac{495}{64} - \frac{675}{64} - \frac{2385}{1024} + \frac{93897}{1024} + \frac{675}{64} + \frac{9890859}{8192} - \frac{1407225}{16384} \\ & - \frac{6885}{256} + \frac{407}{6} + \frac{65}{4} + \frac{355}{12} - 13 + \frac{3699}{128} - \frac{6561}{32} + \frac{407}{6} - \frac{65}{4} \\ & + \frac{355}{12} + 13 + \frac{5139}{32} + \frac{91}{64} - \frac{65}{24} - \frac{3018801}{32768} + \frac{7659}{128} - \frac{409941}{4096} \\ & - \frac{945}{32} + \frac{10017}{128} - \frac{8429223}{32768} - \frac{40059}{4096} + \frac{3213}{512} + \frac{3213}{512} - \frac{9009}{64} - \frac{3171}{8} \\ & - \frac{2151}{128} - \frac{91}{64} - \frac{65}{24} - \frac{30933}{128} + \frac{9009}{64} - \frac{3171}{8} = - \frac{1212853}{49152} \end{aligned} \right\} m^4 \varepsilon'^2 \\ & + \left(\frac{3159}{256} - \frac{135}{32} = \frac{2079}{256} \right) m^4 (\varepsilon'^2 - E'^2) \end{aligned} \right\}$$

$$\cos cv + 2c'mv \quad e\varepsilon'^2 \left\{ - \frac{51}{2} + \frac{315}{128} - \frac{2553}{512} + \frac{21}{4} + \frac{21}{4} - \frac{51}{2} - \frac{765}{64} + \frac{22437}{1024} = - \frac{33861}{1024} \right\} m^3$$

$$\cos 2Ev \qquad \left\{ - \frac{6859}{600} - \frac{335}{24} - \frac{1547}{96} - \frac{71}{6} = - \frac{128011}{2400} \right\} m^6$$

$$\cos 2Ev - cv \quad e \left\{ \begin{aligned} & - \frac{2437883}{6144} - \frac{828373}{3072} - \frac{25063}{192} - \frac{3535}{96} - \frac{703421}{65536} + \frac{1675}{128} + \frac{357}{512} - \frac{477}{256} \\ & - \frac{529459}{6144} - \frac{192725}{3072} - \frac{9443}{192} - \frac{3535}{96} - \frac{813}{80} + \frac{6859}{300} = - \frac{1728236213}{1638400} \end{aligned} \right\} m^6$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv \quad \varepsilon'^2 \left\{ - \frac{63}{16} - \frac{27}{8} = - \frac{117}{16} \right\} m^3$$

$$\cos 2Ev + c'mv - cv \quad ee' \left\{ \begin{array}{l} \frac{63721}{1024} + \frac{4589}{256} + \frac{325}{32} + \frac{685}{8} + \frac{54621}{2048} - \frac{786275}{1024} \\ - \frac{16497}{64} - \frac{1775}{32} + \frac{81}{64} + \frac{1755}{32} + \frac{201897829}{65536} - \frac{3061917}{32768} \\ - \frac{2025}{128} - \frac{1185129}{32768} - \frac{99}{8} + \frac{5691}{160} + \frac{12495}{512} - \frac{2439}{320} \\ + \frac{297}{64} - \frac{103775}{1024} - \frac{36309}{256} - \frac{6795}{32} - \frac{5355}{1024} - \frac{9}{32} \\ - \frac{195963}{1024} - \frac{221}{64} + 3 + \frac{1065}{32} = \frac{501457477}{327680} \end{array} \right\} m^5$$

$$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad ee' \left\{ \begin{array}{l} - \frac{446047}{1024} - \frac{96369}{256} - \frac{6795}{32} - \frac{685}{8} - \frac{51621}{2048} - \frac{354659}{1024} \\ - \frac{5811}{32} - \frac{3905}{96} - \frac{81}{64} - \frac{80314029}{65536} - \frac{1352325}{32768} - \frac{1755}{32} \\ + \frac{169347}{32768} - \frac{21}{3} - \frac{813}{160} - \frac{1785}{512} - \frac{207}{64} + \frac{14825}{1024} \\ + \frac{1729}{256} + \frac{325}{32} + \frac{5691}{64} + \frac{62175}{1024} + \frac{63}{32} - \frac{157835}{1024} \\ - \frac{5109}{32} - 21 - \frac{12425}{96} = - \frac{3262074367}{983040} \end{array} \right\} m^5$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv - cv \quad ee'^2 \left\{ \begin{array}{l} - \left(\frac{9351}{1024} + \frac{19089}{512} = \frac{47529}{1024} \right) m^2 \\ + \left\{ \begin{array}{l} - \frac{765}{16} - \frac{1155}{32} - \frac{13005}{256} + \frac{27}{4} - \frac{81}{16} - \frac{431865}{2048} \\ + \frac{7875}{1024} + \frac{63}{8} + \frac{525}{32} - \frac{56475}{1024} = - \frac{751761}{2048} \end{array} \right\} m^3 \end{array} \right\}$$

$$\cos 4Ev - 2c'mv - cv \quad ee'^2 \left\{ - \frac{765}{128} - \frac{735}{64} - \frac{765}{64} = - \frac{3765}{128} \right\} m.$$

163. Pour avoir les termes donnés par le développement de la fonction $-\left(\frac{d^2 . \delta u}{dv^2} + \delta u\right) \int R_1 dv$, on pourra employer les termes de $-\left(\frac{d^2 \delta u}{dv^2} + \delta u\right)$ posés dans les pages 143, 144, 272-274, 373-374, 407, 439, 458, 618, 619, après y avoir ajouté les termes suivans déduits de ceux de la fonction $-\frac{d^2 . \delta u}{dv^2} - \left(1 - \frac{3}{2}\mu^2\right) \delta u$ qu'on voit dans les pages 380, 153-157, 482, 631, et vers la fin de ce paragraphe.

$$-\left(\frac{d^2.\delta u}{dv^2}+\delta u\right)=$$

$\cos 2c'mv \qquad \varepsilon'^2\left(\frac{9}{4}m^2+0.m^3\right)$

$\cos cv+c'mv \qquad e\varepsilon'\left\{-\frac{896311}{2048}+\frac{52299}{512}=-\frac{687115}{2048}\right\}m^5$

$\cos cv-c'mv \qquad e\varepsilon'\left\{-\frac{3934567}{2048}-\frac{106659}{512}=-\frac{4361203}{2048}\right\}m^5$

$\cos cv+2c'mv \qquad e\varepsilon'^2\left\{-\frac{27}{8}m^2-\left(\frac{2901}{64}-\frac{81}{64}=\frac{705}{16}\right)m^3\right\}$ (V. p. 304 du second volume)

$\cos 2Ev \qquad \left\{-\left(63-\frac{95}{8}=\frac{409}{8}\right)m^3\varepsilon'^2-\frac{105}{8}m^2e^2\varepsilon'^2\right\}$

$$\cos 2Ev-cv \qquad e\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{743579}{1536}-\frac{494133}{4096}=\frac{4166233}{12288}\right)m^4\\ -\left(\frac{70263}{128}-\frac{225}{16}=\frac{68463}{128}\right)m^4\varepsilon'^2-\frac{45}{2}m^4(\varepsilon'^2-E'^2)\end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev+cv \qquad e\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{13872125}{41472}+\frac{71}{768}=\frac{13875959}{41472}\right)m^4\\ +\left(\frac{44111}{128}-\frac{75}{32}=\frac{43811}{128}\right)m^4\varepsilon'^2-15.m^4(\varepsilon'^2-E'^2)\end{array}\right\}$$

$\cos 2Ev+c'mv-cv \qquad e\varepsilon'\left\{-\frac{2771287}{2048}-\frac{53667}{512}=-\frac{2985955}{2048}\right\}m^5$

$\cos 2Ev-c'mv-cv \qquad e\varepsilon'\left\{\frac{661953}{2048}-\frac{69345}{512}=\frac{384573}{2048}\right\}m^5$

$\cos 2Ev+c'mv+cv \qquad e\varepsilon'\left\{\frac{2650287}{6912}-\frac{79}{64}=\frac{2641705}{6912}\right\}m^3$

$\cos 2Ev-c'mv+cv \qquad e\varepsilon'\left\{-\frac{54419}{256}+\frac{309}{64}=-\frac{53183}{256}\right\}m^5$

$\cos 2Ev-2c'mv-cv \qquad e\varepsilon'^2\left(-\frac{255}{4}m^2\right)$ (Voyez pag. 410 du second volume)

$\cos 4Ev \qquad \left\{-\frac{2747}{96}+\frac{3}{4}=-\frac{2675}{96}\right\}m^6$

$\cos 4Ev-cv \qquad e\left\{-\frac{72497}{6144}+\frac{3645}{512}=-\frac{28757}{6144}\right\}m^6$

$\cos 4Ev+c'mv-cv \qquad e\varepsilon'\left\{-\frac{340713}{1024}-\frac{675}{256}=-\frac{343413}{1024}\right\}m^5$

$\cos 4Ev-c'mv-cv \qquad e\varepsilon'\left\{\frac{1674175}{9216}+\frac{2625}{256}=\frac{1768675}{9216}\right\}m^5$

$\cos 4Ev-2c'mv-cv \qquad e\varepsilon'^2\left(-\frac{6275}{32}m^3\right).$

Maintenant, voici les

Produits partiels de $-2\left(\frac{d^2.\delta u}{dv^2}+\delta u\right)\int R_1 dv$,

en observant qu'on a indiqué à côté de chaque multiplicateur les pages où il a été pris.

Multip.^{eur}.... $2\cos cv\quad e\left(\frac{45}{8}m+\frac{1059}{32}m^2+\frac{65881}{512}m^3+\frac{2833379}{6144}m^4\right)$ (p. 256)

Produit

$\cos cv+c'mv \quad e\varepsilon'\left(\frac{197643}{1024}m^5-\frac{27405}{128}m^5\right)$

$\cos cv-c'mv \quad e\varepsilon'\left(\frac{197643}{1024}m^5-\frac{27405}{128}m^5\right)$

$\cos 2Ev-cv \quad e\left(\frac{2833379}{2048}m^6+\frac{197643}{1024}m^6-\frac{585}{32}m^6\right)$

$\cos 2Ev-c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{1383501}{1024}m^5+\frac{66717}{256}m^5+\frac{14445}{128}m^5\right)$

$\cos 2Ev+c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{197643}{1024}m^5-\frac{8177}{256}m^5-\frac{2835}{128}m^5\right)$

$\cos 2Ev-2c'mv-cv \quad e\varepsilon'^2\left(\frac{2295}{16}m^3\right)$

Multiplicateur.... $2\cos c'mv\quad \varepsilon'\left(\frac{357}{32}m^2+\frac{274}{8}m^3\right)$ (p. 364)

Produit

$\cos 0v \quad \left(137.\,m^3\varepsilon'^2\right)$

$\cos 2Ev+c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left(-685.m^5-\frac{136017}{512}m^5\right)$

$\cos 2Ev-c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left(-685.m^5-\frac{136017}{512}m^5\right)$

$\cos cv \quad e\left(-\frac{3213}{128}m^4\varepsilon'^2\right)$

$\cos cv \quad e\left(-\frac{3213}{128}m^4\varepsilon'^2\right)$

Mult.^{eur}.... $2\cos cv+c'mv\quad e\varepsilon'\left(\frac{165}{16}m+\frac{147}{2}m^2+\frac{287315}{1024}m^3\right)$ (p. 323)

Produit

$\cos cv \quad e\left(\frac{441}{4}m^4\varepsilon'^2\right)$

$\cos 0v \quad \left(-\frac{1485}{64}m^3e^2\varepsilon'^2\right)$

$\cos 2Ev-c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{861945}{1024}m^5+\frac{441}{4}m^5\right)$

$\cos 2Ev-2c'mv-cv \quad e\varepsilon'^2\left(\frac{3465}{32}m^3\right)$

Multiplicateur . . . . $2\cos cv - c'mv \quad e\varepsilon'\left(\frac{225}{16}m + \frac{4257}{32}m^2 + \frac{938299}{1024}m^3\right)$ (p. 123)

$$\text{Produit}\begin{cases} \cos cv & e\left(\frac{12771}{64}m^4\varepsilon'^2\right) \\ \cos 0v & \left(-\frac{2025}{64}m^3e^2\varepsilon'^2\right) \\ \cos 2Ev + c'mv - cv & e\varepsilon'\left(\frac{2799897}{1024}m^5 + \frac{12771}{64}m^5\right) \end{cases}$$

Mult.^{eur} . . . $2\cos 2Ev$ $\left\{\begin{array}{l} -\frac{3}{4} - \frac{3}{4}m - \frac{3}{4}m^2 - \frac{3}{2}e^2 + \frac{15}{8}\varepsilon'^2 - \frac{3}{4}m^3 - \frac{3}{2}me^2 + \frac{15}{8}m\varepsilon'^2 \\ -\frac{15}{8}m^4 + \frac{15}{4}e^2\varepsilon'^2 + \frac{15}{2}m^2\varepsilon'^2 + \frac{15}{2}m^3\varepsilon'^2 + \frac{15}{4}me^2\varepsilon'^2 \end{array}\right\}$ (p. 123)

$$\text{Produit}\begin{cases} \cos 2Ev - 2c'mv & \varepsilon'^2\left(-\frac{27}{16}m^2 - \frac{27}{16}m^3\right) \\ \cos 2Ev - 2c'mv - cv & e\varepsilon'^2\left(\frac{81}{32}m^2 + \frac{2115}{64}m^3 + \frac{81}{32}m^3\right) \\ \cos 2Ev + c'mv - cv & e\varepsilon'\left(\frac{27}{16}m^5 + \frac{8393}{128}m^5 + \frac{115425}{512}m^5 + \frac{13083609}{8192}m^5\right) \\ \cos 2Ev - c'mv - cv & e\varepsilon'\left(\frac{27}{16}m^5 + \frac{2457}{128}m^5 + \frac{43065}{512}m^5 + \frac{2061345}{8192}m^5\right) \\ \cos 0v & \left\{\begin{array}{l} \frac{45}{2}m^5\varepsilon'^2 + \frac{45}{4}m^3e^2\varepsilon'^2 + \frac{45}{4}m^5\varepsilon'^2 + \frac{45}{8}m^3e^2\varepsilon'^2 + \frac{45}{8}m^5\varepsilon'^2 \\ + \frac{45}{4}m^3e^2\varepsilon'^2 + \frac{45}{4}m^3e^2\varepsilon'^2 - \frac{195}{32}m^5\varepsilon'^2 + \frac{45}{16}m^5\varepsilon'^2 + \frac{45}{8}m^3e^2\varepsilon'^2 \\ + \frac{1575}{64}m^3e^2\varepsilon'^2 + \frac{459}{16}m^5\varepsilon'^2 + \frac{45}{4}m^3e^2\varepsilon'^2 + \frac{1227}{32}m^5\varepsilon'^2 + \frac{315}{32}m^3e^2\varepsilon'^2 \end{array}\right\} \\ \cos cv \quad e & \left\{\begin{array}{l} \frac{225}{16}m^6 - \frac{225}{4}m^4\varepsilon'^2 + \frac{1148}{64}m^6 - \frac{5715}{128}m^4\varepsilon'^2 + \frac{7821}{256}m^6 \\ - \frac{39105}{512}m^4\varepsilon'^2 - \frac{225}{16}m^4\varepsilon'^2 + \frac{32835}{4096}m^6 - \frac{765}{64}m^4\varepsilon'^2 \\ - \frac{4466233}{16384}m^6 + \frac{205389}{512}m^4\varepsilon'^2 + \frac{135}{8}m^4(\varepsilon'^2 - E'^2) \end{array}\right\} \\ \cos cv \quad e & \left\{\begin{array}{l} \frac{75}{8}m^6 - \frac{75}{2}m^4\varepsilon'^2 - \frac{11}{4}m^6 + \frac{55}{8}m^4\varepsilon'^2 - \frac{401}{96}m^6 \\ + \frac{2005}{192}m^4\varepsilon'^2 - \frac{75}{8}m^4\varepsilon'^2 - \frac{220687}{4608}m^6 - 10\,.\,m^4\varepsilon'^2 \\ - \frac{13875959}{55296}m^6 - \frac{131433}{512}m^4\varepsilon'^2 + \frac{45}{4}m^4(\varepsilon'^2 - E'^2) \end{array}\right\} \end{cases}$$

+

$$
\text{Produit}\left\{
\begin{array}{ll}
\cos cv - c'mv & e\varepsilon'\left(-\frac{45}{16}m^5+\frac{441}{128}m^5+\frac{62757}{512}m^5+\frac{8957865}{8192}m^5\right) \\
\cos cv + c'mv & e\varepsilon'\left(-\frac{15}{8}m^5-\frac{113}{32}m^5-\frac{38209}{768}m^5-\frac{2641705}{9216}m^5\right) \\
\cos cv + 2c'mv & e\varepsilon'^2\left(\frac{765}{16}m^4\right) \\
\cos cv + c'mv & e\varepsilon'\left(\frac{315}{16}m^5+\frac{10809}{128}m^5+\frac{85437}{512}m^5-\frac{1153719}{8192}m^5\right) \\
\cos cv - c'mv & e\varepsilon'\left(\frac{105}{8}m^5-\frac{327}{32}m^5+\frac{16071}{256}m^5+\frac{159549}{1024}m^5\right) \\
\cos 2Ev & \left(\frac{45}{8}m^6+\frac{1623}{128}m^6+\frac{2675}{128}m^6\right) \\
\cos 2Ev - cv & e\left(\frac{225}{32}m^6+\frac{945}{128}m^6-\frac{7451}{2048}m^6+\frac{28757}{8192}m^6\right) \\
\cos 2Ev + c'mv - cv & e\varepsilon'\left(-\frac{675}{64}m^5+\frac{1245}{128}m^5+\frac{1030239}{4096}m^6\right) \\
\cos 2Ev - c'mv - cv & e\varepsilon'\left(\frac{2625}{64}m^5+\frac{1145}{32}m^5-\frac{1768675}{12288}m^5\right) \\
\cos 2Ev - 2c'mv - cv & e\varepsilon'^2\left(\frac{18825}{128}m^5\right)
\end{array}\right.
$$

$$
\text{Mult.}^{\text{eur}} \ldots\, 2\cos 2Ev - cv \quad e\left\{
\begin{array}{l}
3 + 9.m + \frac{63}{4}m^2 - \frac{15}{2}\varepsilon'^2 + \frac{603}{64}m^3 - 9.m\varepsilon'^2 \\
-\frac{24321}{256}m^4 - \frac{3903}{256}m^2e^2 + \frac{6057}{32}m^2\varepsilon'^2
\end{array}\right\} \text{(p. 124)}
$$

$$
\text{Produit}\left\{
\begin{array}{ll}
\cos 2Ev + c'mv - cv & e\varepsilon'\left(-\frac{1543}{2}m^5-\frac{5481}{16}m^5+\frac{1809}{128}m^5\right) \\
\cos 2Ev - c'mv - cv & e\varepsilon'\left(-\frac{1543}{2}m^5-\frac{5481}{16}m^5+\frac{1809}{128}m^5\right) \\
\cos cv & e\left\{\begin{array}{l}-\frac{72963}{256}m^6+\frac{18171}{32}m^4\varepsilon'^2+\frac{1809}{128}m^6-\frac{27}{2}m^4\varepsilon'^2 \\ -\frac{945}{8}m^4\varepsilon'^2-\frac{117}{4}m^6-\frac{135}{4}m^4\varepsilon'^2-\frac{459}{4}m^4\varepsilon'^2-\frac{1123}{32}m^6\end{array}\right\} \\
\cos 0v & \left(\frac{135}{2}m^3e^2\varepsilon'^2+\frac{5715}{32}m^3e^2\varepsilon'^2+\frac{675}{4}m^3e^2\varepsilon'^2+\frac{765}{16}m^3e^2\varepsilon'^2\right) \\
\cos cv - c'mv & e\varepsilon'\left(\frac{12663}{128}m^5+\frac{3969}{32}m^5+\frac{2889}{16}m^5-\frac{99}{16}m^5\right) \\
\cos cv + c'mv & e\varepsilon'\left(-\frac{1809}{128}m^5-\frac{189}{32}m^5-\frac{567}{16}m^5-\frac{339}{16}m^5\right) \\
\cos 2Ev - 2c'mv - cv & e\varepsilon'^2\left(\frac{27}{4}m^2+\frac{81}{4}m^3\right)
\end{array}\right.
$$

Mult.^{eur} .... $2\cos 2Ev + cv$ $\quad e\left\{\begin{array}{l} 1 - \frac{1}{8}m + \frac{1}{36}m^2 - \frac{5}{2}\epsilon'^2 - \frac{2729}{864}m^3 \\ -\frac{11}{3}m\epsilon'^2 - \frac{74533}{2592}m^4 - \frac{16193}{288}m^2\epsilon'^2 \end{array}\right\}$ (p. 124)

Produit

$$\cos cv \quad e\left\{\begin{array}{l} -\frac{74533}{864}m^6 - \frac{16193}{96}m^4\epsilon'^2 - \frac{2729}{576}m^6 - \frac{11}{2}m^4\epsilon'^2 \\ -\frac{5}{24}m^4\epsilon'^2 + \frac{13}{12}m^6 + \frac{5}{4}m^4\epsilon'^2 - \frac{153}{4}m^4\epsilon'^2 - \frac{1123}{96}m^6 \end{array}\right\}$$

$$\cos ov \quad \left(\frac{55}{3}m^3e^2\epsilon'^2 - \frac{55}{6}m^3e^2\epsilon'^2 - \frac{25}{6}m^3e^2\epsilon'^2 + \frac{40}{3}m^3e^2\epsilon'^2\right)$$

$$\cos cv + c'mv \quad e\epsilon'\left(-\frac{19103}{576}m^5 + \frac{7}{32}m^5 - \frac{107}{16}m^5 - \frac{33}{16}m^5\right)$$

$$\cos cv - c'mv \quad e\epsilon'\left(\frac{2729}{576}m^5 - \frac{1}{96}m^5 + \frac{21}{16}m^5 - \frac{113}{16}m^5\right)$$

$$\cos 2Ev - cv \quad e\left(-\frac{5}{24}m^6 + \frac{541}{96}m^6 - \frac{2675}{96}m^6\right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\epsilon'\left(-\frac{5}{2}m^5 + \frac{1623}{128}m^5\right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\epsilon'\left(\frac{35}{2}m^5 - \frac{18935}{128}m^5\right)$$

$$\cos cv + 2c'mv \quad e\epsilon'^2\left(\frac{51}{2}m^4\right)$$

Mult.^{eur} .... $2\cos 2Ev + c'mv$ $\quad \epsilon'\left(\frac{3}{8} + \frac{3}{16}m + \frac{3}{32}m^2 + \frac{3}{4}e^2 + \frac{3}{64}m^3 + \frac{3}{8}me^2\right)$ (p. 124)

Produit

$$\cos cv + c'mv \quad e\epsilon'\left(-\frac{45}{128}m^5 - \frac{1148}{512}m^5 - \frac{7821}{1024}m^5 - \frac{32835}{8192}m^5\right)$$

$$\cos cv - c'mv \quad e\epsilon'\left(-\frac{15}{64}m^5 + \frac{11}{32}m^5 + \frac{401}{384}m^5 + \frac{220687}{9216}m^5\right)$$

$$\cos ov \quad \left\{\begin{array}{l} -\frac{9}{128}m^5\epsilon'^2 - \frac{9}{16}m^3e^2\epsilon'^2 - \frac{9}{256}m^5\epsilon'^2 - \frac{9}{32}m^3e^2\epsilon'^2 \\ -\frac{189}{256}m^5\epsilon'^2 - \frac{339}{16}m^5\epsilon'^2 + \frac{45}{128}m^3e^2\epsilon'^2 - \frac{9}{16}m^3e^2\epsilon'^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos cv \quad e\left(\frac{45}{128}m^4\epsilon'^2 - \frac{441}{512}m^4\epsilon'^2 - \frac{62757}{1024}m^4\epsilon'^2\right)$$

$$\cos cv \quad e\left(\frac{15}{64}m^4\epsilon'^2 + \frac{113}{128}m^4\epsilon'^2 + \frac{38209}{1536}m^4\epsilon'^2\right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\epsilon'\left(-\frac{225}{256}m^5 - \frac{945}{512}m^5 + \frac{7451}{4096}m^5\right)$$

$$\cos cv + 2c'mv \quad e\epsilon'^2\left(-\frac{315}{32}m^4\right)$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv - cv \quad e\epsilon'^2\left(-\frac{2625}{128}m^4\right)$$

Mult.^{eur}.... $2\cos 2Ev - c'mv$ $\varepsilon'\left(-\frac{21}{8}-\frac{63}{16}m-\frac{333}{32}m^2-\frac{21}{4}e^2-\frac{999}{64}m^3-\frac{63}{8}me^2\right)$ (p. 124)

Produit

$\cos 2Ev - 2c'mv$ $\varepsilon'^2\left(-\frac{63}{16}m^2-\frac{189}{32}m^3\right)$

$\cos cv - c'mv$ $e\varepsilon'\left(\frac{14985}{128}m^5+\frac{126873}{512}m^5+\frac{164241}{1024}m^5+\frac{229845}{8192}m^5\right)$

$\cos cv + 2c'mv$ $e\varepsilon'^2\left(-\frac{105}{16}m^2\right)$

$\cos cv + c'mv$ $e\varepsilon'\left(\frac{4995}{64}m^5-\frac{1221}{32}m^5-\frac{2807}{128}m^5-\frac{1544809}{9216}m^5\right)$

$\cos ov$ $\left\{\begin{array}{l}-\frac{20979}{128}m^5\varepsilon'^2-\frac{1323}{16}m^3e^2\varepsilon'^2-\frac{20979}{256}m^5\varepsilon'^2-\frac{1323}{16}m^3e^2\varepsilon'^2 \\ -\frac{20475}{128}m^3e^2\varepsilon'^2-\frac{1323}{32}m^3e^2\varepsilon'^2-\frac{20223}{256}m^5\varepsilon'^2+\frac{693}{128}m^5\varepsilon'^2\end{array}\right\}$

$\cos cv$ $e\left(\frac{34965}{128}m^4\varepsilon'^2+\frac{226989}{512}m^4\varepsilon'^2+\frac{598059}{1024}m^4\varepsilon'^2\right)$

$\cos cv$ $e\left(\frac{11655}{64}m^4\varepsilon'^2-\frac{6867}{128}m^4\varepsilon'^2+\frac{112497}{512}m^4\varepsilon'^2\right)$

$\cos 2Ev - 2c'mv - cv$ $e\varepsilon'^2\left(\frac{189}{32}m^2+\frac{567}{64}m^3+\frac{17199}{256}m^3\right)$

$\cos 2Ev + c'mv - cv$ $e\varepsilon'\left(\frac{24975}{256}m^5+\frac{19845}{512}m^5-\frac{52157}{4096}m^5\right)$

Mult^{eur}.... $2\cos 2Ev + c'mv - cv$ $e\varepsilon'\left(-\frac{3}{2}+\frac{9}{8}m+\frac{3843}{64}m^2+\frac{142119}{256}m^3\right)$ (p. 125)

Produit

$\cos cv - c'mv$ $e\varepsilon'\left(\frac{426357}{256}m^5+\frac{11529}{128}m^5+\frac{39}{8}m^5\right)$

$\cos cv$ $e\left(-\frac{11529}{128}m^4\varepsilon'^2-\frac{27}{64}m^4\varepsilon'^2+\frac{189}{32}m^4\varepsilon'^2\right)$

$\cos ov$ $\left(\frac{135}{22}m^3e^2\varepsilon'^2+\frac{441}{64}m^3e^2\varepsilon'^2\right)$

Mult.^{eur}.... $2\cos 2Ev - c'mv - cv$ $e\varepsilon'\left(\frac{21}{2}+\frac{351}{8}m+\frac{6489}{64}m^2+\frac{3225}{256}m^3\right)$ (p. 125)

Produit

$\cos cv + c'mv$ $e\varepsilon'\left(\frac{9675}{256}m^5+\frac{19467}{128}m^5-\frac{273}{8}m^5\right)$

$\cos cv$ $e\left(\frac{186269}{128}m^4\varepsilon'^2+\frac{22113}{64}m^4\varepsilon'^2+\frac{6741}{32}m^4\varepsilon'^2\right)$

$\cos ov$ $\left(-\frac{36855}{32}m^3e^2\varepsilon'^2-\frac{75663}{64}m^3e^2\varepsilon'^2\right)$

$\cos cv + 2c'mv$ $e\varepsilon'^2\left(-\frac{63}{4}m^2\right)$

$\cos 2Ev - 2c'mv - cv$ $e\varepsilon'^2\left(\frac{63}{4}m^2+\frac{1053}{16}m^3\right)$

Mult.^{eur} .... $2\cos 2Ev + c'mv + cv \quad e\epsilon'\left(-\frac{1}{2} - \frac{25}{24}m - \frac{6725}{576}m^2 - \frac{482827}{6912}m^3\right)$ (p. 125, 474)

Produit

$$\cos cv + 2c'mv \qquad e\epsilon'^2\left(-\frac{21}{4}m^2\right)$$
$$\cos cv + c'mv \qquad e\epsilon'\left(-\frac{482827}{2304}m^5 - \frac{6725}{384}m^5 + \frac{13}{8}m^5\right)$$
$$\cos cv \qquad e\left(\frac{6725}{384}m^4\epsilon'^2 + \frac{25}{64}m^4\epsilon'^2 + \frac{63}{32}m^4\epsilon'^2\right)$$
$$\cos 0v \qquad \left(-\frac{125}{48}m^3e^2\epsilon'^2 - \frac{113}{48}m^3e^2\epsilon'^2\right)$$
$$\cos 2Ev - c'mv - cv \qquad e\epsilon'\left(\frac{125}{16}m^5 + \frac{541}{64}m^5\right)$$

Mult.^{eur} .... $2\cos 2Ev - c'mv + cv \quad e\epsilon'\left(\frac{7}{2} - \frac{5}{8}m + \frac{1489}{64}m^2 + \frac{28509}{256}m^3\right)$ (p. 125, 474)

Produit

$$\cos cv - c'mv \qquad e\epsilon'\left(\frac{85527}{256}m^5 + \frac{4467}{128}m^5 - \frac{91}{8}m^5\right)$$
$$\cos cv \qquad e\left(\frac{31269}{128}m^4\epsilon'^2 - \frac{315}{64}m^4\epsilon'^2 + \frac{2247}{32}m^4\epsilon'^2\right)$$
$$\cos 0v \qquad \left(\frac{175}{16}m^3e^2\epsilon'^2 + \frac{763}{16}m^3e^2\epsilon'^2\right)$$
$$\cos 2Ev + c'mv - cv \qquad e\epsilon'\left(\frac{75}{16}m^5 - \frac{3787}{64}m^5\right)$$

Multiplicateur	Produit
(p. 378 du vol. 2) $2\cos 2Ev - 2c'mv - cv \quad e\epsilon'^2\left(\frac{51}{2}\right)$ ...	$\cos cv + 2c'mv \quad e\epsilon'^2\left(\frac{153}{2}m^2\right)$
(p. 375 du vol. 2) $2\cos 2Ev - 2c'mv \quad \epsilon'^2\left(-\frac{51}{8}\right)$ ...	$\cos cv + 2c'mv \quad e\epsilon'^2\left(\frac{255}{8}m^2\right)$

Multiplicateur .... $2\cos 4Ev \quad \left(\frac{3}{4}m^2 + \frac{167}{64}m^3 + \frac{1171}{192}m^4\right)$ (p. 379 du second vol., et p. 601 de celui-ci)

Produit

$$\cos 2Ev \qquad \left(\frac{1171}{64}m^6 + \frac{501}{128}m^6\right)$$
$$\cos 2Ev - cv \qquad e\left(-\frac{5855}{192}m^6 + \frac{1837}{192}m^5 + \frac{401}{96}m^6\right)$$
$$\cos 2Ev - c'mv - cv \qquad e\epsilon'\left(\frac{835}{128}m^5 + \frac{113}{32}m^5\right)$$
$$\cos 2Ev + c'mv - cv \qquad e\epsilon'\left(-\frac{5845}{128}m^5 + \frac{327}{32}m^5\right)$$
$$\cos cv \qquad e\left(\frac{1071}{64}m^6\right)$$
$$\cos cv \qquad e\left(-\frac{12525}{512}m^6 - \frac{945}{128}m^6\right)$$
$$\cos cv - c'mv \qquad e\epsilon'\left(-\frac{675}{64}m^5\right)$$
$$\cos cv + c'mv \qquad e\epsilon'\left(\frac{2625}{64}m^5\right)$$

Multiplicateur .... $2\cos 4Ev - cv \quad e\left(\frac{15}{8}m + \frac{213}{32}m^2 + \frac{27787}{1536}m^3 + \frac{95781}{2048}m^4\right)$

Produit
$$\begin{cases}
\cos 2Ev - cv & e\left(\frac{287193}{2048}m^6 + \frac{27787}{1024}m^6 - \frac{195}{32}m^6\right) \\
\cos 2Ev + c'mv - cv & ee'\left(\frac{194159}{1024}m^5 + \frac{13419}{256}m^5 + \frac{4815}{128}m^5\right) \\
\cos 2Ev - c'mv - cv & ee'\left(-\frac{27787}{1024}m^5 - \frac{639}{256}m^5 - \frac{945}{128}m^5\right) \\
\cos cv & e\left(-\frac{3195}{64}m^6 - \frac{8115}{256}m^6\right) \\
\cos cv + c'mv & ee'\left(\frac{225}{16}m^5\right) \\
\cos cv - c'mv & ee'\left(-\frac{1575}{16}m^5\right)
\end{cases}$$

Multiplicateur — Produit

(p. 379 du vol. 2) $2\cos 4Ev + cv \quad e\left(-\frac{15}{8}m^5\right)$ ...... $\left\{\cos cv \quad e\left(\frac{225}{16}m^6\right)\right.$

Multiplicateur .... $2\cos 4Ev + c'mv \quad e'\left(-\frac{3}{4}m^2 - \frac{501}{256}m^3\right)$ (p. 379 du vol. 2, et 502 de celui-ci)

Produit
$$\begin{cases}
\cos 2Ev + c'mv - cv & ee'\left(\frac{2505}{256}m^5 - \frac{11}{4}m^5\right) \\
\cos cv + c'mv & ee'\left(\frac{225}{32}m^5\right)
\end{cases}$$

Multiplicateur .... $2\cos 4Ev - c'mv \quad e'\left(\frac{21}{4}m^2 + \frac{5845}{256}m^3\right)$ (p. 379 du vol. 2 et 502 de celui-ci)

Produit
$$\begin{cases}
\cos 2Ev - c'mv - cv & ee'\left(-\frac{29225}{256}m^5 + \frac{77}{4}m^5\right) \\
\cos cv - c'mv & ee'\left(-\frac{1575}{32}m^5\right)
\end{cases}$$

Multiplicateur... $2\cos 4Ev + c'mv - cv \quad ee'\left(-\frac{45}{16}m - \frac{73}{32}m^2 + \frac{68705}{1024}m^3\right)$ (p. 454, 601)

Produit
$$\begin{cases}
\cos 2Ev + c'mv - cv & ee'\left(\frac{191115}{1024}m^5 - \frac{219}{64}m^5\right) \\
\cos cv - c'mv & ee'\left(\frac{675}{32}m^5\right)
\end{cases}$$

Mult.eur ... $2\cos 4Ev - c'mv - cv \quad ee'\left(\frac{175}{16}m + \frac{1027}{24}m^2 + \frac{1105585}{9216}m^3\right)$ (p. 454, 601)

Produit
$$\begin{cases}
\cos 2Ev - c'mv - cv & ee'\left(\frac{1105585}{3072}m^5 + \frac{1027}{16}m^5\right) \\
\cos cv + c'mv & ee'\left(-\frac{2625}{32}m^5\right) \\
\cos 2Ev - 2c'mv - cv & ee'^2\left(-\frac{525}{32}m^5\right)
\end{cases}$$

La réunion de ces produits partiels donne

$$(8) \ldots\ldots -2\left(\frac{d^2.\delta u}{dv^2}+\delta u\right)\int R_1 dv =$$

$$\cos ov \left\{\begin{aligned}
&\left\{\begin{aligned}&\tfrac{45}{2}+\tfrac{45}{4}+\tfrac{45}{8}-\tfrac{195}{32}+\tfrac{45}{16}+\tfrac{459}{16}+\tfrac{1227}{32}-\tfrac{20979}{128}+137\\ &-\tfrac{20979}{256}-\tfrac{20223}{256}+\tfrac{693}{128}-\tfrac{9}{128}-\tfrac{9}{256}-\tfrac{189}{256}-\tfrac{339}{16}=-\tfrac{5299}{64}\end{aligned}\right\} m^5\varepsilon'^2\\
&+\left\{\begin{aligned}&-\tfrac{1485}{64}-\tfrac{2025}{64}+\tfrac{45}{4}+\tfrac{45}{8}+\tfrac{45}{4}+\tfrac{45}{4}+\tfrac{45}{8}+\tfrac{1575}{64}+\tfrac{45}{4}+\tfrac{45}{128}\\ &-\tfrac{9}{16}+\tfrac{815}{32}+\tfrac{135}{2}+\tfrac{5715}{32}+\tfrac{675}{4}+\tfrac{765}{16}+\tfrac{55}{3}-\tfrac{55}{6}-\tfrac{25}{6}+\tfrac{40}{3}\\ &-\tfrac{1323}{16}-\tfrac{1323}{16}-\tfrac{1823}{32}-\tfrac{9}{16}-\tfrac{9}{32}+\tfrac{135}{32}+\tfrac{441}{64}-\tfrac{36855}{32}\\ &-\tfrac{20475}{128}-\tfrac{75663}{64}-\tfrac{125}{48}-\tfrac{113}{48}+\tfrac{175}{16}+\tfrac{763}{16}=-\tfrac{33921}{16}\end{aligned}\right\} m^3e^2\varepsilon'^2
\end{aligned}\right\}$$

$$\cos cv\, e \left\{\begin{aligned}
&\left\{\begin{aligned}&\tfrac{225}{16}+\tfrac{1143}{64}+\tfrac{7821}{256}+\tfrac{32835}{4096}-\tfrac{4466238}{16384}+\tfrac{75}{8}-\tfrac{11}{4}\\ &-\tfrac{401}{96}-\tfrac{220687}{4608}-\tfrac{13875959}{55296}-\tfrac{72963}{256}+\tfrac{1071}{64}+\tfrac{1809}{128}\\ &-\tfrac{117}{4}-\tfrac{1123}{32}-\tfrac{74533}{864}-\tfrac{2729}{576}+\tfrac{13}{12}-\tfrac{945}{128}-\tfrac{1123}{96}\\ &-\tfrac{3195}{64}-\tfrac{8115}{256}+\tfrac{225}{16}-\tfrac{12525}{512}=-\tfrac{150110525}{147456}\end{aligned}\right\} m^4\\
&+\left\{\begin{aligned}&-\tfrac{3213}{128}-\tfrac{3213}{128}+\tfrac{441}{4}+\tfrac{12771}{64}-\tfrac{225}{4}-\tfrac{5715}{128}-\tfrac{39105}{512}-\tfrac{225}{16}\\ &-\tfrac{765}{64}+\tfrac{205389}{512}-\tfrac{75}{2}+\tfrac{55}{8}+\tfrac{2005}{192}-\tfrac{75}{8}-10-\tfrac{131433}{512}+\tfrac{18171}{32}\\ &-\tfrac{27}{2}-\tfrac{945}{8}-\tfrac{135}{4}-\tfrac{459}{4}-\tfrac{16193}{96}-\tfrac{11}{2}-\tfrac{5}{24}+\tfrac{5}{4}-\tfrac{153}{4}+\tfrac{34965}{128}\\ &+\tfrac{226989}{512}+\tfrac{598059}{1024}+\tfrac{11655}{64}-\tfrac{6867}{128}+\tfrac{112497}{512}+\tfrac{45}{128}-\tfrac{441}{512}-\tfrac{62757}{1024}\\ &+\tfrac{15}{64}+\tfrac{113}{128}+\tfrac{38209}{1536}-\tfrac{11529}{128}-\tfrac{27}{64}+\tfrac{189}{32}+\tfrac{136269}{128}+\tfrac{22113}{64}\\ &+\tfrac{6741}{32}+\tfrac{6725}{384}+\tfrac{25}{64}+\tfrac{63}{32}+\tfrac{31269}{128}-\tfrac{315}{64}+\tfrac{2247}{32}=\tfrac{2853959}{768}\end{aligned}\right\} m^4\varepsilon'^2\\
&+\left(\tfrac{135}{8}+\tfrac{45}{4}=\tfrac{225}{8}\right)m^4(\varepsilon'^2-E'^2)
\end{aligned}\right\}$$

$$\cos cv + 2c'mv \quad e\varepsilon'^2 \left\{ \tfrac{765}{16}+\tfrac{51}{2}-\tfrac{105}{16}-\tfrac{315}{32}-\tfrac{63}{4}-\tfrac{21}{4}+\tfrac{153}{2}+\tfrac{255}{8}=\tfrac{4617}{32} \right\} m^3$$

$$\cos cv + c'mv \quad ee' \left\{ \begin{array}{l} \frac{197643}{1024} - \frac{27405}{128} - \frac{15}{8} - \frac{113}{32} - \frac{38209}{768} - \frac{2641705}{9216} + \frac{815}{16} \\ + \frac{10809}{128} + \frac{85437}{512} - \frac{1153719}{8192} - \frac{1809}{128} - \frac{189}{32} - \frac{567}{16} - \frac{339}{16} - \frac{19103}{576} \\ + \frac{7}{32} - \frac{107}{16} - \frac{33}{16} + \frac{4995}{61} - \frac{1221}{32} - \frac{2807}{128} - \frac{1544809}{9216} - \frac{45}{128} \\ - \frac{1143}{512} - \frac{7821}{1024} - \frac{32835}{8192} + \frac{9675}{256} + \frac{19467}{128} - \frac{273}{8} - \frac{482327}{2304} \\ - \frac{6725}{381} + \frac{13}{8} - \frac{2625}{64} + \frac{225}{16} + \frac{225}{32} - \frac{2625}{32} = - \frac{8134567}{12288} \end{array} \right\} m^5$$

$$\cos cv - c'mv \quad ee' \left\{ \begin{array}{l} \frac{197643}{1024} - \frac{27405}{128} - \frac{45}{16} + \frac{441}{128} + \frac{62757}{512} + \frac{8957865}{8192} + \frac{105}{8} - \frac{327}{32} \\ + \frac{16071}{256} + \frac{159549}{1021} + \frac{12663}{128} + \frac{3969}{32} + \frac{2889}{16} - \frac{99}{16} + \frac{2729}{576} - \frac{1}{96} \\ + \frac{21}{16} - \frac{113}{16} + \frac{14985}{128} + \frac{126873}{512} + \frac{164241}{1021} + \frac{229845}{8192} - \frac{15}{64} \\ + \frac{11}{32} + \frac{401}{384} + \frac{220687}{9216} + \frac{426357}{256} + \frac{11529}{128} + \frac{39}{8} + \frac{85527}{256} \\ + \frac{4467}{128} - \frac{91}{8} + \frac{675}{61} - \frac{1575}{16} - \frac{1575}{32} + \frac{675}{32} = \frac{17997119}{4096} \end{array} \right\} m^5$$

$$\cos 2Ev \quad \left\{ \frac{45}{8} + \frac{1623}{128} + \frac{2675}{128} + \frac{1171}{64} + \frac{501}{128} = \frac{7861}{128} \right\} m^6$$

$$\cos 2Ev - cv \quad e \left\{ \begin{array}{l} \frac{2833379}{2048} + \frac{197643}{1024} - \frac{585}{32} + \frac{225}{32} + \frac{945}{128} - \frac{7451}{2048} \\ + \frac{28757}{8192} - \frac{5}{24} + \frac{541}{96} - \frac{2675}{96} - \frac{5855}{192} + \frac{1837}{192} \\ + \frac{401}{96} + \frac{287193}{2048} + \frac{27737}{1024} - \frac{195}{32} = \frac{13881657}{8192} \end{array} \right\} m^4$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv \quad e'^2 \left\{ - \left(\frac{27}{16} + \frac{63}{16} = \frac{45}{8} \right) m^2 - \left(\frac{27}{16} + \frac{189}{32} = \frac{243}{32} \right) m^3 \right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv - cv \quad ee' \left\{ \begin{array}{l} - \frac{197643}{1024} - \frac{3177}{256} - \frac{2835}{128} - 685 - \frac{136017}{512} + \frac{2799897}{1024} \\ + \frac{12771}{64} + \frac{27}{16} + \frac{3393}{128} + \frac{115425}{512} + \frac{13083609}{8192} - \frac{675}{64} + \frac{1245}{128} \\ + \frac{1030239}{4096} - \frac{1513}{2} - \frac{5481}{16} + \frac{1809}{128} - \frac{5}{2} + \frac{1623}{128} + \frac{24975}{256} \\ + \frac{19845}{512} - \frac{52157}{4096} + \frac{75}{16} - \frac{3787}{64} - \frac{5845}{128} + \frac{327}{32} + \frac{194159}{1024} \\ + \frac{13419}{256} + \frac{4815}{128} + \frac{2505}{256} - \frac{11}{4} + \frac{191115}{1024} - \frac{219}{64} = \frac{26794797}{8192} \end{array} \right\} m^5$$

$$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \frac{1383601}{1024} + \frac{66717}{256} + \frac{14445}{128} - 685 - \frac{136017}{512} + \frac{861945}{1024} \\ + \frac{441}{4} + \frac{27}{16} + \frac{2457}{128} + \frac{43065}{512} + \frac{2061345}{8192} + \frac{2625}{64} + \frac{1145}{32} \\ - \frac{1768675}{12288} - \frac{1543}{2} - \frac{5481}{16} + \frac{1809}{128} + \frac{85}{2} - \frac{18935}{128} - \frac{225}{256} \\ - \frac{945}{512} + \frac{7451}{4096} + \frac{125}{16} + \frac{541}{64} + \frac{835}{128} + \frac{113}{32} - \frac{27737}{1024} - \frac{639}{256} \\ - \frac{945}{128} - \frac{29225}{256} + \frac{77}{4} + \frac{1105585}{3072} + \frac{1027}{16} = \frac{9032645}{8192} \end{array} \right\} m^5$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{81}{32} + \frac{27}{4} + \frac{189}{32} + \frac{63}{4} = \frac{495}{16} \right) m^2 \\ + \left\{ \begin{array}{l} \frac{2295}{16} + \frac{3465}{32} + \frac{2115}{64} + \frac{81}{32} + \frac{567}{64} + \frac{17199}{256} \\ + \frac{81}{4} - \frac{2625}{128} + \frac{1053}{16} - \frac{525}{32} + \frac{18825}{128} = \frac{143247}{256} \end{array} \right\} m^3 \end{array} \right\}$$

164. En réduisant l'expression de μ^2 qu'on voit dans la page 242 du second volume à $m^2(1+2\zeta)(1-2\Pi)$, ce qui revient à négliger les quantités du dixième ordre; et considérant seulement les deux termes $-2m^2\Pi + 2m^2\zeta$, on aura, d'après la valeur de Π donnée dans la page 317;

$$-2m^2\Pi = -\frac{8851}{96}m^8 - \frac{509065}{2048}m^6e^2 - \left(\frac{11637}{32}m^7 + \frac{95775}{256}m^5e^2\right)(\varepsilon'^2 - E'^2);$$

et d'après celle de ζ posée dans la page 321;

$$2m^2\zeta = -\left(\frac{4455}{32}m^7 - \frac{106335}{256}m^5e^2\right)(\varepsilon'^2 - E'^2).$$

Donc en réunissant ces deux parties on obtiendra les termes

$$-\frac{8851}{96}m^8 - \frac{509065}{2048}m^6e^2 - \left(\frac{4023}{8}m^7 - \frac{165}{4}m^5e^2\right)(\varepsilon'^2 - E'^2),$$

qui sont censés faire partie de l'expression de μ^2 donnée dans la page 285.

Cela posé, si l'on réunit les termes compris dans la fonction

$$\mu^2 \{(1) + (2) + 2.(3) + (4) + (5) + (6) + (7) + (8)\}$$

on formera l'équation différentielle suivante; où les termes marqués

par un astérisque sont dûs à la différence entre μ^2 et m^2. De plus, il faut observer qu'on a pris dans le paragraphe précédent les termes qu'on y avait préparés relativement aux deux argumens $c'mv$, $2Ev-2cv$.

$$-\frac{d^2.\delta u}{dv^2}-\left(1-\frac{3}{2}\mu^2\right)\delta u=$$

$$\cos 0v\left\{\begin{array}{l}
-\left(\frac{1371}{16}+\frac{287863}{128}+\frac{5299}{64}-\frac{1583}{8}+\frac{\overset{(*)}{1293}}{64}=\frac{733121}{384}\right)m^7\varepsilon'^2\\
+\left\{\begin{array}{l}\frac{103545}{256}-\frac{495}{16}-\frac{405}{32}-\frac{425007}{512}+\frac{495}{64}+\frac{405}{128}\\
+\frac{170595}{64}-\frac{129765}{512}-\frac{33921}{16}-\frac{\overset{(*)}{17955}}{512}=-\frac{103089}{512}\end{array}\right\}m^5e^2\varepsilon'^2\\
+\left\{\begin{array}{l}-\frac{27}{2}m^6-\left(\frac{27}{4}+\frac{\overset{(*)}{4023}}{16}+\frac{\overset{(*)}{447}}{16}=\frac{2289}{8}\right)m^7\\
\quad+\left(\frac{405}{64}+\frac{\overset{(*)}{165}}{8}+\frac{\overset{(*)}{135}}{16}=\frac{2265}{64}\right)m^5e^2\end{array}\right\}(\varepsilon'^2-E'^2)
\end{array}\right.$$

$$\cos cv\, e\left\{\begin{array}{l}
\left\{\begin{array}{l}\frac{3425893}{6144}-\frac{12171955309}{884736}-\frac{6762300689}{2359296}-\frac{150110525}{147456}\\
+\frac{7078245849}{7077888}+\frac{\overset{(*)}{8851}}{64}+\frac{\overset{(*)}{96975}}{256}+\frac{\overset{(*)}{689985}}{2048}=-\frac{53901686201}{3538944}\end{array}\right\}m^5\\
-\left\{\begin{array}{l}\frac{3210339}{4096}+\frac{123368483}{6144}+\frac{66424123}{16384}\\
-\frac{2853959}{768}+\frac{1212853}{49152}-\frac{\overset{(*)}{1539}}{128}=\frac{173785467}{8192}\end{array}\right\}m^6\varepsilon'^2\\
-\left(\frac{5679}{32}+\frac{11421}{256}-\frac{225}{8}-\frac{2079}{256}-\frac{\overset{(*)}{243}}{2}+\frac{\overset{(*)}{12105}}{64}=\frac{32445}{128}\right)m^6(\varepsilon'^2-E'^2)
\end{array}\right.$$

$$\cos c'mv\ \varepsilon'\left\{\begin{array}{l}
\left\{\begin{array}{l}\frac{263957}{512}-\frac{66009227}{6144}-\frac{2283163}{1152}+\frac{428485}{1728}\\
+\frac{45271}{128}-\frac{\overset{(*)}{8851}}{64}+\frac{\overset{(*)}{110295}}{512}=-\frac{637635923}{55296}\end{array}\right\}m^5\\
-\left\{\begin{array}{l}\frac{9}{4}-\frac{13584391}{4096}+\frac{284163193}{6144}+\frac{83529}{128}+\frac{31830521}{12288}-\frac{37987463}{4096}\\
+\frac{13865665}{12288}+\frac{847989}{128}+\frac{\overset{(*)}{1529895}}{4096}-\frac{\overset{(*)}{435375}}{1024}-\frac{\overset{(*)}{11799}}{128}=\frac{546992867}{12288}\end{array}\right\}m^6e^2
\end{array}\right.$$

$$\cos cv+c'mv\ e\varepsilon'\left\{\begin{array}{l}-\frac{12429}{256}+\frac{8467253}{6144}+\frac{184378563}{147456}-137-\frac{80825}{512}+\frac{42649}{192}-\frac{1071}{256}\\
+\frac{25922551}{393216}-\frac{8434567}{12288}-\frac{8870327}{1179648}+\frac{\overset{(*)}{3879}}{64}+\frac{\overset{(*)}{149283}}{1024}=\frac{1028249299}{589824}\end{array}\right\}m^7$$

$$\cos cv - c'mv \quad ee' \left\{\begin{aligned} & \frac{12129}{256} + \frac{4055809}{2048} - \frac{10138820161}{147456} - 137 - \frac{80325}{512} \\ & - \frac{42649}{192} + \frac{1071}{256} - \frac{2087333263}{131072} + \frac{17997119}{4096} \\ & + \frac{3416359693}{1179648} + \frac{\overset{(*)}{3879}}{64} + \frac{\overset{(*)}{184167}}{1024} = - \frac{45796867313}{589824} \end{aligned}\right\} m^7$$

$$\cos cv + 2c'mv \quad ee'^2 \left\{ \frac{3645}{256} - \frac{36411}{128} - \frac{59505}{1024} + \frac{4617}{32} - \frac{33861}{1024} = - \frac{111165}{512} \right\} m^6$$

$$\cos 2Ev \quad \left\{ - \frac{21}{4} + \frac{1791779}{38400} + \frac{1318217}{6400} + \frac{7861}{128} - \frac{128011}{2400} - \frac{\overset{(*)}{8851}}{32} - \frac{\overset{(*)}{1293}}{32} - \frac{\overset{(*)}{513}}{64} = - \frac{534199}{7680} \right\} m^6$$

$$\cos 2Ev - cv \quad e \left\{\begin{aligned} & - \frac{629129}{6912} + \frac{726832333}{122880} + \frac{45}{16} + \frac{675}{64} + \frac{12105}{256} + \frac{764079}{4096} \\ & + \frac{11628907}{16384} - \frac{12822631}{32768} - \frac{27}{32} + \frac{605287}{38400} + \frac{3946631781}{1638400} + \frac{13881657}{8192} \\ & - \frac{1728236213}{1638400} + \frac{\overset{(*)}{44255}}{64} + \frac{\overset{(*)}{9051}}{16} + \frac{\overset{(*)}{76437}}{512} = \frac{48401481913}{4423680} \end{aligned}\right\} m^6$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv \quad \varepsilon^2 \left\{ \left(\frac{201}{2} - \frac{45}{4} + \frac{351}{8} - \frac{45}{8} = \frac{255}{2} \right) m^4 + \left(201 - \frac{2847}{64} - \frac{243}{32} - \frac{117}{16} = \frac{9063}{64} \right) m^5 \right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv - cv \quad ee' \left\{\begin{aligned} & \frac{1259197}{589824} - \frac{346671057}{8192} - \frac{9}{128} - \frac{675}{512} - \frac{12105}{1024} - \frac{764079}{8192} \\ & + \frac{796179}{16384} - \frac{2461383}{20480} - \frac{3498148179}{327680} + \frac{26791797}{8192} \\ & + \frac{501457477}{327680} - \frac{\overset{(*)}{6465}}{64} + \frac{\overset{(*)}{40527}}{1024} = - \frac{28565130761}{589824} \end{aligned}\right\} m^7$$

$$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad ee' \left\{\begin{aligned} & - \frac{12187037}{196608} + \frac{749187131}{24576} + \frac{2997}{128} + \frac{74925}{512} + \frac{254205}{1024} + \frac{5348553}{8192} \\ & - \frac{5575858}{16384} - \frac{2025}{64} - \frac{12056519}{20480} + \frac{3679091243}{327680} + \frac{9032645}{8192} \\ & - \frac{3262074367}{983040} + \frac{\overset{(*)}{45255}}{64} + \frac{\overset{(*)}{580203}}{1024} = \frac{2674978435}{65536} \end{aligned}\right\} m^7$$

$$\cos 2Ev - 2cv \quad e^2 \left\{\begin{aligned} & \frac{83065805}{147456} - \frac{74799618557}{15728640} - \frac{1586391}{1024} + \frac{604189}{8192} \\ & + \frac{22828485}{16384} - \frac{2321201}{8192} - \frac{8502047}{3072} + \frac{\overset{(*)}{63357}}{256} \\ & + \frac{\overset{(*)}{512241}}{8192} + \frac{\overset{(*)}{44255}}{128} = - \frac{314538655991}{47185920} \end{aligned}\right\} m^7$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv - cv \; e\varepsilon'^2 \left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} -\frac{8281}{128} - \frac{110919}{128} + \frac{153}{16} - \frac{153}{32} + \frac{99}{4} \\ +\frac{74331}{1024} + \frac{495}{16} - \frac{47529}{1024} = -\frac{436239}{512} \end{array} \right\} m^4 \\ + \left\{ \begin{array}{l} -\frac{91805}{4096} - \frac{812861}{256} + \frac{153}{8} + \frac{11475}{128} - \frac{11475}{256} \\ +\frac{1527615}{2048} + \frac{143247}{256} - \frac{751761}{2048} = -\frac{961985}{2048} \end{array} \right\} m^5 \end{array} \right\}$$

$$\cos 4Ev - 2c'mv - cv \; e\varepsilon'^2 \left\{ -\frac{1255}{16} - \frac{11295}{128} - \frac{3765}{128} = -\frac{6275}{32} \right\} m^3.$$

165. Avant d'aller plus loin remarquons; 1.° que le coefficient de $\cos ov$, qu'on voit dans cette équation, donne

$$\frac{a}{a_1} = 1 - \frac{733421}{384} m^5 \varepsilon'^2 - \frac{103089}{512} m^5 e^2 \varepsilon'^2 + \frac{4023}{32} m^5 e^2 (\varepsilon'^2 - E'^2)$$
$$- \left\{ \frac{27}{2} m^6 + \frac{2289}{8} m^7 - \frac{2265}{64} m^5 e^2 \right\} (\varepsilon'^2 - E'^2);$$

ou bien,

$$\frac{a}{a_1} = 1 - \frac{733421}{384} m^7 E'^2 - \frac{103089}{512} m^5 e^2 E'^2 - \overset{(*)}{\frac{27}{2}} m^6 (\varepsilon'^2 - E'^2)$$
$$- \left\{ \left(\frac{733421}{384} + \frac{2289}{8} = \frac{843293}{384} \right) m^7 + \left(\frac{103089}{512} - \frac{4023}{32} - \frac{2265}{64} = \frac{20601}{512} \right) m^5 e^2 \right\} (\varepsilon'^2 - E'^2)$$

pour la partie qui doit être ajoutée à la valeur de $\frac{a}{a_1}$ trouvée dans la page 289. Cela devient évident, en ayant sous les yeux l'équation $\frac{a}{a_1} = 1 + M - Me^2$ posée dans la page 288.

2.° Que le coefficient de $e \cos cv$ donne

$$Q' = -\frac{53901686201}{3538944} m^8 - \frac{173785467}{8192} m^6 E'^2$$
$$- \left(\frac{173785467}{8192} + \frac{32445}{128} = \frac{175861947}{8192} \right) m^6 (\varepsilon'^2 - E'^2)$$

pour la partie, du huitième ordre, qui doit être ajoutée à la valeur de Q' posée dans les pages 290, 291.

(*) Ce terme provient de celui qu'on voit dans l'équation (a) posée dans la page 657. Nous en tenons compte pour réparer l'omission qui en a été faite en formant l'équation (a), trouvée dans la page 245.

Mais nous avons,

$$Q^2 = \left(\frac{11628907}{4096}+\frac{57305925}{8192}+\frac{16281225}{4096}=\frac{113126189}{8192}\right)m^8$$
$$+\left(\frac{182889}{128}+\frac{185625}{128}+\frac{36315}{128}=\frac{404829}{128}\right)m^6 E'^2$$
$$+\left(\frac{184617}{128}+\frac{185625}{128}+\frac{36315}{128}=\frac{406557}{128}\right)m^6(\varepsilon'^2-E'^2);$$
$$Q^3=-\left(\frac{108945}{256}+\frac{455625}{512}=\frac{673515}{512}\right)m^8-\frac{243}{16}m^6E'^2-\frac{243}{16}m^6(\varepsilon'^2-E'^2);$$
$$Q^4=\frac{81}{16}m^8.$$

Donc, en vertu de l' équation (Voyez p. 291)

$$cv-\int\varpi dv=v+\int\left(\tfrac{1}{2}Q-\tfrac{1}{8}Q^2+\tfrac{1}{16}Q^3-\tfrac{1}{32}Q^4+\text{etc.}\right)dv,$$

on a;

$$c=-\left(\frac{53901686201}{7077888}+\frac{113126189}{65536}+\frac{673515}{8192}+\frac{81}{512}=\frac{66702351317}{7077888}\right)m^8$$
$$-\left(\frac{173785467}{16384}+\frac{404829}{1024}+\frac{243}{256}=\frac{180278283}{16384}\right)m^6E'^2;$$
$$\int\varpi dv=\left(\frac{175861947}{16384}+\frac{406557}{1024}+\frac{243}{256}=\frac{182382411}{16384}\right)m^6\int(\varepsilon'^2-E'^2)dv;$$

pour la partie du huitième ordre qui doit être ajoutée aux valeurs de c et $\int\varpi dv$ trouvées dans la page 292.

166. Cela posé, voici les facteurs de l'intégration de l'équation différentielle précédente.

Argument	Facteur pour l'intégration
$c'mv$	$-1-\frac{5}{2}m^2-\frac{25}{4}m^4-\frac{487}{64}m^6+\frac{2025}{128}m^4e^2$
$cv+c'mv$	$\frac{1}{2m}\left(1-\frac{1}{2}m+\frac{257}{32}m^2+\frac{8923}{128}m^3+\frac{376951}{2048}m^4+\frac{24203371}{24576}m^5\right)$
$cv-c'mv$	$-\frac{1}{2m}\left(1+\frac{1}{2}m-\frac{193}{32}m^2-\frac{3993}{128}m^3-\frac{168435}{2048}m^4-\frac{2327971}{24576}m^5\right)$
$cv+2c'mv$	$\frac{1}{4m}\left(1-m+\frac{337}{64}m^2\right)$

$2Ev$	$\frac{1}{8}\left(1+\frac{8}{3}m+\frac{95}{18}m^2+\frac{248}{27}m^3+\frac{4801}{324}m^4+\frac{5510}{243}m^5+\frac{1678315}{46656}m^6\right)$
$2Ev-cv$	$-\frac{1}{4m}\left\{\begin{array}{l}1+\frac{7}{4}m+\frac{373}{64}m^2+\frac{6157}{256}m^3\\+\frac{224517}{2048}m^4+\frac{12946541}{24576}m^5+\frac{6197280533}{2359296}m^6\end{array}\right\}$
$2Ev-2c'mv$ ...	$\frac{1}{8}\left(1+\frac{16}{3}m+\frac{407}{18}m^2+\frac{2416}{27}m^3\right)$
$2Ev+c'mv-cv$ ...	$-\frac{1}{2m}\left(1+2.m+\frac{329}{32}m^2+\frac{7447}{128}m^3+\frac{684343}{2048}m^4+\frac{47535643}{24576}m^5\right)$
$2Ev-c'mv-cv$ ...	$-\frac{1}{6m}\left(1+2.m+\frac{179}{32}m^2+\frac{2309}{128}m^3+\frac{402347}{6144}m^4+\frac{19588459}{73728}m^5\right)$
$2Ev-2cv$	$-1-\frac{11}{2}m^2+6.m^3+\frac{95}{4}m^4+\frac{1113}{4}m^5+\frac{67081}{64}m^6$
$2Ev-2c'mv-cv$ ...	$-\frac{1}{8m}\left(1+\frac{19}{8}m+\frac{851}{128}m^2+\frac{9817}{512}m^3\right)$
$4Ev-2c'mv-cv$ ...	$\frac{1}{8}$.

Sur cela je ferai observer, que pour obtenir ces facteurs il convient d'employer les formules

$$A_1B_2+A_2B_1=0\ ,$$
$$A_1B_3+A_2B_2+A_3B_1=0\ ,$$
$$A_1B_4+A_2B_3+A_3B_2+A_4B_1=0\ ,$$
$$A_1B_5+A_2B_4+A_3B_3+A_4B_2+A_5B_1=0\ ,$$
$$A_1B_6+A_2B_5+A_3B_4+A_4B_3+A_5B_2+A_6B_1=0\ ,$$
$$A_1B_7+A_2B_6+A_3B_5+A_4B_4+A_5B_3+A_6B_2+A_7B_1=0\ ,$$
etc.

qu'on obtient, en posant l'équation

$$(A_1+A_2m+A_3m^2+A_4m^3+A_5m^4+\text{etc.})^{-1}=B_1+B_2m+B_3m^2+B_4m^3+\text{etc.}$$

De là nous concluons qu'en prenant les termes de l'ordre inférieur dans les pages 304, 407, 410 du second volume; et dans les pages 153-157, 379, 380, 443, 460, 482 de celui-ci, on a;

$$\partial u =$$

$$\cos c'mv \qquad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{637635923}{55296} + \frac{1089355}{384} + \frac{16125}{64} - \frac{1461}{128} = \frac{807803891}{55296} \right) m^5 \\ + \left(\frac{546992867}{12288} + \frac{1385685}{512} + \frac{1725}{16} + \frac{6075}{256} = \frac{581865707}{12288} \right) m^6 e^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos cv + c'mv \qquad e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \frac{1028249299}{1179648} + \frac{897175}{4096} - \frac{230351927}{131072} - \frac{33082659}{16384} \\ - \frac{329078223}{131072} - \frac{72610113}{65536} = - \frac{7437169133}{1179648} \end{array} \right\} m^6$$

$$\cos cv - c'mv \qquad e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \frac{45796867313}{1179648} + \frac{152584525}{49152} - \frac{759371431}{131072} \\ - \frac{21513727}{512} - \frac{181404495}{131072} - \frac{6983913}{65536} = \frac{35904015137}{1179648} \end{array} \right\} m^6$$

$$\cos cv + 2c'mv \quad e\varepsilon'^2 \left\{ - \frac{111165}{2048} + \frac{2901}{256} - \frac{9099}{2048} = - \frac{3033}{64} \right\} m^3$$

$$\cos 2Ev \quad \left\{ - \frac{534199}{23040} - \frac{833}{72} - \frac{1045}{576} + \frac{124}{27} + \frac{4801}{648} + \frac{2755}{243} + \frac{1678315}{46656} = \frac{42441481}{1866240} \right\} m^6$$

$$\cos 2Ev - cv \qquad e \left\{ \begin{array}{l} - \frac{48401481913}{17694720} - \frac{1339122673}{589824} - \frac{277354967}{393216} - \frac{23612095}{131072} \\ + \frac{100359099}{131072} + \frac{90625787}{32768} + \frac{30986402665}{6291456} = \frac{726270278357}{283115520} \end{array} \right\} m^7$$

$$\cos 2Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{314538655991}{47185920} + \frac{17719405}{16384} - \frac{131211}{512} - \frac{301245}{1024} \\ - \frac{163611}{64} - \frac{1006215}{256} = \frac{33504100151}{47185920} \end{array} \right\} m^7$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv \quad \varepsilon'^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{85}{2} + \frac{136}{3} + \frac{6919}{36} = \frac{10081}{36} \right) m^4 \\ + \left(\frac{680}{3} + \frac{3021}{64} + \frac{6919}{36} + \frac{20536}{27} = \frac{2119663}{1728} \right) m^5 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv - cv \qquad e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \frac{28565130761}{1179648} + \frac{105120641}{12288} + \frac{911753423}{131072} + \frac{2435169}{512} \\ + \frac{162189291}{131072} - \frac{237678215}{65536} = \frac{49654618229}{1179648} \end{array} \right\} m^6.$$

$$\cos 2Ev - c'mv - cv \qquad e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} - \frac{2674978435}{393216} - \frac{4081787}{2048} + \frac{9007409}{16384} - \frac{39496529}{131072} \\ + \frac{151684819}{131072} + \frac{685596065}{589824} = - \frac{7346624429}{1179648} \end{array} \right\} m^6$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{436239}{4096} + \frac{162543}{1024} + \frac{217005}{4096} = \frac{132927}{512}\right) m^3 \\ + \left(\frac{961985}{32768} + \frac{8288541}{32768} + \frac{4592847}{16384} + \frac{2603335}{16384} = \frac{11721145}{16384}\right) m^4 \end{array} \right\}$$

$$\cos 4Ev - 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2 \left(-\frac{6275}{256} m^3\right).$$

Maintenant, si l'on fait le produit de cette fonction par

$$\frac{1}{u_1} = 1 - \frac{1}{2}e^2 + 2\cos cv \;\; e\left(-\frac{1}{2}\right) + 2\cos cv \;\; e^2\left(\frac{1}{4}\right),$$

et si, en outre, on a égard aux termes de la même fonction posés dans la page 417 du second volume, et dans les pages 159, 161, 383 de celui-ci, on trouvera

$$\frac{\delta u}{u_1} =$$

$$\cos c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \frac{807803891}{55296} m^5 \\ + \left(\frac{581865707}{12288} - \frac{235421}{384} + \frac{7437169133}{2359296} - \frac{35904015137}{2359296} = \frac{2272359531}{65536}\right) m^5 e^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos cv + c'mv \quad e\varepsilon' \left\{ -\frac{7437169133}{1179648} - \frac{235121}{384} = -\frac{8160382445}{1179648} \right\} m^6$$

$$\cos cv - c'mv \quad e\varepsilon' \left\{ \frac{35904015137}{1179648} - \frac{235421}{384} = \frac{35180801825}{1179648} \right\} m^6$$

$$\cos cv + 2c'mv \quad e\varepsilon'^2 \left(-\frac{3033}{64} m^3\right)$$

$$\cos 2Ev \quad \left(\frac{42111181}{1866240} m^3\right)$$

$$\cos 2Ev - cv \quad e \left\{ \frac{726270278357}{283115520} - \frac{498599}{31104} = \frac{6195587275133}{2548039680} \right\} m^7$$

$$\cos 2Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ \frac{33501100151}{47185920} - \frac{726270278357}{566231040} + \frac{498599}{62208} = -\frac{575128891765}{1019215872} \right\} m^7$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv \quad \varepsilon'^2 \left\{ \frac{10081}{36} m^4 + \frac{2119663}{1728} m^5 \right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ \frac{49651611229}{1179648} - \frac{4183}{2592} = \frac{446874367493}{10616832} \right\} m^6$$

$$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ -\frac{7346621129}{1179648} - \frac{21589}{96} = -\frac{7618774061}{1179648} \right\} m^6$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2 \left\{ \left(\frac{132927}{512} - \frac{323}{12} = \frac{357437}{1536}\right) m^3 + \left(\frac{11721145}{16384} - \frac{10081}{72} = \frac{81847117}{147456}\right) m^4 \right\}$$

$$\cos 4Ev - 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2 \left(-\frac{6275}{256} m^3\right).$$

§ 3.

Termes du sixième, septième, et huitième ordre qui servent de supplément à l'expression de la perturbation δnt de la longitude moyenne de la Lune, donnée dans les pages 567-572.

167. Nous allons remplir dans ce paragraphe l'engagement contracté dans la page 572. Mais, afin de mieux déclarer le but vers lequel toute cette recherche est dirigée, nous prémettrons la forme des termes dont il s'agit de trouver les coefficiens numériques dans l'expression de δnt. Ces termes sont : 1.° tous ceux du sixième et du septième ordre appartenans au coefficient de l'argument cv : 2.° les deux termes de la forme $(Am^7 + A'm^6e^2)\int(\varepsilon'^2 - E'^2)dv$ qui servent d'extension à l'équation séculaire du moyen mouvement trouvée dans la page 321 : 3.° l'ensemble des termes dont voici la forme ;

$\sin 2cv$	$e^2(Am^6)$	$\sin 2Ev - 2c'mv$	$\varepsilon'^2(Am^4 + A'm^5)$
$\sin c'mv$	$\varepsilon'(Am^7 + A'm^5e^2)$	$\sin 2Ev \pm c'mv - cv$	$e\varepsilon'(Am^6)$
$\sin cv \pm c'mv$	$e\varepsilon'(Am^6)$	$\sin 2Ev - 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2(Am^2 + A'm^4)$
$\sin cv + 2c'mv$	$e\varepsilon'^2(Am^3)$	$\sin Ev + c'mv$	$\varepsilon'b^2\left\{\begin{matrix} Am^3 + A'me^2 \\ + A''m\varepsilon'^2 + A'''m\gamma^2 \end{matrix}\right\}$
$\sin Ev$	$b^2(Am^6)$	$\sin 4Ev$	(Am^6)
$\sin Ev \pm cv$	$eb^2(Am^4)$	$\sin 4Ev - cv$	$e(Am^6)$
$\sin 3Ev - cv$	$eb^2(Am^4)$	$\sin 4Ev \pm c'mv$	$\varepsilon'(Am^5 + A'm^3e^2)$
$\sin 2Ev$	(Am^8)	$\sin 4Ev - 2cv$	$e^2(Am^6)$
$\sin 2Ev - cv$	$e(Am^7)$	$\sin 4Ev \pm c'mv - cv$	$e\varepsilon'(Am^5)$.
$\sin 2Ev \pm c'mv$	$\varepsilon'(Am^7 + A'm^5e^2)$		
$\sin 2Ev - 2cv$	$e^2(Am^6)$		

En réfléchissant sur le calcul qu'on doit entreprendre relativement au coefficient de l'argument cv, on remarquera aussitôt qu'il est nécessaire de revenir un moment sur le coefficient de l'argument $2cv$, afin de pouvoir compléter, dans l'expression de δu, la partie du sixième ordre qui lui appartient. Pour cela, il suffit d'abord de réduire l'équation différentielle en δu à celle-ci

$$-\frac{d^2.\delta u}{dv^2}-\left(1-\frac{3}{2}\mu^2\right)\delta u = m^2.\frac{q}{2}\left(\frac{a'u'}{u_1}\right)^3 - q\left(\frac{a}{a_1}\right)\delta T\,;$$

et de prendre

$$\frac{q}{2}\left(\frac{a'u'}{u_1}\right)^3 = \cos 2cv \quad e^2\left(\frac{3}{4}e^2+\frac{9}{4}e'^2-\frac{3}{8}\gamma^2\right).$$

(Voyez les pages 277 et 348 du I.er volume): ensuite on observera que l'expression de δs (Voyez p. 204-206 du second volume) donne

$$2s_1\delta s = \cos 2cv \quad e^2\left\{-\frac{5}{8}\gamma^2+\frac{659}{512}m^2\gamma^2+\frac{5}{32}e^2\gamma^2-\frac{45}{64}\gamma^4+\frac{15}{32}m^2\gamma^2\right\},$$

$$(\delta s)^2 = 2\sin 2Ev-gv \quad \gamma\left(\frac{3}{8}m\right)\times \sin 2Ev-2cv-gv \quad e^2\gamma\left(-\frac{15}{16}m\right);$$

$$(\delta s)^2 = \cos 2cv \quad e^2\left(-\frac{45}{128}m^2\gamma^2\right);$$

et par conséquent

$$2s_1\delta s+(\delta s)^2 = \cos 2cv \quad e^2\left\{-\frac{5}{8}\gamma^2+\frac{719}{512}m^2\gamma^2+\frac{5}{32}e^2\gamma^2-\frac{45}{64}\gamma^4\right\}.$$

En multipliant ce terme par $-\frac{3}{2}+\frac{15}{8}\gamma^2$, on aura

$$\delta T = \cos 2cv \quad e^2\left\{\frac{15}{16}\gamma^2-\frac{2157}{1024}m^2\gamma^2-\frac{15}{64}e^2\gamma^2-\frac{15}{128}\gamma^4\right\}:$$

et en multipliant ce dernier par $-q\left(\frac{a}{a_1}\right)=-\left(1+e^2+\gamma^2+\frac{1}{2}m^2\right)$ on obtiendra

$$-q\left(\frac{a}{a_1}\right)\delta T = \cos 2cv \quad e^2\left\{\frac{1677}{1024}m^2\gamma^2-\frac{45}{64}e^2\gamma^2-\frac{105}{128}\gamma^4\right\}.$$

Ainsi, nous avons l'équation

$$-\frac{d^2.\delta u}{dv^2}-\left(1-\frac{3}{2}\mu^2\right)\delta u =$$

$$\cos 2cv \quad e^2\left\{\left(\frac{1677}{1024}-\frac{3}{8}=\frac{1293}{1024}\right)m^2\gamma^2+\frac{9}{4}m^2e'^2+\frac{3}{4}m^2e^2-\frac{45}{64}e^2\gamma^2-\frac{105}{128}\gamma^4\right\},$$

qui constitue le complément du terme correspondant qu'on voit

dans la page 303 du second volume, et dans la page 336 de celui-ci. Actuellement, si l'on prend l'intégrale de cette équation, ce qui revient à multiplier le second membre par $\frac{1}{3}\left(1+\frac{3}{2}m^2\right)$, on aura

$$\delta u = \cos 2cv \;\; e^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2}m^2 - \frac{5}{16}\gamma^2 + \left(\frac{481}{1024} - \frac{15}{32} = -\frac{49}{1024}\right) m^2\gamma^2 \\ + \frac{3}{4}m^2 \epsilon'^2 + \frac{1}{4}m^2 e^2 - \frac{15}{64}e^2\gamma^2 - \frac{35}{128}\gamma^4 \end{array} \right\}$$

Pour avoir le terme analogue qui entre dans l'expression de $\frac{\delta u}{u_1}$, on remarquera, que celle de δu renferme les deux termes

$$\cos 2gv - 2cv \;\; e^2\gamma^2\left(-\frac{15}{16}\right), \qquad \cos 3cv \;\; e^3\left(-\frac{5}{32}m^2\right)$$

(Voyez p. 76 et 308 du second volume); et que par conséquent le produit de δu par

$$\frac{1}{u_1} = \cos 0v \;\; \left(1 - \frac{1}{2}e^2 - \frac{1}{4}\gamma^2\right) + 2\cos cv \;\; e\left(-\frac{1}{2}\right) + 2\cos 2gv \;\; \gamma^2\left(\frac{1}{8}\right)$$

donne

$$\frac{\delta u}{u_1} = \cos 2cv \;\; e^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{3}{4}m^2\epsilon'^2 - \left(\frac{15}{64} - \frac{5}{32} = \frac{5}{64}\right)e^2\gamma^2 + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{4} + \frac{5}{64} = \frac{5}{64}\right)m^2e^2 \\ - \left(\frac{49}{1024} + \frac{1}{8} = \frac{177}{1024}\right)m^2\gamma^2 - \left(\frac{35}{128} + \frac{15}{128} - \frac{5}{64} = \frac{5}{16}\right)\gamma^4 \end{array} \right\}.$$

Revenons maintenant à notre objet principal, et tâchons de parvenir au dernier résultat, en nous conformant à la marche déjà tracée dans le onzième paragraphe du Chapitre précédent.

168. Avant tout, nous réunirons les termes suivans de la fonction $-\mu^2.\int R_1 dv$. A cet effet on prendra; dans les pages 285, 721 les termes de la valeur de μ^2; et les coefficiens des argumens dans les pages 256, 694, 695, 502, 364, 400, 601, 432, 474: en outre on consultera les pages 289 et 378 du second volume relativement aux trois argumens $c'mv$, $cv + 2c'mv$, $2Ev - 2c'mv - cv$.

$$-\mu^2 . \int R_1 dv =$$

$$\cos cv \quad e \left\{ \begin{array}{l} -\frac{65881}{512} m^5 + \frac{675}{32} m^3 e^2 + \frac{158}{32} m^3 \gamma^2 - \frac{165}{8} m^3 \varepsilon'^2 - \frac{2883379}{6144} m^6 \\ -\frac{15465}{64} m^4 \varepsilon'^2 + \frac{6849}{64} m^4 e^2 + \frac{8525}{128} m^4 \gamma^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\left(\frac{66009227}{12288} - \overset{(*)}{\frac{61047}{1024}} = \frac{65276663}{12288} \right) m^6 \\ -\left(\frac{284163193}{12288} - \overset{(*)}{\frac{240975}{2048}} - \overset{(*)}{\frac{12825}{256}} = \frac{282101748}{12288} \right) m^4 e^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2cv \quad e^2 \left(\frac{27237919}{122880} m^6 \right)$$

$$\cos cv + c'mv \quad e\varepsilon' \left(-\frac{4118665}{6144} m^6 \right)$$

$$\cos cv - c'mv \quad e\varepsilon' \left(-\frac{1111871}{192} m^6 \right)$$

$$\cos cv + 2c'mv \quad e\varepsilon'^2 \left(-\frac{555}{32} m^3 \right)$$

$$\cos 2Ev \quad \left(\frac{1791779}{76800} m^8 \right)$$

$$\cos 2Ev - cv \quad e \left\{ \frac{2628925}{4096} + \overset{(*)}{\frac{1293}{16}} + \overset{(*)}{\frac{1539}{32}} = \frac{3156925}{4096} \right\} m^7$$

$$\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\left(\frac{13855799}{20480} + \overset{(*)}{\frac{9051}{128}} + \overset{(*)}{\frac{10773}{512}} = \frac{15734879}{20480} \right) m^7 \\ +\left(\frac{412443}{512} - \overset{(*)}{\frac{125685}{1024}} - \overset{(*)}{\frac{42525}{1024}} = \frac{164169}{256} \right) m^5 e^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\left(\frac{2641573}{20480} - \overset{(*)}{\frac{1293}{128}} - \overset{(*)}{\frac{513}{512}} = \frac{2414173}{20480} \right) m^7 \\ +\left(\frac{62151}{256} + \overset{(*)}{\frac{17955}{1024}} + \overset{(*)}{\frac{2025}{1024}} = \frac{33573}{128} \right) m^5 e^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ -\frac{74799618557}{31457280} + \overset{(*)}{\frac{41255}{256}} + \overset{(*)}{\frac{68529}{512}} + \overset{(*)}{\frac{969057}{16384}} = -\frac{632906552957}{31457280} \right\} m^7$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv \quad \varepsilon'^2 \left(\frac{201}{4} m^4 + \frac{201}{2} m^5 \right)$$

(*) Les termes marqués par un astérisque sont dûs à la différence entre μ^2 et m^2.

$\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ -\frac{14882403}{4096} - \frac{\overset{(*)}{513}}{64} = -\frac{14915235}{4096} \right\} m^6$

$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ \frac{7732927}{4096} + \frac{\overset{(*)}{3591}}{64} = \frac{7962751}{4096} \right\} m^6$

$\cos 2Ev - 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2 \left(-\frac{4437}{32} m^3 - \frac{116919}{256} m^4 \right)$

$\cos Ev \quad b^2 \left\{ \frac{886883}{1536} - \frac{\overset{(*)}{513}}{256} = \frac{883805}{1536} \right\} m^6$

$\cos Ev - cv \quad eb^2 \left\{ \frac{106686985}{98304} - \frac{\overset{(*)}{2565}}{512} = \frac{106194505}{98304} \right\} m^5$

$\cos Ev + cv \quad eb^2 \left(-\frac{31335}{1024} m^4 \right)$

$\cos 3Ev - cv \quad eb^2 \left(-\frac{27351}{1024} m^4 \right)$

$\cos 4Ev \quad \left(-\frac{1171}{192} m^6 \right)$

$\cos 4Ev - cv \quad e \left(-\frac{95731}{2048} m^6 \right)$

$\cos 4Ev + c'mv \quad \varepsilon' \left(\frac{501}{256} m^5 - \frac{675}{128} m^3 e^2 \right)$

$\cos 4Ev - c'mv \quad \varepsilon' \left(-\frac{5845}{256} m^5 + \frac{2625}{128} m^3 e^2 \right)$

$\cos 4Ev - 2cv \quad e^2 \left(\frac{2053928}{8192} m^6 \right)$

$\cos 4Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left(-\frac{63705}{1024} m^5 \right)$

$\cos 4Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left(-\frac{1105585}{9216} m^5 \right)$

$\cos 6Ev - 2cv \quad e^2 \left(\frac{3375}{1024} m^4 \right).$

Produits partiels de $\left(-\mu^2 . \int R_1 dv\right)^2$.

169. Le carré de la fonction $-\mu^2 . \int R_1 dv$ donne les termes suivans. On a seulement indiqué les termes qui servent de multiplicateur, lesquels sont censés pris dans les pages 743-747 du second volume, et dans les pages 485-487 de celui-ci.

Multiplicateur . . . . $2\cos cv\ \ e(\ldots.)$

Produit

$\cos 2cv$	$e^2\left(\frac{2025}{128}m^6\right)$
$\cos c'mv$	$\epsilon'\left(\frac{10125}{128}m^6e^2\right)$
$\cos c'mv$	$\epsilon'\left(\frac{7425}{128}m^6e^2\right)$
$\cos 2Ev-cv$	$e\left(-\frac{135}{32}m^7-\frac{3177}{128}m^7-\frac{197643}{2048}m^7\right)$
$\cos 2Ev-2cv$	$e^2\left(\frac{2835}{32}m^7+\frac{9531}{32}m^7+\frac{197643}{512}m^7\right)$
$\cos 2Ev-c'mv-cv$	$e\epsilon'\left(-\frac{2835}{128}m^6-\frac{22239}{256}m^6\right)$
$\cos 2Ev+c'mv-cv$	$e\epsilon'\left(\frac{135}{128}m^6+\frac{3177}{256}m^6\right)$
$\cos 2Ev+c'mv$	$\epsilon'\left(-\frac{45}{16}m^5e^2\right)$
$\cos 2Ev+c'mv$	$\epsilon'\left(-\frac{135}{16}m^5e^2\right)$
$\cos 2Ev-c'mv$	$\epsilon'\left(\frac{315}{16}m^5e^2\right)$
$\cos 2Ev-c'mv$	$\epsilon'\left(\frac{945}{16}m^5e^2\right)$
$\cos Ev-cv$	$eb^2\left(-\frac{135}{64}m^5\right)$
$\cos 4Ev-2cv$	$e^2\left(\frac{675}{64}m^6\right)$

Multiplicateur . . . . $2\cos c'mv\ \ \epsilon'(\ldots)$

Produit

$\cos 2Ev+c'mv$	$\epsilon'\left(-\frac{137}{2}m^2-\frac{16065}{256}m^5e^2-\frac{1071}{128}m^7-\frac{225}{32}m^5e^2\right)$
$\cos 2Ev-c'mv$	$\epsilon'\left(-\frac{137}{2}m^2-\frac{16065}{256}m^5e^2-\frac{1071}{128}m^7-\frac{225}{32}m^5e^2\right)$
$\cos 2Ev+c'mv-cv$	$e\epsilon'\left(\frac{1071}{32}m^6\right)$
$\cos 2Ev-c'mv-cv$	$e\epsilon'\left(\frac{1071}{32}m^6\right)$

Multiplicateur — Produit

$2\cos 2cv \quad e^2(\ldots)\ldots\ldots \Big\{ \cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left(\frac{426507}{8192}m^7 + \frac{7299}{512}m^7 + \frac{135}{128}m^7\right)$

$$2\cos cv + c'mv \quad e\epsilon'(\ldots)\ldots \begin{cases} \cos 2Ev - c'mv - cv & e\epsilon'\left(-\frac{441}{8}m^6 - \frac{495}{64}m^6\right) \\ \cos 2Ev + c'mv & \epsilon'\left(\frac{495}{16}m^5e^2\right) \\ \cos 2Ev - c'mv & \epsilon'\left(\frac{165}{16}m^5e^2\right) \end{cases}$$

$$2\cos cv - c'mv \quad e\epsilon'(\ldots)\ldots \begin{cases} \cos 2Ev + c'mv - cv & e\epsilon'\left(-\frac{12771}{128}m^6 - \frac{675}{64}m^6\right) \\ \cos 2Ev - c'mv & \epsilon'\left(\frac{675}{16}m^5e^2\right) \\ \cos 2Ev + c'mv & \epsilon'\left(\frac{225}{16}m^5e^2\right) \end{cases}$$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev\ (\ldots)$

Produit

$\cos 4Ev \quad \left(\frac{9}{32}m^4 + \frac{9}{16}m^6\right)$

$\cos 0v \quad \left\{\begin{array}{l} -\frac{45}{8}m^7\epsilon'^2 - \frac{45}{16}m^5e^2\epsilon'^2 - \frac{45}{8}m^7\epsilon'^2 + \frac{27}{16}m^7(\epsilon'^2 - E'^2) \\ -\frac{45}{16}m^5e^2\epsilon'^2 - \frac{45}{32}m^7\epsilon'^2 - \frac{45}{16}m^5e^2\epsilon'^2 - \frac{45}{16}m^5e^2\epsilon'^2 - \frac{45}{32}m^7\epsilon'^2 \end{array}\right\}$

$\cos 4Ev - cv \quad e\left(-\frac{189}{16}m^6 - \frac{27}{4}m^6 - \frac{9}{4}m^6\right)$

$\cos cv \quad e\left\{\begin{array}{l} -\frac{9}{4}m^5 - \frac{9}{4}m^6 - \frac{9}{2}m^4e^2 + \frac{45}{8}m^4\epsilon'^2 - \frac{27}{4}m^5 \\ -\frac{27}{4}m^6 - \frac{189}{16}m^6 - \frac{27}{16}m^4e^2 + \frac{45}{8}m^4\epsilon'^2 \end{array}\right\}$

$\cos cv \quad e\left(-\frac{3}{4}m^5 - \frac{3}{4}m^6 - \frac{3}{2}m^4e^2 + \frac{15}{8}m^4\epsilon'^2 + \frac{1}{4}m^5 + \frac{1}{4}m^6 - \frac{m^6}{48} + \frac{15}{8}m^4\epsilon'^2 - \frac{9}{16}m^4e^2\right)$

$\cos 4Ev - c'mv \quad \epsilon'\left(\frac{189}{64}m^5 + \frac{63}{32}m^5\right)$

$\cos c'mv \quad \epsilon'\left\{\begin{array}{l} -\frac{5733}{1024}m^8 + \frac{10143}{1024}m^6e^2 + \frac{189}{64}m^8 + \frac{189}{32}m^6e^2 + \frac{999}{128}m^8 + \frac{999}{64}m^6e^2 \\ +\frac{63}{16}m^6e^2 + \frac{2907}{256}m^8 + \frac{189}{32}m^6e^2 - \frac{55755}{1024}m^8 + \frac{19143}{1024}m^6e^2 \end{array}\right\}$

+

Produit

$\cos 4Ev + c'mv \qquad \epsilon'\left(-\frac{9}{64}m^5 - \frac{9}{32}m^5\right)$

$\cos c'mv \qquad \epsilon'\left\{\begin{array}{l} \frac{819}{1024}m^4 - \frac{1449}{1024}m^6e^2 - \frac{9}{64}m^4 - \frac{9}{32}m^6e^2 - \frac{9}{128}m^4 - \frac{9}{64}m^6e^2 \\ - \frac{9}{16}m^6e^2 - \frac{9}{256}m^4 - \frac{9}{32}m^6e^2 - \frac{11979}{1024}m^6 + \frac{8271}{1024}m^6e^2 \end{array}\right\}$

$\cos 4Ev - 2cv \qquad e^2\left(-\frac{45}{32}m^6 - \frac{477}{128}m^6 - \frac{17001}{2048}m^6 - \frac{200655}{8192}m^6\right)$

$\cos 2cv \qquad e^2\left(-\frac{45}{32}m^6 - \frac{477}{128}m^6 - \frac{17001}{2048}m^6 - \frac{200655}{8192}m^6\right)$

$\cos 2cv \qquad e^2\left(\frac{45}{64}m^6 - \frac{63}{64}m^6 + \frac{27}{512}m^6\right)$

$\cos cv + c'mv \qquad e\epsilon'\left(\frac{3}{8}m^6 + \frac{25}{32}m^6 + \frac{6725}{768}m^6\right)$

$\cos cv - c'mv \qquad e\epsilon'\left(\frac{9}{8}m^6 - \frac{27}{32}m^6 - \frac{11529}{256}m^6\right)$

$\cos cv - c'mv \qquad e\epsilon'\left(-\frac{21}{8}m^6 + \frac{15}{32}m^6 - \frac{4467}{256}m^6\right)$

$\cos cv + c'mv \qquad e\epsilon'\left(-\frac{63}{8}m^6 - \frac{1053}{32}m^6 - \frac{19467}{256}m^6\right)$

$\cos 4Ev + c'mv - cv \qquad e\epsilon'\left(\frac{9}{8}m^5 - \frac{27}{32}m^5\right)$

$\cos 4Ev - c'mv - cv \qquad e\epsilon'\left(-\frac{63}{8}m^5 - \frac{1053}{32}m^5\right)$

$\cos Ev \qquad b^2\left(\frac{9}{32}m^6 + \frac{153}{64}m^6 + \frac{3573}{256}m^6\right)$

$\cos 3Ev - cv \qquad eb^2\left(\frac{45}{64}m^4 + \frac{2439}{512}m^4\right)$

$\cos Ev + cv \qquad eb^2\left(\frac{45}{64}m^4 + \frac{2439}{512}m^4\right)$

$\cos Ev - cv \qquad eb^2\left(-\frac{45}{128}m^5 - \frac{3951^{(*)}}{1024}m^5\right)$ (*) Voyez p. 571 du second volume.

$\cos Ev \qquad b^2\left(\frac{15}{32}m^6 + \frac{75}{64}m^6 + \frac{129}{32}m^6\right)$

$\cos Ev - cv \qquad eb^2\left(-\frac{225}{128}m^5 - \frac{6075^{(*)}}{1024}m^5\right)$ (*) Voyez p. 572 du second volume.

$\cos Ev + cv \qquad eb^2\left(-\frac{225}{256}m^4\right)$

$\cos 2Ev \qquad \left(-\frac{9}{16}m^4 - \frac{501}{256}m^5 - \frac{1171}{256}m^6\right)$

Produit

$\cos 2Ev - cv$	$e\left(-\frac{45}{32}m^7 - \frac{639}{128}m^7 - \frac{27737}{2048}m^7\right)$
$\cos 2Ev + c'mv$	$\epsilon'\left(\frac{9}{16}m^7 + \frac{1503}{1024}m^7 - \frac{2025}{512}m^5e^2\right)$
$\cos 2Ev - c'mv$	$\epsilon'\left(-\frac{63}{16}m^7 - \frac{17535}{1024}m^7 + \frac{7875}{512}m^5e^2\right)$
$\cos 2Ev + c'mv - cv$	$e\epsilon'\left(\frac{135}{64}m^6 + \frac{219}{128}m^6\right)$
$\cos 2Ev - c'mv - cv$	$e\epsilon'\left(-\frac{525}{64}m^6 - \frac{1027}{32}m^6\right)$
$\cos 2Ev - 2cv$	$e^2\left(\frac{135}{128}m^7 + \frac{6728}{512}m^7 + \frac{367227}{8192}m^7\right)$
$\cos 4Ev - 2cv$	$e^2\left(\frac{10125}{4096}m^6\right)$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev - cv \quad e(\ldots.)$

Produit

$\cos 4Ev - 2cv$	$e^2\left(\frac{81}{2}m^6 + \frac{189}{4}m^6\right)$
$\cos 0v$	$\left(-27.m^5e^2\epsilon'^2 - \frac{135}{2}m^5e^2\epsilon'^2\right)$
$\cos 2cv$	$e^2\left(\frac{1}{12}m^6 - 3.m^6 + \frac{63}{4}m^6\right)$
$\cos 4Ev - c'mv - cv$	$e\epsilon'\left(-\frac{189}{16}m^5 - \frac{189}{8}m^5\right)$
$\cos cv - c'mv$	$e\epsilon'\left(-\frac{1323}{32}m^6 - \frac{567}{16}m^6 - \frac{999}{32}m^6\right)$
$\cos 4Ev + c'mv - cv$	$e\epsilon'\left(\frac{9}{16}m^5 + \frac{27}{8}m^5\right)$
$\cos cv + c'mv$	$e\epsilon'\left(\frac{9}{32}m^6 + \frac{27}{16}m^6 + \frac{189}{32}m^6\right)$
$\cos cv$	$e\left(\frac{45}{8}m^3e^2 + \frac{477}{32}m^4e^2 + \frac{135}{8}m^4e^2\right)$
$\cos c'mv$	$\epsilon'\left(-\frac{189}{8}m^6e^2 + \frac{81}{8}m^6e^2 + \frac{11529}{64}m^6e^2\right)$
$\cos c'mv$	$\epsilon'\left(\frac{1323}{8}m^6e^2 + \frac{3159}{8}m^6e^2 + \frac{19467}{64}m^6e^2\right)$
$\cos Ev - cv$	$eb^2\left(-\frac{27}{8}m^5 - \frac{153}{16}m^5\right)$

+

Produit

$\cos 3Ev - ov$	$eb^2\left(-\frac{9}{8}m^4\right)$
$\cos Ev + cv$	$eb^2\left(-\frac{15}{8}m^4\right)$
$\cos 2Ev + c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{135}{16}m^5e^2\right)$
$\cos 2Ev - c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{525}{16}m^5e^2\right)$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev + cv$ $e(\ldots.)$

Produit

$\cos 0v$	$\left(-\frac{11}{8}m^5e^2\varepsilon'^2+\frac{5}{6}m^5e^2\varepsilon'^2\right)$
$\cos cv + c'mv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{333}{32}m^6+\frac{21}{16}m^6-\frac{7}{96}m^6\right)$
$\cos cv - c'mv$	$e\varepsilon'\left(\frac{3}{32}m^6-\frac{1}{16}m^6+\frac{1}{96}m^6\right)$
$\cos cv$	$e\left(-\frac{15}{16}m^4e^2\right)$
$\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{1}{72}m^6e^2+\frac{25}{72}m^6e^2-\frac{6725}{576}m^6e^2\right)$
$\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{7}{72}m^6e^2+\frac{5}{24}m^6e^2+\frac{1489}{64}m^6e^2\right)$
$\cos Ev + cv$	$eb^2\left(-\frac{3}{8}m^4\right)$
$\cos Ev - cv$	$eb^2\left(\frac{5}{24}m^5-\frac{25}{16}m^5\right)$
$\cos 2Ev - cv$	$e\left(-\frac{1}{4}m^7+\frac{167}{64}m^7\right)$
$\cos 2Ev - 2cv$	$e^2\left(\frac{5}{96}m^7-\frac{71}{32}m^7+\frac{27737}{1536}m^7\right)$
$\cos 2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{3}{4}m^6\right)$
$\cos 2Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{21}{4}m^6\right)$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev - c'mv \;\; \varepsilon'(\ldots.)$

Produit

$$\cos 0v \quad \left(\frac{20979}{512}m^7\varepsilon'^2 + \frac{1323}{64}m^5e^2\varepsilon'^2 + \frac{20979}{512}m^7\varepsilon'^2 + \frac{1323}{64}m^5e^2\varepsilon'^2\right)$$

$$\cos cv \quad e\left(-\frac{147}{16}m^4\varepsilon'^2\right)$$

$$\cos cv \quad e\left(-\frac{441}{16}m^4\varepsilon'^2\right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{189}{64}m^7 - \frac{3507}{512}m^7\right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{945}{128}m^6 - \frac{4473}{256}m^6\right)$$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev + c'mv \;\; \varepsilon'(\ldots.)$

Produit

$$\cos 0v \quad \left(\frac{9}{512}m^7\varepsilon'^2 + \frac{9}{64}m^5e^2\varepsilon'^2 + \frac{9}{512}m^7\varepsilon'^2 + \frac{9}{64}m^5e^2\varepsilon'^2\right)$$

$$\cos cv \quad e\left(-\frac{3}{16}m^4\varepsilon'^2\right)$$

$$\cos cv \quad e\left(-\frac{9}{16}m^4\varepsilon'^2\right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{9}{64}m^7 + \frac{501}{512}m^7\right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{45}{128}m^6 + \frac{639}{256}m^6\right)$$

Multiplicateur	Produit	
$2\cos 2Ev + 2cv \;\; e^2(\ldots.)\ldots\ldots$	$\cos 2Ev - 2cv$	$e^2\left(\frac{63}{64}m^7 - \frac{2505}{1024}m^7\right)$
$2\cos 2Ev + c'mv + cv \;\; e\varepsilon'(\ldots)\ldots$	$\cos 0v$	$\left(\frac{25}{48}m^5e^2\varepsilon'^2\right)$
	$\cos 2Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{3}{8}m^6\right)$
$2\cos 2Ev + c'mv - cv \;\; e\varepsilon'(\ldots)\ldots$	$\cos 0v$	$\left(-\frac{27}{16}m^5e^2\varepsilon'^2\right)$
$2\cos 2Ev - c'mv + cv \;\; e\varepsilon'(\ldots)\ldots$	$\cos 0v$	$\left(-\frac{35}{16}m^5e^2\varepsilon'^2\right)$
	$\cos 2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{21}{8}m^6\right)$
$2\cos 2Ev - c'mv - cv \;\; e\varepsilon'(\ldots)\ldots$	$\cos 0v$	$\left(\frac{7871}{16}m^5e^2\varepsilon'^2\right)$

$$2\cos 3Ev \quad b^2(\ldots\ldots)\ldots\ldots\begin{cases}\cos Ev & b^2\left(-\frac{15}{32}m^6\right)\\ \cos Ev-cv & eb^2\left(-\frac{75}{64}m^5\right)\end{cases}$$

$$2\cos 4Ev \ldots\ldots\ldots\begin{cases}\cos c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{9}{16}m^8\right)\\ \cos c'mv & \varepsilon'\left(\frac{63}{16}m^8\right)\end{cases}$$

$$2\cos 4Ev-cv \quad e(\ldots\ldots)\ldots\ldots\begin{cases}\cos c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{675}{128}m^6e^2\right)\\ \cos c'mv & \varepsilon'\left(\frac{2025}{128}m^6e^2\right).\end{cases}$$

La réunion de ces produits partiels donne

$$\left(-\mu^2\cdot\int R_1\,dv\right)^2=$$

$$\cos ov\begin{cases}\left(\frac{20979}{512}+\frac{20979}{512}-\frac{45}{8}-\frac{45}{8}-\frac{45}{32}+\frac{9}{512}+\frac{9}{512}-\frac{45}{32}=\frac{4347}{64}\right)m^2\varepsilon'^2\\ +\begin{Bmatrix}-\frac{45}{16}-\frac{45}{16}-\frac{45}{16}-\frac{45}{16}-27-\frac{135}{2}-\frac{11}{3}+\frac{5}{6}+\frac{1323}{64}\\ +\frac{1323}{64}+\frac{9}{64}+\frac{9}{64}+\frac{25}{48}-\frac{27}{16}-\frac{35}{16}+\frac{7371}{16}=\frac{3123}{8}\end{Bmatrix}m^5e^2\varepsilon'^2\\ +\frac{27}{16}m^7(\varepsilon'^2-E'^2)\end{cases}$$

$$\cos cv \quad e\begin{cases}\left(-\frac{9}{4}-\frac{27}{4}-\frac{3}{4}+\frac{1}{4}=-\frac{19}{2}\right)m^5+\frac{45}{8}m^3e^2\\ +\left(-\frac{9}{4}-\frac{27}{4}-\frac{189}{16}-\frac{3}{4}+\frac{1}{4}-\frac{1}{48}=-\frac{64}{3}\right)m^6\\ +\left(-\frac{9}{2}-\frac{27}{16}-\frac{3}{2}-\frac{9}{16}+\frac{477}{32}+\frac{135}{8}-\frac{15}{16}=\frac{723}{32}\right)m^4e^2\\ +\left(\frac{45}{8}+\frac{45}{8}+\frac{15}{8}+\frac{15}{8}-\frac{147}{16}-\frac{441}{16}-\frac{3}{16}-\frac{9}{16}=-\frac{45}{2}\right)m^4\varepsilon'^2\end{cases}$$

$$\cos 2cv \quad e^2\begin{Bmatrix}\frac{2025}{128}-\frac{45}{32}-\frac{477}{128}-\frac{17001}{2048}-\frac{206655}{8192}+\frac{45}{64}\\ -\frac{63}{64}+\frac{27}{512}+\frac{1}{12}-3+\frac{63}{4}=-\frac{283545}{24576}\end{Bmatrix}m^6$$

$$\cos c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} + \left\{ \begin{array}{l} -\frac{5733}{1024}+\frac{189}{64}+\frac{999}{128}+\frac{2997}{256}-\frac{55755}{1024}+\frac{819}{1024} \\ -\frac{9}{64}-\frac{9}{128}-\frac{9}{256}-\frac{11979}{1024}-\frac{9}{16}+\frac{63}{16}=-\frac{5805}{128} \end{array} \right\} m^8 \\ + \left\{ \begin{array}{l} \frac{10125}{128}+\frac{7425}{128}+\frac{10143}{1024}+\frac{189}{32}+\frac{999}{64}+\frac{63}{16}+\frac{189}{32} \\ +\frac{19143}{1024}-\frac{1449}{1024}-\frac{9}{32}-\frac{9}{64}-\frac{9}{16}-\frac{9}{32}+\frac{8271}{1024}-\frac{189}{8} \\ +\frac{81}{8}+\frac{11529}{64}+\frac{1323}{8}+\frac{3159}{8}+\frac{19467}{64}-\frac{1}{72}+\frac{25}{72} \\ -\frac{6725}{576}+\frac{7}{72}+\frac{5}{24}+\frac{1489}{64}-\frac{675}{128}+\frac{2625}{128}=\frac{968441}{768} \end{array} \right\} m^6 e^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos cv + c'mv \quad e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \frac{3}{8}+\frac{25}{32}+\frac{6725}{768}-\frac{63}{8}-\frac{1053}{32}-\frac{19467}{256}+\frac{9}{32} \\ +\frac{27}{16}+\frac{189}{32}-\frac{333}{32}+\frac{21}{16}-\frac{7}{96}=-\frac{6925}{64} \end{array} \right\} m^6$$

$$\cos cv - c'mv \quad e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \frac{9}{8}-\frac{27}{32}-\frac{11529}{256}-\frac{21}{8}+\frac{15}{32}-\frac{4467}{256}-\frac{1323}{32} \\ -\frac{567}{16}-\frac{999}{32}+\frac{3}{32}-\frac{1}{16}+\frac{1}{96}=-\frac{33085}{192} \end{array} \right\} m^6$$

$$\cos 2Ev \qquad \left\{ -\frac{9}{16}-\frac{501}{256}-\frac{1171}{256}=-\frac{227}{32} \right\} m^8$$

$$\cos 2Ev - cv \quad e \left\{ -\frac{135}{32}-\frac{3177}{128}-\frac{197643}{2048}-\frac{45}{32}-\frac{639}{128}-\frac{27737}{2048}-\frac{1}{4}+\frac{167}{64}=-\frac{73281}{512} \right\} m^7$$

$$\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \left(-\frac{137}{2}-\frac{1071}{128}+\frac{9}{16}-\frac{189}{64}+\frac{1503}{1024}-\frac{3507}{512}=-\frac{86671}{1024} \right) m^7 \\ + \left\{ \begin{array}{l} -\frac{45}{16}-\frac{135}{16}-\frac{16065}{256}-\frac{225}{32}+\frac{495}{16} \\ +\frac{225}{16}-\frac{2025}{512}-\frac{135}{16}=-\frac{24795}{512} \end{array} \right\} m^5 e^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \left(-\frac{137}{2}-\frac{1071}{128}-\frac{63}{16}-\frac{17535}{1024}+\frac{9}{64}+\frac{501}{512}=-\frac{99183}{1024} \right) m^7 \\ + \left(\frac{315}{16}+\frac{945}{16}-\frac{16065}{256}-\frac{225}{32}+\frac{165}{16}+\frac{675}{16}+\frac{7875}{512}+\frac{525}{16}=\frac{56145}{512} \right) m^5 e^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{2835}{32}+\frac{9531}{32}+\frac{19764}{512}+\frac{426507}{8192}+\frac{7299}{512}+\frac{165}{128}+\frac{135}{128} \\ +\frac{6723}{512}+\frac{367227}{8192}+\frac{5}{96}-\frac{71}{32}+\frac{27737}{1536}+\frac{63}{64}-\frac{2505}{1024}=\frac{11222333}{12288} \end{array} \right\} m^7$$

$$\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \frac{135}{128} + \frac{3177}{256} + \frac{1071}{32} - \frac{12771}{128} - \frac{675}{64} + \frac{135}{64} \\ + \frac{219}{128} - \frac{3}{4} - \frac{945}{128} - \frac{4473}{256} + \frac{21}{8} = -\frac{5283}{64} \end{array} \right\} m^4$$

$$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\frac{2835}{128} - \frac{22239}{256} + \frac{1071}{32} - \frac{441}{8} - \frac{495}{64} - \frac{525}{64} \\ -\frac{1027}{32} + \frac{21}{4} + \frac{45}{128} + \frac{639}{256} - \frac{3}{8} = -\frac{10943}{64} \end{array} \right\} m^4$$

$$\cos Ev \quad b^2 \left\{ \frac{9}{32} + \frac{153}{64} + \frac{3573}{256} + \frac{15}{32} + \frac{75}{64} + \frac{129}{32} - \frac{15}{32} = \frac{5589}{256} \right\} m^4$$

$$\cos Ev - cv \quad eb^2 \left\{ \begin{array}{l} -\frac{135}{64} - \frac{225}{128} - \frac{6075}{1024} - \frac{27}{8} - \frac{153}{16} + \frac{5}{24} \\ -\frac{25}{16} - \frac{75}{64} - \frac{45}{128} - \frac{3951}{1024} = -\frac{45271}{1536} \end{array} \right\} m^5$$

$$\cos Ev + cv \quad eb^2 \left\{ -\frac{225}{256} + \frac{45}{64} + \frac{2439}{512} - \frac{15}{8} - \frac{3}{8} = \frac{1197}{512} \right\} m^4$$

$$\cos 3Ev - cv \quad eb^2 \left\{ \frac{45}{64} + \frac{2439}{512} - \frac{9}{8} = \frac{2223}{512} \right\} m^4$$

$$\cos 4Ev \quad \left\{ \frac{9}{32} + \frac{9}{16} = \frac{27}{32} \right\} m^4$$

$$\cos 4Ev - cv \quad e \left\{ -\frac{189}{16} - \frac{27}{4} - \frac{9}{4} = -\frac{333}{16} \right\} m^4$$

$$\cos 4Ev + c'mv \quad \varepsilon' \left\{ -\frac{9}{64} - \frac{9}{32} = -\frac{27}{64} \right\} m^5$$

$$\cos 4Ev - c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \frac{189}{64} + \frac{63}{32} = \frac{315}{64} \right\} m^5$$

$$\cos 4Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ \frac{675}{64} - \frac{45}{32} - \frac{477}{128} - \frac{17001}{2048} - \frac{200655}{8192} + \frac{10125}{4096} + \frac{81}{2} + \frac{189}{4} = \frac{514791}{8192} \right\} m^4$$

$$\cos 4Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ \frac{9}{8} - \frac{27}{32} + \frac{9}{16} + \frac{27}{8} = \frac{135}{32} \right\} m^5$$

$$\cos 4Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ -\frac{63}{8} - \frac{1053}{32} - \frac{189}{16} - \frac{189}{8} = -\frac{2439}{32} \right\} m^5$$

170. Produits partiels de $\left(-\mu^2.\int R_1 dv\right)^3 = -\mu^2.\int R_1 dv \times \left(\mu^2.\int R_1 dv\right)^2$.

Multiplicateur .... $2\cos 2Ev \left(\frac{3}{8}m^2 + \frac{3}{8}m^3 + \frac{8}{8}m^4 + \frac{3}{4}m^2e^2 - \frac{15}{16}m^2\varepsilon'^2\right)$

Produit

$\cos 2Ev$	$\left(\frac{81}{128}m^6 + \frac{27}{64}m^6 + \frac{27}{128}m^6\right)$
$\cos 2Ev - cv$	$e\left(-\frac{57}{16}m^7 - \frac{9}{8}m^7\right)$
$\cos 2Ev + c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{27}{16}m^7 + \frac{81}{128}m^7\right)$
$\cos 2Ev - c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{27}{16}m^7 + \frac{81}{128}m^7\right)$
$\cos 2Ev - 2cv$	$e^2\left(-\frac{35115}{16384}m^7 - \frac{549}{1024}m^7 - \frac{135}{256}m^7\right)$
$\cos Ev$	$b^2\left(\frac{9}{32}m^6\right)$
$\cos Ev$	$b^2\left(\frac{27}{256}m^6\right)$
$\cos 2Ev$	$\left(\frac{27}{128}m^6 + \frac{27}{256}m^6 + \frac{81}{256}m^6\right)$
$\cos 2Ev - cv$	$e\left(-\frac{27}{8}m^7 - \frac{27}{32}m^7\right)$
$\cos 2Ev + c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{27}{256}m^7 - \frac{81}{512}m^7\right)$
$\cos 2Ev - c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{189}{256}m^7 + \frac{945}{512}m^7\right)$
$\cos 2Ev - 2cv$	$e^2\left(\frac{83349}{16384}m^7 - \frac{243}{1024}m^7 - \frac{135}{256}m^7\right)$
$\cos 2Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{27}{8}m^6\right)$
$\cos 2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{27}{8}m^6\right)$
$\cos 2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{27}{32}m^6\right)$
$\cos 2Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{189}{32}m^6\right)$
$\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{3753}{1024}m^6 - \frac{675}{256}m^6e^2\right)$
$\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{4617}{1024}m^6 - \frac{675}{256}m^6e^2\right)$

Multiplicateur		Produit	
$2\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{857}{64}m^4-\frac{75}{16}m^2e^2\right)\ldots$	$\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{3213}{1024}m^6-\frac{675}{256}m^4e^2\right)$
$2\cos 2Ev-cv$	$e\left(-\frac{3}{2}m^2-\frac{9}{2}m^3\right)\ldots$	$\cos 2Ev-cv$	$e\left(-\frac{27}{16}m^6-\frac{81}{32}m^7\right)$
		$\cos 2Ev-2cv$	$e^2\left(\frac{57}{4}m^6+\frac{27}{2}m^7\right)$
		$\cos 2Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{81}{32}m^6\right)$
		$\cos 2Ev-c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{81}{32}m^6\right)$
$2\cos 2Ev+cv$	$e\left(-\frac{1}{2}m^2+\frac{1}{6}m^3\right)\ldots$	$\cos 2Ev-2cv$	$e^2\left(-\frac{3}{8}m^6+\frac{9}{2}m^7\right)$
		$\cos 2Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{9}{64}m^6\right)$
		$\cos 2Ev-c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{63}{64}m^6\right)$
		$\cos 2Ev-cv$	$e\left(-\frac{9}{32}m^6+\frac{3}{64}m^7\right)$
$2\cos 2Ev-c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{21}{16}m^2+\frac{63}{32}m^3\right)\ldots$	$\cos 2Ev-c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{189}{128}m^6+\frac{567}{512}m^7\right)$
		$\cos 2Ev-c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{63}{16}m^6\right)$
		$\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{189}{256}m^6\right)$
		$\cos 2Ev+c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{567}{1024}m^6+\frac{189}{256}m^7\right)$
		$\cos 2Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{189}{64}m^6\right)$
$2\cos 2Ev+c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{3}{16}m^2-\frac{3}{32}m^3\right)\ldots$	$\cos 2Ev+c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{27}{128}m^6-\frac{27}{512}m^7\right)$
		$\cos 2Ev+c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{9}{16}m^6\right)$
		$\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{27}{256}m^6\right)$
		$\cos 2Ev-c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{27}{1024}m^6-\frac{27}{256}m^7\right)$
		$\cos 2Ev-c'mv-cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{27}{64}m^6\right)$

Multiplicateur .... $2\cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left(-\frac{15}{16}m - \frac{159}{64}m^2 - \frac{5667}{1024}m^3\right)$

Produit $\left\{ \cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left(-\frac{51003}{16384}m^7 - \frac{1431}{512}m^7 - \frac{405}{256}m^7\right)\right.$

Multiplicateur		Produit	
$2\cos 2Ev + 2cv$	$c^2\left(\frac{15}{32}m^2 - \frac{21}{32}m^3\right)\ldots$	$\cos 2Ev - 2cv$	$e^2\left(-\frac{189}{1024}m^7 + \frac{135}{512}m^7\right)$
$2\cos 2Ev + c'mv + cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{1}{4}m^2\right)\ldots$	$\cos 2Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{9}{128}m^6\right)$
$2\cos 2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{3}{4}m^2\right)\ldots$	$\cos 2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{27}{64}m^6\right)$
$2\cos 2Ev - c'mv + cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{7}{4}m^2\right)\ldots$	$\cos 2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{63}{128}m^6\right)$
$2\cos 2Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{21}{4}m^2\right)\ldots$	$\cos 2Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{189}{64}m^6\right)$
$2\cos Ev$	$b^2\left(\frac{3}{16}m^2\right)\ldots$	$\cos Ev$	$b^2\left(\frac{27}{256}m^6\right)$
$2\cos 3Ev$	$b^2\left(\frac{5}{16}m^2\right)\ldots$	$\cos Ev$	$b^2\left(\frac{45}{512}m^6\right)$
$2\cos 4Ev$	$\left(-\frac{3}{8}m^4\right)\ldots$	$\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{27}{256}m^8\right)$
		$\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{189}{256}m^8\right)$
$2\cos 4Ev + c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{3}{8}m^4\right)\ldots$	$\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{27}{256}m^8\right)$
$2\cos 4Ev - c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{21}{8}m^2\right)\ldots$	$\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{189}{256}m^8\right).$

La réunion de ces produits partiels donne

$$-\left(\mu^2.\int R_1 dv\right)^3 =$$

$$\cos c'mv \qquad \varepsilon'\left\{\begin{array}{l} \left\{\begin{array}{l} -\frac{3213}{1024} - \frac{3753}{1024} - \frac{4617}{1024} - \frac{189}{256} + \frac{27}{256} \\ +\frac{27}{256} - \frac{189}{256} + \frac{27}{256} - \frac{189}{256} = -\frac{13527}{1024} \end{array}\right\} m^8 \\ -\left(\frac{675}{256} + \frac{675}{256} + \frac{675}{256} = \frac{2025}{256}\right) m^6 e^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev \quad \left\{ \frac{81}{128}+\frac{27}{64}+\frac{27}{128}+\frac{27}{128}+\frac{27}{256}+\frac{81}{256}=\frac{243}{128} \right\} m^5$$

$$\cos 2Ev+c'mv \quad \epsilon' \left\{ \frac{27}{16}+\frac{81}{128}-\frac{27}{256}-\frac{81}{512}+\frac{507}{1024}+\frac{189}{256}-\frac{27}{128}-\frac{27}{512}=\frac{3159}{1024} \right\} m^5$$

$$\cos 2Ev-c'mv \quad \epsilon' \left\{ \frac{27}{16}+\frac{81}{128}+\frac{189}{256}+\frac{945}{512}+\frac{189}{128}+\frac{567}{512}-\frac{27}{1024}-\frac{27}{256}=\frac{7583}{1024} \right\} m^5$$

$$\cos 2Ev-cv \quad e \left\{ -\frac{57}{16}-\frac{9}{8}-\frac{27}{8}-\frac{27}{32}-\frac{27}{16}-\frac{81}{32}-\frac{9}{32}+\frac{8}{64}=-\frac{855}{64} \right\} m^7$$

$$\cos 2Ev-2cv \quad e^2 \left\{ \begin{array}{l} -\frac{35115}{16384}-\frac{549}{1024}-\frac{135}{256}+\frac{83349}{16384}-\frac{243}{1024}-\frac{135}{256}+\frac{57}{4}+\frac{27}{2} \\ -\frac{3}{8}+\frac{9}{2}-\frac{51003}{16384}-\frac{1431}{512}-\frac{405}{256}-\frac{189}{1024}+\frac{135}{512}=\frac{419103}{16384} \end{array} \right\} m^7$$

$$\cos 2Ev+c'mv-cv \quad e\epsilon' \left\{ -\frac{27}{8}+\frac{27}{32}-\frac{81}{32}+\frac{9}{64}-\frac{189}{64}+\frac{9}{16}+\frac{27}{64}-\frac{63}{128}=-\frac{945}{128} \right\} m^6$$

$$\cos 2Ev-c'mv-cv \quad e\epsilon' \left\{ -\frac{27}{8}-\frac{189}{32}-\frac{81}{32}-\frac{63}{64}-\frac{63}{16}+\frac{27}{64}+\frac{9}{128}-\frac{189}{64}=-\frac{2457}{128} \right\} m^6$$

$$\cos Ev \quad b^2 \left\{ \frac{9}{32}+\frac{27}{256}+\frac{27}{256}+\frac{45}{512}=\frac{297}{512} \right\} m^6.$$

En posant

$$\left(-\mu^2.\int R_1 dv\right)^2 = \cos 0v \left(\frac{9}{32}m^4\right) + \cos c'mv \;\; \epsilon'\left(\frac{27}{16}m^4\right) + \cos 4Ev \left(\frac{9}{32}m^4\right)$$
$$+\cos 4Ev+c'mv \;\; \epsilon'\left(-\frac{9}{32}m^4\right) + \cos 4Ev-c'mv \;\; \epsilon'\left(\frac{63}{32}m^4\right),$$

il est évident que le carré de cette fonction donne

$$\left(-\mu^2.\int R_1 dv\right)^4 = \cos c'mv \;\; \epsilon'\left(\frac{243}{256}-\frac{81}{1024}+\frac{567}{1024}=\frac{729}{512}\right) m^8.$$

En réunissant les résultats précédens on obtiendra la valeur cherchée de $-B$, savoir ;

$$-B=-\mu^2\int R_1 dv-\frac{3}{2}\left(\mu^2\int R_1 dv\right)^2-\frac{5}{2}\left(\mu^2\int R_1 dv\right)^3-\frac{35}{8}\left(\mu^2\int R_1 dv\right)^4=$$

$$\cos 0v \quad \left\{ -\frac{13041}{128} m^7 \epsilon'^2 - \frac{9369}{16} m^5 e^2 \epsilon'^2 - \frac{81}{32} m^7 (\epsilon'^2 - E'^2) \right\}$$

$$\cos cv \quad e \left\{ \begin{array}{l} -\left(\frac{65881}{512}-\frac{57}{4}=\frac{58585}{512}\right) m^5 + \left(\frac{675}{32}-\frac{135}{16}=\frac{405}{32}\right) m^3 e^2 + \frac{153}{32} m^3 \gamma^2 \\ -\frac{165}{8} m^3 \epsilon'^2 - \left(\frac{2833379}{6144}-37=\frac{2636771}{6144}\right) m^6 - \left(\frac{15465}{64}-\frac{135}{4}=\frac{13305}{64}\right) m^4 \epsilon'^2 \\ +\left(\frac{6849}{64}-\frac{2169}{64}=\frac{585}{8}\right) m^4 e^2 + \frac{3525}{128} m^4 \gamma^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\left(\frac{65276663}{12288} - \frac{17415}{256} + \frac{67635}{2048} + \frac{25515}{4096} = \frac{82461549}{6144}\right) m^5 \\ -\left(\frac{282101743}{12288} + \frac{968441}{512} + \frac{10125}{512} = \frac{305587327}{12288}\right) m^6 e^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2cv \quad e^2 \left\{ \frac{27237917}{122880} + \frac{233545}{16384} = \frac{57979009}{245760} \right\} m^6$$

$$\cos cv + c'mv \quad e\varepsilon' \left\{ -\frac{4118665}{6144} + \frac{20775}{128} = -\frac{3121465}{6144} \right\} m^6$$

$$\cos cv - c'mv \quad e\varepsilon' \left\{ -\frac{1111871}{192} + \frac{33085}{128} = -\frac{2124487}{384} \right\} m^6$$

$$\cos cv + 2c'mv \quad e\varepsilon'^2 \left(-\frac{555}{32} m^3 \right)$$

$$\cos 2Ev \quad \left\{ \frac{1791779}{76800} + \frac{681}{64} + \frac{1215}{256} = \frac{2973479}{76800} \right\} m^5$$

$$\cos 2Ev - cv \quad e \left\{ \frac{3156925}{4096} + \frac{219843}{1024} - \frac{5815}{128} = \frac{3850217}{4096} \right\} m^7$$

$$\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\left(\frac{15734879}{20480} - \frac{297399}{2048} - \frac{87665}{2048} = \frac{12384239}{20480}\right) m^7 \\ +\left(\frac{164169}{256} - \frac{168425}{1024} = \frac{488251}{1024}\right) m^5 e^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv \quad e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \left(-\frac{2414178}{20480} + \frac{260013}{2048} + \frac{15795}{2048} = \frac{848907}{20480}\right) m^7 \\ +\left(\frac{33573}{128} + \frac{74385}{1024} = \frac{342969}{1024}\right) m^5 e^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ -\frac{63290552957}{31457280} - \frac{11222333}{8192} + \frac{2095515}{32768} = -\frac{104372617277}{31457280} \right\} m^7$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv \quad \varepsilon'^2 \left(\frac{201}{4} m^4 + \frac{201}{2} m^5 \right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ -\frac{14915235}{4096} + \frac{15849}{128} - \frac{4725}{256} = -\frac{14483667}{4096} \right\} m^6$$

$$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ \frac{7962751}{4096} + \frac{32829}{128} - \frac{12285}{256} = \frac{8816719}{4096} \right\} m^6$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2 \left\{ -\frac{4437}{32} m^3 - \frac{116919}{256} m^4 \right\}$$

$$\cos Ev \quad b^2 \left\{ \frac{883805}{1536} - \frac{16767}{512} + \frac{1485}{1024} = \frac{1671463}{3072} \right\} m^6$$

$$\cos Ev + cv \quad eb^2 \left\{ -\frac{81335}{1024} - \frac{8591}{1024} = -\frac{17463}{512} \right\} m^6$$

$\cos Ev - cv \quad eb^2 \left\{ \frac{106194505}{98304} + \frac{45271}{1024} = \frac{110540521}{98304} \right\} m^5$

$\cos 3Ev - cv \quad eb^2 \left\{ -\frac{27851}{1024} - \frac{6669}{1024} = -\frac{8505}{256} \right\} m^4$

$\cos 4Ev \quad \left\{ -\frac{1171}{192} - \frac{81}{64} = -\frac{707}{96} \right\} m^5$

$\cos 4Ev - cv \quad e \left\{ -\frac{95731}{2048} + \frac{999}{32} = -\frac{31795}{2048} \right\} m^6$

$\cos 4Ev + c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \left(\frac{501}{256} + \frac{81}{128} = \frac{663}{256} \right) m^5 - \frac{675}{128} m^3 e^2 \right\}$

$\cos 4Ev - c'mv \quad \varepsilon' \left\{ -\left(\frac{5845}{256} + \frac{945}{128} = \frac{7735}{256} \right) m^5 + \frac{2625}{128} m^3 e^2 \right\}$

$\cos 4Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ \frac{2053923}{8192} - \frac{1544373}{16384} = \frac{2563473}{16384} \right\} m^6$

$\cos 4Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ -\frac{63705}{1024} - \frac{405}{64} = -\frac{70185}{1024} \right\} m^5$

$\cos 4Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ -\frac{1105585}{9216} + \frac{7317}{64} = -\frac{51937}{9216} \right\} m^5.$

171. Formons maintenant les différentes parties qui composent la valeur de la fonction désignée par A. D'après les valeurs de $\frac{\delta u}{u_1}$ posées dans les pages 728 et 634, on a;

$$2 . \frac{\delta u}{u_1} =$$

$\cos c'mv \quad \varepsilon' \left(\frac{8078038891}{27648} m^5 + \frac{2272359531}{32768} m^6 e^2 \right)$

$\cos 2cv \quad e^2 \left(\frac{338261}{576} m^6 \right)$

$\cos cv + c'mv \quad e\varepsilon' \left(-\frac{8160382445}{589824} m^6 \right)$

$\cos cv - c'mv \quad e\varepsilon' \left(\frac{35180801825}{589824} m^6 \right)$

$\cos cv + 2c'mv \quad e\varepsilon'^2 \left(-\frac{3033}{32} m^3 \right)$

$\cos 2Ev \quad \left(\frac{42441481}{933120} m^3 \right)$

$\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon' \left(\frac{7058371}{31104} m^7 - \frac{2416904081}{442368} m^5 e^2 \right)$

$\cos 2Ev - c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{1750331}{1152}\, m^7 + \frac{31544583}{49152}\, m^5 e^2\right)$	
$\cos 2Ev - cv$	$e\left(\frac{6495587275133}{1274019840}\, m^7\right)$	
$\cos 2Ev - 2cv$	$e^2\left(-\frac{575428891765}{509607936}\, m^7\right)$	
$\cos 2Ev - 2c'mv$	$\varepsilon'^2\left(\frac{10081}{18}\, m^4 + \frac{2119663}{864}\, m^5\right)$	
$\cos 2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{446874367493}{5308416}\, m^6\right)$	
$\cos 2Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{7648774061}{589824}\, m^6\right)$	
$\cos 2Ev - 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2\left(\frac{357437}{768}\, m^3 + \frac{84847117}{73728}\, m^4\right)$	
$\cos Ev$	$b^2\left(-\frac{37636103}{4096}\, m^6\right)$	
$\cos Ev - cv$	$eb^2\left(-\frac{30657817}{8194}\, m^5\right)$	
$\cos Ev + cv$	$eb^2\left(\frac{60607}{1536}\, m^4\right)$	
$\cos 3Ev - cv$	$eb^2\left(-\frac{55127}{256}\, m^4\right)$	
$\cos 4Ev$	$\left(-\frac{43231}{3600}\, m^6\right)$	
$\cos 4Ev - cv$	$e\left(-\frac{44262989}{1843200}\, m^6\right)$	
$\cos 4Ev - 2cv$	$e^2\left(\frac{2523227863}{1228800}\, m^6\right)$	
$\cos 4Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{1657161}{20480}\, m^5\right)$	
$\cos 4Ev - e'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{4401509}{36864}\, m^5\right)$	
$\cos 4Ev + c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{1053}{320}\, m^5 - \frac{765}{128}\, m^3 e^2\right)$	
$\cos 4Ev - c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{2457}{64}\, m^5 + \frac{2975}{128}\, m^3 e^2\right)$	(Voyez pages 503 et 57[illegible]).
$\cos 6Ev - 2cv$	$e^2\left(\frac{675}{256}\, m^4\right)$.	

Produits partiels de $4\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$.

172. Pour former ces produits il faudra avoir sous les yeux les termes de $2\frac{\delta u}{u_1}$ posés dans les pages 752-760 du second volume; et ceux donnés dans les pages 498-500 de celui-ci, auxquels on joindra les termes précédens. Nous indiquons seulement l'argument qui sert de multiplicateur dans chaque produit; on prendra les termes convenables du coefficient dans les pages qu'on vient de citer.

Multiplicateur . . . . $2\cos c'mv \quad \varepsilon'(....)$

Produit

$$\cos 0v \qquad \left(-1548.\, m^4\varepsilon'^2 - \frac{22995}{32} m^5 e^2 \varepsilon'^2\right)$$

$$\cos cv \qquad e\left(\frac{27}{4} m^3 \varepsilon'^2 + \frac{2367}{32} m^4 \varepsilon'^2\right)$$

$$\cos cv \qquad e\left(-\frac{27}{4} m^3 \varepsilon'^2 - \frac{3483}{32} m^4 \varepsilon'^2\right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv - cv \qquad e\varepsilon'\left(-\frac{1416863}{3072} m^6 + \frac{150345}{128} m^6 + \frac{7715}{4} m^6\right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv - cv \qquad e\varepsilon'\left(-\frac{1416863}{3072} m^6 + \frac{150345}{128} m^6 + \frac{7715}{4} m^6\right)$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv \qquad \varepsilon'^2\left(-\frac{399}{4} m^5\right)$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv - cv \qquad e\varepsilon'^2\left(-\frac{4737}{32} m^4\right)$$

Multiplicateur	Produit
$2\cos 2c'mv \quad \varepsilon'^2(....)$	$\cos 2Ev \dotminus 2c'mv \quad \varepsilon'^2\left(-\frac{57}{2} m^4\right)$
	$\cos 2Ev - 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2\left(-\frac{2818}{32} m^4\right)$

Multiplicateur . . . . $2\cos cv + c'mv \quad e\varepsilon'(....)$

Produit

$$\cos 0v \qquad \left(\frac{12835917}{8192} m^5 e^2 \varepsilon'^2 + \frac{18754637}{4096} m^5 e^2 \varepsilon'^2\right)$$

$$\cos cv \qquad e\left(-\frac{81}{32} m^2 e^2 \varepsilon'^2\right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv - cv \qquad e\varepsilon'\left(-\frac{1426213}{1024} m^6 - \frac{110409}{128} m^6 - \frac{1052}{8} m^6 - \frac{1475}{24} m^6\right)$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv - cv \qquad e\varepsilon'^2\left(-\frac{1197}{16} m^4 - \frac{5528}{32} m^4\right)$$

Multiplicateur . . . . $2\cos cv - c'mv \quad e\varepsilon'(\ldots\ldots)$

Produit

$$\cos 0v \qquad \left(\frac{32254125}{8192} m^5 e^2 \varepsilon'^2 + \frac{41277033}{4096} m^5 e^2 \varepsilon'^2\right)$$

$$\cos cv \qquad e\left(-\frac{81}{32} m^2 e^2 \varepsilon'^2\right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{3583825}{1024} m^6 + \frac{225169}{128} m^6 + 516.\, m^6 + \frac{1475}{24} m^6\right)$$

Multiplicateur — Produit

$$2\cos 2cv \;\; e^2(\ldots)\ldots \Big\{ \cos 2Ev - 2cv \;\; e^2\left(\frac{55097}{192} m^7 + \frac{1387}{6} m^7 + \frac{320}{3} m^7 + \frac{1475}{54} m^7\right)$$

$$2\cos 2gv \;\; \gamma^2(\ldots)\ldots \Big\{ \cos cv \qquad e\left(-\frac{7}{4} m^2 \gamma^4\right)$$

$$2\cos 2gv - cv \quad e\gamma^2(\ldots\ldots)\ldots \Big\{ \cos cv \qquad e\left(\frac{7}{4} e^2 \gamma^4\right)$$

$$2\cos cv + 2c'mv \quad e\varepsilon'^2(\ldots\ldots)\ldots \Big\{ \cos 2Ev - 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2\left(-\frac{2397}{64} m^4 - \frac{171}{16} m^4\right)$$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev \;(\ldots\ldots)$

Produit

$$\cos 0v \left\{\begin{array}{l} -\frac{18985}{54} m^7 \varepsilon'^2 - \frac{510665}{1536} m^5 e^2 \varepsilon'^2 - \frac{20881}{54} m^7 \varepsilon'^2 \\ +\frac{95}{48} m^5 e^2 \varepsilon'^2 + \frac{5495}{48} m^5 e^2 \varepsilon'^2 - \frac{6080}{27} m^7 \varepsilon'^2 + \frac{200}{3} m^5 e^2 \varepsilon'^2 \\ -\frac{7875}{64} m^7 \varepsilon'^2 + \frac{79645}{1536} m^5 e^2 \varepsilon'^2 + \frac{14915}{192} m^5 e^2 \varepsilon'^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos cv \;\; e \left\{\begin{array}{l} -6.\, m^3 \gamma^2 - \frac{75}{4} m^3 \varepsilon'^2 - \frac{65}{2} m^4 \varepsilon'^2 + \frac{261}{32} m^4 e^2 - \frac{213}{8} m^4 \gamma^2 - 19.\, m^4 \gamma^2 \\ -\frac{475}{8} m^4 \varepsilon'^2 - \frac{771}{128} m^3 \gamma^2 - \frac{39193}{2048} m^4 \gamma^2 + \frac{9}{8} m^2 \gamma^4 + \frac{225}{64} m^2 \varepsilon'^2 \gamma^2 - \frac{3855}{128} m^3 e^2 \\ -\frac{195965}{2048} m^4 e^2 + \frac{45}{8} m^2 e^2 \gamma^2 - \frac{75}{4} m^3 \varepsilon'^2 - \frac{1285}{16} m^4 \varepsilon'^2 - \frac{2355}{128} m^3 e^2 - \frac{40349}{512} m^4 e^2 \\ -\frac{525}{128} m^3 \gamma^2 - \frac{8995}{512} m^4 \gamma^2 - \frac{475}{8} m^4 \varepsilon'^2 - \frac{14465}{2048} m^4 \gamma^2 - \frac{79645}{2048} m^4 e^2 \\ -\frac{225}{8} m^2 e^4 + \frac{135}{128} m^2 \gamma^4 + \frac{135}{32} m^2 e^2 \gamma^2 + \frac{1125}{64} m^2 e^2 \varepsilon'^2 + \frac{225}{64} m^2 \varepsilon'^2 \gamma^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos cv \;\; e \left\{\begin{array}{l} \frac{3}{8} m^3 \gamma^2 + \frac{15}{8} m^3 e^2 + \frac{45}{4} m^4 \varepsilon'^2 + \frac{97}{32} m^4 e^2 + \frac{47}{32} m^4 \gamma^2 + \frac{19}{16} m^4 \gamma^2 \\ +\frac{95}{16} m^4 e^2 + \frac{27}{32} m^3 \gamma^2 + \frac{99}{64} m^4 \gamma^2 - \frac{9}{128} m^2 \gamma^4 - \frac{45}{128} m^2 e^2 \gamma^2 + \frac{135}{32} m^3 e^2 \\ +\frac{495}{64} m^4 e^2 - \frac{45}{128} m^2 e^2 \gamma^2 - \frac{225}{128} m^2 e^4 + \frac{45}{4} m^4 \varepsilon'^2 + \frac{1413}{128} m^4 e^2 + \frac{315}{128} m^4 \gamma^2 \end{array}\right\}$$

$+$

Produit

$$\cos c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \frac{4183}{324} m^8 - \frac{26285789}{18432} m^6 e^2 - \frac{41249}{648} m^8 - \frac{1049921}{2304} m^6 e^2 \\ + \frac{10855}{576} m^6 e^2 - \frac{5072}{81} m^8 - \frac{226}{9} m^6 e^2 + \frac{49769}{2304} m^6 e^2 - \frac{28025}{648} m^8 \\ + \frac{7375}{144} m^6 e^2 + \frac{302651}{18432} m^6 e^2 - \frac{59717}{1296} m^8 + \frac{574831}{18432} m^6 e^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \frac{24589}{12} m^8 + \frac{779429}{2048} m^6 e^2 + \frac{60857}{24} m^8 - \frac{34409}{768} m^6 e^2 \\ - \frac{48045}{64} m^6 e^2 + \frac{16048}{9} m^8 - \frac{1758}{9} m^6 e^2 - \frac{157471}{256} m^6 e^2 + \frac{196175}{216} m^8 \\ - \frac{51625}{432} m^6 e^2 - \frac{2118557}{6144} m^6 e^2 + \frac{418019}{1296} m^8 - \frac{4023817}{18432} m^6 e^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos cv - c'mv \quad e\varepsilon' \left(\frac{28391557}{9216} m^6 + \frac{1025449}{1152} m^6 + \frac{52}{9} m^6 - \frac{7375}{72} m^6 \right)$$

$$\cos cv + c'mv \quad e\varepsilon' \left(\frac{5195}{128} m^6 + \frac{247}{16} m^6 + 16.\, m^6 \right)$$

$$\cos cv + c'mv \quad e\varepsilon' \left(\frac{628787}{1024} m^6 + \frac{398753}{384} m^6 + \frac{6316}{9} m^6 + \frac{51625}{216} m^6 \right)$$

$$\cos cv - c'mv \quad e\varepsilon' \left(- \frac{24483}{128} m^6 - \frac{2387}{16} m^6 - 112.\, m^6 \right)$$

$$\cos Ev \quad b^2 \left(- \frac{68889}{128} m^6 - \frac{20463}{64} m^6 - 144.\, m^6 - \frac{7875}{144} m^6 \right)$$

$$\cos Ev - cv \quad cb^2 \left(\frac{1015}{64} m^5 + \frac{285}{16} m^5 + \frac{40}{3} m^5 \right)$$

$$\cos Ev \quad b^2 \left(\frac{1355}{64} m^6 + \frac{7885}{384} m^6 + \frac{100}{9} m^6 \right)$$

$$\cos Ev - cv \quad eb^2 \left(- \frac{10695}{128} m^5 - \frac{2185}{64} m^5 \right)$$

$$\cos 2Ev \quad \left(- \frac{43231}{1800} m^8 - \frac{2223}{80} m^8 - \frac{128}{9} m^8 \right)$$

$$\cos 2Ev - cv \quad e \left(- \frac{585653}{15360} m^7 - \frac{21869}{384} m^7 - \frac{100}{3} m^7 \right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left(\frac{1067}{128} m^6 + \frac{1425}{64} m^6 \right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left(- \frac{45847}{384} m^6 - \frac{16625}{192} m^6 \right)$$

$$\cos 2Ev - 2cv \quad e^2 \left(\frac{29157493}{30720} m^7 + \frac{144723}{256} m^7 + \frac{370}{3} m^7 \right)$$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev - cv \quad e(\ldots.)$

Produit

$$\cos 0v \left(\frac{172947485}{12288} m^5 e^2 \varepsilon'^2 + \frac{109188125}{24576} m^5 e^2 \varepsilon'^2 - \frac{2547545}{3072} m^5 e^2 \varepsilon'^2 - \frac{35121575}{24576} m^5 e^2 \varepsilon'^2\right)$$

$$\cos cv + c'mv \quad e\varepsilon' \left(-\frac{10855}{288} m^6 - \frac{81469}{1152} m^6 - \frac{744667}{9216} m^6 - \frac{1416863}{9216} m^6\right)$$

$$\cos cv - c'mv \quad e\varepsilon' \left(\frac{48045}{32} m^6 + \frac{257771}{128} m^6 + \frac{5212669}{3072} m^6 + \frac{9918041}{9216} m^6\right)$$

$$\cos cv \quad e \left\{\begin{array}{l} \frac{4965}{128} m^3 e^2 + \frac{311095}{2048} m^4 e^2 - \frac{3375}{64} m^3 e^2 \varepsilon'^2 + \frac{1575}{128} m^2 e^4 - \frac{495}{32} m^2 e^2 \gamma^2 \\ + \frac{11565}{128} m^3 e^2 + \frac{85067}{512} m^4 e^2 + \frac{587895}{2048} m^4 e^2 - \frac{135}{8} m^2 e^2 \gamma^2 - \frac{3375}{64} m^3 e^2 \varepsilon'^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos c'mv \quad \varepsilon' \left\{\begin{array}{l} \frac{13409178605}{294912} m^6 e^2 + \frac{7296630149}{294912} m^6 e^2 \\ + \frac{2115285803}{294912} m^6 e^2 + \frac{18419219}{294912} m^6 e^2 - \frac{512178145}{294912} m^6 e^2 \end{array}\right\}$$

$$\text{css}\, c'mv \quad \varepsilon' \left\{\begin{array}{l} -\frac{105832545}{32768} m^6 e^2 + \frac{161598259}{32768} m^6 e^2 \\ + \frac{822543491}{98304} m^6 e^2 + \frac{2237226677}{294912} m^6 e^2 + \frac{3585247015}{884736} m^6 e^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos Ev - cv \quad eb^2 \left(-\frac{1033335}{1024} m^5 - \frac{830367}{1024} m^5 - \frac{1058211}{2048} m^5 - \frac{7084315}{24576} m^5\right)$$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev + cv \quad e(\ldots.)$

Produit

$$\cos cv - c'mv \quad e\varepsilon' \left(\frac{817}{32} m^6 + \frac{209}{32} m^6 + \frac{463}{64} m^6\right)$$

$$\cos 0v \quad \left(-\frac{2295}{64} m^5 e^2 \varepsilon'^2 - \frac{1485}{64} m^5 e^2 \varepsilon'^2\right)$$

$$\cos cv + c'mv \quad e\varepsilon' \left(-\frac{9027}{32} m^6 - \frac{4389}{32} m^6 - \frac{3241}{64} m^6\right)$$

$$\cos cv \quad e \left(-\frac{135}{32} m^4 e^2\right)$$

$$\cos c'mv \quad \varepsilon' \left(-\frac{46755}{1024} m^6 e^2 - \frac{1287}{128} m^6 e^2 - \frac{4167}{512} m^6 e^2\right)$$

$$\cos c'mv \quad \varepsilon' \left(\frac{220847}{1024} m^6 e^2 + \frac{12177}{128} m^6 e^2 + \frac{29169}{512} m^6 e^2\right)$$

$$\cos Ev - cv \quad eb^2 \left(-\frac{8735}{512} m^5 - \frac{825}{256} m^5\right)$$

+

$$\text{Produit}\begin{cases} \cos 2Ev - cv & e\left(\dfrac{3159}{320}m^7 + \dfrac{33}{8}m^7\right) \\ \cos 2Ev - 2cv & e^2\left(\dfrac{1756959}{40960}m^7 + \dfrac{37983}{1024}m^7 + \dfrac{34725}{2048}m^7\right) \\ \cos 2Ev + c'mv - cv & e\varepsilon'\left(-\dfrac{9}{4}m^6\right) \\ \cos 2Ev - c'mv - cv & e\varepsilon'\left(\dfrac{63}{4}m^6\right) \end{cases}$$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'(\ldots.)$

$$\text{Produit}\begin{cases} \cos 0v & \left(\dfrac{2171}{216}m^7\varepsilon'^2 + \dfrac{55259}{768}m^5e^2\varepsilon'^2 + \dfrac{6023}{864}m^7\varepsilon'^2 + \dfrac{2147}{768}m^5e^2\varepsilon'^2 - \dfrac{1585}{192}m^6e^2\varepsilon'^2\right) \\ \cos cv & e\left(\dfrac{15}{4}m^3\varepsilon'^2 - \dfrac{18}{32}m^4\varepsilon'^2 + \dfrac{95}{16}m^4\varepsilon'^2 - \dfrac{225}{32}m^4e^2\varepsilon'^2 - \dfrac{45}{32}m^4\gamma^2\varepsilon'^2\right) \\ \cos cv & e\left(-\dfrac{9}{8}m^4\varepsilon'^2\right) \\ \cos 2Ev - c'mv - cv & e\varepsilon'\left(\dfrac{1151}{128}m^6 + \dfrac{475}{128}m^6\right) \end{cases}$$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'(\ldots.)$

$$\text{Produit}\begin{cases} \cos 0v & \left(\dfrac{22421}{8}m^7\varepsilon'^2 - \dfrac{12677}{256}m^5e^2\varepsilon'^2 + \dfrac{183399}{32}m^7\varepsilon'^2 - \dfrac{116907}{256}m^5e^2\varepsilon'^2 - \dfrac{35105}{64}m^6e^2\varepsilon'^2\right) \\ \cos cv & e\left(\dfrac{245}{4}m^3\varepsilon'^2 + \dfrac{11053}{32}m^4\varepsilon'^2 + \dfrac{4655}{16}m^4\varepsilon'^2 - \dfrac{245}{32}m^4\gamma^2\varepsilon'^2 - \dfrac{1225}{32}m^4e^2\varepsilon'^2\right) \\ \cos cv & e\left(-\dfrac{441}{8}m^4\varepsilon'^2\right) \\ \cos 2Ev + c'mv - cv & e\varepsilon'\left(-\dfrac{8057}{128}m^6 - \dfrac{9975}{128}m^6\right) \end{cases}$$

Multiplicateur | Produit

$$2\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'(\ldots)\ldots\begin{cases} \cos 0v & \left(-\dfrac{141957785}{24576}m^5e^2\varepsilon'^2 + \dfrac{701623}{12288}m^6e^2\varepsilon'^2\right) \\ \cos cv & e\left(\dfrac{675}{32}m^4e^2\varepsilon'^2\right) \end{cases}$$

$$2\cos 2Ev + 2cv \quad e^2(\ldots)\ldots\Big\}\ \cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left(-\dfrac{1053}{128}m^7 - \dfrac{25}{16}m^7\right)$$

$$2\cos 2Ev + c'mv + cv \quad e\varepsilon'(\ldots)\ldots\begin{cases} \cos 0v & \left(\dfrac{351}{128}m^5e^2\varepsilon'^2\right) \\ \cos 2Ev - c'mv - cv & e\varepsilon'\left(-\dfrac{9}{8}m^6\right) \end{cases}$$

$$2\cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon'(\ldots)\ldots \begin{cases} \cos ov & \left(\frac{22007545}{8192} m^5 e^2 \varepsilon'^2 + \frac{83138473}{4096} m^5 e^2 \varepsilon'^2\right) \\ \cos cv & e\left(\frac{3675}{32} m^2 e^2 \varepsilon'^2\right) \end{cases}$$

$$2\cos 2Ev - c'mv + cv \quad e\varepsilon'(\ldots)\ldots \begin{cases} \cos ov & \left(\frac{23247}{128} m^5 e^2 \varepsilon'^2\right) \\ \cos 2Ev + c'mv - cv & e\varepsilon'\left(\frac{63}{8} m^5\right) \end{cases}$$

$$2\cos Ev \quad b^2(\ldots) \ldots\ldots\ldots \begin{cases} \cos cv & e\left(\frac{675}{128} m^2 b^4\right) \\ \cos cv & e\left(-\frac{225}{128} m^2 b^4\right) \end{cases}$$

$$2\cos 3Ev \quad b^2(\ldots\ldots) \ldots\ldots\ldots \begin{cases} \cos Ev & b^2\left(-\frac{25}{32} m^6\right) \\ \cos Ev - cv & eb^2\left(-\frac{1875}{1024} m^5\right) \end{cases}$$

$$2\cos 4Ev \quad (\ldots\ldots) \ldots\ldots\ldots \begin{cases} \cos c'mv & \varepsilon'\left(- m^8\right) \\ \cos c'mv & \varepsilon'\left(7 . m^8\right) \end{cases}$$

$$2\cos 4Ev - cv \quad e^2(\ldots\ldots) \ldots\ldots \begin{cases} \cos c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{16875}{2048} m^6 e^2\right) \\ \cos c'mv & \varepsilon'\left(\frac{65625}{2048} m^6 e^2\right) \end{cases}$$

En réunissant ces produits partiels on aura ;

$$4\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2 =$$

$$\cos ov \left\{ \begin{aligned} & \left\{ \begin{aligned} & -1548 - \frac{18985}{54} - \frac{20881}{54} - \frac{6080}{27} - \frac{7375}{54} \\ & + \frac{2171}{216} + \frac{6023}{864} + \frac{22421}{8} + \frac{133399}{32} = \frac{312805}{72} \end{aligned} \right\} m^4 \varepsilon'^2 \\ & + \left\{ \begin{aligned} & \frac{12885917}{8192} - \frac{22995}{32} + \frac{13754687}{4096} + \frac{82254425}{8192} + \frac{41277033}{4096} \\ & - \frac{510665}{1536} + \frac{95}{48} + \frac{5495}{48} + \frac{200}{3} + \frac{79615}{1536} + \frac{14915}{192} + \frac{172947485}{12288} \\ & + \frac{100488425}{24576} - \frac{2547545}{3072} - \frac{35421575}{24576} - \frac{2295}{64} - \frac{1485}{64} + \frac{55259}{768} \\ & + \frac{2147}{768} - \frac{1585}{192} - \frac{12677}{256} - \frac{116907}{256} - \frac{35105}{64} - \frac{141957785}{24576} \\ & + \frac{701623}{12288} + \frac{851}{128} + \frac{22007545}{8192} + \frac{83138473}{4096} + \frac{23247}{128} = \frac{1236963}{32} \end{aligned} \right\} m^5 e^2 \varepsilon'^2 \end{aligned} \right\}$$

$$
\cos cv\; e \left\{
\begin{aligned}
&\overset{(*)}{\frac{90097}{384}}\, m^3 + \left(\frac{27}{4} - \frac{27}{4} - \frac{75}{4} - \frac{75}{4} + \frac{15}{4} + \frac{245}{4} = \frac{55}{2}\right) m^3 \varepsilon'^2 \\
&+ \left(-\frac{3853}{128} - \frac{2355}{128} + \frac{15}{8} + \frac{185}{32} + \frac{4965}{128} + \frac{11565}{128} = \frac{2775}{32}\right) m^3 e^2 \\
&+ \left(-6 - \frac{771}{128} - \frac{525}{128} + \frac{3}{8} + \frac{27}{32} = -\frac{477}{32}\right) m^3 \gamma^2 + \overset{(*)}{\frac{4096357}{4608}}\, m^4 \\
&+ \left\{
\begin{aligned}
&\frac{2367}{32} - \frac{3483}{32} - \frac{65}{2} - \frac{475}{8} - \frac{1285}{16} - \frac{475}{8} + \frac{45}{4} \\
&+ \frac{45}{4} - \frac{9}{8} - \frac{13}{32} + \frac{95}{16} + \frac{11053}{32} + \frac{4655}{16} - \frac{441}{8} = \frac{5467}{16}
\end{aligned}
\right\} m^4 \varepsilon'^2 \\
&+ \left\{
\begin{aligned}
&-\frac{81}{32} - \frac{81}{32} + \frac{1125}{64} - \frac{3375}{64} - \frac{3375}{64} \\
&-\frac{225}{32} - \frac{1225}{32} + \frac{675}{32} + \frac{3675}{32} = -\frac{149}{64}
\end{aligned}
\right\} m^2 e^2 \varepsilon'^2 \\
&+ \left\{
\begin{aligned}
&\frac{261}{32} - \frac{195965}{2048} - \frac{40349}{512} - \frac{79645}{2048} + \frac{97}{32} + \frac{95}{16} + \frac{495}{64} \\
&+ \frac{1413}{128} + \frac{311095}{2048} + \frac{85067}{512} + \frac{587895}{2048} - \frac{135}{32} = \frac{216783}{512}
\end{aligned}
\right\} m^4 e^2 \\
&+ \left\{
\begin{aligned}
&-\frac{213}{8} - 19 - \frac{39193}{2048} - \frac{8995}{512} - \frac{14465}{2048} \\
&+ \frac{47}{32} + \frac{19}{16} + \frac{99}{64} + \frac{315}{128} = -\frac{84715}{1024}
\end{aligned}
\right\} m^4 \gamma^2 \\
&+ \left(\frac{9}{8} + \frac{135}{128} - \frac{9}{128} - \frac{7}{4} = \frac{23}{64}\right) m^2 \gamma^4 + \left(\frac{225}{64} + \frac{225}{64} - \frac{45}{32} - \frac{245}{32} = -\frac{65}{32}\right) m^2 \varepsilon'^2 \gamma^2 \\
&+ \left(-\frac{225}{128} - \frac{225}{128} + \frac{1575}{128} = \frac{1125}{128}\right) m^2 e^4 + \left(\frac{675}{128} - \frac{225}{128} = \frac{225}{64}\right) m^2 b^4 \\
&+ \left(\frac{135}{32} - \frac{45}{128} - \frac{45}{128} - \frac{495}{32} - \frac{135}{8} + \frac{45}{8} = -\frac{1485}{64}\right) m^2 e^2 \gamma^2 + \frac{7}{4}\, e^2 \gamma^4
\end{aligned}
\right.
$$

$$
\cos c'mv\; \varepsilon' \left\{
\begin{aligned}
&\left\{
\begin{aligned}
&\frac{4183}{324} - \frac{41249}{648} - \frac{5072}{81} - \frac{28025}{648} - \frac{59717}{1296} + \frac{24589}{12} \\
&+ \frac{60857}{24} + \frac{16048}{9} + \frac{196175}{216} + \frac{418019}{1296} - 1 + 7 = \frac{1598827}{216}
\end{aligned}
\right\} m^3 \\
&+ \left(
\begin{aligned}
&-\frac{26285789}{18432} - \frac{1049921}{2304} + \frac{10855}{576} - \frac{226}{9} + \frac{49769}{2304} + \frac{7375}{144} + \frac{302651}{18432} \\
&+ \frac{574831}{18432} + \frac{779429}{2048} - \frac{34409}{768} - \frac{48045}{64} - \frac{1758}{9} - \frac{157471}{256} - \frac{51625}{432} \\
&- \frac{2118557}{6144} - \frac{4023817}{18432} + \frac{13409178605}{294912} + \frac{7296630149}{294912} + \frac{2115285303}{294912} \\
&+ \frac{18119219}{294912} - \frac{512178145}{294912} - \frac{105332545}{32768} + \frac{161598259}{32768} + \frac{822543491}{98304} \\
&+ \frac{2237226677}{294912} + \frac{3585247015}{884736} - \frac{46755}{1024} - \frac{1287}{128} - \frac{4167}{512} \\
&+ \frac{220347}{1024} + \frac{12177}{128} + \frac{29169}{512} - \frac{16875}{2048} + \frac{65625}{2048} = \frac{10404818335}{110592}
\end{aligned}
\right) m^4 e^2
\end{aligned}
\right.
$$

(*) Voyez p. 511.

$\cos 2cv \qquad e^2\left(\overset{(*)}{\frac{7354083}{184320}}\, m^6\right)$ (*) Voyez p. 512.

$$\cos cv - c'mv \qquad e\varepsilon'\left\{\begin{matrix} \frac{28391557}{9216} + \frac{1025449}{1152} + \frac{52}{9} - \frac{7375}{72} - \frac{24483}{128} \\ -\frac{2337}{16} - 112 + \frac{48045}{32} + \frac{257771}{128} + \frac{5212669}{3072} \\ +\frac{9918041}{9216} + \frac{317}{32} + \frac{209}{32} + \frac{463}{64} = \frac{89733997}{9216} \end{matrix}\right\} m^6$$

$$\cos cv + c'mv \qquad e\varepsilon'\left\{\begin{matrix} \frac{5195}{128} + \frac{247}{16} + 16 + \frac{628787}{1024} + \frac{398753}{384} \\ +\frac{6316}{9} + \frac{51625}{216} - \frac{10855}{288} - \frac{81469}{1152} - \frac{744667}{9216} \\ -\frac{1416863}{9216} - \frac{9027}{32} - \frac{4389}{32} - \frac{3241}{64} = \frac{51216059}{27648} \end{matrix}\right\} m^5$$

$\cos cv + 2c'mv \quad e\varepsilon'^2\left(\overset{(*)}{\frac{239}{8}}\, m^3\right)$ (*) Voyez p. 636.

$$\cos 2Ev \qquad \left\{-\frac{43231}{1800} - \frac{2223}{80} - \frac{128}{9} = -\frac{237697}{3600}\right\} m^5$$

$$\cos 2Ev - cv \qquad e\left\{-\frac{585653}{15360} - \frac{21869}{384} - \frac{100}{3} + \frac{3159}{320} + \frac{33}{8} = -\frac{585807}{5120}\right\} m^4$$

$\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{1956671}{1440} m^7 - \frac{13771225}{2048} m^5 e^2\right)$

$\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{1864373}{1440} m^7 + \frac{28390053}{2048} m^5 e^2\right)$ Voyez p. 514, 636, 637.

$$\cos 2Ev - 2cv \qquad e^2\left\{\begin{matrix} \frac{55697}{192} + \frac{1387}{6} + \frac{320}{3} + \frac{1475}{54} + \frac{29157493}{30720} - \frac{25}{16} - \frac{1053}{128} \\ +\frac{144723}{256} + \frac{370}{8} + \frac{1756959}{40960} + \frac{37983}{1024} + \frac{84725}{2048} = \frac{2682294381}{1105920} \end{matrix}\right\} m^7$$

$\cos 2Ev - 2c'mv \quad \varepsilon'^2\left\{-\overset{(*)}{30}\,.\, m^4 - \left(\frac{399}{4} + \frac{57}{2} = \frac{513}{4}\right) m^5\right\}$ (*) Voyez p. 304.

$$\cos 2Ev - 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2\left\{-\overset{(*)}{\frac{249}{4}} m^3 - \left\{\begin{matrix} \frac{4737}{32} + \frac{2313}{32} + \frac{1197}{16} + \frac{5523}{32} \\ +\frac{2397}{64} + \frac{171}{16} = \frac{33015}{64} \end{matrix}\right\} m^4\right\}$$ (*) Voyez p. 637.

$$\cos 2Ev + c'mv - cv \qquad e\varepsilon'\left\{\begin{matrix} -\frac{1416863}{3072} + \frac{150345}{128} + \frac{7715}{4} + \frac{3583825}{1024} \\ +\frac{225169}{128} + 516 + \frac{1475}{24} + \frac{1067}{128} + \frac{1425}{64} \\ -\frac{9}{4} - \frac{8057}{128} - \frac{9975}{128} + \frac{63}{8} = \frac{6431135}{768} \end{matrix}\right\} m^6$$

$$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad ee' \left\{ \begin{array}{l} -\frac{1416863}{3072} + \frac{150345}{128} + \frac{7715}{4} - \frac{1426213}{1024} \\ -\frac{110409}{128} - \frac{1052}{3} - \frac{1475}{24} - \frac{45847}{384} - \frac{16625}{192} \\ +\frac{63}{4} + \frac{1151}{128} + \frac{475}{128} - \frac{9}{8} = -\frac{813895}{1536} \end{array} \right\} m^6$$

$$\cos Ev \quad b^2 \left\{ \begin{array}{l} -\frac{68889}{128} - \frac{20463}{64} - 144 - \frac{7375}{144} + \frac{1355}{64} \\ +\frac{7885}{384} + \frac{100}{9} - \frac{25}{32} = -\frac{64071}{64} \end{array} \right\} m^6$$

$$\cos Ev - cv \quad eb^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{1015}{64} + \frac{285}{16} + \frac{40}{3} - \frac{10695}{128} - \frac{2185}{64} - \frac{1033385}{1024} - \frac{830367}{1024} \\ -\frac{1058211}{2048} - \frac{7084315}{24576} - \frac{8735}{512} - \frac{825}{256} - \frac{1875}{1024} = -\frac{66552455}{24576} \end{array} \right\} m^5$$

$$\cos Ev + cv \quad eb^2 \left(\frac{598}{256} m^4 \right)$$

$$\cos 3Ev - cv \quad eb^2 \left(-\frac{1010669}{2048} m^4 \right)$$

(Voyez p. 515)

$$\cos 4Ev \quad \left(\frac{97}{2} m^6 \right)$$

(Voyez p. 637)

$$\cos 4Ev - cv \quad e \left(\frac{4430869}{4608} m^6 \right)$$

$$\cos 4Ev - 2cv \quad e^2 \left(\frac{7312785517}{1179648} m^6 \right)$$

$$\cos 4Ev + c'mv \quad e' \left(-\frac{19}{2} m^5 + \frac{585}{32} m^3 e^2 \right)$$

$$\cos 4Ev - c'mv \quad e' \left(\frac{665}{6} m^5 - \frac{2395}{32} m^3 e^2 \right)$$

(Voyez p. 515, et 575)

$$\cos 4Ev + c'mv - cv \quad ee' \left(\frac{36389}{256} m^5 \right)$$

$$\cos 4Ev - c'mv - cv \quad ee' \left(\frac{4920409}{2304} m^5 \right)$$

$$\cos 6Ev - 2cv \quad e^2 \left(-\frac{1125}{128} m^4 \right).$$

(Voyez p. 516)

173. L'équation précédente, celle posée dans les pages 511-516, et celle donnée dans les pages 770-774 du second volume fourniront les termes de $4\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$ nécessaires à la formation de ces produits.

Produits partiels de $8\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^3 = 2\frac{\delta u}{u_1}\times 4\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$.

Multiplicateur.... $2\cos c'mv$ $\quad \varepsilon'\left(-\frac{8}{2}m^3+\frac{585}{16}m^4+\frac{507}{32}m^2e^2\right)$

Produit

$\cos c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{291}{2}m^5-\frac{925341}{1024}m^6e^2+\frac{585}{4}m^5+\frac{181625}{256}m^6e^2+\frac{507}{8}m^6e^2\right)$

$\cos cv+c'mv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{1233}{16}m^6\right)$

$\cos cv-c'mv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{1233}{16}m^6\right)$

$\cos 0v \quad \left(-152.\,m^7\varepsilon'^2-\frac{6015}{16}m^5e^2\varepsilon'^2\right)$

Multiplicateur . . . . $2\cos cv+c'mv$ $\quad e\varepsilon'\left(-\frac{9}{8}m-\frac{789}{64}m^2-\frac{17433}{256}m^3\right)$

Produit

$\cos cv+c'mv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{789}{16}m^6-\frac{57}{2}m^6\right)$

$\cos c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{261495}{512}m^6e^2-\frac{324279}{512}m^6e^2-\frac{270291}{1024}m^6e^2\right)$

$\cos 0v \quad \left(-\frac{43395}{256}m^5e^2\varepsilon'^2-\frac{17079}{128}m^5e^2\varepsilon'^2\right)$

Multiplicateur . . . . $2\cos cv-c'mv$ $\quad e\varepsilon'\left(\frac{9}{8}m+\frac{1161}{64}m^2+\frac{35553}{256}m^3\right)$

Produit

$\cos cv-c'mv \quad e\varepsilon'\left(\frac{1161}{16}m^6+\frac{57}{2}m^6\right)$

$\cos c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{533295}{512}m^6e^2+\frac{477171}{512}m^6e^2+\frac{270291}{1024}m^6e^2\right)$

$\cos 0v \quad \left(\frac{87075}{256}m^5e^2\varepsilon'^2+\frac{28899}{128}m^5e^2\varepsilon'^2\right)$

Mult.^{eur}.... $2\cos 2Ev$ $\left(m^2+\frac{19}{6}m^3-\frac{15}{16}me^2+\frac{64}{9}m^4-\frac{157}{64}m^2e^2+\frac{1476}{108}m^5\right)$

Produit

$\cos 2Ev \quad \left(97.\,m^5+\frac{722}{9}m^6+\frac{256}{9}m^6\right)$

$\cos 2Ev-cv \quad e\left(\frac{160}{8}m^7+\frac{2603}{16}m^7+\frac{90097}{884}m^7\right)$

$\cos 2Ev-2cv \quad e^2\left(\frac{60}{8}m^7+\frac{10279}{884}m^7+\frac{102348}{3072}m^7\right)$

$\cos 2Ev-c'mv-cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{1045}{24}m^6+\frac{5693}{48}m^6\right)$

+

Produit

$$\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{475}{8} m^6 + \frac{3211}{16} m^6 \right)$$

$$\cos c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\frac{128}{3} m^8 - 60 . m^6 e^2 + \frac{471}{32} m^6 e^4 - \frac{361}{6} m^8 \\ +\frac{285}{16} m^6 e^2 - \frac{103797}{256} m^6 e^4 + \frac{1183}{12} m^8 - \frac{1066748}{1024} m^6 e^4 \end{array} \right\}$$

$$\cos c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\frac{128}{3} m^8 + \frac{471}{32} m^6 e^4 + 60 . m^6 e^2 - \frac{361}{6} m^8 \\ +\frac{285}{16} m^6 e^2 + \frac{148257}{256} m^6 e^4 + \frac{1087}{12} m^8 + \frac{1883703}{1024} m^6 e^4 \end{array} \right\}$$

$$\cos cv - c'mv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{171}{8} m^6 + \frac{809}{8} m^6 \right)$$

$$\cos cv + c'mv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{899}{8} m^6 - \frac{447}{4} m^6 \right)$$

$$\cos cv + c'mv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{57}{4} m^6 - \frac{909}{16} m^6 \right)$$

$$\cos cv - c'mv \quad e\varepsilon'\left(\frac{57}{4} m^6 + \frac{1497}{16} m^6 \right)$$

$$\cos ov \quad \left(-95 . m^7 \varepsilon''^2 - \frac{15189}{32} m^5 e^2 \varepsilon''^2 - 57 . m^7 \varepsilon''^2 - \frac{1425}{16} m^5 e^2 \varepsilon''^2 + \frac{135}{8} m^5 e^2 \varepsilon''^2 \right)$$

$$\cos Ev \quad b^2\left(-\frac{95}{8} m^6 - \frac{489}{16} m^6 \right)$$

$$\cos Ev - cv \quad eb^2\left(\frac{195}{128} m^5 \right)$$

$$\cos Ev \quad b^2\left(-\frac{95}{8} m^6 - \frac{257}{8} m^6 \right)$$

$$\cos Ev - cv \quad eb^2\left(-\frac{1425}{64} m^5 - \frac{9435}{128} m^5 \right)$$

$$\cos 2Ev \quad \left(\frac{128}{9} m^8 + \frac{361}{9} m^8 + \frac{97}{2} m^8 \right)$$

$$\cos 2Ev - cv \quad e\left(\frac{160}{3} m^7 + \frac{2831}{16} m^7 + \frac{98737}{384} m^7 \right)$$

$$\cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left(\frac{36875}{384} m^7 + \frac{1525}{3} m^7 + \frac{7828813}{6144} m^7 + \frac{4985113}{3072} m^7 \right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{285}{8} m^6 - \frac{719}{16} m^6 \right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{3225}{24} m^6 + \frac{18779}{48} m^6 \right)$$

Multiplicateur.... $2\cos 2Ev - cv \quad e\left(\frac{15}{8}m + \frac{257}{32}m^2 + \frac{89193}{1536}m^3 + \frac{1416863}{18432}m^4\right)$

Produit

$$\left\{\begin{array}{lll}
\cos 0v & & \left(\frac{12465}{32}m^5e^2\varepsilon'^2 + \frac{771}{32}m^5e^2\varepsilon'^2\right) \\
\cos 2Ev - cv & e & \left(\frac{89193}{384}m^7 + \frac{4883}{24}m^7 + \frac{1455}{8}m^7\right) \\
\cos 2Ev - 2cv & e^2 & \left(\frac{7084315}{12288}m^7 + \frac{5369441}{4096}m^7 + \frac{23154929}{12288}m^7 + \frac{20481785}{12288}m^7\right) \\
\cos 2Ev + c'mv - cv & e\varepsilon' & \left(\frac{771}{8}m^6 + 190.\,m^6\right) \\
\cos 2Ev - c'mv - cv & e\varepsilon' & \left(\frac{771}{8}m^6 + 190.\,m^6\right) \\
\cos cv + c'mv & e\varepsilon' & \left(-\frac{771}{16}m^6 - \frac{285}{8}m^6\right) \\
\cos cv - c'mv & e\varepsilon' & \left(-\frac{771}{16}m^6 - \frac{285}{8}m^6\right) \\
\cos c'mv & \varepsilon' & \left(-\frac{352737}{2048}m^6e^2 + \frac{79418}{256}m^6e^2 + \frac{3567525}{2048}m^6e^2\right) \\
\cos c'mv & \varepsilon' & \left(-\frac{823053}{2048}m^6e^2 - \frac{114879}{128}m^6e^2 - \frac{1899895}{2048}m^6e^2\right) \\
\cos Ev - cv & eb^2 & \left(-\frac{3855}{128}m^5 - \frac{7335}{128}m^5\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2Ev + cv \quad e\left(-\frac{9}{8}m^2 - \frac{33}{16}m^3 - \frac{463}{128}m^4\right)$

Produit

$$\left\{\begin{array}{lll}
\cos 0v & & \left(\frac{81}{4}m^5e^2\varepsilon'^2\right) \\
\cos cv - c'mv & e\varepsilon' & \left(\frac{27}{4}m^6\right) \\
\cos cv + c'mv & e\varepsilon' & \left(\frac{27}{4}m^6\right) \\
\cos c'mv & \varepsilon' & \left(\frac{297}{32}m^6e^2 + \frac{8181}{128}m^6e^2\right) \\
\cos c'mv & \varepsilon' & \left(-\frac{297}{32}m^6e^2 - \frac{13473}{128}m^6e^2\right) \\
\cos Ev - cv & eb^2 & \left(\frac{135}{32}m^5\right) \\
\cos 2Ev - cv & e & \left(-\frac{33}{8}m^7 - \frac{57}{4}m^7\right) \\
\cos 2Ev - 2cv & e^2 & \left(-\frac{6945}{256}m^7 - \frac{14751}{128}m^7 - \frac{296211}{1024}m^7\right) \\
\cos 2Ev + c'mv - cv & e\varepsilon' & \left(\frac{9}{4}m^6\right) \\
\cos 2Ev - c'mv - cv & e\varepsilon' & \left(-\frac{63}{4}m^6\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur... $2\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{1}{2}m^2 - \frac{19}{24}m^3 + \frac{15}{16}me^2\right)$

Produit

$$\begin{cases} \cos 2Ev + c'mv - cv & e\varepsilon'\left(-\frac{95}{16}m^6 - \frac{411}{16}m^6\right) \\ \cos 0v & \left(\frac{19}{4}m^7\varepsilon'^2 + \frac{855}{128}m^5e^2\varepsilon'^2 + \frac{19}{2}m^7\varepsilon'^2 + \frac{16389}{256}m^5e^2\varepsilon'^2 - \frac{45}{8}m^5e^2\varepsilon'^2\right) \\ \cos 2Ev - c'mv - cv & e\varepsilon'\left(\frac{95}{16}m^6 - \frac{447}{16}m^6\right) \\ \cos c'mv & \varepsilon'\left(m^8 + \frac{1125}{256}m^6e^2\right) \end{cases}$$

Multiplicateur... $2\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{7}{2}m^2 + \frac{183}{8}m^3 - \frac{85}{16}me^2\right)$

Produit

$$\begin{cases} \cos 2Ev - c'mv - cv & e\varepsilon'\left(\frac{1995}{16}m^6 + \frac{2877}{16}m^6\right) \\ \cos 0v & \left(-\frac{899}{4}m^7\varepsilon'^2 + \frac{17955}{128}m^5e^2\varepsilon'^2 - \frac{133}{2}m^7\varepsilon'^2 + \frac{163863}{256}m^5e^2\varepsilon'^2 + \frac{105}{8}m^5e^2\varepsilon'^2\right) \\ \cos c'mv & \varepsilon'\left(-7.m^8 - \frac{7875}{256}m^6e^2\right) \\ \cos 2Ev + c'mv - cv & e\varepsilon'\left(\frac{1995}{16}m^6 + \frac{3129}{16}m^6\right) \end{cases}$$

Multiplicateur... $2\cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left(\frac{45}{16}m + \frac{331}{64}m^2 + \frac{62219}{3072}m^3\right)$

Produit

$$\cos 2Ev - 2cv \qquad e^2\left(\frac{62219}{768}m^7 + \frac{6289}{48}m^7 + \frac{4365}{16}m^7\right)$$

Multiplicateur... $2\cos 2Ev + 2cv \quad e^2\left(\frac{15}{16}m^2 + \frac{25}{32}m^3\right)$

Produit

$$\cos 2Ev - 2cv \qquad e^2\left(\frac{25}{16}m^7 + \frac{95}{8}m^7\right)$$

Multiplicateur... $2\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{15}{8}m + \frac{13}{64}m^2\right)$

Produit

$$\begin{cases} \cos 0v & \left(-\frac{4635}{64}m^5e^2\varepsilon'^2 - \frac{851}{256}m^3e^2\varepsilon'^2\right) \\ \cos 2Ev + c'mv - cv & e\varepsilon'\left(\frac{13}{16}m^6 - \frac{95}{2}m^6\right) \end{cases}$$

Multiplicateur... $2\cos 2Ev + c'mv + cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{9}{16}m^2\right)$

Produit $\begin{cases} \cos 0v & \left(-\frac{81}{32}m^5e^2\varepsilon'^2\right) \\ \cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon' & \left(\frac{9}{8}m^6\right) \end{cases}$

Multiplicateur... $2\cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{35}{8}m + \frac{1579}{64}m^2\right)$

Produit $\begin{cases} \cos 0v & \left(-\frac{15645}{32}m^5e^2\varepsilon'^2 - \frac{99477}{256}m^5e^2\varepsilon'^2\right) \\ \cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon' & \left(\frac{1579}{16}m^6 + \frac{665}{6}m^6\right) \end{cases}$

Multiplicateur... $2\cos 2Ev - c'mv + cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{63}{16}m^2\right)$

Produit $\begin{cases} \cos 0v & \left(-\frac{567}{32}m^5e^2\varepsilon'^2\right) \\ \cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' & \left(-\frac{63}{8}m^6\right) \end{cases}$

Multiplicateur			Produit
$2\cos Ev$	$b^2\left(-\frac{15}{16}m - \frac{81}{16}m^2\right)$......	$\cos Ev$	$b^2\left(-\frac{81}{4}m^6 - \frac{95}{4}m^6\right)$
		$\cos Ev - cv$	$eb^2\left(-\frac{1215}{32}m^5 - \frac{6165}{128}m^5\right)$
$2\cos Ev - cv$	$eb^2\left(-\frac{45}{32}m\right)$......	$\cos Ev - cv$	$eb^2\left(-\frac{45}{8}m^5\right)$
$2\cos 3Ev$	$b^2\left(\frac{25}{64}m^2\right)$......	$\cos Ev$	$b^2\left(\frac{25}{32}m^6\right)$
		$\cos Ev - cv$	$eb^2\left(\frac{375}{128}m^5\right)$
$2\cos 4Ev$	$\left(-\frac{1}{2}m^4\right)$......	$\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(m^8\right)$
		$\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(-7.m^8\right)$
$2\cos 4Ev + c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{1}{2}m^4\right)$......	$\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(m^8\right)$
$2\cos 4Ev - c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{7}{2}m^4\right)$......	$\cos c'mv$	$\varepsilon'\left(-7.m^8\right)$.

En réunissant ces produits partiels on aura ;

$$8\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^4 =$$

$\cos 0v$

$$\left\{\begin{array}{l}
-\left(152+95+57-\frac{19}{4}-\frac{19}{2}+\frac{399}{4}+\frac{133}{2}=456\right)m^7\varepsilon'^2 \\
+\left\{\begin{array}{l}
-\frac{6015}{16}-\frac{43395}{256}-\frac{17079}{128}+\frac{87075}{256}+\frac{28899}{128}-\frac{15189}{32}-\frac{1425}{16} \\
+\frac{855}{128}+\frac{16389}{256}+\frac{17955}{128}+\frac{163863}{256}+\frac{135}{8}+\frac{12465}{32}+\frac{771}{32}+\frac{81}{4} \\
-\frac{15645}{32}-\frac{99477}{256}-\frac{567}{32}-\frac{4365}{64}-\frac{351}{256}-\frac{81}{32}+\frac{105}{8}-\frac{45}{8}=-\frac{10845}{32}
\end{array}\right\} m^5 e^2 \varepsilon'^2
\end{array}\right\}$$

$\cos c'mv \quad \varepsilon'$

$$\left\{\begin{array}{l}
-\left\{\begin{array}{l}
\frac{291}{2}-\frac{585}{4}+\frac{128}{3}+\frac{361}{6}+\frac{128}{3}+\frac{361}{6}-\frac{1183}{12} \\
-\frac{1087}{12}-1+7-1+7-1+7=\frac{135}{4}
\end{array}\right\} m^6 \\
+\left\{\begin{array}{l}
-\frac{925341}{1024}+\frac{131625}{256}+\frac{507}{8}-\frac{261495}{512}-\frac{324279}{512}-\frac{270291}{1024} \\
+\frac{533295}{512}+\frac{477171}{512}+\frac{270291}{1024}-60+\frac{471}{32}+\frac{285}{16}-\frac{103797}{256} \\
-\frac{1066743}{1024}+\frac{471}{32}+60+\frac{285}{16}+\frac{148257}{256}+\frac{1883703}{1024}-\frac{352737}{2048} \\
+\frac{79413}{256}+\frac{3567525}{2048}-\frac{823053}{2048}-\frac{114879}{128}-\frac{1399895}{2048}+\frac{297}{32} \\
+\frac{8181}{128}-\frac{297}{32}-\frac{13473}{128}+\frac{1125}{256}-\frac{7875}{256}=\frac{1402317}{1024}
\end{array}\right\} m^6 e^2
\end{array}\right\}$$

$\cos cv + c'mv \quad e\varepsilon' \left\{-\frac{1233}{16}-\frac{789}{16}-\frac{57}{2}-\frac{399}{8}-\frac{447}{4}-\frac{57}{4}-\frac{909}{16}-\frac{771}{16}-\frac{285}{8}+\frac{27}{4}=-\frac{3717}{8}\right\} m^6$

$\cos cv - c'mv \quad e\varepsilon' \left\{-\frac{1233}{16}+\frac{1161}{16}+\frac{57}{2}-\frac{171}{8}+\frac{309}{8}+\frac{57}{4}+\frac{1497}{16}-\frac{771}{16}-\frac{285}{8}+\frac{27}{4}=72\right\} m^6$

$\cos 2cv \quad e^2\left(-\frac{291}{64}m^6\right)$ Voyez p. 523.

$\cos 2Ev \quad \left\{97+\frac{722}{9}+\frac{256}{9}+\frac{128}{9}+\frac{361}{9}+\frac{97}{2}=\frac{617}{2}\right\} m^6$

$\cos 2Ev - cv \quad e$

$$\left\{\begin{array}{l}
\frac{160}{3}+\frac{2603}{16}+\frac{90097}{384}+\frac{160}{3}+\frac{2831}{16}+\frac{98737}{384} \\
+\frac{39193}{384}+\frac{4883}{24}+\frac{1455}{8}-\frac{33}{8}-\frac{57}{4}=\frac{180105}{128}
\end{array}\right\} m^5$$

$\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon' \left(\frac{741}{4} m^7 + \frac{87815}{128} m^5 e^2 \right)$
$\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon' \left(\frac{1767}{4} m^7 + \frac{348885}{128} m^5 e^2 \right)$ Voyez p. 524 et 638, 639.

$$\cos 2Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{60}{8} + \frac{10279}{384} + \frac{102343}{3072} + \frac{36875}{384} + \frac{1525}{8} + \frac{7328813}{1024} + \frac{4985113}{3072} \\ + \frac{7084315}{12288} + \frac{5809441}{4096} + \frac{28154029}{12288} + \frac{20481785}{12288} - \frac{6945}{256} - \frac{14751}{128} \\ - \frac{296211}{1024} + \frac{62219}{768} + \frac{6289}{48} + \frac{4365}{16} + \frac{25}{16} + \frac{95}{8} = \frac{18442805}{2048} \end{array} \right\} m^7$$

$$\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \frac{475}{8} + \frac{3211}{16} - \frac{285}{8} - \frac{719}{16} + \frac{771}{8} + 190 + \frac{9}{4} - \frac{95}{16} \\ - \frac{411}{16} + \frac{1095}{16} + \frac{3129}{16} + \frac{13}{16} - \frac{95}{2} - \frac{63}{8} = \frac{11235}{16} \end{array} \right\} m^6$$

$$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \frac{1045}{24} + \frac{5093}{48} + \frac{3325}{24} + \frac{18779}{48} + \frac{771}{8} + 190 - \frac{63}{4} - \frac{95}{16} \\ - \frac{447}{16} + \frac{1995}{16} + \frac{2877}{16} + \frac{9}{8} + \frac{1579}{16} + \frac{665}{6} = \frac{23101}{16} \end{array} \right\} m^6$$

$$\cos Ev \quad b^2 \left\{ - \frac{95}{8} - \frac{489}{16} - \frac{95}{8} - \frac{257}{8} - \frac{81}{4} - \frac{95}{4} + \frac{35}{32} = - \frac{4149}{32} \right\} m^6$$

$$\cos Ev - cv \quad eb^2 \left\{ \begin{array}{l} - \frac{1425}{64} - \frac{9435}{128} - \frac{3855}{128} - \frac{7335}{128} + \frac{135}{32} - \frac{1215}{32} \\ - \frac{6165}{128} - \frac{45}{8} + \frac{375}{128} + \frac{195}{128} = - \frac{17055}{64} \end{array} \right\} m^5$$

$\cos Ev + cv \quad eb^2 \left(- \frac{675}{32} m^4 \right)$
$\cos 3Ev - cv \quad eb^2 \left(- \frac{675}{32} m^4 \right)$ Voyez p. 524, 525.

$\cos 4Ev - 2cv \quad e^2 \left(- \frac{2091}{128} m^6 \right)$

$\cos 4Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left(- 27 . m^5 \right)$
$\cos 4Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left(- \frac{81}{2} m^5 \right)$
$\cos 6Ev - 2cv \quad e^2 \left(\frac{675}{32} m^4 \right).$ Voyez p. 525.

174. La quatrième puissance de $2\frac{\delta u}{u_1}$ donne les termes suivans, qu'on obtient aisément à l'aide des termes de la fonction $8\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^3$ posés dans les pages 523-525.

Produits partiels de $16\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^4 = 2\frac{\delta u}{u_1}\times 8\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^3$

$$2\cos 2Ev \quad (m^2) \ldots\ldots\ldots\ldots \begin{cases} \cos c'mv \quad \varepsilon'\left(15.m^8 + \frac{1125}{32}m^6e^2\right) \\ \cos c'mv \quad \varepsilon'\left(39.m^8 + \frac{6525}{32}m^6e^2\right) \end{cases}$$

$$2\cos 2Ev - cv \qquad e\left(\frac{15}{8}m\right)\ldots\begin{cases} \cos c'mv \quad \varepsilon'\left(225.m^6e^2\right) \\ \cos c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{675}{8}m^6e^2\right) \end{cases}$$

$$2\cos 2Ev + c'mv \qquad \varepsilon'\left(-\tfrac{1}{2}m^2\right)\ldots\left\{\cos c'mv \quad \varepsilon'\left(-3.m^8 - \frac{675}{32}m^6e^2\right)\right.$$

$$2\cos 2Ev - c'mv \qquad \varepsilon'\left(\tfrac{7}{2}m^2\right)\ldots\left\{\cos c'mv \quad \varepsilon'\left(21.m^8 + \frac{4725}{32}m^6e^2\right)\right.$$

$$2\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(-\tfrac{15}{8}m\right)\ldots\left\{\cos c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{675}{16}m^6e^2\right)\right.$$

$$2\cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(\tfrac{35}{8}m\right)\ldots\left\{\cos c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{1575}{16}m^6e^2\right).\right.$$

$$16\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^4 =$$

$$\cos c'mv \quad \varepsilon'\begin{Bmatrix} \left(15 + 39 - 3 + 21 = 72\right)m^8 \\ + \left(\frac{1125}{32} + \frac{6525}{32} + 225 + \frac{675}{8} - \frac{675}{32} + \frac{4725}{32} - \frac{675}{16} + \frac{1575}{16} = \frac{2925}{4}\right)m^6e^2 \end{Bmatrix}$$

$$\left.\begin{matrix} \cos 2cv \qquad e^2\left(\frac{675}{16}m^6\right) \\ \cos 4Ev - 2cv \quad e^2\left(\frac{675}{8}m^6\right). \end{matrix}\right\}$$ Voyez p. 639.

175. Cela posé, voici la réunion des termes qui composent la valeur de la fonction A qui convient à l'objet actuel.

$$A = 2\frac{\delta u}{u_1} - 3\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2 + 4\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^3 - 5\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^4 =$$

$$\cos 0v \quad \left\{ -\left(\frac{312865}{96} + 228 = \frac{334753}{96}\right) m^7 \varepsilon'^2 - \left(\frac{3710889}{128} + \frac{10845}{64} = \frac{8732579}{128}\right) m^5 e^2 \varepsilon'^2 \right\}$$

$$\cos cv \quad e \left\{ \begin{array}{l} -\frac{90097}{512} m^5 - \frac{165}{8} m^3 \varepsilon'^2 - \frac{8825}{128} m^3 e^2 + \frac{1431}{128} m^3 \gamma^2 - \frac{21}{16} e^2 \gamma^4 \\ -\frac{4096357}{6144} m^6 - \frac{16401}{64} m^4 \varepsilon'^2 + \frac{447}{256} m^2 e^2 \varepsilon'^2 - \frac{650349}{2048} m^4 e^2 + \frac{254145}{4096} m^4 \gamma^2 \\ -\frac{69}{256} m^2 \gamma^4 + \frac{195}{128} m^2 \varepsilon'^2 \gamma^2 - \frac{8375}{512} m^2 e^4 - \frac{675}{256} m^2 b^4 + \frac{4455}{256} m^2 e^2 \gamma^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{807803891}{27648} - \frac{1598827}{288} - \frac{135}{8} - \frac{45}{2} = \frac{653227859}{27648}\right) m^5 \\ + \left(\frac{2272359531}{32768} + \frac{1402317}{2048} = \frac{2294796603}{32768}\right) m^6 e^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2cv \quad e^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{3}{2} m^2 \varepsilon'^2 + \frac{5}{32} m^2 e^2 - \frac{177}{512} m^2 \gamma^2 - \frac{5}{32} e^2 \gamma^2 - \frac{5}{8} \gamma^4 \quad (*) \\ + \left(\frac{338261}{576} - \frac{7354083}{245760} - \frac{291}{128} - \frac{3375}{256} = \frac{399515671}{737280}\right) m^6 \end{array} \right\}$$

$$\cos cv + c'mv \quad e\varepsilon' \left\{ -\frac{8160382445}{589824} - \frac{51216059}{36864} - \frac{3717}{16} = -\frac{9116862877}{589824} \right\} m^6$$

$$\cos cv - c'mv \quad e\varepsilon' \left\{ \frac{35180801825}{589824} - \frac{89733997}{12288} + 36 = \frac{30894803633}{589824} \right\} m^6$$

$$\cos cv + 2c'mv \quad e\varepsilon'^2 \left\{ -\frac{3033}{32} - \frac{717}{32} = -\frac{1875}{16} \right\} m^3$$

$$\cos 2Ev \quad \left\{ \frac{42441481}{933120} + \frac{237697}{4800} + \frac{617}{4} = \frac{1162917689}{4665600} \right\} m^8$$

$$\cos 2Ev - cv \quad e \left\{ \frac{6495587275133}{1274019840} + \frac{1757421}{20480} + \frac{180105}{256} = \frac{7501280667901}{1274019840} \right\} m^7$$

$$\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{7058371}{31104} - \frac{1956671}{1920} + \frac{741}{8} = -\frac{6799591}{9720}\right) m^7 \\ - \left(\frac{2416904081}{442368} - \frac{41313675}{8192} - \frac{87315}{256} = \frac{85085311}{442368}\right) m^5 e^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{1750331}{1152} - \frac{1864373}{1920} + \frac{1767}{8} = \frac{553817}{720}\right) m^7 \\ - \left(\frac{85170159}{8192} - \frac{31544533}{49152} - \frac{348885}{256} = \frac{412490501}{49152}\right) m^5 e^2 \end{array} \right\}$$

(*) Ces cinq termes sont censés pris dans la page 731.

$$\cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left\{-\frac{575428891765}{509607936} - \frac{2682294381}{1474560} + \frac{18142805}{4096} = \frac{4047150985207}{2548039680}\right\} m^7$$

$$\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left\{\frac{446874367498}{5308416} - \frac{6481185}{1024} + \frac{11235}{32} = \frac{415899115833}{5308416}\right\} m^6$$

$$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left\{-\frac{7648774061}{589824} + \frac{813395}{2048} + \frac{23101}{32} = -\frac{7132718669}{589824}\right\} m^6$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv \quad \varepsilon'^2\left\{\left(\frac{10081}{18} + \frac{45}{2} = \frac{5243}{9}\right) m^4 + \left(\frac{2119668}{864} + \frac{1539}{16} = \frac{2202769}{864}\right) m^5\right\}$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{857487}{768} + \frac{747}{16} = \frac{893343}{768}\right) m^3 \\ + \left(\frac{84847117}{73728} + \frac{99045}{256} = \frac{113372077}{73728}\right) m^4\end{array}\right\}$$

$$\cos Ev \quad b^2\left\{-\frac{37636103}{4096} + \frac{102218}{256} - \frac{4149}{64} = -\frac{34826231}{4096}\right\} m^6$$

$$\cos Ev + cv \quad eb^2\left\{\frac{60607}{1536} - \frac{675}{64} - \frac{1779}{1024} = \frac{83477}{3072}\right\} m^4$$

$$\cos Ev - cv \quad eb^2\left\{-\frac{30637817}{8192} + \frac{66552455}{32768} - \frac{17055}{128} = -\frac{60444803}{32768}\right\} m^5$$

$$\cos 3Ev - cv \quad eb^2\left\{-\frac{55127}{256} - \frac{675}{64} + \frac{3082007}{8192} = \frac{1181543}{8192}\right\} m^4$$

$$\cos 4Ev \quad \left\{-\frac{43231}{3600} - \frac{391}{8} = -\frac{174181}{3600}\right\} m^6$$

$$\cos 4Ev - cv \quad e\left\{-\frac{44262989}{1843200} - \frac{4430869}{6144} = -\frac{1373523689}{1843200}\right\} m^6$$

$$\cos 4Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left\{\left(\frac{1053}{320} + \frac{57}{8} = \frac{3333}{320}\right) m^5 - \left(\frac{765}{128} + \frac{1755}{128} = \frac{315}{16}\right) m^3 e^2\right\}$$

$$\cos 4Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left\{-\left(\frac{2457}{64} + \frac{665}{8} = \frac{7777}{64}\right) m^5 + \left(\frac{2975}{128} + \frac{7185}{128} = \frac{635}{8}\right) m^3 e^2\right\}$$

$$\cos 4Ev - 2cv \quad e^2\left\{\frac{2523227863}{1228800} - \frac{7312785517}{1572864} - \frac{2991}{256} - \frac{8875}{128} = -\frac{103572563909}{39321600}\right\} m^6$$

$$\cos 4Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left\{-\frac{1657161}{20480} - \frac{109167}{1024} - \frac{27}{2} = -\frac{4116981}{20480}\right\} m^5$$

$$\cos 4Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left\{-\frac{4401509}{36864} - \frac{4920469}{3072} - \frac{81}{4} = -\frac{64193633}{36864}\right\} m^5$$

$$\cos 6Ev - 2cv \quad e^2\left\{\frac{675}{256} + \frac{3375}{512} + \frac{675}{64} = \frac{10125}{512}\right\} m^4.$$

176. . . . . Produits partiels de la fonction BA

Multiplicateur . . . . $\cos ov$ $\left(\frac{27}{64}m^4+\frac{27}{32}m^5+\frac{81}{64}m^6+\frac{147}{16}m^4e^2\right)$

Produit

$\cos c'mv$ $\quad \epsilon'\left(-\frac{243}{64}m^5-\frac{441}{16}m^6e^2+\frac{13851}{512}m^5+\frac{3807}{512}m^6e^2\right)$

$\cos 2cv$ $\quad e^2\left(\frac{27}{64}m^6\right)$

$\cos cv+c'mw$ $\quad e\epsilon'\left(-\frac{243}{128}m^6-\frac{21303}{2048}m^6\right)$

$\cos cv-c'mv$ $\quad e\epsilon'\left(\frac{243}{128}m^6+\frac{31347}{2048}m^6\right)$

$\cos 2Ev$ $\quad \left(\frac{81}{32}m^8+\frac{171}{32}m^8+6.m^8\right)$

$\cos 2Ev-cv$ $\quad e\left(\frac{1215}{256}m^7+\frac{6989}{512}m^7+\frac{352787}{16384}m^7\right)$

$\cos 2Ev+c'mv$ $\quad \epsilon'\left(-\frac{27}{32}m^7-\frac{171}{256}m^7+\frac{405}{512}m^5e^2\right)$

$\cos 2Ev-c'mv$ $\quad \epsilon'\left(\frac{189}{32}m^7+\frac{3591}{256}m^7-\frac{945}{512}m^5e^2\right)$

$\cos 2Ev-2cv$ $\quad e^2\left(\frac{3645}{512}m^7+\frac{3987}{1024}m^7+\frac{559071}{32768}m^7\right)$

$\cos 2Ev+c'mv-cv$ $\quad e\epsilon'\left(-\frac{405}{128}m^6+\frac{351}{2048}m^6\right)$

$\cos 2Ev-c'mv-cv$ $\quad e\epsilon'\left(\frac{945}{128}m^6+\frac{42633}{2048}m^6\right)$

$\cos Ev$ $\quad b^2\left(-\frac{405}{256}m^6-\frac{2187}{512}m^6\right)$

$\cos Ev-cv$ $\quad eb^2\left(-\frac{1215}{1024}m^5\right)$

$\cos 4Ev-2cv$ $\quad e^2\left(-\frac{18225}{8192}m^6\right)$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2cv$ $\quad e^2\left(-\frac{225}{128}m^3-\frac{5415}{512}m^4-\frac{319453}{8192}m^5\right)$

Produit

$\cos 2Ev-2cv$ $\quad e^2\left(-\frac{319453}{4096}m^7-\frac{34295}{512}m^7-25.m^7\right)$

Multiplicateur . . . . $2\cos cv \quad e\left(\frac{45}{16}m^3+\frac{915}{64}m^4+\frac{58583}{1024}m^5+\frac{2636771}{12288}m^6\right)$

Produit

$\cos 2cv \quad e^2\left(-\frac{2025}{128}m^6\right)$

$\cos cv+c'mv \quad e\epsilon'\left(-\frac{2745}{64}m^6\right)$

$\cos cv-c'mv \quad e\epsilon'\left(-\frac{2745}{64}m^6\right)$

$\cos c'mv \quad \epsilon'\left(-\frac{527265}{4096}m^6e^2-\frac{721935}{2018}m^6e^2-\frac{848885}{2048}m^6e^2\right)$

$\cos c'mv \quad \epsilon'\left(\frac{527265}{4096}m^6e^2+\frac{1062315}{2048}m^6e^2+\frac{1518885}{2048}m^6e^2\right)$

$\cos 2Ev-cv \quad e\left(\frac{58585}{512}m^7+\frac{5795}{64}m^7+40\,.m^7\right)$

$\cos 2Ev-2cv \quad e^2\left(\frac{13183855}{16384}m^7+\frac{15056345}{16384}m^7+\frac{11953865}{16384}m^7+\frac{7084315}{16384}m^7\right)$

$\cos 2Ev+c'mv-cv \quad e\epsilon'\left(-\frac{915}{64}m^6-\frac{285}{64}m^6\right)$

$\cos 2Ev-c'mv-cv \quad e\epsilon'\left(\frac{6405}{64}m^6+\frac{5985}{64}m^6\right)$

$\cos 2Ev+c'mv \quad \epsilon'\left(-\frac{13725}{256}m^5e^2+\frac{585}{512}m^5e^2\right)$

$\cos 2Ev+c'mv \quad \epsilon'\left(\frac{405}{128}m^5e^2\right)$

$\cos 2Ev-c'mv \quad \epsilon'\left(\frac{32025}{256}m^5e^2+\frac{71055}{512}m^5e^2\right)$

$\cos 2Ev-c'mv \quad \epsilon'\left(-\frac{2835}{128}m^5e^2\right)$

$\cos Ev-cv \quad eb^2\left(-\frac{13725}{512}m^5-\frac{3645}{128}m^5\right)$

$\cos Ev+cv \quad eb^2\left(-\frac{675}{128}m^4\right)$

$\cos 4Ev-2cv \quad e^2\left(-\frac{11475}{512}m^6\right)$

Multiplicateur.... $2\cos c'mv \quad \epsilon'\left(\frac{219}{32}m^4+\frac{75}{16}m^2e^2+\frac{1177}{24}m^5+\frac{5355}{128}m^3e^2\right)$

Produit

$$\left\{\begin{array}{ll}
\cos c'mv & \epsilon'\left(-\frac{657}{32}m^8-\frac{225}{16}m^6e^2-\frac{147825}{2048}m^6e^2\right) \\
\cos ov & \left(-\frac{1177}{8}m^7\epsilon'^2-\frac{16065}{128}m^5e^2\epsilon'^2\right) \\
\cos 2Ev+c'mv & \epsilon'\left(\frac{1177}{12}m^7+\frac{5355}{64}m^5e^2+\frac{1387}{32}m^7+\frac{475}{16}m^5e^2-\frac{3285}{256}m^5e^2\right) \\
\cos 2Ev-c'mv & \epsilon'\left(\frac{1177}{12}m^7+\frac{5355}{64}m^5e^2+\frac{1387}{32}m^7+\frac{475}{16}m^5e^2-\frac{3285}{256}m^5e^2\right) \\
\cos 2Ev+c'mv-cv & e\epsilon'\left(\frac{5885}{32}m^6+\frac{56283}{512}m^6\right) \\
\cos 2Ev-c'mv-cv & e\epsilon'\left(\frac{5885}{32}m^6+\frac{56283}{512}m^6\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . . $2\cos cv-c'mv \quad e\epsilon'\left(\frac{225}{32}m^3+\frac{3825}{64}m^4\right)$

Produit

$$\left\{\begin{array}{ll}
\cos c'mv & \epsilon'\left(-\frac{10125}{256}m^6e^2\right) \\
\cos ov & \left(\frac{34425}{256}m^5e^2\epsilon'^2+\frac{261225}{1024}m^5e^2\epsilon'^2\right) \\
\cos 2Ev+c'mv-cv & e\epsilon'\left(\frac{3825}{32}m^6+\frac{1425}{32}m^6\right) \\
\cos 2Ev-c'mv & \epsilon'\left(\frac{57375}{256}m^5e^2+\frac{57825}{512}m^5e^2\right) \\
\cos 2Ev+c'mv & \epsilon'\left(-\frac{2025}{128}m^5e^2\right)
\end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . . $2\cos cv+c'mv \quad e\epsilon'\left(\frac{165}{32}m^3+30.m^4\right)$

Produit

$$\left\{\begin{array}{ll}
\cos c'mv & \epsilon'\left(-\frac{7425}{256}m^6e^2\right) \\
\cos ov & \left(-\frac{135}{2}m^5e^2\epsilon'^2-\frac{130185}{1024}m^5e^2\epsilon'^2\right) \\
\cos 2Ev-c'mv-cv & e\epsilon'\left(60.m^6+\frac{1045}{32}m^6\right) \\
\cos 2Ev+c'mv & \epsilon'\left(\frac{225}{2}m^5e^2+\frac{42405}{512}m^5e^2\right) \\
\cos 2Ev-c'mv & \epsilon'\left(-\frac{1485}{128}m^5e^2\right)
\end{array}\right.$$

$$\text{Mult.}^{\text{eur}} \ldots\, 2\cos 2Ev \left\{ \begin{array}{l} \frac{15}{16}m^3\varepsilon'^2+\frac{15}{4}m^4\varepsilon'^2+\frac{15}{8}m^3e^2\varepsilon'^2+\frac{255}{1024}m^6 \\ -\frac{483}{256}m^4e^2+\frac{15}{4}m^5\varepsilon'^2+\frac{15}{8}m^4e^2\varepsilon'^2-\frac{9}{8}m^4(\varepsilon'^2-E'^2) \end{array} \right\}$$

V. p. 532.

Produit

$$\cos 2Ev \qquad \left(\frac{873}{32}m^3+\frac{57}{8}m^3+\frac{9}{8}m^3 \right)$$

$$\cos (2Ev-cv) \qquad e\left(\frac{270291}{4096}m^7+\frac{3699}{256}m^7+\frac{135}{64}m^7 \right)$$

$$\cos (2Ev+c'mv) \qquad \varepsilon'\left(-\frac{1315}{8}m^7-\frac{2475}{128}m^5e^2-\frac{1539}{64}m^7-\frac{423}{64}m^5e^2+\frac{9}{8}m^7+\frac{9}{4}m^5e^2 \right)$$

$$\cos (2Ev-c'mv) \qquad \varepsilon'\left(-\frac{1315}{8}m^7-\frac{2475}{128}m^5e^2-\frac{1539}{64}m^7-\frac{423}{64}m^5e^2+\frac{9}{8}m^7+\frac{9}{4}m^5e^2 \right)$$

$$\cos (2Ev-2c'mv) \qquad \varepsilon'^2\left(\frac{27}{16}m^4+\frac{27}{16}m^5 \right)$$

$$\cos (2Ev-2cv) \qquad e^2\left(-\frac{8}{8}m^7-\frac{1035}{512}m^7-\frac{23163}{2048}m^7-\frac{1475275}{32768}m^7 \right)$$

$$\cos (2Ev-c'mv-cv) \qquad e\varepsilon'\left(\frac{27}{32}m^6+\frac{2367}{256}m^6+\frac{56259}{1024}m^6+\frac{4825167}{16384}m^6 \right)$$

$$\cos (2Ev+c'mv-cv) \qquad e\varepsilon'\left(-\frac{27}{32}m^6-\frac{8483}{256}m^6-\frac{101259}{1024}m^6-\frac{223909537}{65536}m^6 \right)$$

$$\cos (2Ev-2c'mv-cv) \qquad e\varepsilon'^2\left(\frac{81}{128}m^3+\frac{7191}{1024}m^4+\frac{81}{128}m^4 \right)$$

$$\cos 0v \left\{ \begin{array}{l} \frac{5645}{72}m^7\varepsilon'^2-\frac{582948}{8192}m^5e^2\varepsilon'^2+\frac{107}{6}m^7\varepsilon'^2-\frac{2055}{256}m^5e^2\varepsilon'^2+\frac{95}{16}m^7\varepsilon'^2 \\ -\frac{225}{128}m^5e^2\varepsilon'^2+\frac{95}{8}m^5e^2\varepsilon'^2-\frac{79645}{8192}m^5e^2\varepsilon'^2+\frac{15}{8}m^7\varepsilon'^2+\frac{15}{4}m^5e^2\varepsilon'^2 \\ -\frac{225}{32}m^5e^2\varepsilon'^2+\frac{95}{8}m^5e^2\varepsilon'^2+\frac{15}{2}m^7\varepsilon'^2+\frac{15}{4}m^5e^2\varepsilon'^2+\frac{40}{3}m^7\varepsilon'^2-\frac{2355}{512}m^5e^2\varepsilon'^2 \\ +\frac{7375}{288}m^7\varepsilon'^2+\frac{95}{4}m^7\varepsilon'^2+\left(-\frac{9}{8}m^7-\frac{9}{4}m^7-\frac{57}{8}m^7+\frac{135}{64}m^5e^2\right)(\varepsilon'^2-E'^2) \end{array} \right\}$$

$$\cos 4Ev \qquad \left(-\frac{16}{3}m^6-\frac{19}{8}m^6-\frac{3}{4}m^6 \right)$$

$$\cos (4Ev-cv) \qquad e\left(-\frac{45}{32}m^6-\frac{771}{128}m^6-\frac{39193}{2048}m^6-\frac{1416863}{24576}m^6 \right)$$

$$\cos cv \; e \left\{ \begin{array}{l} -\frac{45}{16}m^3e^2-\frac{45}{32}m^6-\frac{771}{128}m^6-\frac{39193}{2046}m^6-\frac{1416868}{24576}m^6-\frac{45}{16}m^4e^2 \\ +\frac{225}{64}m^4\varepsilon'^2-\frac{771}{64}m^4e^2+\frac{3855}{256}m^4\varepsilon'^2+\frac{9}{8}m^4\gamma^2+\frac{225}{64}m^4\varepsilon'^2 \\ +\frac{195}{32}m^4\varepsilon'^2-\frac{783}{512}m^4e^2+\frac{639}{128}m^4\gamma^2+\frac{225}{64}m^3\varepsilon'^2+\frac{9}{8}m^3\gamma^2+\frac{225}{64}m^3\varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$+$

Produit

$$\cos cv \quad e\left\{\begin{array}{l}\frac{27}{32}m^6+\frac{27}{16}m^4e^2-\frac{135}{64}m^4\varepsilon'^2+\frac{99}{64}m^6-\frac{9}{128}m^3\gamma^2-\frac{9}{128}m^4\gamma^2\\ -\frac{45}{128}m^3e^2-\frac{45}{128}m^4e^2+\frac{1389}{512}m^6-\frac{135}{64}m^4\varepsilon'^2-\frac{291}{512}m^4e^2-\frac{141}{512}m^4\gamma^2\end{array}\right\}$$

$$\cos 4Ev+c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{3}{8}m^5+\frac{19}{32}m^5-\frac{45}{64}m^3e^2\right)$$

$$\cos c'mv \quad \varepsilon'\left\{\begin{array}{l}-\frac{255}{1024}m^6+\frac{483}{256}m^6e^2+\frac{19}{32}m^3+\frac{19}{16}m^6e^2-\frac{45}{64}m^6e^2-\frac{7}{192}m^8\\ -\frac{7}{96}m^6e^2-\frac{219}{128}m^6e^2-\frac{907}{576}m^8-\frac{36983}{4096}m^6e^2+\frac{77737}{3456}m^8-\frac{197767}{6144}m^6e^2\end{array}\right\}$$

$$\cos 4Ev-c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{21}{8}m^5+\frac{105}{64}m^3e^2-\frac{399}{32}m^5\right)$$

$$\cos c'mv \quad \varepsilon'\left\{\begin{array}{l}\frac{1785}{1024}m^8-\frac{3381}{256}m^6e^2-\frac{399}{32}m^8-\frac{399}{16}m^6e^2+\frac{105}{64}m^6e^2-\frac{3117}{64}m^8\\ -\frac{3117}{32}m^6e^2+\frac{963}{128}m^6e^2-\frac{9951}{64}m^8+\frac{221547}{4096}m^6e^2-\frac{46853}{128}m^8+\frac{208785}{512}m^6e^2\end{array}\right\}$$

$$\cos 4Ev-2cv \qquad e^2\left(-\frac{135}{64}m^6-\frac{993}{256}m^6-\frac{62219}{4096}m^6-\frac{1357765}{49152}m^6\right)$$

$$\cos 2cv \qquad e^2\left(-\frac{135}{64}m^6-\frac{993}{256}m^6-\frac{62219}{4096}m^6-\frac{1357765}{49152}m^6\right)$$

$$\cos 2cv \qquad e^2\left(-\frac{45}{64}m^6-\frac{75}{128}m^6-\frac{1589}{5120}m^6\right)$$

$$\cos 4Ev+c'mv-cv \qquad e\varepsilon'\left(\frac{45}{32}m^5-\frac{39}{256}m^5-\frac{55915}{1024}m^5\right)$$

$$\cos cv-c'mv \qquad e\varepsilon'\left(\frac{45}{32}m^6-\frac{39}{256}m^6-\frac{55915}{1024}m^6-\frac{27857605}{49152}m^6\right)$$

$$\cos cv+c'mv \qquad e\varepsilon'\left(-\frac{27}{64}m^6-\frac{279}{128}m^6-\frac{48309}{2048}m^6\right)$$

$$\cos 4Ev-c'mv-cv \qquad e\varepsilon'\left(-\frac{105}{32}m^5-\frac{4737}{256}m^5-\frac{67497}{512}m^5\right)$$

$$\cos cv+c'mv \qquad e\varepsilon'\left(-\frac{105}{32}m^6-\frac{4737}{256}m^6-\frac{67497}{1024}m^6-\frac{2401305}{16384}m^6\right)$$

$$\cos cv-c'mv \qquad e\varepsilon'\left(\frac{189}{64}m^6+\frac{1269}{128}m^6+\frac{127341}{2048}m^6\right)$$

$$\cos cv+2c'mv \qquad e\varepsilon'^2\left(-\frac{765}{128}m^3\right)$$

$$\cos Ev \qquad b^2\left(\frac{45}{64}m^6+\frac{243}{64}m^6+\frac{9153}{512}m^6+\frac{189063}{2048}m^6\right)$$

+

Produit	$\cos 3Ev - cv$	$eb^2\left(\frac{135}{128}m^4 + \frac{4203}{1024}m^4\right)$
	$\cos Ev + cv$	$eb^2\left(\frac{135}{128}m^4 + \frac{4203}{1024}m^4\right)$
	$\cos Ev - cv$	$eb^2\left(-\frac{45}{128}m^5 - \frac{135}{128}m^5 - \frac{10125}{4096}m^5\right)$
	$\cos Ev$	$b^2\left(-\frac{75}{256}m^6 - \frac{2325}{1024}m^6 - \frac{18317}{1024}m^6\right)$
	$\cos Ev - cv$	$eb^2\left(\frac{45}{1024}m^5 - \frac{20745}{4096}m^5\right)$
	$\cos Ev + cv$	$eb^2\left(\frac{255}{512}m^4\right)$
	$\cos 2Ev$	$\left(\frac{15}{16}m^6 + \frac{8883}{640}m^6 + \frac{522543}{28800}m^6\right)$
	$\cos 2Ev - cv$	$e\left(\frac{765}{256}m^7 + \frac{19545}{1024}m^7 + \frac{6509873}{81920}m^7\right)$
	$\cos 2Ev + c'mv$	$\epsilon'\left(-\frac{15}{16}m^7 - \frac{9999}{2560}m^7 + \frac{945}{128}m^5e^2\right)$
	$\cos 2Ev - c'mv$	$\epsilon'\left(\frac{105}{16}m^7 + \frac{28831}{512}m^7 - \frac{1905}{64}m^5e^2\right)$
	$\cos 2Ev + c'mv - cv$	$e\epsilon'\left(-\frac{2295}{512}m^6 - \frac{29085}{2048}m^6\right)$
	$\cos 2Ev - c'mv - cv$	$e\epsilon'\left(\frac{8925}{512}m^6 + \frac{271195}{2048}m^6\right)$
	$\cos 2Ev - 2cv$	$e^2\left(\frac{2025}{1024}m^7 + \frac{34515}{2048}m^7 + \frac{2874695}{32768}m^7 + \frac{22809601}{81920}m^7\right)$
	$\cos 4Ev - 2cv$	$e^2\left(-\frac{30375}{4006}m^6\right)$

Mult..... $2\cos 2Ev - cv$ $e\left\{\begin{array}{l}\frac{3}{2}m^2 + \frac{9}{2}m^3 + \frac{63}{8}m^4 + \frac{9}{8}m^2e^2 - \frac{3}{8}m^2\gamma^2 - \frac{15}{4}m^2\epsilon'^2 \\ + \frac{63}{128}m^5 - \frac{9}{2}m^3\epsilon'^2 + \frac{6057}{64}m^4\epsilon'^2 + \frac{9}{2}m^4(\epsilon'^2 - E'^2)\end{array}\right\}$

Produit	$\cos 2Ev - cv$	$e\left(-\frac{27}{2}m^7 - \frac{57}{2}m^7\right)$
	$\cos 2Ev - 2cv$	$e^2\left(-\frac{2885}{64}m^7 - \frac{11097}{64}m^7 - \frac{270291}{1024}m^7\right)$
	$\cos 2Ev + c'mv - cv$	$e\epsilon'\left(-\frac{189}{8}m^6 + \frac{1539}{16}m^6\right)$
	$\cos 2Ev - c'mv - cv$	$e\epsilon'\left(-\frac{189}{8}m^6 + \frac{1539}{16}m^6\right)$

+

Produit

$\cos 2Ev - 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2\left(-\frac{27}{4}m^4\right)$

$\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{567}{32}m^5e^2 - \frac{7101}{64}m^5e^2 - \frac{56259}{256}m^5e^2\right)$

$\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{567}{32}m^5e^2 + \frac{10449}{64}m^5e^2 + \frac{101259}{256}m^5e^2\right)$

$\cos 4Ev - cv \quad e\left(\frac{63}{4}m^6 + \frac{57}{2}m^6 + \frac{64}{3}m^6\right)$

$\cos cv \quad e\begin{Bmatrix} -\frac{9}{16}m^3\gamma^2 - \frac{45}{16}m^3e^2 + \frac{63}{4}m^6 + \frac{9}{4}m^4e^2 - \frac{3}{4}m^4\gamma^2 - \frac{15}{2}m^4\varepsilon'^2 + \frac{57}{2}m^6 \\ -\frac{27}{16}m^4\gamma^2 - \frac{185}{16}m^4e^2 + \frac{64}{3}m^6 - \frac{15}{2}m^4\varepsilon'^2 - \frac{471}{64}m^4e^2 - \frac{105}{64}m^4\gamma^2 \end{Bmatrix}$

$\cos 4Ev - 2cv \quad e^2\left(\frac{945}{512}m^6 + \frac{16191}{128}m^6 + \frac{117579}{512}m^6 + \frac{1416863}{6144}m^6\right)$

$\cos 0v \quad \begin{Bmatrix} \frac{90855}{256}m^5e^2\varepsilon'^2 - \frac{2813}{32}m^5e^2\varepsilon'^2 - \frac{195965}{1024}m^5e^2\varepsilon'^2 + \frac{422569}{1024}m^5e^2\varepsilon'^2 \\ -\frac{585}{8}m^5e^2\varepsilon'^2 - \frac{4725}{64}m^5e^2\varepsilon'^2 + \frac{135}{8}m^5e^2(\varepsilon'^2 - E'^2) \end{Bmatrix}$

$\cos 2cv \quad e^2\left(-\frac{567}{32}m^6 - \frac{297}{16}m^6 - \frac{1389}{128}m^6\right)$

$\cos 4Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{9}{2}m^5 - \frac{19}{8}m^5\right)$

$\cos cv + c'mv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{63}{8}m^6 - \frac{57}{8}m^6 + \frac{21}{144}m^6\right)$

$\cos 4Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{63}{2}m^5 + \frac{399}{8}m^5\right)$

$\cos cv - c'mv \quad e\varepsilon'\left(\frac{441}{8}m^6 + \frac{1197}{8}m^6 + \frac{3117}{16}m^6\right)$

$\cos cv \quad e\left(\frac{135}{16}m^3e^2 + \frac{993}{64}m^4e^2 + \frac{405}{16}m^4e^2\right)$

$\cos c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{945}{512}m^6e^2 + \frac{819}{256}m^6e^2 + \frac{167745}{256}m^6e^2 + \frac{27857605}{12288}m^6e^2\right)$

$\cos c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{2205}{512}m^6e^2 + \frac{99477}{256}m^6e^2 + \frac{202491}{256}m^6e^2 + \frac{2401305}{4096}m^6e^2\right)$

$\cos Ev - cv \quad eb^2\left(-\frac{945}{64}m^5 - \frac{729}{16}m^5 - \frac{9153}{128}m^5\right)$

$\cos 3Ev - cv \quad eb^2\left(-\frac{243}{16}m^4 - \frac{135}{16}m^4\right)$

$\cos Ev + cv \quad eb^2\left(\frac{75}{64}m^4\right)$

$\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{2295}{128}m^5e^2\right)$

$\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{8925}{128}m^5e^2\right)$

$$\text{Mult.}^{\text{eur}} \ldots . 2 \cos 2Ev + cv \quad e \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} m^2 - \frac{1}{6} m^3 + \frac{1}{72} m^4 + \frac{3}{8} m^2 e^2 \\ -\frac{1}{8} m^2 \gamma^2 - \frac{5}{4} m^2 \varepsilon'^2 - \frac{16393}{3456} m^5 - \frac{11}{6} m^3 \varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

Produit

$$\cos 2Ev - c'mv \qquad \varepsilon' \left(-\frac{1}{32} m^5 e^2 + \frac{263}{64} m^5 e^2 - \frac{18753}{256} m^5 e^2 \right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv \qquad \varepsilon' \left(\frac{1}{32} m^5 e^2 - \frac{387}{64} m^5 e^2 + \frac{33753}{256} m^5 e^2 \right)$$

$$\cos cv \quad e \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{36} m^6 + \frac{3}{4} m^4 e^2 - \frac{1}{4} m^4 \gamma^2 - \frac{5}{2} m^4 \varepsilon'^2 - \frac{19}{18} m^6 - \frac{3}{16} m^3 \gamma^2 + \frac{1}{16} m^4 \gamma^2 \\ -\frac{15}{16} m^3 e^2 + \frac{5}{16} m^4 e^2 + \frac{64}{9} m^6 - \frac{5}{2} m^4 \varepsilon'^2 - \frac{157}{64} m^4 e^2 - \frac{35}{64} m^4 \gamma^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2cv \qquad e^2 \left(-\frac{81965}{4608} m^6 + \frac{257}{1152} m^6 - \frac{39193}{4608} m^6 + \frac{1416863}{18432} m^6 \right)$$

$$\cos 0v \qquad \left(\frac{33}{8} m^5 e^2 \varepsilon'^2 + \frac{165}{32} m^5 e^2 \varepsilon'^2 - \frac{15}{16} m^5 e^2 \varepsilon'^2 + \frac{471}{32} m^5 e^2 \varepsilon'^2 \right)$$

$$\cos cv - c'mv \qquad e\varepsilon' \left(-\frac{1}{72} m^6 + \frac{19}{72} m^6 + \frac{7}{144} m^6 \right)$$

$$\cos cv + c'mv \qquad e\varepsilon' \left(\frac{7}{72} m^6 - \frac{133}{24} m^6 + \frac{1039}{16} m^6 \right)$$

$$\cos cv \qquad e \left(\frac{15}{16} m^4 e^2 \right)$$

$$\cos c'mv \qquad \varepsilon' \left(\frac{1}{64} m^6 e^2 - \frac{31}{32} m^6 e^2 + \frac{16103}{512} m^6 e^2 \right)$$

$$\cos c'mv \qquad \varepsilon' \left(-\frac{7}{64} m^6 e^2 + \frac{141}{32} m^6 e^2 - \frac{42447}{512} m^6 e^2 \right)$$

$$\cos 4Ev + c'mv \qquad \varepsilon' \left(-\frac{15}{8} m^3 e^2 \right)$$

$$\cos 4Ev - c'mv \qquad \varepsilon' \left(\frac{35}{8} m^3 e^2 \right)$$

$$\cos Ev + cv \qquad eb^2 \left(\frac{5}{16} m^4 - \frac{81}{16} m^4 \right)$$

$$\cos Ev - cv \qquad eb^2 \left(-\frac{25}{192} m^5 + \frac{775}{256} m^5 \right)$$

$$\cos 2Ev - cv \qquad e \left(-\frac{1111}{160} m^7 + \frac{5}{12} m^7 \right)$$

$$\cos 2Ev - 2cv \qquad e^2 \left(-\frac{6509873}{61440} m^7 + \frac{6515}{768} m^7 - \frac{85}{768} m^7 \right)$$

+

Produit

$$\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{5}{4} m^6\right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{35}{4} m^6\right)$$

Multiplicateur .... $2\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{50607}{2048} m^6 - \frac{9081}{512} m^4 e^2\right)$ (Voyez p. 537)

Produit

$$\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{189}{32} m^7 + \frac{42525}{2048} m^5 e^2 + \frac{399}{16} m^7 + \frac{227745}{2048} m^5 e^2\right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{2835}{256} m^6 + \frac{25893}{512} m^6\right)$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv \quad \varepsilon'^2\left(\frac{63}{16} m^4 + \frac{189}{32} m^5\right)$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2\left(\frac{567}{128} m^4 + \frac{189}{64} m^3 + \frac{16569}{512} m^4\right)$$

$$\cos 4Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{63}{16} m^5 - \frac{133}{16} m^5 + \frac{315}{128} m^3 e^2\right)$$

$$\cos c'mv \quad \varepsilon'\left\{\begin{aligned} &\frac{50607}{1024} m^8 - \frac{9081}{256} m^6 e^2 - \frac{6327}{128} m^8 - \frac{399}{16} m^6 e^2 \\ &+ \frac{14985}{1024} m^6 e^2 - 71.\, m^8 + \frac{52281}{2048} m^6 e^2 - \frac{10325}{192} m^8 \\ &- \frac{112}{3} m^6 e^2 + \frac{334509}{16384} m^6 e^2 - \frac{458843}{6912} m^8 + \frac{451717}{98304} m^6 e^2 \end{aligned}\right\}$$

$$\cos 4Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{4995}{256} m^5 - \frac{16191}{512} m^5 - \frac{274351}{4096} m^5\right)$$

$$\cos cv - c'mv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{14985}{512} m^6 - \frac{85581}{1024} m^6 - \frac{823053}{8192} m^6 - \frac{9918041}{49152} m^6\right)$$

$$\cos cv + c'mv \quad e\varepsilon'\left(\frac{2997}{256} m^6 + \frac{2079}{256} m^6 + \frac{9723}{1024} m^6\right)$$

$$\cos 0v \left\{\begin{aligned} &-\frac{6993}{128} m^7 \varepsilon'^2 - \frac{441}{16} m^5 e^2 \varepsilon'^2 - \frac{44289}{256} m^7 \varepsilon'^2 - \frac{2793}{32} m^5 e^2 \varepsilon'^2 + \frac{11655}{512} m^5 e^2 \varepsilon'^2 \\ &- \frac{65457}{256} m^7 \varepsilon'^2 + \frac{20223}{512} m^5 e^2 \varepsilon'^2 - \frac{69657}{128} m^7 \varepsilon'^2 + \frac{1550829}{8192} m^5 e^2 \varepsilon'^2 \end{aligned}\right\}$$

$$\cos cv \quad e\left(-\frac{735}{64} m^3 \varepsilon'^2 - \frac{2205}{128} m^4 \varepsilon'^2 - \frac{33159}{512} m^4 \varepsilon'^2\right)$$

$$\cos cv \quad e\left(\frac{1323}{128} m^4 \varepsilon'^2\right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{315}{64} m^7 + \frac{23331}{1280} m^7 - \frac{2205}{128} m^5 e^2\right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{16065}{1024} m^6 + \frac{136815}{2048} m^6\right)$$

Multiplicateur .... $2\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{1065}{2048}m^6 - \frac{5457}{512}m^4e^2\right)$ (Voyez p. 538)

Produit

$$\begin{cases}
\cos 2Ev + c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{57}{16}m^7 - \frac{32535}{2048}m^5e^2 - \frac{9}{32}m^7 + \frac{2025}{2048}m^5e^2\right) \\
\cos 2Ev + c'mv - cv & e\varepsilon'\left(-\frac{3699}{512}m^6 - \frac{135}{256}m^6\right) \\
\cos 4Ev + c'mv & \varepsilon'\left(\frac{19}{16}m^5 + \frac{3}{16}m^5 - \frac{45}{128}m^3e^2\right) \\
\cos c'mv & \varepsilon'\left\{\begin{matrix} -\frac{1065}{1024}m^8 - \frac{5457}{256}m^6e^2 + \frac{19}{128}m^8 + \frac{19}{16}m^6e^2 - \frac{45}{1024}m^6e^2 + \frac{2}{3}m^8 \\ +\frac{16}{3}m^6e^2 - \frac{471}{2048}m^6e^2 + \frac{1475}{576}m^8 - \frac{15929}{16384}m^6e^2 + \frac{65519}{6912}m^8 - \frac{64531}{98304}m^6e^2 \end{matrix}\right\} \\
\cos 4Ev + c'mv - cv & e\varepsilon'\left(\frac{45}{256}m^5 + \frac{771}{512}m^5 + \frac{39193}{4096}m^5\right) \\
\cos cv + c'mv & e\varepsilon'\left(\frac{45}{512}m^6 + \frac{771}{1024}m^6 + \frac{39193}{8192}m^6 + \frac{1416863}{49152}m^6\right) \\
\cos cv - c'mv & e\varepsilon'\left(-\frac{27}{256}m^6 - \frac{99}{256}m^6 - \frac{1389}{1024}m^6\right) \\
\cos 0v & \left\{\begin{matrix} -\frac{3}{128}m^7\varepsilon'^2 - \frac{3}{16}m^5e^2\varepsilon'^2 - \frac{19}{256}m^7\varepsilon'^2 - \frac{19}{32}m^5e^2\varepsilon'^2 + \frac{45}{512}m^5e^2\varepsilon'^2 \\ +\frac{7}{768}m^7\varepsilon'^2 + \frac{219}{512}m^5e^2\varepsilon'^2 + \frac{907}{1152}m^7\varepsilon'^2 + \frac{36983}{8192}m^5e^2\varepsilon'^2 \end{matrix}\right\} \\
\cos cv & e\left(-\frac{45}{64}m^3\varepsilon'^2 - \frac{45}{128}m^4\varepsilon'^2 + \frac{39}{512}m^4\varepsilon'^2\right) \\
\cos cv & e\left(\frac{27}{128}m^4\varepsilon'^2\right) \\
\cos 2Ev - c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{15}{64}m^7 - \frac{3333}{1280}m^7 + \frac{315}{128}m^5e^2\right) \\
\cos 2Ev - c'mv - cv & e\varepsilon'\left(-\frac{765}{1024}m^6 - \frac{19545}{2048}m^6\right)
\end{cases}$$

Multiplicateur .... $2\cos 2Ev + 2cv \quad e^2\left(-\frac{15}{32}m^2 + \frac{21}{32}m^3 - \frac{9}{256}m^4\right)$

Produit

$$\begin{cases}
\cos 2cv & e^2\left(-\frac{9}{128}m^6 + \frac{133}{32}m^6 - \frac{20}{3}m^6\right) \\
\cos cv & e\left(\frac{135}{128}m^4e^2\right) \\
\cos 2Ev - 2cv & e^2\left(-\frac{105}{64}m^7 + \frac{3333}{512}m^7\right)
\end{cases}$$

Il faut ajouter le terme $\cos cv + 2c'mv \quad e\varepsilon'^2\left(\frac{105}{64}m^3\right)$ sous le multiplicateur $2\cos 2Ev + c'mv$.

Multiplicateur .... $2\cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left(\frac{15}{16}m + \frac{159}{64}m^2 + \frac{5667}{1024}m^3 + \frac{66885}{4096}m^4\right)$

$$\text{Produit}\begin{cases} \cos 2Ev - 2cv & e^2\left(-\frac{17001}{1024}m^7 - \frac{3021}{64}m^7 - \frac{4365}{64}m^7\right) \\ \cos 4Ev - 2cv & e^2\left(\frac{66885}{2048}m^6 + \frac{35891}{1024}m^6 + \frac{106}{3}m^6 + \frac{7375}{288}m^6\right) \\ \cos 2cv & e^2\left(-\frac{45}{128}m^4\gamma^2 - \frac{225}{128}m^4e^2 + \frac{66885}{2048}m^6 + \frac{35891}{1024}m^6 + \frac{106}{3}m^6 + \frac{7375}{288}m^6\right) \\ \cos cv & e\left(\frac{3855}{256}m^3e^2 + \frac{195965}{4096}m^4e^2 + \frac{2385}{256}m^3e^2 + \frac{40863}{1024}m^4e^2\right) \end{cases}$$

Mult.^eur .... $2\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{3}{4}m^2 + \frac{9}{16}m^3 + \frac{3843}{128}m^4 + \frac{137799}{512}m^5\right)$

$$\text{Produit}\begin{cases} \cos 2Ev + c'mv - cv & e\varepsilon'\left(\frac{9}{4}m^6\right) \\ \cos 2Ev + c'mv & \varepsilon'\left(\frac{135}{32}m^5e^2\right) \\ \cos 4Ev + c'mv - cv & e\varepsilon'\left(\frac{9}{8}m^5 - \frac{19}{4}m^5\right) \\ \cos cv - c'mv & e\varepsilon'\left(\frac{3843}{64}m^6 + \frac{57}{16}m^4 - \frac{32}{3}m^6\right) \\ \cos c'mv & \varepsilon'\left(\frac{2066985}{2048}m^6e^2 + \frac{987651}{2048}m^6e^2 + \frac{117579}{4096}m^6e^2 - \frac{1416863}{12288}m^6e^2\right) \\ \cos cv & e\left(\frac{3}{4}m^4\varepsilon'^2\right) \\ \cos 0v & \left(-\frac{57645}{512}m^5e^2\varepsilon'^2 + \frac{117}{512}m^5e^2\varepsilon'^2 - \frac{55915}{512}m^5e^2\varepsilon'^2\right) \\ \cos 2Ev - c'mv & \varepsilon'\left(\frac{765}{128}m^5e^2\right) \end{cases}$$

Multiplicateur .... $2\cos 2Ev + c'mv + cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{1}{4}m^2 - \frac{25}{48}m^3 - \frac{6725}{1152}m^4\right)$

$$\text{Produit}\begin{cases} \cos 2Ev + c'mv & \varepsilon'\left(\frac{45}{32}m^3e^2\right) \\ \cos cv + c'mv & e\varepsilon'\left(-\frac{6725}{576}m^6 - \frac{475}{144}m^6 - \frac{32}{9}m^6\right) \\ \cos c'mv & \varepsilon'\left(\frac{6725}{512}m^6e^2 + \frac{275}{128}m^6e^2 + \frac{468}{256}m^6e^2\right) \\ \cos cv & e\left(\frac{1}{4}m^4\varepsilon'^2\right) \end{cases}$$

+

Produit

$$\begin{cases} \cos 0v & \left(-\frac{75}{128} m^5 e^2 \varepsilon'^2 - \frac{93}{64} m^5 e^2 \varepsilon'^2\right) \\ \cos 2Ev - c'mv - cv & e\varepsilon'\left(\frac{5}{8} m^6\right) \\ \cos 4Ev + c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{15}{16} m^3 e^2\right) \end{cases}$$

Mult.^{eur} ... $2\cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{21}{4} m^2 + \frac{351}{16} m^3 + \frac{6489}{128} m^4 - \frac{8295}{512} m^5\right)$

Produit

$$\begin{cases} \cos 2Ev - c'mv - cv & e\varepsilon'\left(-\frac{63}{4} m^6\right) \\ \cos 2Ev - c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{945}{32} m^5 e^2\right) \\ \cos 2Ev - 2c'mv - cv & e\varepsilon'\left(-\frac{63}{4} m^4\right) \\ \cos 4Ev - c'mv - cv & e\varepsilon'\left(\frac{351}{8} m^5 + \frac{133}{4} m^5\right) \\ \cos cv + c'mv & e\varepsilon'\left(\frac{6489}{64} m^6 + \frac{2223}{16} m^6 + \frac{224}{3} m^6\right) \\ \cos c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{124425}{2048} m^6 e^2 + \frac{1667673}{2048} m^6 e^2 + \frac{4585581}{4096} m^6 e^2 + \frac{9918041}{12288} m^6 e^2\right) \\ \cos cv & e\left(\frac{147}{4} m^4 \varepsilon'^2\right) \\ \cos 0v & \left(\frac{227115}{512} m^5 e^2 \varepsilon'^2 + \frac{554229}{512} m^5 e^2 \varepsilon'^2 + \frac{472479}{512} m^5 e^2 \varepsilon'^2\right) \\ \cos 2Ev + c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{5355}{128} m^5 e^2\right) \end{cases}$$

Multiplicateur ... $2\cos 2Ev - c'mv + cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{7}{4} m^2 - \frac{5}{16} m^3 + \frac{1489}{128} m^4\right)$

Produit

$$\begin{cases} \cos 2Ev - c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{315}{32} m^5 e^2\right) \\ \cos cv - c'mv & e\varepsilon'\left(\frac{1489}{64} m^6 - \frac{95}{48} m^6 + \frac{224}{9} m^6\right) \\ \cos c'mv & \varepsilon'\left(-\frac{13401}{512} m^6 e^2 + \frac{165}{128} m^6 e^2 - \frac{3241}{256} m^6 e^2\right) \\ \cos cv & e\left(\frac{49}{4} m^4 \varepsilon'^2\right) \\ \cos 2Ev + c'mv - cv & e\varepsilon'\left(-\frac{35}{8} m^6\right) \\ \cos 0v & \left(\frac{315}{128} m^5 e^2 \varepsilon'^2 - \frac{2961}{64} m^5 e^2 \varepsilon'^2\right) \\ \cos 4Ev - c'mv & \varepsilon'\left(\frac{105}{16} m^3 e^2\right) \end{cases}$$

Multiplicateur... $2\cos Ev \quad b^2\left(-\frac{3}{16}m^2-\frac{51}{32}m^3-\frac{1119}{128}m^4\right)$

Produit

$$\begin{cases} \cos Ev & b^2\left(\frac{9}{16}m^6\right) \\ \cos Ev-cv & eb^2\left(\frac{135}{128}m^5\right) \\ \cos Ev & b^2\left(-\frac{1119}{64}m^6-\frac{323}{32}m^6-\frac{8}{8}m^6\right) \\ \cos Ev-cv & eb^2\left(-\frac{16785}{512}m^5-\frac{13107}{512}m^5-\frac{39193}{4096}m^5\right) \\ \cos 3Ev-cv & eb^2\left(-\frac{765}{128}m^4-\frac{771}{256}m^4\right) \\ \cos Ev+cv & eb^2\left(\frac{27}{64}m^4\right) \end{cases}$$

Multiplicateur — Produit

$$2\cos Ev-cv \quad eb^2\left(-\frac{15}{32}m-\frac{813}{256}m^2\right)\ldots \begin{cases} \cos cv & e\left(\frac{225}{256}m^2b^4\right) \\ \cos Ev-cv & eb^2\left(\frac{45}{32}m^5\right) \\ \cos 3Ev-cv & eb^2\left(-\frac{813}{128}m^4-\frac{95}{32}m^4\right) \\ \cos Ev+cv & eb^2\left(-\frac{813}{128}m^4-\frac{95}{32}m^4\right) \end{cases}$$

$$2\cos Ev+cv \quad eb^2\left(\frac{15}{64}m^2+\frac{1587}{512}m^3\right)\ldots\Big\{ \cos Ev-cv \quad eb^2\left(\frac{1587}{256}m^5+\frac{95}{64}m^5\right)$$

Multiplicateur.... $2\cos 3Ev \quad b^2\left(-\frac{5}{16}m^2-\frac{25}{32}m^3-\frac{317}{128}m^4\right)$

Produit

$$\begin{cases} \cos Ev & b^2\left(-\frac{317}{64}m^6-\frac{475}{96}m^6-\frac{40}{9}m^6\right) \\ \cos Ev+cv & eb^2\left(-\frac{375}{128}m^4-\frac{1285}{256}m^4\right) \\ \cos Ev-cv & eb^2\left(\frac{225}{128}m^5+\frac{165}{128}m^5\right) \\ \cos Ev & b^2\left(\frac{25}{32}m^6\right) \\ \cos Ev-cv & eb^2\left(\frac{1275}{512}m^5\right) \end{cases}$$

Multiplicateur		Produit
$2\cos 3Ev - cv \quad eb^2\left(\frac{75}{64}m^3 + \frac{2295}{512}m^5\right)$	...	$\cos Ev - cv \quad eb^2\left(\frac{2295}{256}m^5 + \frac{475}{64}m^5\right)$
$2\cos 3Ev + cv \quad eb^2\left(\frac{75}{128}m^3\right)$	.....	$\cos Ev + cv \quad eb^2\left(\frac{75}{64}m^5\right)$

Multiplicateur . . . . $2\cos 4Ev \quad \left(\frac{75}{128}m^4 + \frac{221}{128}m^5 - \frac{225}{128}m^3e^2 + \frac{707}{192}m^6\right)$

Produit

$$\cos 4Ev - 2cv \quad e^2\left(\frac{75}{128}m^6\right)$$
$$\cos 4Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{675}{512}m^5\right)$$
$$\cos 4Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{675}{512}m^5\right)$$
$$\cos 2Ev \quad \left(\frac{707}{96}m^6 + \frac{4199}{384}m^6 + \frac{25}{3}m^8\right)$$
$$\cos 2Ev - cv \quad e\left(-\frac{1989}{512}m^7 - \frac{2475}{1024}m^7\right)$$
$$\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{221}{128}m^7 + \frac{225}{128}m^5e^2 - \frac{475}{512}m^7 + \frac{1125}{1024}m^5e^2\right)$$
$$\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{1547}{128}m^7 - \frac{1575}{128}m^5e^2 + \frac{9975}{512}m^7 - \frac{2625}{1024}m^5e^2\right)$$
$$\cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left(\frac{3315}{1024}m^7 + \frac{1875}{2048}m^7\right)$$
$$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(\frac{675}{1024}m^6\right)$$
$$\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{4725}{1024}m^6\right)$$
$$\cos Ev \quad b^2\left(\frac{1875}{4096}m^6\right)$$
$$\cos c'mv \quad \varepsilon'\left(\frac{375}{256}m^6\right)$$
$$\cos c'mv \quad \varepsilon'\left(-\frac{2625}{256}m^8\right)$$
$$\cos 2cv \quad e^2\left(-\frac{50625}{16384}m^6\right)$$

Multiplicateur . . . . $2\cos 4Ev - cv \quad e\left(\frac{15}{16}m^3 + \frac{105}{64}m^4 + \frac{7001}{3072}m^5\right)$

Produit

$\cos 4Ev - 2cv \quad e^2\left(-\frac{675}{128}m^6\right)$

$\cos 4Ev + c'mv - cv \quad e\epsilon'\left(-\frac{45}{16}m^5\right)$

$\cos 4Ev - c'mv - cv \quad e\epsilon'\left(-\frac{45}{16}m^5\right)$

$\cos 2Ev - cv \quad e\left(\frac{7001}{1536}m^7 + \frac{665}{64}m^7 + \frac{40}{3}m^7\right)$

$\cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left(-\frac{21008}{4096}m^7 - \frac{3465}{512}m^7 - \frac{6945}{1024}m^7\right)$

$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\epsilon'\left(-\frac{105}{64}m^6 - \frac{95}{64}m^6\right)$

$\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\epsilon'\left(\frac{735}{64}m^6 + \frac{1995}{64}m^6\right)$

$\cos 3Ev - cv \quad eb^2\left(-\frac{225}{128}m^4\right)$

$\cos Ev - cv \quad eb^2\left(\frac{375}{512}m^5\right)$

$\cos c'mv \quad \epsilon'\left(\frac{11475}{1024}m^6e^2\right)$

$\cos c'mv \quad \epsilon'\left(-\frac{44625}{1024}m^6e^2\right)$

$\cos 2Ev - c'mv \quad \epsilon'\left(-\frac{1575}{256}m^5e^2 + \frac{195}{512}m^5e^2\right)$

$\cos 2Ev + c'mv \quad \epsilon'\left(\frac{8675}{256}m^5e^2 + \frac{23685}{512}m^5e^2\right)$

Multiplicateur . . . . $2\cos 4Ev + c'mv \quad \epsilon'\left(-\frac{75}{128}m^4 - \frac{663}{512}m^5 + \frac{675}{256}m^3e^2\right)$

Produit

$\cos 2Ev + c'mv \quad \epsilon'\left(-\frac{663}{256}m^7 + \frac{675}{128}m^5e^2 - \frac{475}{128}m^7 + \frac{1125}{1024}m^5e^2\right)$

$\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\epsilon'\left(\frac{675}{512}m^6\right)$

$\cos c'mv \quad \epsilon'\left(\frac{375}{256}m^8\right)$

Multiplicateur . . . . $2\cos 4Ev - c'mv \quad \epsilon'\left(\frac{525}{128}m^4 + \frac{7785}{512}m^5 - \frac{2625}{256}m^3e^2\right)$

Produit
$$\left\{\begin{array}{ll} \cos 2Ev - c'mv & \epsilon'\left(\frac{7735}{256}m^7 - \frac{2625}{128}m^5e^2 + \frac{8825}{128}m^7 - \frac{7875}{1024}m^5e^2\right) \\ \cos 2Ev - c'mv - cv & e\epsilon'\left(-\frac{4725}{512}m^6\right) \\ \cos c'mv & \epsilon'\left(-\frac{2625}{256}m^5\right) \end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . . $2\cos 4Ev + c'mv - cv \quad e\epsilon'\left(-\frac{45}{32}m^3 + \frac{35}{64}m^4\right)$

Produit
$$\left\{\begin{array}{ll} \cos 2Ev + c'mv - cv & e\epsilon'\left(\frac{35}{32}m^6 - \frac{285}{32}m^6\right) \\ \cos 2Ev + c'mv & \epsilon'\left(\frac{525}{256}m^5e^2 - \frac{11565}{512}m^6\right) \\ \cos c'mv & \epsilon'\left(\frac{11475}{1024}m^6e^2\right) \end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . . $2\cos 4Ev - c'mv - cv \quad e\epsilon'\left(\frac{175}{32}m^3 + \frac{115}{12}m^4\right)$

Produit
$$\left\{\begin{array}{ll} \cos 2Ev - c'mv - cv & e\epsilon'\left(\frac{115}{6}m^6 + \frac{3325}{96}m^6\right) \\ \cos 2Ev - c'mv & \epsilon'\left(\frac{575}{16}m^5e^2 + \frac{44975}{512}m^5e^2\right) \\ \cos c'mv & \epsilon'\left(-\frac{44625}{1024}m^6e^2\right) \end{array}\right.$$

Multiplicateur . . . . $2\cos 4Ev - 2cv \quad e^2\left(-\frac{225}{128}m^3 - \frac{4725}{512}m^4 - \frac{161469}{8192}m^5\right)$

Produit
$$\left\{\cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left(-\frac{161469}{4096}m^7 - \frac{29925}{512}m^7 - 25 . m^7\right)\right.$$

Multiplicateur	Produit
$2\cos 6Ev - 2cv \quad e^2\left(-\frac{3375}{2048}m^4\right)$	$\{\cos 4Ev - 2cv \quad e^2\left(-\frac{3375}{1024}m^6\right)$.

La réunion de ces produits partiels donne

$$AB=$$

$$\cos ov \left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} -\frac{1177}{8}+\frac{5645}{144}+\frac{107}{6}+\frac{95}{16}+\frac{15}{8}+\frac{15}{2}+\frac{40}{3}+\frac{95}{4}+\frac{7875}{288}-\frac{3}{128} \\ -\frac{19}{256}+\frac{7}{768}+\frac{907}{1152}-\frac{6993}{128}-\frac{44289}{256}-\frac{65457}{256}-\frac{69657}{128}=-\frac{66407}{64} \end{array} \right\} m^4 \varepsilon'^2 \\ + \left\{ \begin{array}{l} \frac{34425}{256}-\frac{10065}{128}+\frac{261225}{1024}-\frac{135}{2}-\frac{130185}{1024}-\frac{582943}{8192}-\frac{2055}{256} \\ -\frac{225}{128}+\frac{95}{8}-\frac{79645}{8192}+\frac{15}{4}-\frac{225}{32}+\frac{95}{8}+\frac{15}{4}-\frac{2355}{512}+\frac{90855}{256} \\ -\frac{2313}{32}-\frac{195965}{1024}+\frac{33}{8}+\frac{165}{32}-\frac{15}{16}+\frac{471}{32}-\frac{441}{16}-\frac{2793}{32} \\ +\frac{11655}{512}+\frac{20223}{512}+\frac{1550829}{8192}-\frac{57645}{512}+\frac{117}{512}-\frac{55915}{512}-\frac{75}{128} \\ -\frac{93}{64}+\frac{227115}{512}+\frac{554229}{512}+\frac{472479}{512}+\frac{315}{128}-\frac{2961}{64}+\frac{422569}{1024} \\ -\frac{585}{8}-\frac{4725}{64}-\frac{3}{16}-\frac{19}{32}+\frac{45}{512}+\frac{219}{512}+\frac{36983}{8192}=\frac{2765667}{1024} \end{array} \right\} m^5 e^2 \varepsilon'^2 \\ -\left\{ \left(\frac{9}{8}+\frac{9}{4}+\frac{57}{8}=\frac{27}{2}\right) m^3 - \left(\frac{135}{8}+\frac{135}{64}=\frac{1215}{64}\right) m^5 e^2 \right\} (\varepsilon'^2 - E'^2) \end{array} \right\},$$

$$\cos cv\ e \left\{ \begin{array}{l} \left(-\frac{45}{16}-\frac{45}{128}-\frac{45}{16}+\frac{135}{16}-\frac{15}{16}+\frac{3855}{256}+\frac{2385}{256}=\frac{3315}{128}\right) m^3 e^2 \\ +\left(\frac{9}{8}-\frac{9}{128}-\frac{9}{16}-\frac{3}{16}=\frac{39}{128}\right) m^3 \gamma^2 + \left(\frac{225}{64}+\frac{225}{64}-\frac{735}{64}-\frac{45}{64}=-\frac{165}{32}\right) m^3 \varepsilon'^2 \\ +\frac{225}{256} m^2 b^4 - \left\{ \begin{array}{l} \frac{45}{32}+\frac{771}{128}+\frac{39193}{2048}+\frac{1416863}{24576}-\frac{27}{32}-\frac{99}{64} \\ -\frac{1389}{512}-\frac{63}{4}-\frac{57}{2}-\frac{64}{3}-\frac{1}{36}+\frac{19}{18}-\frac{64}{9}=\frac{183067}{24576} \end{array} \right\} m^4 \\ + \left\{ \begin{array}{l} -\frac{45}{16}-\frac{771}{64}-\frac{783}{512}+\frac{27}{16}-\frac{45}{128}-\frac{201}{512}+\frac{9}{4}-\frac{135}{16}-\frac{471}{64}+\frac{993}{64} \\ +\frac{403}{16}+\frac{3}{4}+\frac{5}{16}-\frac{157}{64}+\frac{15}{16}+\frac{135}{128}+\frac{195965}{4096}+\frac{40863}{1024}=\frac{409641}{4096} \end{array} \right\} m^4 e^2 \\ + \left\{ \begin{array}{l} \frac{225}{64}+\frac{3855}{256}+\frac{225}{64}+\frac{195}{32}-\frac{135}{64}-\frac{135}{64}-\frac{15}{2}-\frac{15}{2}-\frac{5}{2}-\frac{5}{2}-\frac{2205}{128} \\ -\frac{33139}{512}+\frac{1323}{128}-\frac{45}{128}+\frac{39}{512}+\frac{27}{128}+\frac{3}{4}+\frac{1}{4}+\frac{147}{4}+\frac{49}{4}=-\frac{4545}{256} \end{array} \right\} m^4 \varepsilon'^2 \\ +\left(\frac{9}{8}+\frac{639}{128}-\frac{9}{128}-\frac{141}{512}-\frac{3}{4}-\frac{27}{16}-\frac{105}{64}-\frac{1}{4}+\frac{1}{16}-\frac{35}{64}=\frac{491}{512}\right) m^4 \gamma^2 \end{array} \right\},$$

$$\cos c'mv \;\; e' \left\{ \begin{array}{l} - \left\{ \begin{array}{l} \frac{243}{64} - \frac{13851}{512} + \frac{657}{32} + \frac{255}{1024} - \frac{19}{32} + \frac{7}{192} + \frac{907}{576} \\ - \frac{77737}{3456} - \frac{1785}{1024} + \frac{399}{32} + \frac{3117}{64} + \frac{9951}{64} + \frac{46853}{128} - \frac{50607}{1024} \\ + \frac{6327}{128} + 74 + \frac{10325}{192} + \frac{458843}{6912} + \frac{1065}{1024} - \frac{19}{128} - \frac{2}{8} \\ - \frac{1475}{576} - \frac{65549}{6912} - \frac{375}{256} + \frac{2625}{256} - \frac{375}{256} + \frac{2625}{256} = \frac{10463771}{13824} \end{array} \right\} m^4 \\ + \left\{ \begin{array}{l} - \frac{441}{16} + \frac{3807}{512} - \frac{527265}{4096} - \frac{721935}{2048} - \frac{843885}{2048} + \frac{527265}{4096} + \frac{1062815}{2048} \\ + \frac{1518885}{2048} - \frac{225}{16} - \frac{147825}{2048} - \frac{10125}{256} - \frac{7425}{256} + \frac{488}{256} + \frac{19}{16} - \frac{45}{64} \\ - \frac{7}{96} - \frac{3117}{32} - \frac{219}{128} - \frac{36983}{4096} - \frac{197767}{6144} - \frac{3381}{256} - \frac{399}{16} + \frac{105}{64} \\ + \frac{963}{128} + \frac{221547}{4096} + \frac{208785}{512} - \frac{945}{512} + \frac{819}{256} + \frac{167745}{256} + \frac{27857605}{12288} \\ + \frac{2205}{512} + \frac{99477}{256} + \frac{202491}{256} + \frac{2401305}{4096} + \frac{1}{64} - \frac{31}{32} + \frac{16103}{512} - \frac{7}{64} \\ + \frac{141}{32} - \frac{42447}{512} - \frac{9081}{256} - \frac{399}{16} + \frac{14985}{1024} + \frac{52281}{2048} - \frac{112}{8} + \frac{334509}{16384} \\ + \frac{451717}{98304} - \frac{5457}{256} + \frac{19}{16} - \frac{45}{1024} + \frac{16}{8} - \frac{471}{2048} - \frac{15929}{16384} - \frac{64581}{98304} \\ + \frac{2066985}{2048} + \frac{987651}{2048} + \frac{117579}{4096} - \frac{1416863}{12288} + \frac{6725}{512} + \frac{275}{128} \\ + \frac{463}{256} - \frac{124425}{2048} + \frac{1667673}{2048} + \frac{4585581}{4096} + \frac{9918041}{12288} - \frac{13401}{512} \\ + \frac{165}{128} - \frac{3241}{256} - \frac{44625}{1024} + \frac{11475}{1024} + \frac{11475}{1024} - \frac{44625}{1024} = \frac{150930319}{16384} \end{array} \right\} m^4 e'^2 \end{array} \right.$$

$$\cos cv + c'mv \;\; ee' \left\{ \begin{array}{l} - \frac{243}{128} - \frac{21303}{2048} - \frac{2745}{64} - \frac{27}{64} - \frac{279}{128} - \frac{48309}{2048} - \frac{105}{32} - \frac{4737}{256} \\ - \frac{67497}{1024} - \frac{2401305}{16384} - \frac{63}{8} - \frac{57}{8} + \frac{7}{48} + \frac{7}{72} - \frac{133}{24} + \frac{1039}{16} \\ + \frac{2997}{256} + \frac{2079}{256} + \frac{9723}{1024} + \frac{45}{512} + \frac{771}{1024} + \frac{39193}{8192} + \frac{1416863}{49152} \\ - \frac{6725}{576} - \frac{475}{144} - \frac{32}{9} + \frac{6489}{64} + \frac{2223}{16} + \frac{224}{3} = \frac{2193005}{24576} \end{array} \right\} m^5$$

$$\cos cv - c'mv \quad e\epsilon' \left\{\begin{array}{l} \frac{243}{128} + \frac{31347}{2048} - \frac{2745}{64} + \frac{45}{32} - \frac{89}{256} - \frac{55915}{1024} - \frac{27857605}{49152} \\ + \frac{189}{64} + \frac{1269}{128} + \frac{127341}{2048} + \frac{441}{8} + \frac{1197}{8} + \frac{8117}{16} - \frac{1}{72} + \frac{19}{72} \\ + \frac{7}{144} - \frac{14985}{512} - \frac{85581}{1024} - \frac{823053}{8192} - \frac{9918041}{49152} - \frac{27}{256} - \frac{99}{256} \\ - \frac{1389}{1024} + \frac{2813}{64} + \frac{57}{16} - \frac{82}{3} + \frac{1489}{64} - \frac{95}{48} + \frac{224}{9} = - \frac{6005407}{12288} \end{array}\right\} m^6$$

$$\cos 2cv \quad e^2 \left\{\begin{array}{l} - \frac{45}{128} m^2\gamma^2 - \frac{225}{128} m^2 e^2 \\ + \left\{\begin{array}{l} \frac{27}{64} - \frac{2025}{128} - \frac{135}{64} - \frac{993}{256} - \frac{62219}{4096} - \frac{1357765}{49152} - \frac{45}{64} - \frac{75}{128} - \frac{1589}{5120} \\ - \frac{567}{32} - \frac{297}{16} - \frac{1389}{128} - \frac{9}{128} + \frac{133}{32} - \frac{20}{3} + \frac{66885}{2048} + \frac{35891}{1024} + \frac{106}{3} \\ + \frac{7375}{288} - \frac{81965}{4608} + \frac{257}{1152} - \frac{39193}{4608} + \frac{1416863}{18432} - \frac{50625}{16384} = \frac{11215091}{184320} \end{array}\right\} m^6 \end{array}\right\}$$

$$\cos cv + 2c'mv \quad e\epsilon'^2 \left(- \frac{765}{128} + \frac{105}{64} = \frac{555}{128}\right) m^3$$

$$\cos 2Ev \qquad \left\{\begin{array}{l} \frac{81}{32} + \frac{171}{32} + 6 + \frac{15}{16} + \frac{3333}{640} + \frac{522543}{28800} \\ + \frac{707}{96} + \frac{4199}{384} + \frac{25}{3} + \frac{873}{32} + \frac{57}{8} + \frac{9}{8} = \frac{963151}{9600} \end{array}\right\} m^6$$

$$\cos 2Ev - cv \quad e \left\{\begin{array}{l} \frac{1215}{256} + \frac{6989}{512} + \frac{352737}{16384} + \frac{58585}{512} + \frac{5795}{64} + 40 + \frac{270291}{4096} \\ + \frac{3699}{256} + \frac{135}{64} + \frac{765}{256} + \frac{19545}{1024} + \frac{6509873}{81920} - \frac{27}{2} - \frac{57}{2} - \frac{1111}{160} \\ + \frac{5}{12} - \frac{1989}{512} - \frac{2475}{1024} + \frac{7001}{1536} + \frac{665}{64} + \frac{40}{3} = \frac{54354859}{122880} \end{array}\right\} m^5$$

$$\cos 2Ev - 2cv \quad e^2 \left\{\begin{array}{l} \frac{3645}{512} + \frac{8937}{1024} + \frac{559971}{32768} + \frac{13183855}{16384} + \frac{15056345}{16384} + \frac{11953865}{16384} \\ + \frac{7084315}{16384} - \frac{319453}{4096} - \frac{34895}{512} - 25 - \frac{3}{8} - \frac{1035}{512} - \frac{23163}{2048} \\ - \frac{1475275}{32768} + \frac{2025}{1024} + \frac{34515}{2048} + \frac{2374695}{32768} + \frac{22809601}{81920} - \frac{2835}{64} \\ - \frac{11097}{64} - \frac{270291}{1024} - \frac{6509873}{61440} + \frac{6515}{768} - \frac{85}{768} - \frac{105}{64} + \frac{3333}{512} \\ - \frac{17001}{1024} - \frac{3021}{64} - \frac{4365}{64} + \frac{8315}{1024} + \frac{1875}{2048} - \frac{21003}{4096} - \frac{3465}{512} \\ - \frac{6915}{1024} - \frac{161469}{4096} - \frac{29925}{512} - 25 = \frac{626722929}{163840} \end{array}\right\} m^5$$

$$
\left\{
\begin{array}{l}
-\left\{
\begin{array}{l}
\frac{243}{64}-\frac{13851}{512}+\frac{657}{32}+\frac{255}{1024}-\frac{19}{32}+\frac{7}{192}+\frac{907}{576}\\
-\frac{77737}{3456}-\frac{1785}{1024}+\frac{399}{32}+\frac{3117}{64}+\frac{9951}{64}+\frac{46858}{128}-\frac{50607}{1024}\\
+\frac{6327}{128}+74+\frac{10325}{192}+\frac{458843}{6912}+\frac{1065}{1024}-\frac{19}{128}-\frac{2}{3}\\
-\frac{1475}{576}-\frac{65549}{6912}-\frac{375}{256}+\frac{2625}{256}-\frac{375}{256}+\frac{2625}{256}=\frac{10463771}{18824}
\end{array}
\right\} m^8 \\
+\left\{
\begin{array}{l}
-\frac{441}{16}+\frac{3807}{512}-\frac{527265}{4096}-\frac{721935}{2048}-\frac{843885}{2048}+\frac{527265}{4096}+\frac{1062315}{2048}\\
+\frac{1518885}{2048}-\frac{225}{16}-\frac{147825}{2048}-\frac{10125}{256}-\frac{7425}{256}+\frac{483}{256}+\frac{19}{16}-\frac{45}{64}\\
-\frac{7}{96}-\frac{3117}{32}-\frac{219}{128}-\frac{36983}{4096}-\frac{197767}{6144}-\frac{3881}{256}-\frac{399}{16}+\frac{105}{64}\\
+\frac{963}{128}+\frac{221547}{4096}+\frac{208785}{512}-\frac{945}{512}+\frac{819}{256}+\frac{167745}{256}+\frac{27857605}{12288}\\
+\frac{2205}{512}+\frac{99477}{256}+\frac{202491}{256}+\frac{2401305}{4096}+\frac{1}{64}-\frac{31}{32}+\frac{16103}{512}-\frac{7}{64}\\
+\frac{141}{32}-\frac{42447}{512}-\frac{9081}{256}-\frac{399}{16}+\frac{14985}{1024}+\frac{52281}{2048}-\frac{112}{3}+\frac{334509}{16384}\\
+\frac{451717}{98304}-\frac{5457}{256}+\frac{19}{16}-\frac{\text{[illegible]}}{1024}+\frac{16}{3}-\frac{471}{2048}-\frac{15929}{16384}-\frac{64531}{98304}\\
+\frac{2066985}{2048}+\frac{987651}{2048}+\frac{117579}{4096}-\frac{1416863}{12288}+\frac{6725}{512}+\frac{275}{128}\\
+\frac{463}{256}-\frac{121425}{2048}+\frac{1667673}{2048}+\frac{4585581}{4096}+\frac{9918041}{12288}-\frac{13401}{512}\\
+\frac{165}{128}-\frac{3241}{256}-\frac{44625}{1024}+\frac{11475}{1024}+\frac{11475}{1024}-\frac{44625}{1024}=\frac{150930819}{16384}
\end{array}
\right\} m^6 e^2
\end{array}
\right\} \cos c'mv \; e'
$$

$$
\cos cv + c'mv \;\; ee' \left\{
\begin{array}{l}
-\frac{243}{128}-\frac{21303}{2048}-\frac{2745}{64}-\frac{27}{64}-\frac{279}{128}-\frac{48309}{2048}-\frac{105}{32}-\frac{4787}{256}\\
-\frac{67497}{1024}-\frac{2401305}{16384}-\frac{63}{8}-\frac{57}{8}+\frac{7}{48}+\frac{7}{72}-\frac{133}{24}+\frac{1089}{16}\\
+\frac{2997}{256}+\frac{2079}{256}+\frac{9723}{1024}+\frac{45}{512}+\frac{771}{1024}+\frac{39193}{8192}+\frac{1416863}{49152}\\
-\frac{6725}{576}-\frac{475}{144}-\frac{32}{9}+\frac{6489}{64}+\frac{2223}{16}+\frac{224}{3}=\frac{2193005}{24576}
\end{array}
\right\} m^8
$$

$$\cos cv - c'mv \quad e\varepsilon' \left\{ \begin{aligned} & \frac{243}{128} + \frac{31347}{2048} - \frac{2745}{64} + \frac{45}{32} - \frac{89}{256} - \frac{55915}{1024} - \frac{27857605}{49152} \\ & + \frac{189}{64} + \frac{1269}{128} + \frac{127341}{2048} + \frac{441}{8} + \frac{1197}{8} + \frac{3117}{16} - \frac{1}{72} + \frac{19}{72} \\ & + \frac{7}{144} - \frac{14985}{512} - \frac{85581}{1024} - \frac{823053}{8192} - \frac{9918041}{49152} - \frac{27}{256} - \frac{99}{256} \\ & - \frac{1389}{1024} + \frac{3843}{64} + \frac{57}{16} - \frac{32}{3} + \frac{1489}{64} - \frac{95}{48} + \frac{224}{9} = -\frac{6005407}{12288} \end{aligned} \right\} m^4$$

$$\cos 2cv \quad e^2 \left\{ \begin{aligned} & -\frac{45}{128} m^2\gamma^2 - \frac{225}{128} m^2 e^2 \\ & + \left\{ \begin{aligned} & \frac{27}{64} - \frac{2025}{128} - \frac{135}{64} - \frac{993}{256} - \frac{62219}{4096} - \frac{1357765}{49152} - \frac{45}{64} - \frac{75}{128} - \frac{1589}{5120} \\ & - \frac{567}{32} - \frac{207}{16} - \frac{1389}{128} - \frac{9}{128} + \frac{133}{32} - \frac{20}{3} + \frac{66885}{2048} + \frac{35891}{1024} + \frac{106}{3} \\ & + \frac{7375}{288} - \frac{81965}{4608} + \frac{257}{1152} - \frac{39193}{4608} + \frac{1416863}{18432} - \frac{50625}{16384} = \frac{11215091}{184320} \end{aligned} \right\} m^6 \end{aligned} \right\}$$

$$\cos cv + 2c'mv \quad e\varepsilon'^2 \left(-\frac{765}{128} + \frac{105}{64} = \frac{555}{128} \right) m^3$$

$$\cos 2Ev \quad \left\{ \begin{aligned} & \frac{81}{32} + \frac{171}{32} + 0 + \frac{15}{16} + \frac{3333}{640} + \frac{522543}{28800} \\ & + \frac{707}{96} + \frac{4199}{384} + \frac{25}{3} + \frac{873}{32} + \frac{57}{8} + \frac{9}{8} = \frac{963151}{9600} \end{aligned} \right\} m^4$$

$$\cos 2Ev - cv \quad e \left\{ \begin{aligned} & \frac{1215}{256} + \frac{6939}{512} + \frac{352737}{16384} + \frac{58585}{512} + \frac{5795}{64} + 40 + \frac{270291}{4096} \\ & + \frac{3699}{256} + \frac{135}{64} + \frac{765}{256} + \frac{19545}{1024} + \frac{6509873}{81920} - \frac{27}{2} - \frac{57}{2} - \frac{1111}{160} \\ & + \frac{5}{12} - \frac{1989}{512} - \frac{2475}{1024} + \frac{7001}{1536} + \frac{665}{64} + \frac{40}{3} = \frac{51351859}{122880} \end{aligned} \right\} m^2$$

$$\cos 2Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ \begin{aligned} & \frac{3645}{512} + \frac{8937}{1024} + \frac{559971}{32768} + \frac{13183855}{16384} + \frac{15056345}{16384} + \frac{11953865}{16384} \\ & + \frac{7084315}{16384} - \frac{319453}{4096} - \frac{34895}{512} - 25 - \frac{3}{8} - \frac{1035}{512} - \frac{23163}{2048} \\ & - \frac{1475275}{32768} + \frac{2025}{1024} + \frac{34515}{2048} + \frac{2374695}{32768} + \frac{22809601}{81920} - \frac{2835}{64} \\ & - \frac{11097}{64} - \frac{270291}{1024} - \frac{6509873}{61440} + \frac{6515}{768} - \frac{85}{768} - \frac{105}{64} + \frac{3333}{512} \\ & - \frac{17001}{1024} - \frac{3021}{64} - \frac{1365}{64} + \frac{3315}{1024} + \frac{1875}{2048} - \frac{21003}{4096} - \frac{3465}{512} \\ & - \frac{6945}{1024} - \frac{161469}{4096} - \frac{29925}{512} - 25 = \frac{626722929}{163840} \end{aligned} \right\} m^3$$

$$\cos 2Ev + c'mv \quad e' \left\{ \begin{array}{l} - \left\{ \begin{array}{l} \frac{27}{32} + \frac{171}{256} - \frac{1177}{12} - \frac{1387}{32} + \frac{1315}{8} + \frac{1539}{64} \\ - \frac{9}{8} + \frac{15}{16} + \frac{9999}{2560} - \frac{315}{64} - \frac{23331}{1280} + \frac{57}{16} + \frac{9}{32} \\ - \frac{9975}{512} - \frac{1547}{128} + \frac{663}{256} + \frac{475}{128} = \frac{29383}{3840} \end{array} \right\} m^3 \\ + \left\{ \begin{array}{l} \frac{405}{512} - \frac{13725}{256} + \frac{585}{512} + \frac{405}{128} + \frac{5355}{64} + \frac{475}{16} - \frac{3285}{256} \\ - \frac{2025}{128} + \frac{225}{2} + \frac{42405}{512} - \frac{2475}{128} - \frac{423}{64} + \frac{9}{4} + \frac{945}{128} - \frac{567}{32} \\ - \frac{7101}{64} - \frac{56259}{256} + \frac{2295}{128} + \frac{1}{32} - \frac{387}{64} + \frac{33753}{256} - \frac{2205}{128} \\ - \frac{32585}{2048} + \frac{2025}{2048} + \frac{135}{32} + \frac{45}{32} - \frac{1575}{128} - \frac{2625}{1024} + \frac{675}{128} + \frac{525}{256} \\ - \frac{11565}{512} + \frac{3675}{256} + \frac{23685}{512} - \frac{5355}{128} + \frac{1125}{1024} = - \frac{26853}{1024} \end{array} \right\} m^5 e^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv \quad e' \left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} \frac{189}{32} + \frac{3591}{256} + \frac{1177}{12} + \frac{1387}{32} - \frac{1315}{8} - \frac{1539}{64} \\ + \frac{9}{8} + \frac{105}{16} + \frac{23331}{512} + \frac{189}{32} + \frac{399}{16} - \frac{15}{64} \\ - \frac{3333}{1280} - \frac{221}{128} - \frac{475}{512} + \frac{7785}{256} + \frac{3325}{128} = \frac{413711}{3840} \end{array} \right\} m^3 \\ + \left\{ \begin{array}{l} \frac{32025}{256} - \frac{945}{512} + \frac{71055}{512} - \frac{2835}{128} + \frac{5355}{64} + \frac{475}{16} - \frac{3285}{256} \\ + \frac{57375}{256} + \frac{57825}{512} - \frac{1485}{128} - \frac{2475}{128} - \frac{423}{64} + \frac{9}{4} - \frac{1905}{64} \\ + \frac{567}{32} + \frac{10149}{64} + \frac{101259}{256} - \frac{8925}{128} - \frac{1}{32} + \frac{263}{64} - \frac{18753}{256} \\ + \frac{42525}{2048} + \frac{227745}{2048} - \frac{945}{32} - \frac{315}{32} + \frac{225}{128} + \frac{315}{128} + \frac{1125}{1024} \\ - \frac{1575}{256} + \frac{195}{512} - \frac{2625}{128} + \frac{575}{16} + \frac{44975}{512} + \frac{765}{128} - \frac{7875}{1024} = \frac{1273579}{1024} \end{array} \right\} m^5 e^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv \quad e'^2 \left\{ \left(\frac{27}{16} + \frac{63}{16} = \frac{45}{8} \right) m^4 + \left(\frac{27}{16} + \frac{189}{32} = \frac{243}{32} \right) m^5 \right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv - cv \quad ei' \left\{\begin{array}{l} -\frac{405}{128}+\frac{351}{2048}-\frac{915}{64}-\frac{285}{64}+\frac{5885}{32}+\frac{56283}{512}+\frac{3825}{32} \\ +\frac{1425}{32}-\frac{27}{32}-\frac{8483}{256}-\frac{101259}{1024}-\frac{223909587}{65536}-\frac{2295}{512} \\ -\frac{29085}{2048}-\frac{189}{8}+\frac{1539}{16}+\frac{5}{4}+\frac{16065}{1024}+\frac{136815}{2048} \\ -\frac{3699}{512}-\frac{135}{256}+\frac{9}{4}-\frac{85}{8}-\frac{4725}{1024}+\frac{735}{64}+\frac{1995}{64} \\ +\frac{675}{512}+\frac{35}{32}-\frac{285}{32}=-\frac{192313921}{65536} \end{array}\right\} m^6$$

$$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad ei' \left\{\begin{array}{l} \frac{945}{128}+\frac{42633}{2048}+\frac{6405}{64}+\frac{5985}{64}+\frac{5886}{32}+\frac{56283}{512}+60 \\ +\frac{1045}{32}+\frac{27}{32}+\frac{2367}{256}+\frac{56259}{1024}+\frac{4825167}{16384}+\frac{8925}{512} \\ +\frac{271195}{2048}-\frac{189}{8}+\frac{1539}{16}-\frac{35}{4}+\frac{2835}{256}+\frac{25893}{512} \\ -\frac{765}{1024}-\frac{19545}{2048}+\frac{5}{8}-\frac{63}{4}+\frac{675}{1024}-\frac{105}{64}-\frac{95}{64} \\ -\frac{4725}{512}+\frac{115}{6}+\frac{8325}{96}=\frac{61922725}{49152} \end{array}\right\} m^6$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv - cv \quad ei'^2 \left\{\begin{array}{l} \left(\frac{81}{128}+\frac{189}{64}=\frac{459}{128}\right) m^3 \\ +\left(\frac{7191}{1024}+\frac{81}{128}-\frac{27}{4}+\frac{567}{128}+\frac{16569}{512}-\frac{63}{4}=\frac{22473}{1024}\right) m^5 \end{array}\right\}$$

$$\cos Ev \quad b^2 \left\{\begin{array}{l} -\frac{405}{256}-\frac{2187}{512}+\frac{45}{64}+\frac{243}{64}+\frac{9153}{512}+\frac{189063}{2048}-\frac{75}{256}-\frac{2325}{1024}-\frac{13817}{1024} \\ +\frac{9}{16}-\frac{1119}{64}-\frac{323}{32}-\frac{8}{3}-\frac{317}{64}-\frac{475}{96}-\frac{40}{9}+\frac{25}{32}+\frac{1875}{2048}=\frac{1860977}{36864} \end{array}\right\} m^6$$

$$\cos Ev - cv \quad eb^2 \left\{\begin{array}{l} -\frac{1215}{1024}-\frac{18723}{512}-\frac{3645}{128}-\frac{45}{128}-\frac{135}{128}-\frac{10425}{4096}+\frac{45}{1024} \\ -\frac{20745}{4096}-\frac{945}{64}-\frac{729}{16}-\frac{9153}{128}-\frac{25}{192}+\frac{775}{256}+\frac{135}{128} \\ -\frac{16785}{512}-\frac{13107}{512}-\frac{89193}{4096}+\frac{45}{32}+\frac{1587}{256}+\frac{95}{64}+\frac{225}{128} \\ +\frac{165}{128}+\frac{1375}{512}+\frac{2295}{256}+\frac{475}{64}+\frac{375}{512}=-\frac{2820481}{12288} \end{array}\right\} m^5$$

$$\cos Ev + cv \quad cb^2 \left\{ \begin{array}{l} -\frac{675}{128} + \frac{135}{128} + \frac{4203}{1024} + \frac{255}{512} + \frac{5}{16} - \frac{81}{16} + \frac{27}{64} \\ + \frac{75}{64} - \frac{813}{128} - \frac{95}{32} - \frac{375}{128} - \frac{1285}{256} + \frac{75}{64} = -\frac{19328}{1024} \end{array} \right\} m^4$$

$$\cos 3Ev - cv \quad cb^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{135}{128} + \frac{4203}{1024} - \frac{243}{16} - \frac{135}{16} - \frac{765}{128} \\ -\frac{771}{256} - \frac{813}{128} - \frac{95}{32} - \frac{225}{128} = -\frac{39457}{1024} \end{array} \right\} m^4$$

$$\cos 4Ev \quad \left\{ -\frac{16}{3} - \frac{19}{8} - \frac{3}{4} = -\frac{203}{24} \right\} m^6$$

$$\cos 4Ev - cv \quad e \left\{ -\frac{45}{32} - \frac{771}{128} - \frac{39193}{2048} - \frac{1416863}{24576} + \frac{63}{4} + \frac{57}{2} + \frac{64}{3} = -\frac{152665}{8192} \right\} m^6$$

$$\cos 4Ev + c'mv \quad e' \left\{ \left(\frac{3}{8} + \frac{19}{32} + \frac{19}{16} + \frac{3}{16} = \frac{75}{32} \right) m^5 - \left(\frac{45}{64} + \frac{45}{128} + \frac{15}{8} + \frac{15}{16} = \frac{495}{128} \right) m^3 e^2 \right\}$$

$$\cos 4Ev - c'mv \quad e' \left\{ \begin{array}{l} -\left(\frac{21}{8} + \frac{399}{32} + \frac{63}{16} + \frac{183}{16} = \frac{875}{32} \right) m^5 \\ + \left(\frac{105}{64} + \frac{315}{128} + \frac{35}{8} + \frac{105}{16} = \frac{1925}{128} \right) m^3 e^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 4Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ \begin{array}{l} -\frac{18225}{8192} - \frac{11475}{512} - \frac{135}{64} - \frac{903}{256} - \frac{62219}{4096} - \frac{1357765}{49152} \\ -\frac{30375}{4096} + \frac{945}{512} + \frac{16191}{128} + \frac{117579}{512} + \frac{1416863}{6144} + \frac{66885}{2048} \\ + \frac{35891}{1024} + \frac{106}{3} + \frac{7375}{288} - \frac{675}{128} - \frac{3375}{1024} + \frac{75}{128} = \frac{92662055}{147456} \end{array} \right\} m^6$$

$$\cos 4Ev + c'mv - cv \quad ee' \left\{ \begin{array}{l} \frac{45}{32} - \frac{39}{256} - \frac{55915}{1024} - \frac{9}{2} - \frac{19}{8} + \frac{45}{256} + \frac{771}{512} \\ + \frac{39193}{4096} + \frac{9}{8} - \frac{19}{4} + \frac{675}{512} - \frac{45}{16} = -\frac{221571}{4096} \end{array} \right\} m^5$$

$$\cos 4Ev - c'mv - cv \quad ee' \left\{ \begin{array}{l} -\frac{105}{32} - \frac{4737}{256} - \frac{67497}{512} + \frac{63}{2} + \frac{399}{8} - \frac{4995}{256} - \frac{19191}{512} \\ -\frac{274351}{4096} + \frac{351}{8} + \frac{133}{4} - \frac{675}{512} - \frac{45}{16} = -\frac{210723}{4096} \end{array} \right\} m^5.$$

177. Avant de réunir les termes qui composent la valeur de Y, je vais ajouter à chacune des trois fonctions $-B$, A, AB le terme de la forme $\cos cv\ e(Km^5 e'^2)$, à cause qu'il donne dans le produit $2Y.e\cos cv$ un terme qui fait partie de la valeur de Π. Pour cela je prends d'abord dans les pages 256 et 285 le terme

$$-\mu^2 . \int R_1 dv = \cos cv \quad e\left\{-\frac{430587}{256} m^5 \varepsilon'^2 - \left(\frac{135}{8} + \frac{135}{8} = \frac{135}{4}\right) m^5 (\varepsilon'^2 - E'^2)\right\}.$$

Ensuite je calcule ainsi qu'il suit les supplémens relatifs aux différentes fonctions que nous venons de considérer depuis le n.° 169.

Produits partiels de $\left(-\mu^2 \int R_1 dv\right)^2$

Multiplicateur	Produit
$2\cos 2Ev$	$\cos cv \quad e\left(\frac{27}{4} m^5 \varepsilon'^2 + \frac{45}{8} m^5 \varepsilon'^2 + \frac{135}{8} m^5 \varepsilon'^2 + \frac{45}{8} m^5 \varepsilon'^2\right)$
	$\cos cv \quad e\left(\frac{11}{4} m^5 \varepsilon'^2 + \frac{15}{8} m^5 \varepsilon'^2 - \frac{5}{8} m^5 \varepsilon'^2 + \frac{15}{8} m^5 \varepsilon'^2\right)$
$2\cos 2Ev - c'mv$	$\cos cv \quad e\left(\frac{105}{64} m^5 \varepsilon'^2 - \frac{441}{32} m^5 \varepsilon'^2\right)$
	$\cos cv \quad e\left(-\frac{7371}{64} m^5 \varepsilon'^2 - \frac{1323}{32} m^5 \varepsilon'^2\right)$
$2\cos 2Ev + c'mv$	$\cos cv \quad e\left(-\frac{25}{64} m^5 \varepsilon'^2 - \frac{3}{32} m^5 \varepsilon'^2\right)$
	$\cos cv \quad e\left(\frac{27}{64} m^5 \varepsilon'^2 - \frac{9}{32} m^5 \varepsilon'^2\right)$

La réunion de ces termes donne

$$\left(-\mu^2 \int R_1 dv\right)^2 = \cos cv \quad e\left(-\frac{513}{4} m^5 \varepsilon'^2\right):$$

de sorte que on a

$$-B = \cos cv \quad e\left\{-\left(\frac{430587}{256} - \frac{1539}{8} = \frac{381339}{256}\right) m^5 \varepsilon'^2 - \frac{135}{4} m^5 (\varepsilon'^2 - E'^2)\right\}.$$

Produits partiels de $4\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$

Multiplicateur	Produit
$2\cos c'mv$	$\cos cv \quad e\left(\frac{52299}{128} m^5 \varepsilon'^2 - \frac{5265}{32} m^5 \varepsilon'^2\right)$
	$\cos cv \quad e\left(-\frac{106659}{128} m^5 \varepsilon'^2 + \frac{5265}{32} m^5 \varepsilon'^2\right)$

$$\cos 2Ev \ldots\ldots\ldots\ldots \left\{\begin{array}{l} \cos cv \quad e\left\{\begin{array}{l} \frac{426025}{768} m^5 \varepsilon'^2 - \frac{1285}{12} m^5 \varepsilon'^2 - \frac{400}{3} m^5 \varepsilon'^2 \\ - \frac{195965}{768} m^5 \varepsilon'^2 - \frac{24415}{96} m^5 \varepsilon'^2 - \frac{5495}{24} m^5 \varepsilon'^2 \end{array}\right\} \\ \cos cv \quad e\left(\frac{255}{8} m^5 \varepsilon'^2 + \frac{285}{8} m^5 \varepsilon'^2 + \frac{165}{8} m^5 \varepsilon'^2 + \frac{285}{8} m^5 \varepsilon'^2 \right) \end{array}\right.$$

$$2 \cos 2Ev + c'mv \ldots \left\{\begin{array}{l} \cos cv \quad e\left(- \frac{58971}{384} m^5 \varepsilon'^2 - \frac{247}{384} m^5 \varepsilon'^2 + \frac{1585}{96} m^5 \varepsilon'^2 \right) \\ \cos cv \quad e\left(- \frac{89}{16} m^5 \varepsilon'^2 - \frac{57}{32} m^5 \varepsilon'^2 \right) \end{array}\right.$$

$$2 \cos 2Ev - c'mv \ldots \left\{\begin{array}{l} \cos cv \quad e\left(\frac{146909}{128} m^5 \varepsilon'^2 + \frac{210007}{128} m^5 \varepsilon'^2 + \frac{35105}{32} m^5 \varepsilon'^2 \right) \\ \cos cv \quad e\left(- \frac{2583}{16} m^5 \varepsilon'^2 - \frac{8379}{32} m^5 \varepsilon'^2 \right) \end{array}\right.$$

La réunion de ces termes donne

$$4\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2 = \cos cv \quad e\left(\frac{250785}{96} m^5 \varepsilon'^2\right).$$

Produits partiels de $8\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^3 = 2\left(\frac{\delta u}{u_1}\right) \times 4\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$

Multiplicateur		Produit
$2 \cos c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{3}{2} m^2\right) \ldots$	$\cos cv \quad e\left(-\frac{165}{8} m^5 \varepsilon'^2\right)$
		$\cos cv \quad e\left(-\frac{225}{8} m^5 \varepsilon'^2\right)$
$2 \cos cv + c'mv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{9}{8} m\right) \ldots$	$\cos cv \quad e\left(-\frac{27}{2} m^5 \varepsilon'^2\right)$
$2 \cos cv - c'mv$	$e\varepsilon'\left(\frac{9}{8} m\right) \ldots$	$\cos cv \quad e\left(\frac{27}{2} m^5 \varepsilon'^2\right)$
$2 \cos 2Ev$	$\left(m^2\right) \ldots$	$\cos cv \quad e\left(3 . m^5 \varepsilon'^2\right)$
		$\cos cv \quad e\left(-18 . m^5 \varepsilon'^2\right)$
$2 \cos 2Ev - cv$	$e\left(\frac{15}{8} m\right) \ldots$	$\cos cv \quad e\left(-\frac{135}{4} m^5 \varepsilon'^2\right)$
$2 \cos 2Ev + c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{1}{2} m^2\right) \ldots$	$\cos cv \quad e\left(\frac{27}{8} m^5 \varepsilon'^2\right)$
		$\cos cv \quad e\left(\frac{9}{4} m^5 \varepsilon'^2\right)$

$$2\cos 2Ev - c'mv \qquad \varepsilon'\left(\ \frac{7}{2}m^2\right)\ldots\ldots\left\{\begin{array}{l}\cos cv \quad e\left(-\frac{441}{8}m^5\varepsilon'^2\right)\\ \cos cv \quad e\left(\ \frac{63}{4}m^5\varepsilon'^2\right)\end{array}\right.$$

$$2\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(-\frac{15}{8}m\right)\ldots\ldots\left\{\cos cv \quad e\left(\ \frac{45}{4}m^5\varepsilon'^2\right)\right.$$

$$2\cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon'\left(\ \frac{35}{8}m\right)\ldots\ldots\left\{\cos cv \quad e\left(-\frac{105}{4}m^5\varepsilon'^2\right)\right.$$

En réunissant ces termes on aura

$$8\left(\frac{\delta u}{u_i}\right)^3 = \cos cv \quad e\left(-\frac{585}{4}m^5\varepsilon'^2\right);$$

partant nous avons

$$A = \cos cv \quad e\left\{-\frac{250785}{128} - \frac{585}{8} = -\frac{260145}{128}\right\}m^5\varepsilon'^2.$$

Produits partiels de AB

Multipl.^eur	Produit
$2\cos 2Ev\ldots$	$\cos cv \quad e\left\{\begin{array}{l}-\frac{422569}{4096}m^5\varepsilon'^2 + \frac{195}{32}m^5\varepsilon'^2 + \frac{225}{64}m^5\varepsilon'^2 + \frac{195965}{4096}m^5\varepsilon'^2\\ +\frac{3855}{256}m^5\varepsilon'^2 + \frac{225}{16}m^5\varepsilon'^2 - \left(\frac{135}{32} + \frac{135}{32} = \frac{135}{16}\right)m^5(\varepsilon'^2 - E'^2)\end{array}\right\}$
	$\cos cv \quad e\left\{-\frac{1418}{128}m^5\varepsilon'^2 - \frac{135}{64}m^5\varepsilon'^2 - \frac{495}{128}m^5\varepsilon'^2 - \frac{135}{64}m^5\varepsilon'^2\right\}$
$2\cos c'mv\ldots\ldots$	$\cos cv \quad e\left(-\frac{1971}{128}m^5\varepsilon'^2\right)$
	$\cos cv \quad e\left(\ \frac{1971}{128}m^5\varepsilon'^2\right)$
$2\cos cv - c'mv\ldots\ldots$	$\cos cv \quad e\left(-\frac{675}{32}m^5\varepsilon'^2\right)$
$2\cos cv + c'mv\ldots\ldots$	$\cos cv \quad e\left(-\frac{495}{32}m^5\varepsilon'^2\right)$
$2\cos 2Ev - cv\ldots\ldots$	$\cos cv \quad e\left(-\frac{95}{4}m^5\varepsilon'^2 - \frac{45}{2}m^5\varepsilon'^2 - \frac{95}{4}m^5\varepsilon'^2 - 9.m^5\varepsilon'^2\right)$
$2\cos 2Ev + cv\ldots\ldots$	$\cos cv \quad e\left(-\frac{95}{12}m^5\varepsilon'^2 + \frac{5}{6}m^5\varepsilon'^2 - \frac{11}{3}m^5\varepsilon'^2 - \frac{95}{12}m^5\varepsilon'^2\right)$

$$2\cos 2Ev - c'mv \ldots \begin{cases} \cos cv \quad e\left(-\frac{472179}{2048}m^5\varepsilon'^2 - \frac{99477}{1024}m^5\varepsilon'^2 - \frac{11655}{256}m^5\varepsilon'^2\right) \\ \cos cv \quad e\left(\frac{8883}{256}m^5\varepsilon'^2 + \frac{3969}{256}m^5\varepsilon'^2\right) \end{cases}$$

$$2\cos 2Ev + c'mv \ldots \begin{cases} \cos cv \quad e\left(\frac{55915}{2048}m^5\varepsilon'^2 + \frac{89}{1024}m^5\varepsilon'^2 - \frac{45}{256}m^5\varepsilon'^2\right) \\ \cos cv \quad e\left(\frac{279}{256}m^5\varepsilon'^2 + \frac{27}{256}m^5\varepsilon'^2\right) \end{cases}$$

$$2\cos 2Ev + c'mv - cv \ldots \left\{ \cos cv \quad e\left(\frac{19}{16}m^5\varepsilon'^2 - \frac{9}{16}m^5\varepsilon'^2\right)\right.$$

$$2\cos 2Ev + c'mv + cv \ldots \left\{ \cos cv \quad e\left(\frac{19}{48}m^5\varepsilon'^2 + \frac{25}{48}m^5\varepsilon'^2\right)\right.$$

$$2\cos 2Ev - c'mv - cv \ldots \left\{ \cos cv \quad e\left(\frac{2798}{16}m^5\varepsilon'^2 + \frac{2457}{16}m^5\varepsilon'^2\right)\right.$$

$$2\cos 2Ev - c'mv + cv \ldots \left\{ \cos cv \quad e\left(\frac{931}{16}m^5\varepsilon'^2 - \frac{35}{16}m^5\varepsilon'^2\right).\right.$$

La réunion de ces termes donne

$$AB = \cos cv \quad e\left\{-\frac{80991}{1024}m^5\varepsilon'^2 - \frac{135}{16}m^5(\varepsilon'^2 - E'^2)\right\}.$$

178. Maintenant, si l'on fait la réunion des termes compris dans les trois fonctions A, $-B$, et AB, il viendra

$$Y = A - B + AB =$$

$$\cos ov \left\{ \begin{array}{l} -\left(\frac{13041}{128} + \frac{334753}{96} + \frac{66407}{64} = \frac{1776577}{384}\right) m^4 \varepsilon'^2 \\ -\left(\frac{9369}{16} + \frac{3732579}{128} + \frac{2765667}{1024} = \frac{33225915}{1024}\right) m^5 e^2 \varepsilon'^2 \\ -\left\{\left(\frac{81}{32} + \frac{27}{2} = \frac{513}{32}\right) m^4 - \frac{1215}{64} m^5 e^2 \right\} (\varepsilon'^2 - E'^2) \end{array} \right\}$$

$$\cos c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{653227859}{27648} - \frac{32461549}{6144} - \frac{10463771}{13824} = \frac{972446693}{55296}\right) m^3 \\ + \left(\frac{2294796603}{32768} - \frac{305587327}{12288} + \frac{150930819}{16384} = \frac{5845273107}{98304}\right) m^6 e^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos cv \quad e\left\{\begin{array}{l} -\left(\frac{90097}{512}+\frac{58585}{512}+\frac{17467}{6144}^{(*)}=\frac{1801651}{6144}\right)m^5-\left(\frac{165}{8}+\frac{165}{32}+\frac{165}{8}=\frac{1485}{32}\right)m^3\varepsilon'^2 \\ -\left(\frac{8325}{128}-\frac{405}{32}-\frac{3815}{128}=\frac{1695}{64}\right)m^3e^2+\left(\frac{1431}{128}+\frac{39}{128}+\frac{153}{32}=\frac{1041}{64}\right)m^3\gamma^2 \\ -\left(\frac{4096357}{6144}+\frac{183067}{24576}+\frac{2636771}{6144}=\frac{27115579}{24576}\right)m^6+\frac{447}{256}m^2e^2\varepsilon'^2-\frac{69}{256}m^2\gamma^4 \\ -\left(\frac{16401}{64}+\frac{4545}{256}+\frac{13305}{64}=\frac{123369}{256}\right)m^4\varepsilon'^2+\frac{195}{128}m^2\varepsilon'^2\gamma^2 \\ -\left(\frac{650349}{2048}-\frac{409641}{4096}-\frac{585}{8}=\frac{591537}{4096}\right)m^4e^2-\frac{3375}{512}m^2e^4 \\ +\left(\frac{3525}{128}+\frac{491}{128}+\frac{254145}{4096}=\frac{382657}{4096}\right)m^4\gamma^2+\frac{4455}{256}m^2e^2\gamma^2-\frac{21}{16}e^2\gamma^4 \\ -\left(\frac{675}{256}-\frac{225}{256}=\frac{225}{128}\right)m^2b^4-\left(\frac{881339}{256}+\frac{260145}{128}+\frac{80991}{1024}=\frac{3687507}{1024}\right)m^5\varepsilon'^2 \\ -\left(\frac{135}{4}+\frac{135}{16}=\frac{675}{16}\right)m^5(\varepsilon'^2-E'^2) \end{array}\right\}$$

$$\cos 2cv \quad e^2\left\{\begin{array}{l} \frac{3}{2}m^2\varepsilon'^2-\left(\frac{225}{128}-\frac{5}{32}=\frac{205}{128}\right)m^2e^2-\left(\frac{45}{128}+\frac{177}{512}=\frac{357}{512}\right)m^2\gamma^2-\frac{5}{8}\gamma^4 \\ -\frac{5}{32}e^2\gamma^2+\left(\frac{57979009}{245760}+\frac{399515671}{737280}+\frac{11215091}{184320}=\frac{103052177}{122880}\right)m^6 \end{array}\right\}$$

$$\cos cv+c'mv \quad e\varepsilon'\left\{-\frac{9116862877}{589824}-\frac{3121465}{6144}+\frac{2193005}{24576}=-\frac{9363891397}{589824}\right\}m^6$$

$$\cos cv-c'mv \quad e\varepsilon'\left\{\frac{30894803633}{589824}-\frac{2124487}{384}-\frac{6005407}{12288}=\frac{27348382065}{589824}\right\}m^6$$

$$\cos cv+2c'mv \quad e\varepsilon'^2\left\{-\frac{555}{32}-\frac{1875}{16}-\frac{765}{128}=-\frac{17985}{128}\right\}m^3$$

$$\cos 2Ev \quad \left\{\frac{2973479}{76800}+\frac{1162917689}{4665600}+\frac{963151}{9600}=\frac{7246591697}{18662400}\right\}m^3$$

$$\cos 2Ev-cv \quad e\left\{\frac{7501230667901}{1274019840}+\frac{3850217}{4096}+\frac{54354859}{122880}=\frac{9262853341693}{1274019840}\right\}m^7$$

$$\cos 2Ev+c'mv \quad \varepsilon'\left\{\begin{array}{l} -\left(\frac{6799591}{9720}-\frac{343907}{20480}+\frac{29383}{3840}=\frac{107108677}{155520}\right)m^7 \\ +\left(\frac{342969}{1024}-\frac{35085311}{442368}-\frac{26853}{1024}=\frac{101476801}{442368}\right)m^5e^2 \end{array}\right\}$$

(*) Voyez p. 544.

$$\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{553847}{720} - \frac{12384239}{20180} + \frac{413711}{3840} = \frac{50184809}{184320}\right) m^7 \\ -\left(\frac{412490501}{49152} - \frac{488251}{1024} - \frac{1273579}{1024} = \frac{837022661}{49152}\right) m^5 e^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ \frac{4047150985207}{2548039680} - \frac{104372617277}{31457280} + \frac{626722929}{163840} = \frac{2669881988789}{1274019840} \right\} m^7$$

$$\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ \frac{415399115833}{5308416} - \frac{14483667}{4096} - \frac{192313921}{65536} = \frac{95262713825}{1327104} \right\} m^6$$

$$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ \frac{61922725}{49152} + \frac{8816719}{4096} - \frac{7132718669}{589824} = -\frac{5120038433}{589824} \right\} m^6$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv \quad \varepsilon'^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{201}{4} + \frac{5248}{9} + \frac{45}{8} = \frac{45967}{72}\right) m^4 \\ +\left(\frac{201}{2} + \frac{2202769}{864} + \frac{243}{32} = \frac{1148081}{432}\right) m^5 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{398293}{768} - \frac{4437}{32} + \frac{459}{128} = \frac{289559}{768}\right) m^3 \\ +\left(\frac{113372077}{73728} - \frac{116919}{256} + \frac{22473}{1024} = \frac{81317461}{73728}\right) m^4 \end{array} \right\}$$

$$\cos Ev \quad b^2 \left\{ \frac{1860977}{36864} + \frac{1671463}{3072} - \frac{34826231}{4096} = -\frac{145758773}{18432} \right\} m^6$$

$$\cos Ev + cv \quad eb^2 \left\{ \frac{83477}{3072} - \frac{17463}{512} - \frac{19323}{1024} = -\frac{89635}{1536} \right\} m^4$$

$$\cos Ev - cv \quad eb^2 \left\{ \frac{110540521}{98304} - \frac{60444893}{82768} - \frac{2820481}{12288} = -\frac{46679003}{49152} \right\} m^5$$

$$\cos Ev + c'mv \quad \varepsilon' b^2 \left\{ -\frac{17089}{96} m^3 - \frac{375}{8} m \varepsilon'^2 + 130.me^2 - \frac{825}{16} m\gamma^2 \right\} \quad (*)$$

$$\cos 3Ev - cv \quad eb^2 \left\{ \frac{1181543}{8192} - \frac{8505}{256} - \frac{89457}{1024} = \frac{598727}{8192} \right\} m^4$$

$$\cos 4Ev \quad \left\{ -\frac{707}{96} - \frac{174181}{3600} - \frac{203}{24} = -\frac{462287}{7200} \right\} m^6$$

$$\cos 4Ev - cv \quad e \left\{ -\frac{1373523689}{1843200} - \frac{31795}{2048} - \frac{152665}{8192} = -\frac{718244407}{921600} \right\} m^6$$

$$\cos 4Ev + c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \left(\frac{663}{256} + \frac{3333}{320} + \frac{75}{32} = \frac{19647}{1280}\right) m^5 - \left(\frac{675}{128} + \frac{315}{16} + \frac{495}{128} = \frac{1845}{64}\right) m^3 e^2 \right\}$$

(*) Voyez p. 805 du second volume

$$\cos 4Ev - c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\left(\frac{7735}{256} + \frac{7777}{64} + \frac{875}{32} = \frac{45843}{256}\right) m^5 \\ +\left(\frac{2625}{128} + \frac{635}{8} + \frac{1925}{128} = \frac{7355}{64}\right) m^3 e^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 4Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ \frac{92662055}{147456} + \frac{2568473}{16384} - \frac{105872563909}{39321600} = -\frac{218131042127}{117964800} \right) m^6$$

$$\cos 4Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ -\frac{4116981}{20480} - \frac{70185}{1024} - \frac{221571}{4096} = -\frac{828567}{2560} \right\} m^5$$

$$\cos 4Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ -\frac{64193633}{36864} - \frac{51937}{9216} - \frac{210723}{4096} = -\frac{230201}{128} \right\} m^5$$

179. En ayant sous les yeux cette valeur de Y; celle posée dans les pages 550-554; et celle qui occupe les pag. 796-808 du second volume, on trouvera aisément que le produit $\left(1 - \frac{X}{\lambda}\right) Y$ donne dans les cas actuel les termes suivans.

Produits partiels de $\left(1 - \frac{X}{\lambda}\right) Y$

Multiplicateur . . . . . $2 \cos cv \quad e\left(1 - \frac{1}{4}\gamma^2\right)$

Produit

$$\cos 0v \quad \left(-\frac{3687507}{1024} m^5 e^2 \varepsilon'^2 - \frac{675}{16} m^3 e^2 (\varepsilon'^2 - E'^2)\right)$$

$$\cos cv \quad e \left\{ \begin{array}{l} -\frac{431}{16} m^5 + \frac{45}{32} m^3 \gamma^2 - \frac{9125}{128} m^4 e^2 - \frac{8651}{96} m^6 - \frac{2997}{64} m^4 \varepsilon'^2 - \frac{795601}{2048} m^4 e^2 \\ +\frac{1017}{128} m^4 \gamma^2 + \frac{23}{128} m^2 \gamma^4 - \frac{659}{32} m^2 e^4 - \frac{1461}{64} m^2 e^2 \varepsilon'^2 - \frac{675}{256} m^2 b^4 \\ -\frac{119}{64} e^2 \gamma^4 - \frac{5}{16} e^4 \gamma^2 - \frac{75}{16} b^4 \varepsilon'^2 + \frac{171}{128} m^4 \gamma^2 + \frac{675}{256} m^2 e^2 \gamma^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos cv \quad e \left\{ \begin{array}{l} \frac{675}{64} m^3 e^2 + \frac{135}{64} m e^2 \gamma^2 - \frac{1}{4} m^2 e^2 \gamma^2 + \frac{5}{32} e^2 \gamma^4 + \frac{103062177}{122880} m^6 \\ -\frac{5}{32} e^4 \gamma^2 - \frac{5}{8} e^2 \gamma^4 + \frac{3}{2} m^2 e^2 \varepsilon'^2 - \frac{203}{128} m^2 e^4 - \frac{357}{512} m^2 e^2 \gamma^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2cv \quad e^2 \left(\frac{135}{128} m^2 \gamma^2 - \frac{241}{32} m^2 e^2 + \frac{5}{16} e^2 \gamma^2 - \frac{7}{32} \gamma^4 - \frac{27115579}{24576} m^6 \right)$$

$$\cos c'mv \quad \varepsilon' \left(-\frac{9363891397}{589824} m^6 e^2 \right)$$

$$\cos c'mv \quad \varepsilon' \left(\frac{27343332065}{589824} m^6 e^2 \right)$$

$+$

Produit

$\cos cv + c'mv$	$e\varepsilon'\left(\frac{569279}{384}\,m^6\right)$
$\cos cv - c'mv$	$e\varepsilon'\left(\frac{569279}{384}\,m^6\right)$
$\cos 2Ev - cv$	$e\left(\frac{148527101}{1244160}\,m^7\right)$
$\cos 2Ev - 2cv$	$e^2\left(\frac{9262853841693}{1274019840}\,m^7\right)$
$\cos 2Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{5299087}{82944}\,m^6\right)$
$\cos 2Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{2881691}{3072}\,m^6\right)$
$\cos 2Ev + c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{2395316041}{221184}\,m^5e^2\right)$
$\cos 2Ev - c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{8534525}{24576}\,m^5e^2\right)$
$\cos 2Ev + c'mv$	$\varepsilon'\left(\frac{8550745}{13824}\,m^5e^2\right)$
$\cos 2Ev - c'mv$	$\varepsilon'\left(-\frac{555957}{512}\,m^5e^2\right)$
$\cos 2Ev - 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2\left(\frac{1445}{12}\,m^3 + \frac{45967}{72}\,m^4\right)$
$\cos Ev + cv$	$eb^2\left(-\frac{14431}{64}\,m^4\right)$
$\cos Ev - cv$	$eb^2\left(-\frac{2003929}{1536}\,m^5\right)$
$\cos 3Ev - cv$	$eb^2\left(\frac{5601}{128}\,m^4\right)$
$\cos Ev + c'mv$	$\varepsilon'b^2\left(-\frac{45}{4}\,m\,e^2\right)$
$\cos Ev + c'mv$	$\varepsilon'b^2\left(\frac{45}{8}\,m\,e^2\right)$
$\cos 4Ev - cv$	$e\left(-\frac{462287}{7200}\,m^6\right)$
$\cos 4Ev - 2cv$	$e^2\left(-\frac{718244407}{921600}\,m^6\right)$
$\cos 4Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(\frac{19647}{1280}\,m^5\right)$
$\cos 4Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon'\left(-\frac{45843}{256}\,m^5\right)$

Multiplicateur . . . . $2\cos 2cv\ e^2\left(-\frac{3}{4}\right)$

Produit

$$\begin{cases} \cos 2cv & e^2\left(\frac{2025}{256}m^4e^2+\frac{8851}{128}m^6\right) \\ \cos cv & e\left\{\begin{matrix}\frac{1215}{128}m^3e^2+\frac{26769}{512}m^4e^2-\frac{405}{512}m^2e^2\gamma^2 \\ +\frac{728}{128}m^2e^4-\frac{15}{64}e^4\gamma^2+\frac{21}{128}e^2\gamma^4\end{matrix}\right\} \\ \cos cv & e\left(\frac{39}{64}m^2e^4-\frac{15}{64}e^4\gamma^2\right) \\ \cos 2Ev-2cv & e^2\left(-\frac{148527101}{1658880}m^7\right) \\ \cos 4Ev-2cv & e^2\left(\frac{462287}{9600}m^6\right) \end{cases}$$

Multiplicateur	Produit
$2\cos 2gv-cv\ e\gamma^2\left(\frac{3}{8}\right)$	$\cos cv\ e\left(\frac{3}{8}m^2\gamma^4+\frac{21}{64}e^2\gamma^4\right)$
$2\cos 2gv+cv\ e\gamma^2\left(\frac{3}{8}\right)$	$\cos cv\ e\left(\frac{3}{8}m^2\gamma^4+\frac{21}{64}e^2\gamma^4\right)$
$2\cos 3cv\ \ e^3\left(\frac{1}{2}\right)$	$\cos cv\ e\left(\frac{1}{2}m^2e^4-\frac{5}{16}\gamma^2e^4\right)$.

180. D'après ce qui a été dit dans les pag. 559 et 560, on doit ici ajouter à la valeur de $\frac{1+\zeta}{1+\Pi}-1$ les termes du sixième ordre

$$-\frac{8851}{192}m^6-\frac{509965}{4096}m^4e^2 \text{ etc.}$$

$$+\left\{-\frac{2187}{128}m^4+\frac{1461}{128}m^2e^2+\frac{525}{128}m^2\gamma^2+\frac{75}{32}b^4\right\}(\varepsilon'^2-E'^2)+\frac{15}{8}m^2(\varepsilon'^4-E'^4)$$

pris dans les pages 822 et 852 du vol. 2, et ensuite tenir compte des termes suivans dans la formation de l'expression de $\frac{d.\delta nt}{dv}$; savoir

$$\left(\frac{1+\zeta}{1+\Pi}-1\right)\left\{\left(1-\frac{X}{\lambda}\right)Y-Y-\Pi\right\}=$$

$$\begin{matrix} \cos 2cv & e^2\left(\frac{171}{64}m^6\right) \\ \cos c'mv & \varepsilon'\left(\frac{125685}{1024}m^6+\frac{496125}{2048}m^6e^2-\frac{4617}{512}m^4e^2-\frac{8851}{64}m^6-\frac{1529895}{4096}m^6e^2\right) \\ \cos cv-c'mv & e\varepsilon'\left(\frac{3879}{128}m^6+\frac{214947}{2048}m^6\right) \end{matrix}$$

$\cos cv + c'mv \quad ee'\left(-\frac{3879}{128}m^6 - \frac{118508}{2048}m^6\right)$

$\cos 2Ev \quad \left(\frac{30635}{384}m^4 + \frac{10241}{256}m^5 + \frac{97361}{768}m^6\right)$

$\cos 2Ev - cv \quad e\left(\frac{71115}{512}m^5 + \frac{1529037}{16384}m^6 + \frac{44255}{256}m^7\right)$

$\cos 2Ev + c'mv \quad e'\left(-\frac{4741}{256}m^5 - \frac{65835}{2048}m^3e^2 - \frac{4815}{1024}m^6 - \frac{10125}{2048}m^5e^2 + \frac{7695}{512}m^4e^2\right)$

$\cos 2Ev - c'mv \quad e'\left(\frac{33187}{256}m^5 + \frac{460815}{2048}m^3e^2 + \frac{101745}{1024}m^6 + \frac{401645}{2048}m^5e^2 - \frac{17955}{512}m^5e^2\right)$

$\cos 2Ev - 2cv \quad e^2\left(-\frac{19395}{256}m^5 - \frac{39843}{2048}m^6\right)$

$\cos 2Ev + c'mv - cv \quad ee'\left(-\frac{6465}{128}m^4 + \frac{17955}{2048}m^4\right)$

$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad ee'\left(\frac{15065}{128}m^4 + \frac{159885}{2048}m^4\right)$

$\cos Ev \quad b^2\left(-\frac{6465}{256}m^4 - \frac{9069}{256}m^4\right)$

$\cos 4Ev - 2cv \quad e^2\left(-\frac{115425}{8192}m^4\right).$

$$\left(\frac{1+\zeta}{1+\Pi} - 1\right)\left\{\cos cv \; e\left(-2 + \frac{1}{2}\gamma^2\right) + \cos 2cv \; e^2\left(\frac{3}{2}\right) + \cos 2gv \; \gamma^2\left(\frac{1}{2}\right)\right\} =$$

$$\cos cv \quad e\left\{\begin{array}{l} \frac{171}{32}m^4 + \frac{675}{64}m^2e^2 + \frac{431}{16}m^5 - \frac{45}{32}m^3\gamma^2 + \frac{5985}{128}m^3e^2 + \frac{8851}{96}m^6 \\ + \frac{509965}{2048}m^4e^2 + \frac{2997}{64}m^4e'^2 - \frac{1017}{128}m^4\gamma^2 - \frac{87}{128}m^2\gamma^4 + \frac{129}{32}m^2e^4 \\ + \frac{135}{64}m^2e^2\gamma^2 + \frac{1461}{64}m^2e^2e'^2 + \frac{15}{8}e^4\gamma^2 - \frac{21}{64}e^2\gamma^4 + \frac{675}{256}m^2b^4 \\ + \frac{75}{16}b^4e'^2 - \frac{171}{128}m^4\gamma^2 - \frac{675}{256}m^2e^2\gamma^2 - \frac{15}{4}m^2\left(e'^4 - E'^4\right) \\ - \left\{3.m^2 - \frac{2187}{64}m^4 + \frac{1461}{64}m^2e^2 + \frac{525}{64}m^2\gamma^2 + \frac{75}{16}b^4 - \frac{3}{4}m^2\gamma^2\right\}\left(e'^2 - E'^2\right) \end{array}\right\}.$$

$\cos 2cv \quad e^2\left(-\frac{2025}{256}m^2e^2 - \frac{8851}{128}m^6\right)$

$\cos 2gv \quad \gamma^2\left(-\frac{171}{128}m^4\right).$

181. Avant d'aller plus loin, remarquons, que, en égalant à zéro le coefficient de $\cos o v$ qui entre dans le développement de la fonction $\left(1-\frac{X}{\lambda}\right)Y-Y-\Pi$, on obtient

$$\Pi = \frac{1776577}{384}m^7\varepsilon'^2+\left(\frac{33225915}{1024}-\frac{3687507}{1024}=\frac{3692301}{128}\right)m^5e^2\varepsilon'^2$$
$$+\left\{\frac{513}{32}m^7-\left(\frac{1215}{64}+\frac{675}{16}=\frac{3915}{64}\right)m^5e^2\right\}(\varepsilon'^2-E'^2),$$

pour la partie de la valeur de Π qui doit être ajoutée à celle trouvée dans la page 317. Cela posé, après avoir ajouté à la valeur de $\frac{a}{a_1}$ trouvée dans la page 289 les termes de l'ordre subséquent donnés dans la pag. 724, on procédera comme dans les pag. 318-321 pour obtenir les trois termes de la forme

$$(A m^6+A' m^7+A'' m^5 e^2)\int(\varepsilon'^2-E'^2)\,dv$$

qui appartiennent à l'expression de $\int\zeta dv$. Sur quoi il est essentiel d'observer que nous refaisons ici le calcul du terme multiplié par m^6 par la raison alléguée dans la page 724. Il est d'abord évident qu'il suffit, pour l'objet actuel, de réduire la valeur de $\left(\frac{a}{a_1}\right)^2(1+\Pi)$ donnée dans la page 319, à

$$\left(\frac{a}{a_1}\right)^2(1+\Pi)=\left\{2HH'+\frac{3}{2}m^2G+G'(1+m^2)\right\}(\varepsilon'^2-E'^2).$$

Or nous avons ici;

$$2HH'+G'-2H'-G'=$$
$$\left(m^2-6.m^4-\frac{149}{8}m^5+\frac{45}{8}m^3e^2\right)\left(\frac{3}{4}m^2-\frac{159}{8}m^4-\frac{4023}{32}m^5+\frac{165}{16}m^3e^2\right);$$
$$\frac{3}{2}m^2G+m^2G'=\left(\frac{1293}{64}+\frac{11637}{64}=\frac{6465}{32}\right)m^7+\left(\frac{17955}{512}+\frac{95775}{512}=\frac{56865}{256}\right)m^5e^2;$$

et par conséquent;

$$\left(\frac{a}{a_1}\right)^2(1+\Pi)=\left\{\begin{array}{l}2H'+G'+\frac{195}{64}m^6+\left(\frac{6465}{32}-\frac{447}{32}-\frac{4023}{32}=\frac{1995}{32}\right)m^7\\ \qquad+\left(\frac{56865}{256}+\frac{135}{32}+\frac{105}{16}=\frac{60585}{256}\right)m^5e^2\end{array}\right\}(\varepsilon'^2-E'^2).$$

Donc en faisant

$$2H'+G'=-\left(\frac{715027}{512}+27=\frac{729451}{512}\right)m^6+\left(\frac{1776577}{384}+\frac{513}{32}-\frac{843293}{192}=\frac{32049}{128}\right)m^7$$
$$+\left(\frac{3692301}{128}-\frac{3915}{64}-\frac{20601}{256}=\frac{7348341}{256}\right)m^5e^2,$$

on aura

$$\left(\frac{a}{a_{,}}\right)^2(1+\Pi)=-\left(\frac{729451}{512}-\frac{195}{64}=\frac{727891}{512}\right)m^6+\left(\frac{32049}{128}+\frac{1995}{32}=\frac{40029}{128}\right)m^7$$
$$+\left(\frac{60585}{256}+\frac{7348341}{256}=\frac{3704463}{128}\right)m^5e^2;$$

d'où on conclut

$$\int\left(\frac{a}{a_{,}}\right)^2(1+\Pi)\sqrt{\frac{a_{,}^3}{\sigma}}\,dv=\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.$$
$$+\left\{-\frac{727891}{512}m^6+\frac{40029}{128}m^7+\frac{3704463}{128}m^5e^2\right\}.\int(\varepsilon''-E'')\,dv.$$

En ajoutant à la valeur de n donnée dans la pag. 321 les deux termes

$$n=\sqrt{\frac{\sigma}{a_{,}^3}}\left\{\,.\,.\,.\,.\,.\,+\frac{165}{32}m^5-\frac{7425}{256}m^3e^2\right\},$$

on trouvera que la partie de la valeur de $\int\zeta dv$, dont il est ici question, est celle-ci :

$$\int\zeta dv=\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.$$
$$+\left\{\begin{array}{l}-\left(\frac{727891}{512}-\frac{1995}{128}-\frac{783}{128}=\frac{716779}{512}\right)m^6\\+\left(\frac{40029}{128}+\frac{4455}{64}+\frac{495}{64}=\frac{49929}{128}\right)m^7\\+\left(\frac{3704468}{128}-\frac{106385}{512}-\frac{22275}{512}=\frac{7844621}{256}\right)m^5e^2\end{array}\right\}.\int(\varepsilon''-E'')\,dv.$$

182. Après avoir ainsi éliminé le coefficient de *cos* σv, on trouvera, par la réunion des quatre fonctions précédentes, l'expression suivante de $\frac{d.\delta nt}{dv}$, savoir :

$$\frac{d.\delta nt}{dv} =$$

$$\left(\overset{(*)}{\frac{8239}{128}} + \frac{171}{32} = \frac{8923}{128}\right) m^4 + \left(\frac{675}{64} - \overset{(*)}{\frac{129}{64}} = \frac{273}{32}\right) m^2 e^2$$

$$+ \left(\frac{1801651}{6144} - \frac{431}{16} + \frac{431}{16} = \frac{1801651}{6144}\right) m^5$$

$$+ \left(\frac{5985}{128} + \frac{1695}{64} + \frac{675}{64} - \frac{9225}{128} + \frac{1215}{128} = \frac{2715}{128}\right) m^3 e^2 + \frac{135}{64}\, m e^2 \gamma^2$$

$$+ \frac{1485}{32} m^3 \varepsilon'^2 - \left(\frac{1041}{64} + \frac{45}{32} - \frac{45}{32} = \frac{1041}{64}\right) m^3 \gamma^2$$

$$+ \left(\frac{27115579}{24576} - \frac{8851}{96} + \frac{8851}{96} = \frac{27115579}{24576}\right) m^6$$

$$+ \left(\frac{3}{2} - \frac{447}{256} - \frac{1461}{64} + \frac{1461}{64} = -\frac{63}{256}\right) m^2 e^2 \varepsilon'^2 - \frac{195}{128} m^2 \varepsilon'^2 \gamma^2$$

$$+ \left(\frac{123369}{256} + \frac{2997}{64} - \frac{2997}{64} = \frac{123369}{256}\right) m^4 \varepsilon'^2 + \left(\frac{75}{16} - \frac{75}{16} = 0\right) b^4 \varepsilon'^2$$

$\cos cv\ e$

$$+ \left(\frac{509965}{2048} + \frac{26769}{512} - \frac{795501}{2048} + \frac{591537}{4096} = \frac{284617}{4096}\right) m^4 e^2$$

$$+ \left(-\frac{382657}{4096} + \frac{1017}{128} - \frac{1017}{128} - \frac{171}{128} + \frac{171}{128} = -\frac{382657}{4096}\right) m^4 \gamma^2$$

$$+ \left(-\frac{4455}{256} - \frac{1}{4} - \frac{357}{512} - \frac{405}{512} + \frac{135}{64} - \frac{675}{256} + \frac{675}{256} = -\frac{545}{32}\right) m^2 e^2 \gamma^2$$

$$+ \left(\frac{723}{128} + \frac{3375}{512} - \frac{205}{128} - \frac{659}{32} + \frac{39}{64} + \frac{1}{2} + \frac{129}{32} = -\frac{2465}{512}\right) m^2 e^4$$

$$+ \left(\frac{23}{128} + \frac{69}{256} + \frac{3}{8} + \frac{3}{8} - \frac{87}{128} = \frac{133}{256}\right) m^2 \gamma^4 + \left(\frac{225}{128} + \frac{675}{256} - \frac{675}{256} = \frac{225}{128}\right) m^2 b^4$$

$$+ \left(\frac{5}{32} + \frac{21}{16} - \frac{5}{8} - \frac{119}{64} + \frac{21}{128} + \frac{21}{64} + \frac{21}{64} - \frac{21}{64} = -\frac{67}{128}\right) e^2 \gamma^4$$

$$- \left(\frac{5}{32} + \frac{5}{16} + \frac{15}{64} + \frac{15}{64} + \frac{5}{16} - \frac{15}{8} = -\frac{5}{8}\right) e^4 \gamma^2 - \frac{15}{4} m^2 (\varepsilon'^4 - E'^4)$$

$$- \left\{3.m^2 - \frac{2187}{64} m^4 + \frac{1461}{64} m^2 e^2 + \left(\frac{525}{64} - \frac{3}{4} = \frac{477}{64}\right) m^2 \gamma^2 + \frac{75}{16} b^4\right\} (\varepsilon'^2 - E'^2)$$

$\cos 2cv\ e^2$

$$-\frac{3}{2} m^2 \varepsilon'^2 + \left(\frac{205}{128} - \frac{241}{32} + \frac{2025}{256} - \frac{2025}{256} = -\frac{759}{128}\right) m^2 e^2$$

$$+ \left(\frac{5}{32} + \frac{5}{16} = \frac{15}{32}\right) e^2 \gamma^2 + \left(\frac{5}{8} - \frac{7}{32} = \frac{13}{32}\right) \gamma^4 + \left(\frac{135}{128} + \frac{857}{512} = \frac{897}{512}\right) m^2 \gamma^2$$

$$- \left(\frac{103052177}{122880} + \frac{27115579}{24576} - \frac{8851}{128} - \frac{171}{64} + \frac{8851}{128} = \frac{29787719}{15360}\right) m^6$$

(*) Voyez page 823 du second volume, et page 428 de celui-ci.

$$\cos 2gv \qquad \gamma^2 \left\{ \frac{171}{128} - \frac{171}{128} - \frac{11}{32} = -\frac{11}{32} \right\} m^4 \quad (*)$$

$$\cos c'mv \qquad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\left(\frac{972446693}{55296} - \frac{125685}{1024} + \frac{8851}{64} = \frac{973806967}{55296} \right) m^8 \\ - \left\{ \begin{array}{l} \frac{5345273107}{98304} + \frac{9363891397}{589824} - \frac{27343332065}{589824} \\ - \frac{406125}{2048} + \frac{4617}{512} + \frac{1529895}{4096} = \frac{7087468819}{294912} \end{array} \right\} m^6 e^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos cv + c'mv \quad e\varepsilon' \left\{ \frac{9863891397}{589824} + \frac{569279}{384} - \frac{8879}{128} - \frac{118503}{2048} = \frac{10186300645}{589824} \right\} m^6$$

$$\cos cv - c'mv \quad e\varepsilon' \left\{ \frac{569279}{384} - \frac{27343332065}{589824} + \frac{3879}{128} + \frac{214947}{2048} = -\frac{26389140353}{589824} \right\} m^6$$

$$\cos cv + 2c'mv \quad e\varepsilon'^2 \left(\frac{17775}{128} m^3 \right)$$

$$\cos 2Ev \qquad \left\{ -\frac{7246591697}{18662400} + \frac{86635}{384} + \frac{10241}{256} + \frac{97361}{768} = -\frac{2358689497}{18662400} \right\} m^5$$

$$\cos 2Ev - cv \quad e \left\{ \begin{array}{l} -\frac{9262353341693}{1274019840} + \frac{148527101}{1244160} + \frac{71115}{512} \\ + \frac{1529937}{16384} + \frac{44253}{256} = -\frac{2864098536383}{424673280} \end{array} \right\} m^7$$

$$\cos 2Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{9262353341693}{1274019840} - \frac{2669881988789}{1274019840} - \frac{148527101}{1658880} \\ - \frac{19395}{256} - \frac{89843}{2048} = \frac{264878961379}{53084160} \end{array} \right\} m^7.$$

$$\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{107108677}{155520} - \frac{4741}{256} - \frac{4845}{1024} = \frac{827941481}{1244160} \right) m^7 \\ + \left\{ \begin{array}{l} \frac{2395316041}{221184} - \frac{101476801}{442368} - \frac{65835}{2048} - \frac{4845}{1024} \\ - \frac{19125}{2048} + \frac{7695}{512} + \frac{8550745}{13824} = \frac{1649661067}{147456} \end{array} \right\} m^5 e^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\left(\frac{50184809}{184320} - \frac{83187}{256} - \frac{101745}{1024} = \frac{7976069}{184320} \right) m^7 \\ + \left\{ \begin{array}{l} \frac{327932661}{49152} - \frac{8584525}{24576} - \frac{555957}{512} \\ + \frac{460845}{2048} + \frac{401645}{2048} - \frac{17955}{512} = \frac{270457819}{49152} \end{array} \right\} m^5 e^2 \end{array} \right\}$$

(*) Voyez la page 561, et remarquez qu'on reprend ici la considération de ce terme pour lui ajouter la partie $-\frac{171}{128}$ qui avait été omise dans la page 561.

$\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ -\frac{95262713825}{1327104} - \frac{5299087}{82944} - \frac{6465}{128} + \frac{17955}{2048} = -\frac{31800964499}{442368} \right\} m^6$

$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ \frac{5120038433}{589824} + \frac{2881691}{3072} + \frac{15085}{128} + \frac{159885}{2048} = \frac{5788881665}{589824} \right\} m^6$

$\cos 2Ev - 2c'mv \quad \varepsilon'^2 \left(-\frac{45967}{72} m^4 - \frac{1148081}{432} m^5 \right)$

$\cos 2Ev - 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2 \left\{ \begin{array}{l} -\left(\frac{289559}{768} - \frac{1445}{12} = \frac{65693}{256} \right) m^3 \\ -\left(\frac{81317461}{73728} - \frac{45967}{72} = \frac{11415751}{24576} \right) m^4 \end{array} \right\}$

$\cos Ev \quad b^2 \left\{ \frac{145758773}{18432} - \frac{6465}{256} - \frac{6669}{256} = \frac{144813125}{18432} \right\} m^6$

$\cos Ev + cv \quad eb^2 \left\{ \frac{39635}{1536} - \frac{14431}{64} = -\frac{306709}{1536} \right\} m^4$

$\cos Ev - cv \quad eb^2 \left\{ \frac{46679003}{49152} - \frac{2003929}{1536} = -\frac{5815575}{16384} \right\} m^5$

$\cos Ev + c'mv \quad \varepsilon' b^2 \left\{ \frac{17089}{96} m^3 + \frac{875}{8} m\varepsilon'^2 + \frac{825}{16} m\gamma^2 - \left(130 - \frac{45}{8} + \frac{45}{4} = \frac{1085}{8} \right) me^2 \right\}$

$\cos 3Ev - cv \quad eb^2 \left\{ -\frac{598727}{8192} + \frac{5601}{128} = -\frac{235263}{8192} \right\} m^4$

$\cos 4Ev \quad \left(\frac{462287}{7200} m^6 \right)$

$\cos 4Ev - cv \quad e \left\{ \frac{718244407}{921600} - \frac{462287}{7200} = \frac{659071671}{921600} \right\} m^6$

$\cos 4Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ \frac{218131042127}{117964800} - \frac{718244407}{921600} + \frac{462287}{9600} - \frac{115425}{8192} = \frac{14468246743}{13107200} \right\} m^6$

$\cos 4Ev + c'mv \quad \varepsilon' \left(-\frac{19647}{1280} m^5 + \frac{1845}{64} m^3 e^2 \right)$

$\cos 4Ev - c'mv \quad \varepsilon' \left(\frac{45843}{256} m^5 - \frac{7355}{64} m^3 e^2 \right)$

$\cos 4Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ \frac{828567}{2560} + \frac{19647}{1280} = \frac{867861}{2560} \right\} m^5$

$\cos 4Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon' \left\{ \frac{230201}{128} - \frac{45843}{256} = \frac{414559}{256} \right\} m^5.$

En prenant dans les pages 561-565 de ce volume, et dans les pages 823-834 du second, les termes de l'ordre inférieur qui font partie des coefficiens de ces mêmes argumens, on obtiendra l'expression suivante de δnt, en multipliant chacun des termes de l'expression de $\frac{d.\delta nt}{dv}$ par le facteur correspondant que voici :

Argument	Facteur pour l'intégration
cv	$1+\frac{3}{4}m^2+\frac{225}{32}m^3$
$2cv$	$\frac{1}{2}\left(1+\frac{3}{4}m^2+\frac{225}{32}m^3+\frac{4143}{128}m^4\right)$
$2gv$	$\frac{1}{2}\left(1-\frac{3}{4}m^2\right)$
$c'mv$	$\frac{1}{m}$
$cv+c'mv$	$1-m+\frac{7}{4}m^2+\frac{145}{32}m^3+\frac{2759}{128}m^4+\frac{188373}{2048}m^5$
$cv-c'mv$	$1+m+\frac{7}{4}m^2+\frac{805}{32}m^3+\frac{6359}{128}m^4+\frac{472213}{2048}m^5$
$cv+2c'mv$	$1-2.m+\frac{19}{4}m^2$
$2Ev$	$\frac{1}{2}\left(1+m+m^2+m^3+m^4+m^5+m^6\right)$
$2Ev-cv$	$1+2.m+\frac{13}{4}m^2-\frac{65}{32}m^3-\frac{6703}{128}m^4-\frac{653941}{2048}m^5-\frac{36113119}{24576}m^6$
$2Ev-2cv$	$-\frac{1}{2m}\left(1+\frac{3}{4}m+\frac{243}{32}m^2+\frac{5475}{128}m^3+\frac{489395}{2048}m^4+\frac{32943391}{24576}m^5\right)$
$2Ev+c'mv$ . . .	$\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{2}m+\frac{1}{4}m^2+\frac{1}{8}m^3+\frac{1}{16}m^4+\frac{1}{32}m^5\right)$
$2Ev-c'mv$ . . .	$\frac{1}{2}\left(1+\frac{3}{2}m+\frac{9}{4}m^2+\frac{27}{8}m^3+\frac{81}{16}m^4+\frac{243}{32}m^5\right)$
$2Ev+c'mv-cv$...	$1+m+\frac{1}{4}m^2-\frac{241}{32}m^3-\frac{5959}{128}m^4-\frac{418005}{2048}m^5$
$2Ev-c'mv-cv$...	$1+3.m+\frac{33}{4}m^2+\frac{495}{32}m^3-\frac{1623}{128}m^4-\frac{681365}{2048}m^5$
$2Ev-2c'mv$ . . .	$\frac{1}{2}\left(1+2.m+4.m^2+8.m^3\right)$
$2Ev-2c'mv-cv$...	$1+4.m+\frac{61}{4}m^2+\frac{1631}{32}m^3$
Ev	$1+m+m^2+m^3+m^4+m^5$
$Ev-cv$	$-\frac{1}{m}\left(1+\frac{3}{4}m+\frac{243}{32}m^2+\frac{5475}{128}m^3\right)$
$Ev+cv$	$\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{2}m+\frac{5}{8}m^2+\frac{257}{64}m^3\right)$

$Ev + c'mv$	1
$3Ev - cv$	$\frac{1}{2}\left(1 + \frac{3}{2}m + \frac{15}{8}m^2\right)$
$4Ev$	$\frac{1}{4}\left(1 + m + m^2\right)$
$4Ev - cv$	$\frac{1}{8}\left(1 + \frac{4}{3}m + \frac{55}{36}m^2 - \frac{553}{864}m^3\right)$
$4Ev - 2cv$	$\frac{1}{2}\left(1 + 2.m + \frac{13}{4}m^2 - \frac{65}{32}m^3 - \frac{6703}{128}m^4\right)$
$4Ev + c'mv$	$\frac{1}{4}\left(1 + \frac{3}{4}m\right)$
$4Ev - c'mv$	$\frac{1}{4}\left(1 + \frac{5}{4}m\right)$
$4Ev + c'mv - cv$ . . .	$\frac{1}{8}\left(1 + m + \frac{3}{4}m^2\right)$
$4Ev - c'mv - cv$ . . .	$\frac{1}{8}\left(1 + \frac{5}{3}m + \frac{91}{36}m^2\right)$

$$\delta nt =$$

$$\sin cv \quad e\left\{\begin{aligned}
&\overset{(*)}{\frac{8923}{128}}m^4 + \overset{(*)}{\frac{273}{32}}m^2e^2 + \left(\frac{1801651}{6144} + \frac{1215}{128} = \overset{(*)}{\frac{1859971}{6144}}\right)m^5 + \frac{2715}{128}m^3e^2 + \frac{135}{64}me^2\gamma^2 \\
&+ \frac{1485}{32}m^3\varepsilon'^2 - \frac{1041}{64}m^3\gamma^2 + \left(\frac{27115579}{24576} + \frac{26769}{512} + \frac{91125}{1024} = \frac{30587491}{24576}\right)m^6 \\
&- \frac{63}{256}m^2e^2\varepsilon'^2 - \frac{195}{128}m^2\varepsilon'^2\gamma^2 + \frac{123369}{256}m^4\varepsilon'^2 + \left(\frac{234617}{4096} + \frac{819}{128} = \frac{260825}{4096}\right)m^4e^2 \\
&- \left(\frac{382657}{4096} + \frac{405}{512} = \frac{385897}{4096}\right)m^4\gamma^2 - \left(\frac{545}{32} + \frac{45}{64} = \frac{1135}{64}\right)m^2e^2\gamma^2 - \frac{2465}{512}m^2e^4 \\
&+ \left(\frac{133}{256} + \frac{63}{128} = \frac{259}{256}\right)m^2\gamma^4 + \frac{225}{128}m^2b^4 - \frac{67}{128}e^2\gamma^4 + \frac{5}{8}e^4\gamma^2 - \frac{15}{4}m^2(\varepsilon'^4 - E'^4) \\
&- \left\{3.m^2 - \left(\frac{2187}{64} - \frac{9}{4} = \frac{2043}{64}\right)m^4 + \frac{1461}{64}m^2e^2 + \frac{477}{64}m^2\gamma^2 + \frac{75}{16}b^4\right\}(\varepsilon'^2 - E'^2)
\end{aligned}\right\}$$

$$\sin 2cv \quad e^2\left\{\begin{aligned}
&- \frac{3}{4}m^2\varepsilon'^2 - \frac{759}{256}m^2e^2 + \frac{15}{64}m^2\gamma^2 + \frac{13}{64}\gamma^4 + \frac{15}{64}e^2\gamma^2 \\
&- \left(\frac{29787719}{30720} + \frac{98559}{2048} + \frac{334125}{4096} + \frac{4143}{256} = \frac{68538403}{61440}\right)m^6
\end{aligned}\right\}$$

(*) Ces trois termes sont conformes à ceux employés dans les pages 428 et 669.

$$\sin 2gv \qquad \gamma^2 \left\{ \frac{3}{8} - \frac{11}{64} = \frac{13}{64} \right\} m^4$$

$$\sin c'mv \qquad \epsilon' \left\{ -\frac{973306967}{55296} m^7 - \frac{7087468819}{294912} m^5 e^2 \right\}$$

$$\sin cv + c'mv \qquad e\epsilon' \left\{ \begin{array}{l} \frac{10186300645}{589824} - \frac{103439899}{24576} + \frac{12833219}{8192} \\ + \frac{2958485}{4096} + \frac{1911987}{4096} + \frac{1695357}{8192} = \frac{9451141309}{589824} \end{array} \right\} m^6$$

$$\sin cv - c'mv \qquad e\epsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\frac{26389140353}{589824} - \frac{64344909}{8192} - \frac{20375047}{8192} \\ -\frac{9608115}{4096} - \frac{7993263}{4096} - \frac{4219917}{8192} = -\frac{35329612841}{589824} \end{array} \right\} m^6$$

$$\sin cv + 2c'mv \quad e^2\epsilon' \left\{ \frac{17775}{128} - \frac{1821}{64} + \frac{513}{64} = \frac{15159}{128} \right\} m^3$$

$$\sin 2Ev \quad \left\{ -\frac{2353689497}{37324800} - \frac{78897881}{2488320} - \frac{1941319}{82944} - \frac{3031}{216} - \frac{539}{72} - \frac{85}{24} - \frac{11}{8} = -\frac{2698710631}{18662400} \right\} m^6$$

$$\sin 2Ev - cv \qquad e \left\{ \begin{array}{l} -\frac{2864698536383}{424673280} - \frac{1672885771}{442368} - \frac{434184803}{294912} + \frac{24564085}{98304} \\ + \frac{59971741}{32768} + \frac{107900265}{32768} + \frac{180565595}{32768} = -\frac{474026836703}{424673280} \end{array} \right\} m^7$$

$$\sin 2Ev - 2cv \qquad e^2 \left\{ \begin{array}{l} -\frac{264878961379}{106168320} - \frac{966613643}{1179648} - \frac{196335225}{131072} \\ -\frac{206332675}{131072} - \frac{114029035}{131072} - \frac{494150865}{131072} = -\frac{1170063607249}{106168320} \end{array} \right\} m^6$$

$$\sin 2Ev + c'mv \qquad \epsilon' \left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} \frac{827941481}{2488320} + \frac{4994365}{331776} - \frac{9119}{13824} \\ -\frac{325}{4608} + \frac{85}{1536} + \frac{11}{512} = \frac{1727546917}{4976640} \end{array} \right\} m^7 \\ + \left(\frac{1649661087}{294912} + \frac{8698223}{24576} + \frac{66503}{4096} - \frac{9}{512} - \frac{45}{256} = \frac{1758770935}{294912} \right) m^5 e^2 \end{array} \right\}$$

$$\sin 2Ev - c'mv \qquad \epsilon' \left\{ \begin{array}{l} - \left\{ \begin{array}{l} \frac{7976069}{368640} + \frac{2802689}{4096} + \frac{248463}{512} \\ + \frac{122175}{512} + \frac{48195}{512} + \frac{18711}{512} = \frac{575249759}{368640} \end{array} \right\} m^7 \\ + \left(\frac{276457819}{98304} + \frac{6471465}{8192} + \frac{1106829}{4096} + \frac{36531}{512} + \frac{8505}{256} = \frac{890959167}{98304} \right) m^5 e^2 \end{array} \right\}$$

$$\sin 2Ev + c'mv - cv \quad e\epsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\frac{31800984499}{442368} - \frac{798788323}{73728} - \frac{8793583}{24576} \\ + \frac{4485733}{4096} + \frac{625695}{4096} + \frac{6270075}{8192} = -\frac{35864360657}{442368} \end{array} \right\} m^6$$

$$\sin 2Ev - c'mv - cv \quad e\epsilon' \left\{ \begin{array}{l} \frac{5788881665}{589824} + \frac{19710173}{8192} - \frac{10382955}{8192} \\ - \frac{6054345}{4096} + \frac{1517505}{4096} + \frac{23817775}{8192} = \frac{7524176201}{589824} \end{array} \right\} m^6$$

$$\sin 2Ev - 2c'mv \quad \epsilon'^2 \left\{ \begin{array}{l} -\left(\frac{45967}{144} + \frac{1445}{12} + \frac{187}{4} = \frac{70039}{144} \right) m^4 \\ -\left(\frac{1148081}{864} + \frac{45967}{72} + \frac{1445}{6} + \frac{187}{2} = \frac{1988549}{864} \right) m^5 \end{array} \right\}$$

$$\sin 2Ev - 2c'mv - cv \quad e\epsilon'^2 \left\{ \begin{array}{l} -\left(\frac{65693}{256} + \frac{8295}{32} + \frac{15555}{64} = \frac{194273}{256} \right) m^3 \\ -\left(\frac{11415751}{24576} + \frac{65693}{64} + \frac{505995}{512} + \frac{415905}{512} = \frac{80893063}{24576} \right) m^4 \end{array} \right\}$$

$$\sin Ev \quad b^2 \left(\frac{144813125}{18432} + \frac{998117}{768} + \frac{14431}{64} + \frac{1401}{32} + \frac{39}{4} + \frac{15}{8} = \frac{173945309}{18432} \right) m^6$$

$$\sin Ev + cv \quad eb^2 \left(- \frac{306709}{3072} - \frac{21697}{2048} - \frac{1935}{512} - \frac{11565}{2048} = - \frac{92053}{768} \right) m^4$$

$$\sin Ev - cv \quad eb^2 \left(\frac{5815575}{16384} + \frac{253841}{4096} + \frac{1420821}{8192} + \frac{903375}{4096} = \frac{13284081}{16384} \right) m^4$$

$$\sin Ev + c'mv \quad \epsilon' b^2 \left(\frac{17089}{96} m^3 + \frac{375}{8} m \epsilon'^2 + \frac{325}{16} m \gamma^2 - \frac{1085}{8} m e^2 \right)$$

$$\sin 3Ev - cv \quad eb^2 \left(- \frac{235263}{16384} + \frac{11025}{2048} + \frac{7425}{2048} = - \frac{87663}{16384} \right) m^4$$

$$\sin 4Ev \quad \left(\frac{462287}{28800} + \frac{6549}{1280} + \frac{283}{256} = \frac{641477}{28800} \right) m^6$$

$$\sin 4Ev - cv \quad e \left(\frac{659071671}{2764800} + \frac{174139}{1920} + \frac{15895}{576} - \frac{2765}{1152} = \frac{326497277}{921600} \right) m^6$$

$$\sin 4Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{14468246748}{26214400} + \frac{1518461}{5120} + \frac{3919929}{32768} \\ - \frac{412425}{16384} - \frac{4524525}{32768} = \frac{21099210263}{26214400} \end{array} \right\} m^6$$

$$\sin 4Ev + c'mv \quad \epsilon' \left\{ - \left(\frac{19647}{5120} + \frac{849}{1024} = \frac{5973}{1280} \right) m^5 + \frac{1845}{256} m^3 e^2 \right\}$$

$$\sin 4Ev - c'mv \quad \epsilon' \left\{ \left(\frac{45843}{1024} + \frac{9905}{1024} = \frac{13937}{256} \right) m^5 - \frac{7355}{256} m^3 e^2 \right\}$$

$$\sin 4Ev + c'mv - cv \quad e\epsilon' \left(\frac{289287}{2560} - \frac{2899}{256} - \frac{135}{32} = \frac{249497}{2560} \right) m^5$$

$$\sin 4Ev - c'mv - cv \quad e\epsilon' \left(\frac{414559}{768} + \frac{52705}{256} + \frac{15925}{288} = \frac{922711}{1152} \right) m^5.$$

183. Si l'on voulait ajouter à l'expression de δnt les termes du sixième ordre, qui appartiennent aux coefficiens des trois argumens $2gv - cv$, $2gv - 3cv$, $2Ev + 2c'mv - cv$, on pourrait profiter de la circonstance, que ces termes, pour un autre motif, se trouvent déjà préparés dans l'expression de Y obtenue dans le second volume; où l'on a, en considérant seulement ces termes;

$$\begin{aligned}
Y = \quad & \cos 2gv - cv \qquad e\gamma^2\left(\tfrac{7851}{2048}m^3 + \tfrac{585}{64}m\varepsilon'^2 + \tfrac{405}{128}m\gamma^2 - \tfrac{945}{64}me^2\right) \\
& \cos 2gv - 3cv \qquad e^3\gamma^2\left(\tfrac{675}{128}m\right) \\
& \cos 2Ev + 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2\left(-\tfrac{90041}{256}m^3 + \tfrac{9}{4}m\gamma^2 - \tfrac{35}{8}m\varepsilon'^2\right)
\end{aligned}$$

(Voyez p. 797, 798, et 803). Et comme il est fort aisé de voir, que le produit $\left(1 - \frac{X}{\lambda}\right)Y$ donne;

$$\begin{aligned}
\left(1 - \tfrac{X}{\lambda}\right)Y = \cos 2gv - cv \quad & e\gamma^2\left\{\left(\tfrac{405}{128} - \tfrac{3}{8} = \tfrac{357}{128}\right)m^3 + \left(\tfrac{135}{32} - \tfrac{135}{64} = \tfrac{135}{64}\right)me^2\right\} \\
\cos 2gv - 3cv \quad & e^3\gamma^2\left\{\tfrac{135}{32} - \tfrac{405}{128} = \tfrac{135}{128}\right\} m \\
\cos 2Ev + 2c'mv - cv \quad & e\varepsilon'^2\left\{\tfrac{9}{32}m\gamma^2 - \left(\tfrac{45}{16} - \tfrac{45}{32} = \tfrac{45}{32}\right)me^2\right\},
\end{aligned}$$

on obtient d'abord

$$\frac{d.\delta nt}{dv} =$$

$$\begin{aligned}
&\cos 2gv - cv \quad e\gamma^2\left\{-\left(\tfrac{7851}{2048} - \tfrac{357}{128} = \tfrac{2139}{128}\right)m^3 + \left(\tfrac{945}{64} + \tfrac{135}{64} = \tfrac{135}{8}\right)me^2 - \tfrac{585}{64}m\varepsilon'^2 - \tfrac{405}{128}m\gamma^2\right\} \\
&\cos 2gv - 3cv \qquad e^3\gamma^2\left\{\tfrac{135}{128} - \tfrac{675}{128} = -\tfrac{135}{32}\right\} m \\
&\cos 2Ev + 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2\left\{\tfrac{90041}{256}m^3 - \left(\tfrac{9}{4} - \tfrac{9}{32} = \tfrac{63}{32}\right)m\gamma^2 + \tfrac{35}{8}m\varepsilon'^2 - \tfrac{45}{32}me^2\right\};
\end{aligned}$$

d'où on conclut

$$\partial nt =$$

$$\sin 2gv - cv \qquad e\gamma^2 \left\{ \frac{-\frac{2139}{128}m^3 + \frac{135}{8}me^2 - \frac{585}{64}m\varepsilon'^2 - \frac{405}{128}m\gamma^2}{2g-c} \right\}$$

$$\sin 2gv - 3cv \qquad e^3\gamma^2\left(\frac{135}{32}m\right)$$

$$\sin 2Ev + 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2 \left\{ \left(\frac{90041}{256} - \frac{135}{64} = \frac{89501}{256}\right)m^3 - \frac{63}{32}m\gamma^2 + \frac{35}{8}m\varepsilon'^2 - \frac{45}{32}me^2 \right\}.$$

184. En profitant des résultats trouvés dans le 14.[ième] paragraphe du second volume, il est facile d'ajouter à l'expression de ∂nt les termes du sixième ordre qui affectent les coefficiens des trois argumens $cv - 2c'mv$, $2cv - c'mv$, $2gv - c'mv$. Pour cela, on fera d'abord (Voyez p. 710 du second volume)

$$-\mu^2.\int R_1 dv = \cos cv - 2c'mv \; e\varepsilon'^2\left(-\frac{765}{32}m^3\right) + \cos 2cv - c'mv \; e^2\varepsilon'\left(\frac{225}{64}m^3\right)$$
$$+ \cos 2gv - c'mv \; \varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{45}{64}m^3\right).$$

Ensuite on trouvera, que les multiplicateurs $2\cos 2Ev \left(\frac{3}{4}m^2\right)$, $2\cos 2Ev - c'mv \;\; \varepsilon'\left(\frac{21}{8}m^2\right)$, donnent;

$$\left(-\mu^2\int R_1\right)^2 = \cos 2cv - c'mv \;\; e^2\varepsilon'\left(\frac{45}{32} - \frac{315}{64} = -\frac{225}{64}\right)m^3$$
$$\cos 2gv - c'mv \;\; \gamma^2\varepsilon'\left(\frac{9}{32} - \frac{63}{64} = -\frac{45}{64}\right)m^3.$$

De sorte que on a;

$$-B = \cos cv - 2c'mv \;\; e\varepsilon'^2\left(-\frac{765}{32}m^3\right)$$
$$\cos 2cv - c'mv \;\; e^2\varepsilon'\left(\frac{225}{64} + \frac{675}{128} = \frac{1125}{128}\right)m^3$$
$$\cos 2gv - c'mv \;\; \varepsilon'\gamma^2\left(\frac{135}{128} - \frac{45}{64} = \frac{45}{128}\right)m^3.$$

D'après l'expression de $\frac{\delta u}{u_1}$ et celle de $\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2$ posées dans les pages 737, 738 et 710 du second volume, nous avons

$$A = 2\frac{\delta u}{u_1} - 3\left(\frac{\delta u}{u_1}\right)^2 =$$

$$\cos cv - 2c'mv \quad e\epsilon'^2 \left\{ \left(\frac{79659}{256} - \frac{603}{32} = \frac{74835}{256}\right)m^3 - \frac{27}{64}me^2 - \frac{243}{64}m\gamma^2 + \frac{21}{16}m\epsilon'^2 \right\}$$

$$\cos 2cv - c'mv \quad e^2\epsilon' \left\{ -\left(\frac{30145}{256} + \frac{675}{128} = \frac{31495}{256}\right)m^3 + \frac{45}{32}m\gamma^2 - \frac{81}{64}m\epsilon'^2 \right\}$$

$$\cos 2gv - c'mv \quad \epsilon'\gamma^2 \left\{ -\left(\frac{991}{256} + \frac{45}{32} = \frac{1351}{256}\right)m^3 + \left(\frac{189}{64} - \frac{9}{64} = \frac{45}{16}\right)me^2 - \frac{9}{8}m\gamma^2 + \frac{81}{64}m\epsilon'^2 \right\}.$$

Le produit *AB* donne les termes suivans ;

Multiplicateur		Produit
$2\cos 2Ev$	$\left(-\frac{3}{8}m^2\right)\ldots$	$\cos cv - 2c'mv \quad e\epsilon'^2\left(\frac{135}{128}m^3\right)$
		$\cos 2cv - c'mv \quad e^2\epsilon'\left(\frac{135}{64}m^3\right)$
		$\cos 2gv - c'mv \quad \gamma^2\epsilon'\left(\frac{9}{64}m^3\right)$
$2\cos 2Ev + cv$	$e\left(\frac{1}{2}m^2\right)\ldots$	$\cos 2cv - c'mv \quad e^2\epsilon'\left(-\frac{15}{8}m^3\right)$
$2\cos 2Ev - c'mv$	$\epsilon'\left(-\frac{21}{16}m^2\right)\ldots$	$\cos 2cv - c'mv \quad e^2\epsilon'\left(-\frac{945}{128}m^3\right)$
		$\cos 2gv - c'mv \quad \gamma^2\epsilon'\left(-\frac{63}{128}m^3\right)$
		$\cos cv - 2c'mv \quad e\epsilon'^2\left(\frac{315}{64}m^3\right)$
$2\cos 2Ev - c'mv + cv$	$e\epsilon'\left(\frac{7}{4}m^2\right)\ldots$	$\cos 2cv - c'mv \quad e^2\epsilon'\left(\frac{105}{16}m^3\right)$
$2\cos 2Ev - 2cv$	$e^2\left(\frac{15}{16}m\right)\ldots$	$\cos 2cv - c'mv \quad e^2\epsilon'\left(\frac{105}{16}m^3\right)$
$2\cos 2Ev - 2gv$	$\gamma^2\left(\frac{3}{16}m\right)\ldots$	$\cos 2gv - c'mv \quad \gamma^2\epsilon'\left(\frac{21}{16}m^3\right)$
$2\cos 2Ev - 2c'mv$	$\epsilon'^2\left(-\frac{51}{16}m^2\right)\ldots$	$\cos cv - 2c'mv \quad e\epsilon'^2\left(-\frac{765}{64}m^3\right)$
$2\cos 2Ev + c'mv - 2cv$	$e^2\epsilon'\left(-\frac{15}{16}m\right)\ldots$	$\cos 2cv - c'mv \quad e^2\epsilon'\left(-\frac{15}{8}m^3\right)$
$2\cos 2Ev + c'mv - 2gv$	$\gamma^2\epsilon'\left(-\frac{3}{16}m\right)\ldots$	$\cos 2gv - c'mv \quad \gamma^2\epsilon'\left(-\frac{3}{8}m^3\right)$;

et par conséquent

$$AB = \cos cv - 2c'mv \quad e\varepsilon'^2 \left(-\frac{765}{128} m^3\right)$$

$$+ \cos 2cv - c'mv \quad e^2\varepsilon' \left(\frac{525}{128} m^3\right) + \cos 2gv - c'mv \quad \varepsilon'\gamma^2 \left(\frac{75}{128} m^3\right).$$

Il suit de là que

$$Y = A - B + AB =$$

$$\cos cv - 2c'mv \quad e\varepsilon'^2 \left\{ \left(\frac{74835}{256} - \frac{765}{32} - \frac{765}{128} = \frac{67185}{256}\right) m^3 - \frac{27}{64} me^2 - \frac{243}{64} m\gamma^2 + \frac{21}{16} m\varepsilon'^2 \right\}$$

$$\cos 2cv - c'mv \quad e^2\varepsilon' \left\{ - \left(\frac{31495}{256} - \frac{1125}{128} - \frac{525}{128} = \frac{28195}{256}\right) m^3 + \frac{45}{32} m\gamma^2 - \frac{81}{64} m\varepsilon'^2 \right\}$$

$$\cos 2gv - c'mv \quad \gamma^2\varepsilon' \left\{ - \left(\frac{1351}{256} - \frac{75}{128} - \frac{45}{128} = \frac{1111}{256}\right) m^3 + \frac{45}{16} me^2 - \frac{9}{8} m\gamma^2 + \frac{81}{64} m\varepsilon'^2 \right\}.$$

Les multiplicateurs cv, $3cv$, $2gv - cv$, $2gv + cv$ donnent

$$\left(1 - \frac{X}{\lambda}\right) Y = \cos cv - 2c'mv \quad e\varepsilon'^2 \left\{ \frac{81}{64} - \frac{27}{32} = \frac{27}{64} \right\} me^2$$

$$\cos 2cv - c'mv \quad e^2\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \frac{31503}{128} m^3 + \left(\frac{9}{16} - \frac{9}{16} - \frac{9}{8} = -\frac{9}{8}\right) me^2 \\ + \frac{81}{32} m\varepsilon'^2 - \left(\frac{81}{16} + \frac{9}{16} = \frac{45}{8}\right) m\gamma^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2gv - c'mv \quad \gamma^2\varepsilon' \left\{ \frac{81}{16} + \frac{27}{32} - \frac{27}{32} - \frac{9}{32} = \frac{153}{32} \right\} me^2.$$

Cela posé il est clair qu'on a ;

$$\frac{d.\delta nt}{dv} = \left(1 - \frac{X}{\lambda}\right) Y - Y =$$

$$\cos cv - 2c'mv \quad e\varepsilon'^2 \left\{ -\frac{67185}{256} m^3 + \left(\frac{27}{64} + \frac{27}{64} = \frac{27}{32}\right) me^2 + \frac{243}{64} m\gamma^2 - \frac{21}{16} m\varepsilon'^2 \right\}$$

$$\cos 2cv - c'mv \quad e^2\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{31503}{128} + \frac{28195}{256} = \frac{91201}{256}\right) m^3 - \frac{9}{8} me^2 \\ + \left(\frac{81}{64} + \frac{81}{32} = \frac{243}{64}\right) m\varepsilon'^2 - \left(\frac{45}{8} + \frac{45}{32} = \frac{225}{32}\right) m\gamma^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2gv - c'mv \quad \gamma^2\varepsilon' \left\{ \frac{1111}{256} m^3 + \frac{9}{8} m\gamma^2 - \frac{81}{64} m\varepsilon'^2 + \left(\frac{153}{32} - \frac{45}{16} = \frac{63}{32}\right) m\gamma^2 \right\} ;$$

d'où on tire en intégrant ;

$$\delta nt =$$

$$\sin cv - 2c'mv \quad e\epsilon'^2 \left\{ -\left(\frac{67185}{256} + \frac{4779}{64} + \frac{513}{64} = \frac{88353}{256}\right) m^3 + \frac{27}{32} me^2 + \frac{243}{64} m\gamma^2 - \frac{21}{16} m\epsilon'^2 \right\}$$

$$\sin 2cv - c'mv \quad e^2\epsilon' \left\{ \left(\frac{91201}{512} + \frac{8531}{256} + \frac{27}{16} = \frac{99127}{512}\right) m^3 - \frac{9}{16} me^2 - \frac{225}{64} m\gamma^2 + \frac{243}{128} m\epsilon'^2 \right\}$$

$$\sin 2gv - c'mv \quad \gamma^2\epsilon' \left\{ \left(\frac{1111}{512} - \frac{89}{256} + \frac{9}{32} = \frac{1177}{512}\right) m^3 + \frac{63}{64} me^2 + \frac{9}{16} m\gamma^2 - \frac{81}{128} m\epsilon'^2 \right\}.$$

185. Les coefficiens des deux argumens cv, $2cv$, appartenans à la partie elliptique de nt, se trouvent développés dans la page 318 du I.er volume, jusqu'aux quantités du cinquième ordre inclusivement. Mais on ne peut réunir ces coefficiens avec ceux qu'on voit dans la page 807, sans leurs ajouter les quantités du sixième et du septième ordre qui avaient été omises dans la première approximation. Pour cela, il faudra tenir compte des termes suivans dans l'expression de $\left\{\sqrt{1+\gamma^2 \sin^2(gv - \int \theta dv)} + e\cos(cv - \int \varpi dv)\right\}^{-m}$ donnée dans les pages 305 et 306 du I.er volume ; savoir

$$\cos 0v \left\{ \begin{array}{l} -\frac{m\gamma^6}{32}\left[1 + \frac{(m+1)}{2} + \frac{(m+1)(m+2)}{12} + \frac{m(m+4)}{8}\right] \\ + \frac{me^6}{2304}\cdot(m+1)(m+2)(m+3)(m+4)(m+5) \\ - \frac{me^4\gamma^2}{256}(m+1)(m+2)(m+3)(m+4) + \frac{me^2\gamma^4}{256}(m+1)(m+2)(3m+12) \end{array} \right\}$$

$$+\cos cv \ e \left\{ \begin{array}{l} + \frac{m(m+1)\gamma^6}{32}\left[1 + \frac{(m+2)}{2} + \frac{(m+2)(m+3)}{12} + \frac{(m+1)(m+5)}{8}\right] \\ - \frac{m(m+1)e^6}{9216}(m+2)(m+3)(m+4)(m+5)(m+6) \\ + \frac{m(m+1)e^4\gamma^2}{768}(m+2)(m+3)(m+4)(m+5) \\ - \frac{m(m+1)e^2\gamma^4}{256}\left[(m+2)(m+3)(m+6) + \frac{1}{2}(m+2)^2\right] \end{array} \right\}$$

$$+\cos 2cv \ e^2.m(m+1)(m+2)\left\{\frac{(3m+12)\gamma^4}{256} - \frac{(m+3)(m+4)e^2\gamma^2}{192} + \frac{(m+3)(m+4)(m+5)e^4}{1536}\right\}.$$

Maintenant, si l'on fait $m=2$, on obtient

$$
\begin{array}{lll}
\cos ov & & \left(-\frac{5}{16}\gamma^6+\frac{35}{16}e^6+\frac{27}{16}e^2\gamma^4-\frac{45}{16}e^4\gamma^2\right) \\
+\cos cv & e & \left(\frac{175}{128}\gamma^6-\frac{35}{8}e^6-\frac{9}{2}e^2\gamma^4+\frac{105}{16}e^4\gamma^2\right) \\
+\cos 2cv & e^2 & \left(\frac{27}{16}\gamma^4+\frac{105}{32}e^4-\frac{15}{4}e^2\gamma^2\right)
\end{array}
$$

pour la partie qui doit être ajoutée à la fonction de v désignée par X dans la page 260 du I.er volume.

Cela posé, si l'on ajoute ce coefficient de $\cos ov$ à la valeur de λ donnée dans la page 307 du même volume, on aura

$$+\frac{e^6}{16}+\frac{\gamma^6}{16}-\frac{3}{16}e^2\gamma^4-\frac{3}{16}e^4\gamma^2$$

pour la partie qui appartient à l'expression de $\frac{1}{\lambda}$. Il suit de là, que

$$
\begin{array}{lll}
\cos cv & e & \left(-\frac{45}{128}\gamma^6+0.e^6-\frac{15}{64}e^2\gamma^4+0.e^4\gamma^2\right) \\
\cos 2cv & e^2 & \left(-\frac{3}{4}\gamma^4-\frac{3}{32}e^4+\frac{1}{4}e^2\gamma^2\right)
\end{array}
$$

est l'expression de la partie correspondante qui doit être ajoutée à la valeur de $-\frac{X}{\lambda}$ donnée dans la page 313 du I.er volume. Ainsi, il faudra, dans la page 318, remplacer par

$$
\begin{array}{ll}
\sin cv & e\left\{\dfrac{-2+\frac{1}{2}\gamma^2-\frac{13}{32}\gamma^4+\frac{45}{128}\gamma^6+\frac{15}{64}e^2\gamma^4}{c}\right\} \\
\sin 2cv & e^2\left\{\dfrac{\frac{3}{2}-\frac{3}{4}\gamma^2+\frac{e^2}{4}+\frac{3}{4}\gamma^4+\frac{3}{32}e^4-\frac{1}{4}e^2\gamma^2}{2c}\right\}
\end{array}
$$

les termes affectés des deux argumens cv, $2cv$; et se rappeler que le diviseur c tient ici la place de $c-\frac{d.\int\varpi dv}{dv}$.

186. Pour faire disparoître ce diviseur, il faut observer, que les

formules trouvées dans la page 292 de ce volume donnent, en négligeant les quantités d'un ordre supérieur au sixième ;

$$\left\{c - \frac{d.\int \varpi dv}{dv}\right\}^{-1} = 1 + \frac{3}{4}m^2 + \frac{225}{32}m^3 + \frac{4143}{128}m^4 - \frac{3}{8}m^2e^2 - \frac{3}{2}m^2\gamma^2 + \frac{9}{8}m^2E'^2$$

$$+ \frac{287093}{2048}m^5 - \frac{675}{64}m^3e^2 - \frac{189}{32}m^3\gamma^2 + \frac{825}{32}m^3E'^2 + \frac{15220447}{24576}m^6$$

$$+ \frac{75}{32}m^2e^2\gamma^2 - \frac{9}{16}m^2e^2E'^2 - \frac{9}{4}m^2E'^2\gamma^2 - \frac{32181}{512}m^4e^2 - \frac{4251}{128}m^4\gamma^2$$

$$+ \frac{61611}{256}m^4E'^2 + \frac{45}{32}m^2E'^4 - \frac{3}{32}m^2e^4 + \frac{27}{64}m^2\gamma^4 + \frac{45}{32}m^2b^4 + \frac{45}{32}m^2(\varepsilon'^4 - E'^4)$$

$$+ \left\{\frac{9}{8}m^2 + \frac{825}{32}m^3 + \frac{62187}{256}m^4 - \frac{9}{16}m^2e^2 - \frac{9}{4}m^2\gamma^2\right\}(\varepsilon'^2 - E'^2) ;$$

et que par conséquent l'expression elliptique de $nt + \varepsilon$ (c'est-à-dire la fonction désignée par $(nt+\varepsilon)$ dans la page 560) est telle qu'on a ;

$$(nt+\varepsilon) = v + \int \zeta dv +$$

$$\sin cv \quad e \left\{ \begin{array}{l} -2 - \frac{3}{2}m^2 + \frac{1}{2}\gamma^2 - \frac{225}{16}m^3 - \frac{4143}{64}m^4 + \frac{3}{4}m^2e^2 + \frac{27}{8}m^2\gamma^2 - \frac{9}{4}m^2E'^2 \\ - \frac{13}{32}\gamma^4 - \frac{287093}{1024}m^5 + \frac{675}{32}m^3e^2 + \frac{981}{64}m^3\gamma^2 - \frac{825}{16}m^3E'^2 - \frac{15220447}{12288}m^6 \\ - \frac{39}{8}m^2e^2\gamma^2 + \frac{9}{8}m^2e^2E'^2 + \frac{81}{16}m^2E'^2\gamma^2 + \frac{32181}{256}m^4e^2 - \frac{61611}{128}m^4E'^2 \\ + \left(\frac{4251}{64} + \frac{4143}{256} = \frac{21147}{256}\right)m^4\gamma^2 - \frac{45}{16}m^2E'^4 + \frac{3}{16}m^2e^4 - \frac{243}{128}m^2\gamma^4 \\ - \frac{45}{16}m^2b^4 + \frac{45}{128}\gamma^6 + \frac{15}{64}e^2\gamma^4 - \frac{45}{16}m^2(\varepsilon'^4 - E'^4) \\ + \left\{-\frac{9}{4}m^2 - \frac{825}{16}m^3 - \frac{62187}{128}m^4 + \frac{9}{8}m^2e^2 + \frac{81}{16}m^2\gamma^2\right\}(\varepsilon'^2 - E'^2) \end{array} \right\}$$

$$\sin 2cv \quad e^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{3}{4} + \frac{9}{16}m^2 - \frac{3}{8}\gamma^2 + \frac{1}{8}e^2 + \frac{675}{128}m^3 + \frac{12429}{512}m^4 - \frac{45}{32}m^2\gamma^2 - \frac{3}{16}m^2e^2 \\ + \frac{27}{32}m^2E'^2 + \frac{3}{8}\gamma^4 + \frac{3}{64}e^4 - \frac{1}{8}e^2\gamma^2 + \frac{861279}{8192}m^5 + \frac{1522047}{32768}m^6 \end{array} \right\}$$

$$\sin 2gv - cv \quad e\gamma^2 \left\{ \frac{\left(\frac{7}{4} - \frac{8}{4} = 1\right) + \frac{9}{16}\gamma^2 - \frac{8}{4}e^2}{2g - c} \right\}$$

$$\sin 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2 \left\{ \frac{\left(1 - \gamma^2 + e^2\right)\left(\frac{8}{4} - \frac{8}{4} = 0\right)}{2g - 2c} \right\}$$

$+$ etc.

Les autres termes ne différent pas de ceux dejà posés dans la page 847 du second volume.

Relativement à l'expression de δnt, pour éviter toute équivoque, et se conformer à la formule posée dans la page 560, il faudra faire

$$\delta nt = \sin cv \quad e \left\{ \frac{405}{32}m^3 - \frac{135}{128}m^2\gamma^2 + \frac{21}{32}\gamma^4 - \frac{15}{16}e^2\gamma^2 \right\}$$

$$\sin 2gv - cv \quad e\gamma^2 \left\{ \frac{\left(\frac{7}{4} - \frac{7}{4} = 0\right) - \frac{135}{32}m + \frac{253}{256}m^2 - \frac{8}{8}\gamma^2 - \frac{81}{32}e^2}{2g - c} \right\}$$

$$\sin 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2 \left\{ \frac{\left(1 - \gamma^2 + e^2\right)\left(\frac{8}{4} - \frac{8}{4} = 0\right) - \frac{8}{8}m^2 - \frac{513}{64}m^3}{2g - 2c} \right\},$$

et prendre ensuite les autres termes de cette fonction, tels qu'ils sont donnés dans les pages 838-846 du second volume, et dans les pages 567-572, 807-814 de celui-ci.

187. Pour montrer plus clairement en quoi consiste la modification, que la perturbation fait subir à la partie elliptique de $nt + \epsilon$, je placerai ici le résultat que fournit la somme $(nt + \epsilon) + \delta nt$, relativement aux quinze argumens qui entrent dans l'expression de $(nt + \epsilon)$. En ayant sous les yeux les pages citées plus haut, et développant les diviseurs $2g - c$, $2g - 2c$, on aura pour la partie de $nt + \epsilon$ qui vient d'être définie ;

$$nt+\varepsilon=v+\int\zeta dv+$$

$$\sin cv\; e\left\{\begin{aligned}
&-2-\frac{3}{2}m^2+\frac{1}{2}\gamma^2-\left(\frac{225}{16}-\frac{405}{32}=\frac{45}{32}\right)m^3+\left(\frac{8923}{128}-\frac{4148}{64}=\frac{637}{128}\right)m^4\\
&+\left(\frac{3}{4}+\frac{273}{32}=\frac{297}{32}\right)m^2e^2+\left(\frac{27}{8}-\frac{135}{128}=\frac{297}{128}\right)m^2\gamma^2-\frac{9}{4}m^2E'^2+\left(\frac{21}{32}-\frac{13}{32}=\frac{1}{4}\right)\gamma^4\\
&-\frac{15}{16}e^2\gamma^2+\left(\frac{1859971}{6144}-\frac{287093}{1024}=\frac{137413}{6144}\right)m^5+\left(\frac{675}{32}+\frac{2715}{128}=\frac{5415}{128}\right)m^3e^2\\
&-\left(\frac{1041}{64}-\frac{981}{64}=\frac{15}{16}\right)m^3\gamma^2-\left(\frac{825}{16}-\frac{1485}{32}=\frac{165}{32}\right)m^3E'^2+\frac{135}{64}me^2\gamma^2\\
&+\left(\frac{80587491}{24576}-\frac{15220447}{12288}=\frac{146597}{24576}\right)m^6-\left(\frac{39}{8}+\frac{1135}{64}=\frac{1447}{64}\right)m^2e^2\gamma^2\\
&+\left(\frac{9}{8}-\frac{63}{256}=\frac{225}{256}\right)m^2e^2E'^2+\left(\frac{81}{16}-\frac{195}{128}=\frac{453}{128}\right)m^2\gamma^2E'^2\\
&+\left(\frac{123369}{256}-\frac{61611}{128}=\frac{147}{256}\right)m^4E'^2+\left(\frac{32181}{256}+\frac{260825}{4096}=\frac{775721}{4096}\right)m^4e^2\\
&-\left(\frac{385897}{4096}-\frac{21147}{256}=\frac{47545}{4096}\right)m^4\gamma^2-\frac{45}{16}m^2E'^4-\left(\frac{2465}{512}-\frac{8}{16}=\frac{2369}{512}\right)m^2e^4\\
&+\left(\frac{259}{256}-\frac{243}{128}=-\frac{227}{256}\right)m^2\gamma^4+\left(\frac{225}{128}-\frac{45}{16}=-\frac{135}{128}\right)m^2b^4\\
&+\left(\frac{15}{64}-\frac{67}{128}=-\frac{37}{128}\right)e^2\gamma^4+\frac{5}{8}e^4\gamma^2+\frac{45}{128}\gamma^6\\
&-\left(\frac{15}{4}+\frac{45}{16}=\frac{105}{16}\right)m^2(\varepsilon'^4-E'^4)\\
&-\left\{\begin{aligned}
&\left(3+\frac{9}{4}=\frac{21}{4}\right)m^2+\left(\frac{825}{16}-\frac{1485}{32}=\frac{165}{32}\right)m^3+\frac{75}{16}b^4\\
&-\left(\frac{123369}{256}+\frac{2043}{64}-\frac{62187}{128}=\frac{7167}{256}\right)m^4\\
&+\left(\frac{1461}{64}-\frac{9}{8}+\frac{63}{256}=\frac{5619}{256}\right)m^2e^2+\left(\frac{477}{64}-\frac{81}{16}+\frac{195}{128}=\frac{501}{128}\right)m^2\gamma^2
\end{aligned}\right\}(\varepsilon'^2-E'^2)
\end{aligned}\right.$$

$$\sin 2cv\; e^2\left\{\begin{aligned}
&\frac{3}{4}+\left(\frac{9}{16}-\frac{1}{2}=\frac{1}{16}\right)m^2-\left(\frac{3}{8}-\frac{5}{16}=\frac{1}{16}\right)\gamma^2+\frac{1}{8}e^2-\left(\frac{1485}{128}-\frac{675}{128}=\frac{405}{64}\right)m^3\\
&-\frac{135}{128}m\gamma^2+\left(\frac{12429}{512}-\frac{33045}{512}=-\frac{2577}{64}\right)m^4-\left(\frac{45}{32}-\frac{15}{64}=\frac{75}{64}\right)m^2\gamma^2\\
&-\left(\frac{3}{16}+\frac{759}{256}=\frac{807}{256}\right)m^2e^2+\left(\frac{27}{32}-\frac{3}{4}=\frac{3}{32}\right)m^2E'^2+\left(\frac{3}{8}+\frac{13}{64}=\frac{37}{64}\right)\gamma^4\\
&+\frac{3}{64}e^4+\left(\frac{15}{64}-\frac{1}{8}=\frac{7}{64}\right)e^2\gamma^2+\left(\frac{861279}{8192}-\frac{2204925}{8192}=-\frac{671823}{4096}\right)m^5\\
&-\left(\frac{68538403}{61440}-\frac{1522047}{32768}=\frac{525476519}{491520}\right)m^6
\end{aligned}\right\}$$

$\sin 2gv \qquad \gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{4} - \left(\frac{3}{16} + \frac{1}{2} = \frac{11}{16}\right) m^2 - \frac{1}{8}\gamma^2 - \left(\frac{21}{16} - \frac{3}{8} = \frac{15}{16}\right) e^2 \\ + \left(\frac{9}{128} + \frac{3}{16} = \frac{33}{128}\right) m^3 + \frac{405}{128} m e^2 + \left(\frac{345}{512} + \frac{13}{64} = \frac{449}{512}\right) m^4 \end{array} \right\}$

$\sin (2gv - cv) \qquad e\gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} 1 - \frac{135}{32} m + \left(\frac{9}{16} - \frac{3}{8} = \frac{3}{16}\right)\gamma^2 - \left(\frac{3}{4} + \frac{31}{32} = \frac{55}{32}\right) e^2 \\ - \left(\frac{9}{4} + \frac{755}{256} = \frac{1331}{256}\right) m^2 - \left(\frac{5883}{2048} + \frac{207}{32} = \frac{19131}{2048}\right) m^3 \\ - \frac{405}{128} m\gamma^2 - \frac{585}{64} m e'^2 + \frac{135}{8} m e^2 \end{array} \right\}$

$\sin (2gv + cv) \qquad e\gamma^2 \left\{ - \frac{1}{4} + \left(\frac{1}{16} + \frac{7}{16} = \frac{1}{2}\right) m^2 + \left(\frac{7}{8} - \frac{1}{4} = \frac{5}{8}\right) e^2 + \frac{3}{16}\gamma^2 \right\}$

$\sin 3cv \qquad e^3 \left\{ - \frac{1}{3} + \left(\frac{29}{48} - \frac{1}{4} = \frac{17}{48}\right) m^2 - \left(\frac{5}{16} - \frac{1}{4} = \frac{1}{16}\right)\gamma^2 - \frac{1}{8} e^2 \right\}$

$\sin 4cv \qquad e^4 \left(\frac{5}{32} \right)$

$\sin 4gv \qquad \gamma^4 \left(\frac{1}{32} \right)$

$\sin (2gv - 2cv) \qquad e^2\gamma^2 \left\{ - \frac{1}{8} - \left(\frac{171}{64} - \frac{9}{16} = \frac{135}{64}\right) m \right\}$

$\sin (2gv + 2cv) \qquad e^2\gamma^2 \left(\frac{3}{16} \right)$

$\sin 5cv \qquad e^5 \left(- \frac{3}{40} \right)$

$\sin (2gv - 3cv) \qquad e^3\gamma^2 \left\{ - \left(\frac{29}{32} - \frac{5}{8} = \frac{9}{32}\right) + \frac{135}{32} m \right\}$

$\sin (2gv + 3cv) \qquad e^3\gamma^2 \left(- \frac{1}{8} \right)$

$\sin (4gv - cv) \qquad e\gamma^4 \left(\frac{7}{32} - \frac{5}{64} = \frac{9}{64} \right)$

$\sin (4gv + cv) \qquad e\gamma^4 \left(- \frac{3}{64} \right).$

CHAPITRE NEUVIÈME.

Développement des inégalités Lunaires, dues aux inégalités de l'orbite de la Terre, produites par l'action de la Lune.

188. Ce Chapitre peut être considéré comme une continuation et un complément du troisième paragraphe qui fait partie du troisième Chapitre. Ainsi, on doit le lire en ayant présente à la mémoire l'analyse exposée dans ce paragraphe, et faire attention qu'on a pris le parti de renvoyer jusqu'ici ce complément pour éviter une complication inutile dans l'intégration des équations différentielles.

189. Je suppose les trois fonctions sR_3, R_4+R_5, R_1, réduites aux termes suivans, pris dans les pages 31, 266, 267 du I.er volume;

$$sR_3 = -3q\cdot\frac{s'(\alpha'u')^3\cos(v-v')}{(au)^4};$$

$$R_4+R_5 = \frac{q}{2}\cdot\frac{(\alpha'u')^3}{(au)^3}+\frac{3}{2}q\cdot\frac{(\alpha'u')^3\cos(2v-2v')}{(au)^3}+3q\cdot\frac{ss'(\alpha'u')^3\cos(v-v')}{(au)^3};$$

$$R_1 = \frac{3}{2}q\cdot\frac{(\alpha'u')^3\sin(2v-2v')}{(au)^4}-3q\cdot\frac{ss'(\alpha'u')^3\sin(v-v')}{(au)^4};$$

et je fais dans ces expressions $s'=ib^2\cdot\frac{\alpha'u'}{au}\cdot s$: en outre j'y change $\alpha'u'$ en $\alpha'u'-ib^2\frac{(\alpha'u')^2\cos(v-v')}{au}$, et v' en $v'+ib^2\cdot\frac{\alpha'u'\sin(v-v')}{au}$. Si, après cela, on conserve seulement les termes multipliés par la première puissance de ib^2, on trouvera;

$$sR_3 = -\left(\frac{33}{8}-\frac{21}{8}\right)2iqb^2\cdot\frac{s(\alpha'u')^4\cos(v-v')}{(au)^5};$$

$$R_4+R_5 = -2iqb^2\left\{\left(\frac{9}{8}-\frac{3}{2}s^2\right)\frac{(\alpha'u')^4\cos(v-v')}{(au)^4}+\frac{15}{8}\frac{(\alpha'u')^4\cos(3v-3v')}{(au)^5}\right\};$$

$$R_1 = -2iqb^2\left\{\left(\frac{3}{8}-\frac{3}{2}s^2\right)\frac{(\alpha'u')^4\sin(v-v')}{(au)^5}+\frac{15}{8}\frac{(\alpha'u')^4\sin(3v-3v')}{(au)^5}\right\}.$$

En rapprochant ces formules de celles posées dans les pages 266, 267, citées plus haut, on en tire la conséquence importante; que, abstraction faite du terme $\frac{21}{8}\cdot 2iqb^2\frac{s(\alpha'u')^4\cos(v-v')}{(au)^5}$, appartenant à la

fonction sR_1, il suffit de changer b° en $b^{\circ}(1-2i)$, dans les résultats obtenus en supposant $i=0$, pour tenir compte de la petite modification produite par les inégalités, que l'action de la Lune fait naître dans l'orbite du Soleil. On peut s'en tenir à cette régle fort simple qui n'exige aucun nouveau développement: et nous en avons déjà fait l'application dans la page 14 de ce volume, relativement au coefficient de l'inégalité parallactique de la Lune.

190. La perturbation $\delta v'$ donnée par l'équation, $\delta v' = ib^{\circ}.\frac{\alpha' u' \sin(v-v')}{au}$ doit être appliquée à la longitude v' du Soleil, censée exprimée en fonction explicite du temps. Et la perturbation $\delta r'$, donnée par l'équation $\delta r' = \alpha'.\frac{ib^{\circ}.\cos(v-v')}{au}$, doit être appliquée au rayon vecteur r' de la même orbite (Voyez p. 299-301 du I.er volume). En conséquence, il convient d'éliminer de ces expressions les variables v et v', et de les présenter développées en fonction de t. Pour éliminer v', on y fera d'abord, $\alpha' u'(1-\epsilon'^2) = 1 + \epsilon' \cos c'v'$; ce qui donne

$$\delta v' = \frac{ib^{\circ}}{(1-\epsilon'^2)au}\left\{\sin(v-v') + \frac{\epsilon'}{2}\sin(v-v'+c'v') + \frac{\epsilon'}{2}\sin(v-v'-c'v')\right\}.$$

Ensuite, à l'aide de la formule générale posée dans les pages 322-326 du I.er volume, on trouvera, en développant ces coefficiens de $\frac{ib^{\circ}}{au}$ et négligeant les quantités d'un ordre supérieur au second ;

$au.\delta v' =$		$au.\frac{\delta r'}{\alpha'} =$	
$\sin Ev$	$ib^{\circ}(1-\epsilon'^2)$	$\cos Ev$	$ib^{\circ}(1-\epsilon'^2)$
$\sin Ev + c'mv$	$i\epsilon' b^{\circ}\left(-\frac{1}{2}\right)$	$\cos Ev + c'mv$	$i\epsilon' b^{\circ}(-1)$
$\sin Ev - c'mv$	$i\epsilon' b^{\circ}\left(\frac{3}{2}\right)$	$\cos Ev - c'mv$	$i\epsilon' b^{\circ}(1)$
$\sin Ev - cv$	$ieb^{\circ}(-m)$	$\cos Ev - cv$	$ieb^{\circ}(-m)$
$\sin Ev + cv$	$ieb^{\circ}(m)$	$\cos Ev + cv$	$ieb^{\circ}(m)$
$\sin Ev - 2c'mv$	$i\epsilon'^2 b^{\circ}\left(\frac{17}{8}\right)$	$\cos Ev - 2c'mv$	$i\epsilon'^2 b^{\circ}\left(\frac{9}{8}\right)$
$\sin Ev + 2c'mv$	$i\epsilon'^2 b^{\circ}\left(-\frac{1}{8}\right)$	$\cos Ev + 2c'mv$	$i\epsilon'^2 b^{\circ}\left(-\frac{1}{8}\right)$.

Nous avons $\frac{1}{au}=\frac{1}{u_{\iota}\left(1+\frac{\delta u}{u_{\iota}}\right)}=\frac{1}{u_{\iota}}\left(1-\frac{\delta u}{u_{\iota}}\right)$: mais, en négligeant les quantités qui passent le second ordre il suffit de prendre

$$\frac{1}{u_{\iota}}=\cos ov\left(1-\frac{1}{4}\gamma^2-\frac{1}{2}e^2\right)+\cos cv\; e(-1)+\cos 2cv\; e^2\left(\frac{1}{2}\right)+\cos 2gv\;\gamma^2\left(\frac{1}{4}\right)$$

(Voyez p. 308 du I.er vol.). Donc en substituant cette valeur, on aura;

$\frac{\delta v'}{1-\frac{\delta u}{u_{\iota}}}=$		$\frac{\delta r'}{\alpha'\left(1-\frac{\delta u}{u_{\iota}}\right)}=$	
$\sin Ev$	$ib^2\left(1-\varepsilon'^2-\frac{1}{4}\gamma^2-\frac{1}{2}e^2\right)$	$\cos Ev$	$ib^2\left(1-\varepsilon'^2-\frac{1}{4}\gamma^2-\frac{1}{2}e^2\right)$
$\sin Ev+c'mv$	$i\varepsilon'b^2\left(-\frac{1}{2}\right)$	$\cos Ev+c'mv$	$i\varepsilon'b^2(-1)$
$\sin Ev-c'mv$	$i\varepsilon'b^2\left(\frac{3}{2}\right)$	$\cos Ev-c'mv$	$i\varepsilon'b^2(1)$
$\sin Ev-cv$	$ieb^2\left(-\frac{1}{2}-m\right)$	$\cos Ev-cv$	$ieb^2\left(-\frac{1}{2}-m\right)$
$\sin Ev+cv$	$ieb^2\left(-\frac{1}{2}+m\right)$	$\cos Ev+cv$	$ieb^2\left(-\frac{1}{2}+m\right)$
$\sin Ev-2c'mv$	$i\varepsilon'^2b^2\left(\frac{17}{8}\right)$	$\cos Ev-2c'mv$	$i\varepsilon'^2b^2\left(\frac{9}{8}\right)$
$\sin Ev+2c'mv$	$i\varepsilon'^2b^2\left(-\frac{1}{8}\right)$	$\cos Ev+2c'mv$	$i\varepsilon'^2b^2\left(-\frac{1}{8}\right)$
$\sin Ev-2cv$	$ie^2b^2\left(\frac{1}{4}\right)$	$\cos Ev-2cv$	$ie^2b^2\left(\frac{1}{4}\right)$
$\sin Ev+2cv$	$ie^2b^2\left(\frac{1}{4}\right)$	$\cos Ev+2cv$	$ie^2b^2\left(\frac{1}{4}\right)$
$\sin Ev-2gv$	$i\gamma^2b^2\left(\frac{1}{8}\right)$	$\cos Ev-2gv$	$i\gamma^2b^2\left(\frac{1}{8}\right)$
$\sin Ev+2gv$	$i\gamma^2b^2\left(\frac{1}{8}\right)$	$\cos Ev+2gv$	$i\gamma^2b^2\left(\frac{1}{8}\right)$
$\sin Ev+c'mv-cv$	$ie\varepsilon'b^2\left(\frac{1}{4}\right)$	$\cos Ev+c'mv-cv$	$ie\varepsilon'b^2\left(\frac{1}{2}\right)$
$\sin Ev+c'mv+cv$	$ie\varepsilon'b^2\left(\frac{1}{4}\right)$	$\cos Ev+c'mv+cv$	$ie\varepsilon'b^2\left(\frac{1}{2}\right)$
$\sin Ev-c'mv-cv$	$ie\varepsilon'b^2\left(-\frac{3}{4}\right)$	$\cos Ev-c'mv-cv$	$ie\varepsilon'b^2\left(-\frac{1}{2}\right)$
$\sin Ev-c'mv+cv$	$ie\varepsilon'b^2\left(-\frac{3}{4}\right)$	$\cos Ev-c'mv+cv$	$ie\varepsilon'b^2\left(-\frac{1}{2}\right)$.

En excluant de l'expression de $\frac{\delta u}{u_1}$ les termes qui passent le second ordre, il suffit de prendre

$$1-\frac{\delta u}{u_2}=1+\cos 2Ev\ \left(-m^2\right)+\cos 2Ev-cv\ \ e\left(-\tfrac{15}{8}m\right);$$

partant il est clair qu'on a ;

$\delta v' =$		$\frac{\delta r'}{a'} =$	
$\sin Ev$	$ib^2\left(1-\iota'^2-\frac{1}{4}\gamma^2-\frac{1}{2}e^2+\frac{1}{2}m^2\right)$	$\cos Ev$	$ib^2\left(1-\iota'^2-\frac{1}{4}\gamma^2-\frac{1}{2}e^2-\frac{1}{2}m^2\right)$
$\sin Ev+c'mv$	$i\iota'b^2\left(-\frac{1}{2}\right)$	$\cos Ev+c'mv$	$i\iota'b^2\left(-1\right)$
$\sin Ev-c'mv$	$i\iota'b^2\left(\frac{3}{2}\right)$	$\cos Ev-c'mv$	$i\iota'b^2\left(1\right)$
$\sin Ev-cv$	$ieb^2\left(-\frac{1}{2}-\frac{m}{16}\right)$	$\cos Ev-cv$	$ieb^2\left(-\frac{1}{2}-\frac{31}{16}m\right)$
$\sin Ev+cv$	$ieb^2\left(-\frac{1}{2}+m\right)$	$\cos Ev+cv$	$ieb^2\left(-\frac{1}{2}+m\right)$
$\sin Ev-2c'mv$	$i\iota'^2b^2\left(\frac{17}{8}\right)$	$\cos Ev-2c'mv$	$i\iota'^2b^2\left(\frac{9}{8}\right)$
$\sin Ev+2c'mv$	$i\iota'^2b^2\left(-\frac{1}{8}\right)$	$\cos Ev+2c'mv$	$i\iota'^2b^2\left(-\frac{1}{8}\right)$
$\sin Ev-2cv$	$ie^2b^2\left(\frac{1}{4}\right)$	$\cos Ev-2cv$	$ie^2b^2\left(\frac{1}{4}\right)$
$\sin Ev+2cv$	$ie^2b^2\left(\frac{1}{4}\right)$	$\cos Ev+2cv$	$ie^2b^2\left(\frac{1}{4}\right)$
$\sin Ev-2gv$	$i\gamma^2b^2\left(\frac{1}{8}\right)$	$\cos Ev-2gv$	$i\gamma^2b^2\left(\frac{1}{8}\right)$
$\sin Ev+2gv$	$i\gamma^2b^2\left(\frac{1}{8}\right)$	$\cos Ev+2gv$	$i\gamma^2b^2\left(\frac{1}{8}\right)$
$\sin Ev+c'mv-cv$	$ie\iota'b^2\left(\frac{1}{4}\right)$	$\cos Ev+c'mv-cv$	$ie\iota'b^2\left(\frac{1}{2}\right)$
$\sin Ev+c'mv+cv$	$ie\iota'b^2\left(\frac{1}{4}\right)$	$\cos Ev+c'mv+cv$	$ie\iota'b^2\left(\frac{1}{2}\right)$
$\sin Ev-c'mv-cv$	$ie\iota'b^2\left(-\frac{3}{4}\right)$	$\cos Ev-c'mv-cv$	$ie\iota'b^2\left(-\frac{1}{2}\right)$
$\sin Ev-c'mv+cv$	$ie\iota'b^2\left(-\frac{3}{4}\right)$	$\cos Ev-c'mv+cv$	$ie\iota'b^2\left(-\frac{1}{2}\right)$
$\sin 3Ev$	$ib^2\left(-\frac{1}{2}m^2\right)$	$\cos 3Ev$	$ib^2\left(-\frac{1}{2}m^2\right)$
$\sin 3Ev-cv$	$ieb^2\left(-\frac{15}{16}m\right)$	$\cos 3Ev-cv$	$ieb^2\left(-\frac{15}{16}m\right)$.

Maintenant, pour éliminer v de ces expressions, il suffit de considérer l'équation

$$nt = v - 2e\sin cv + \frac{3}{4}e^2\sin 2cv + \frac{1}{4}\gamma^2\sin 2gv$$
$$+ 3m\varepsilon'\sin c'mv - \frac{11}{8}m^2\sin 2Ev - \frac{15}{4}me\sin 2Ev - cv\,,$$

laquelle donne

$$v = nt + 2e\sin cnt + \frac{5}{4}e^2\sin 2cnt - \frac{1}{4}\gamma^2\sin 2gnt$$
$$- 3m\varepsilon'\sin c'mnt + \frac{11}{8}m^2\sin 2Ent + \frac{15}{4}me\cdot\sin(2E - c)nt\,;$$

et par conséquent :

$\delta v' =$		$\frac{\delta r'}{a'} =$	
$\sin Ent$	$ib^2\left(1 - \varepsilon'^2 - \frac{1}{4}\gamma^2 - \frac{1}{2}e^2 + \frac{19}{16}m^2\right)$	$\cos Ent$	$ib^2\left(1 - \varepsilon'^2 - \frac{1}{4}\gamma^2 - \frac{1}{2}e^2 - \frac{19}{16}m^2\right)$
$\sin Ent + c'mnt$	$i\varepsilon'b^2\left(-\frac{1}{2} - \frac{3}{2}m\right)$	$\cos Ent + c'mnt$	$i\varepsilon'b^2\left(-1 - \frac{3}{2}m\right)$
$\sin Ent - c'mnt$	$i\varepsilon'b^2\left(\frac{3}{2} + \frac{3}{2}m\right)$	$\cos Ent - c'mnt$	$i\varepsilon'b^2\left(1 + \frac{3}{2}m\right)$
$\sin Ent - cnt$	$ieb^2\left(-\frac{3}{2} + \frac{45}{16}m\right)$	$\cos Ent - cnt$	$ieb^2\left(-\frac{3}{2} - \frac{45}{16}m\right)$
$\sin Ent + cnt$	$ieb^2\left(\frac{1}{2} + 0.m\right)$	$\cos Ent + cnt$	$ieb^2\left(\frac{1}{2} + 0.m\right)$
$\sin Ent - 2c'mnt$	$i\varepsilon'^2b^2\left(\frac{17}{8}\right)$	$\cos Ent - 2c'mnt$	$i\varepsilon'^2b^2\left(\frac{9}{8}\right)$
$\sin Ent + 2c'mnt$	$i\varepsilon'^2b^2\left(-\frac{1}{8}\right)$	$\cos Ent + 2c'mnt$	$i\varepsilon'^2b^2\left(-\frac{1}{8}\right)$
$\sin Ent - 2cnt$	$ie^2b^2\left(\frac{1}{8}\right)$	$\cos Ent - 2cnt$	$ie^2b^2\left(\frac{1}{8}\right)$
$\sin Ent + 2cnt$	$ie^2b^2\left(\frac{3}{8}\right)$	$\cos Ent + 2cnt$	$ie^2b^2\left(\frac{3}{8}\right)$
$\sin Ent - 2gnt$	$i\gamma^2b^2\left(\frac{1}{4}\right)$	$\cos Ent - 2gnt$	$i\gamma^2b^2\left(\frac{1}{4}\right)$
$\sin Ent + 2gnt$	$i\gamma^2b^2\left(0\right)$	$\cos Ent + 2gnt$	$i\gamma^2b^2\left(0\right)$
$\sin Ent + c'mnt - cnt$	$ie\varepsilon'b^2\left(\frac{3}{4}\right)$	$ccs\, Ent + c'mnt - cnt$	$ie\varepsilon'b^2\left(\frac{3}{2}\right)$
$\sin Ent + c'mnt + cnt$	$ie\varepsilon'b^2\left(-\frac{1}{4}\right)$	$\cos Ent + c'mnt + cnt$	$ie\varepsilon'b^2\left(-\frac{1}{2}\right)$
$\sin Ent - c'mnt - cnt$	$ie\varepsilon'b^2\left(-\frac{9}{4}\right)$	$\cos Ent - c'mnt - cnt$	$ie\varepsilon'b^2\left(-\frac{3}{2}\right)$.
$\sin Ent - c'mnt + cnt$	$ie\varepsilon'b^2\left(\frac{3}{4}\right)$	$\cos Ent - c'mnt + cnt$	$ie\varepsilon'b^2\left(\frac{1}{2}\right)$
$\sin 3Ent$	$ib^2\left(\frac{3}{16}m^2\right)$	$\cos 3Ent$	$ib^2\left(\frac{3}{16}m^2\right)$
$\sin 3Ent - cnt$	$ieb^2\left(\frac{15}{16}m\right)$	$\cos 3Ent - cnt$	$ieb^2\left(\frac{15}{16}m\right)$.

191. Pour développer de la même manière la perturbation

$$\delta s' = ib^{s}\,.\,s^{\frac{a'u'}{au}},$$

il suffit de faire

$$a'u' = 1 + \epsilon' \cos c'mv;\quad s = \gamma \sin gv;\quad \frac{1}{au} = 1 - e\cos cv;$$

et alors on obtient

$$\delta s' = \sin gv\ \ \gamma i b^{s}\left(1\right) + \sin gv + c'mv\ \ i\gamma\epsilon' b^{s}\left(\tfrac{1}{2}\right) + \sin gv - c'mv\ \ i\gamma\epsilon' b^{s}\left(\tfrac{1}{2}\right)$$
$$+ \sin gv + cv\ \ i\gamma e b^{s}\left(-\tfrac{1}{2}\right) + \sin gv - cv\ \ i\gamma e b^{s}\left(-\tfrac{1}{2}\right).$$

Actuellement si l'on fait $v = nt + 2e \sin cnt$, il viendra

$$\delta s' = \sin gnt\ i\gamma b^{s}\left(1\right) + \sin gnt + c'mnt\ i\epsilon'\gamma b^{s}\left(\tfrac{1}{2}\right) + \sin gnt - c'mnt\ i\epsilon'\gamma b^{s}\left(\tfrac{1}{2}\right)$$
$$+ \sin gnt + cnt\ \ ie\gamma b^{s}\left(\tfrac{1}{2}\right) + \sin gnt - cnt\ \ ie\gamma b^{s}\left(-\tfrac{3}{2}\right).$$

Si l'on voulait écrire ces argumens avec les moyens mouvemens nt et $n't$ de la Lune et du Soleil, il faudrait remplacer Ent par $nt - n't$, et $c'mnt$ par $c'n't$. Après cela on remplacera nt, cnt, gnt, $n't$, $c'n't$ par $nt + \epsilon$, $c(nt + \epsilon)$, $g(nt + \epsilon)$, $n't + \epsilon_{,}$, $c'(n't + \epsilon_{,}) - \varpi'$, pour mettre en évidence les constantes arbitraires qui accompagnent ces moyens mouvemens.

CHAPITRE DIXIÈME.

Expression analytique de la Latitude de la Lune.

192. L'analyse que nous avons suivie présente l'expression de la tangente de la latitude de la Lune, et non la latitude elle même. De sorte que, en nommant s cette tangente, nous sommes parvenus à un résultat de la forme $s=\Sigma A \sin pv$, dont on peut voir les différens termes qui le composent dans les pages 204-207, 221, 254, 268, 269, 324, 422, 507, 672 du second volume, et dans les pages 88, 417 de celui-ci. Le passage de l'expression de la tangente à celle de l'arc serait, dans tout autre cas, un problème trop simple pour en faire le sujet d'un Chapitre. Mais ici, la multitude des termes rend la formation du cube de $\Sigma A \sin pv$ assez délicate, pour faire excuser le parti qu'on a pris d'offrir le détail de cette opération, afin de mettre sous les yeux les différens termes qu'il est nécessaire d'ajouter à la tangente pour en tirer l'expression de l'arc avec un égal degré de précision analytique.

193. Soit donc L la latitude de la Lune par rapport au plan de l'écliptique. Comme nous avons négligé, en général, les quantités qui passent le cinquième ordre, il suffira de prendre

$$L=s-\tfrac{1}{3}s^3+\tfrac{1}{5}s^5\,; \text{ ou bien } L=(s_{,}+\partial s)-\tfrac{1}{3}(s_{,}+\partial s)^3+\tfrac{1}{5}(s_{,}+\partial s)^5,$$

en remplacant s par les deux parties $s_{,}+\partial s$ qui composent sa valeur. Maintenant, on peut réduire cette dernière expression de L a';

$$L=s_{,}-\tfrac{1}{3}s_{,}^3+\tfrac{1}{5}s_{,}^5+\partial s-(s_{,}^2-s_{,}^4)\partial s-s_{,}(\partial s)^2-\tfrac{1}{3}(\partial s)^3\,;$$

et y faire, conformément à l'équation $s_{,}=\gamma \sin gv$;

$$-\tfrac{1}{3}s_{,}^{3}= \sin gv\ \ \gamma\left(-\tfrac{1}{4}\gamma^{2}\right) + \sin 3gv\ \ \gamma^{3}\left(\ \tfrac{1}{12}\ \right);$$

$$+\tfrac{1}{5}s_{,}^{5}= \sin gv\ \ \gamma\left(\ \tfrac{1}{8}\gamma^{4}\right) + \sin 3gv\ \ \gamma^{3}\left(-\tfrac{1}{16}\gamma^{2}\right) + \sin 5gv\ \ \gamma^{5}\left(\tfrac{1}{80}\right);$$

$$-(s_{,}^{2}-s_{,}^{4})= \cos ov\left(-\tfrac{\gamma^{2}}{2}+\tfrac{3}{8}\gamma^{4}\right) + \cos 2gv\ \ \gamma^{2}\left(\tfrac{1}{2}-\tfrac{1}{2}\gamma^{2}\right) + \cos 4gv\ \ \gamma^{4}\left(\tfrac{1}{8}\right).$$

Relativement aux termes qui dépendent de la fonction δs on prendra les suivans ;

$$-\tfrac{1}{3}(\delta s)^{3} = -\tfrac{1}{3}\left\{\tfrac{3}{8}m\gamma^{2}.\sin 2Ev-gv\right\}^{3} = \sin 2Ev-gv\ \ \gamma\left(-\tfrac{27}{2048}m^{3}\gamma^{6}\right);$$

$$(^{*})\ (\delta s)^{2} = \cos ov\left(\tfrac{9}{128}m^{2}\gamma^{2}+\tfrac{9}{256}m^{3}\gamma^{2}\right) + \cos cv\ \ e\left\{-\tfrac{9}{8}+\tfrac{3}{8}=-\tfrac{3}{4}\right\}m^{3}\gamma^{2}$$

$$+\cos 2Ev-2cv\ \ e^{2}\left(\tfrac{15}{64}m\gamma^{2}\right) + \cos 2Ev+2cv-2gv\ \ e^{2}\gamma^{2}\left(-\tfrac{15}{64}m\right)$$

$$+\cos 4Ev-2gv\ \ \gamma^{2}\left(-\tfrac{9}{128}m^{2}\right);$$

$$-s_{,}(\delta s)^{2} =$$

$$\sin gv\ \ \gamma\left(-\tfrac{9}{128}m^{2}\gamma^{2}-\tfrac{9}{256}m^{3}\gamma^{2}\right) + \sin gv+cv\ \ e\gamma^{3}\left(\ \tfrac{3}{8}m^{3}\gamma^{2}\right)$$

$$+\sin gv-cv\ \ e\gamma\left(\ \tfrac{3}{8}m^{3}\gamma^{2}\right) + \sin 2Ev+gv-2cv\ \ e^{2}\gamma\left(-\tfrac{15}{128}m\gamma^{2}\right)$$

$$+\sin 2Ev-gv+2cv\ \ e^{2}\gamma\left(\tfrac{15}{128}m\gamma^{2}\right) + \sin 2Ev-3gv+2cv\ \ e^{2}\gamma^{3}\left(-\tfrac{15}{128}m\right)$$

$$+\sin 4Ev-gv\ \ \gamma\left(\tfrac{9}{256}m^{2}\gamma^{2}\right) + \sin 4Ev-3gv\ \ \gamma^{3}\left(-\tfrac{9}{256}m^{2}\right);$$

$$\left(-\tfrac{\gamma^{2}}{2}+\tfrac{3}{8}\gamma^{4}\right)\delta s =$$

$$\sin gv+cv\ \ e\gamma\left(\ \tfrac{1}{2}m^{2}\gamma^{2}-\tfrac{3}{16}m^{3}\gamma^{2}\right)$$

$$\sin gv-cv\ \ e\left(-\tfrac{3}{2}m^{2}\gamma^{2}-\tfrac{9}{4}m^{3}\gamma^{2}\right)$$

(*) On trouve les termes qui composent cette valeur partielle de $(\delta s)^{2}$ dans les pages 273, 329, 330, 604 du second volume, et dans la page 228 de celui-ci.

$$\sin gv + c'mv \qquad \varepsilon'\gamma\left(-\frac{9}{16}m\gamma^2\right)$$

$$\sin gv - c'mv \qquad \varepsilon'\gamma\left(\frac{9}{16}m\gamma^2\right)$$

$$\sin gv - 2c'mv \qquad \varepsilon'^2\gamma\left(\frac{27}{64}m\gamma^2\right)$$

$$\sin gv - 2cv \qquad e^2\gamma\left(\frac{5}{16}\gamma^2 - \frac{135}{128}m\gamma^2\right)$$

$$\sin 2Ev - gv \qquad \gamma\left(-\frac{3}{16}m\gamma^2 - \frac{3}{64}m^2\gamma^2 - \frac{3}{8}me^2\gamma^2 + \frac{15}{32}m\varepsilon'^2\gamma^2 + \frac{273}{1024}m^3\gamma^2 + \frac{9}{64}m\gamma^4\right)$$

$$\sin 2Ev + c'mv - gv \qquad \varepsilon'\gamma\left(\frac{3}{16}m\gamma^2\right)$$

$$\sin 2Ev - c'mv - gv \qquad \varepsilon'\gamma\left(-\frac{7}{16}m\gamma^2\right)$$

$$\sin 2Ev + gv - 2cv \qquad e^2\gamma\left(-\frac{15}{128}m\gamma^2\right)$$

$$\sin 2Ev + cv - gv \qquad e\gamma\left(-\frac{1}{2}m^2\gamma^2\right)$$

$$\sin 2Ev - cv - gv \qquad e\gamma\left(\frac{3}{2}m^2\gamma^2\right)$$

$$\sin 2Ev + 2c'mv - gv \qquad \varepsilon'^2\gamma\left(\frac{9}{64}m\gamma^2\right).$$

$$\delta s \times 2\cos 2gv \quad \gamma^2\left(-\frac{1}{4}\right) =$$

$$\sin gv - cv \qquad e\gamma\left(\frac{1}{4}m^2\gamma^2 - \frac{3}{32}m^3\gamma^2\right)$$

$$\sin 3gv - cv \qquad e\gamma^3\left(\frac{3}{4}m^2 + \frac{9}{8}m^3\right)$$

$$\sin gv + cv \qquad e\gamma\left(-\frac{3}{4}m^2\gamma^2 - \frac{9}{8}m^3\gamma^2\right)$$

$$\sin 3gv - 2cv \qquad e^2\gamma^3\left(-\frac{5}{32} + \frac{135}{256}m\right)$$

$$\sin gv + 2cv \qquad e^2\gamma\left(\frac{5}{32}\gamma^2\right)$$

$$\sin 3gv + c'mv \qquad \varepsilon'\gamma^3\left(\frac{9}{32}m\right)$$

$$\sin gv - c'mv \qquad \varepsilon'\gamma\left(-\frac{9}{32}m\gamma^2\right)$$

$\sin 3gv - c'mv$	$\varepsilon'\gamma^3\left(-\frac{9}{32}\ m\ \right)$
$\sin gv + c'mv$	$\varepsilon'\gamma\left(\ \frac{9}{32}\ m\gamma^2\right)$
$\sin gv - 2c'mv$	$\varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{27}{128}m\gamma^2\right)$
$\sin 2Ev + gv$	$\gamma\left(\ \frac{3}{32}m\gamma^2 + \frac{3}{128}m^2\gamma^2 - \frac{273}{2018}m^3\gamma^2\right)$
$\sin 2Ev - 3gv$	$\gamma^3\left(\ \frac{3}{32}m + \frac{3}{128}m^2\right)$
$\sin 2Ev + c'mv + gv$	$\varepsilon'\gamma\left(-\frac{3}{32}m\gamma^2\right)$
$\sin 2Ev + c'mv - 3gv$	$\varepsilon'\gamma^3\left(-\frac{3}{32}\ m\ \right)$
$\sin 2Ev - c'mv + gv$	$\varepsilon'\gamma\left(\ \frac{7}{32}m\gamma^2\right)$
$\sin 2Ev - c'mv - 3gv$	$\varepsilon'\gamma^3\left(\ \frac{7}{32}\ m\ \right)$
$\sin 2Ev - cv + gv$	$e\gamma\left(-\frac{3}{4}m^2\gamma^2\right)$
$\sin 2Ev + cv - 3gv$	$e\gamma^3\left(\ \frac{1}{4}\ m^2\ \right)$
$\sin 2Ev - 2cv + gv$	$e^2\gamma\left(-\frac{15}{64}m\gamma^2\right)$
$\sin 2Ev + 2c'mv - 3gv$	$\varepsilon'^2\gamma^3\left(-\frac{9}{128}\ m\ \right)$
$\sin 2Ev - gv$	$\gamma\left(-\frac{3}{64}m\gamma^4\right)$.

En substituant ces différens termes dans l'expression précédente de L on aura ;

$$L = \partial s +$$

$\sin gv$	$\gamma\left(\ 1 - \frac{1}{4}\gamma^2 + \frac{1}{8}\gamma^4 - \frac{9}{128}m^2\gamma^2 - \frac{9}{256}m^3\gamma^2\right)$
$\sin 3gv$	$\gamma^3\left(\ \frac{1}{12} - \frac{1}{16}\gamma^2\right)$
$\sin 5gv$	$\gamma^5\left(\ \frac{1}{80}\right)$

$\sin gv + cv$	$e\gamma\left(-\frac{1}{4}m^2\gamma^2 - \frac{15}{16}m^3\gamma^2\right)$
$\sin gv - cv$	$e\gamma\left(-\frac{5}{4}m^2\gamma^2 - \frac{63}{32}m^3\gamma^2\right)$
$\sin gv - 2cv$	$e^2\gamma\left(\frac{5}{16}\gamma^2 - \frac{135}{128}m\gamma^2\right)$
$\sin gv + 2cv$	$e^2\gamma\left(\frac{5}{32}\gamma^2\right)$
$\sin 3gv - cv$	$e\gamma^3\left(\frac{3}{4}m^2 + \frac{9}{8}m^3\right)$
$\sin 3gv - 2cv$	$e^2\gamma^3\left(-\frac{5}{32} + \frac{135}{256}m\right)$
$\sin gv + c'mv$	$\varepsilon'\gamma\left(-\frac{9}{32}m\gamma^2\right)$
$\sin gv - c'mv$	$\varepsilon'\gamma\left(\frac{9}{32}m\gamma^2\right)$
$\sin gv - 2c'mv$	$\varepsilon'^2\gamma\left(\frac{27}{128}m\gamma^2\right)$
$\sin 3gv + c'mv$	$\varepsilon'\gamma^3\left(\frac{9}{32}m\right)$
$\sin 3gv - c'mv$	$\varepsilon'\gamma^3\left(-\frac{9}{32}m\right)$
$\sin 2Ev - gv$	$\gamma\left(-\frac{3}{16}m\gamma^2 - \frac{3}{64}m^2\gamma^2 + \frac{519}{2048}m^3\gamma^2 + \frac{3}{32}m\gamma^4 - \frac{3}{8}me^2\gamma^2 + \frac{15}{32}m\varepsilon'^2\gamma^2\right)$
$\sin 2Ev + gv$	$\gamma\left(\frac{3}{32}m\gamma^2 + \frac{3}{128}m^2\gamma^2 - \frac{273}{2048}m^3\gamma^2\right)$
$\sin 2Ev + c'mv - gv$	$\varepsilon'\gamma\left(\frac{3}{16}m\gamma^2\right)$
$siv\ 2Ev - c'mv - gv$	$\varepsilon'\gamma\left(-\frac{7}{16}m\gamma^2\right)$
$\sin 2Ev + c'mv + gv$	$\varepsilon'\gamma\left(-\frac{3}{32}m\gamma^2\right)$
$\sin 2Ev - c'mv + gv$	$\varepsilon'\gamma\left(\frac{7}{32}m\gamma^2\right)$
$\sin 2Ev - 3gv$	$\gamma^3\left(\frac{3}{32}m + \frac{3}{128}m^2\right)$
$\sin 2Ev + c'mv - 3gv$	$\varepsilon'\gamma^3\left(-\frac{3}{32}m\right)$
$\sin 2Ev - c'mv - 3gv$	$\varepsilon'\gamma^3\left(\frac{7}{32}m\right)$

$$\sin 2Ev - cv - gv \qquad e\gamma\left(\frac{3}{2} m^2\gamma^2 \right)$$

$$\sin 2Ev - cv + gv \qquad e\gamma\left(-\frac{3}{4} m^2\gamma^2 \right)$$

$$\sin 2Ev + cv - gv \qquad e\gamma\left(-\frac{1}{2} m^2\gamma^2 \right)$$

$$\sin 2Ev + gv - 2cv \qquad e^2\gamma\left(-\frac{15}{32} m\gamma^2 \right)$$

$$\sin 2Ev - gv + 2cv \qquad e^2\gamma\left(\frac{15}{128} m\gamma^2 \right)$$

$$\sin 2Ev - 3gv + 2cv \qquad e^2\gamma^3\left(-\frac{15}{128} m \right)$$

$$\sin 2Ev - 3gv + cv \qquad e\gamma^3\left(\frac{1}{4} m^2 \right)$$

$$\sin 2Ev + 2c'mv - gv \qquad e'^2\gamma\left(\frac{9}{64} m\gamma^2 \right)$$

$$\sin 2Ev + 2c'mv - 3gv \qquad e'^2\gamma^3\left(-\frac{9}{128} m \right)$$

$$\sin 4Ev - gv \qquad \gamma\left(\frac{9}{256} m^2\gamma^2 \right)$$

$$\sin 4Ev - 3gv \qquad \gamma^3\left(-\frac{9}{256} m^2 \right).$$

Cela posé, on pourra former sans difficulté l'expression suivante de L, en remplacant δs par sa valeur, prise dans les pages indiquées plus haut :

$$L = \textit{Latitude de la Lune} =$$

$$\sin gv \qquad \gamma\left(1 - \frac{1}{4}\gamma^2 + \frac{1}{8}\gamma^4 - \frac{9}{128} m^2\gamma^2 - \frac{9}{256} m^3\gamma^2 \right)$$

$$\sin 3gv \qquad \gamma^3\left(\frac{1}{12} - \frac{1}{16}\gamma^2 + \frac{3}{32} m^2 \right)$$

$$\sin 5gv \qquad \gamma^5\left(\frac{1}{80} \right)$$

$$\sin gv + cv \quad e\gamma \begin{Bmatrix} \left(-m^2 + \frac{3}{8} m^3 + \frac{127}{32} m^4 + \frac{19045}{1536} m^5 \right) - e^2\left(\frac{3}{4} m^2 + 6 . m^3 \right) \\ - e'^2\left(\frac{3}{2} m^2 - \frac{11}{8} m^3 \right) + \gamma^2\left(\frac{5}{8} m^2 - \frac{45}{32} m^3 \right) \end{Bmatrix}$$

$$\sin gv - cv \qquad e\gamma \left\{ \begin{array}{l} \left(3.m^2 + \frac{9}{2}m^3 + \frac{789}{64}m^4 + \frac{5795}{128}m^5\right) + e^2\left(\frac{3}{8}m^2 + \frac{387}{64}m^3\right) \\ + \varepsilon'^2\left(\frac{9}{2}m^2 + \frac{33}{2}m^3\right) - \gamma^2\left(\frac{5}{4}m^2 + \frac{297}{32}m^3\right) \end{array} \right\}$$

$$\sin gv - 2cv \qquad e^2\gamma \left\{ \begin{array}{l} \left(-\frac{5}{8} + \frac{135}{64}m + \frac{659}{512}m^2 + \frac{13299}{4096}m^3\right) + e^2\left(\frac{5}{32} - \frac{135}{32}m\right) \\ + \frac{585}{128}m\varepsilon'^2 + \gamma^2\left(-\frac{25}{64} + \frac{945}{256}m\right) \end{array} \right\}$$

$$\sin gv + 2cv \qquad e^2\gamma\left(\frac{5}{32}\gamma^2 + \frac{15}{32}m^2\right)$$

$$\sin gv - 3cv \qquad e^3\gamma\left(-\frac{5}{8}m^2 - \frac{105}{32}m^3\right)$$

$$\sin 3gv - cv \qquad e\gamma^3\left(m^2 - \frac{9}{4}m^3\right)$$

$$\sin 3gv - 2cv \qquad e^2\gamma^3\left(-\frac{25}{64} + \frac{135}{64}m\right)$$

$$\sin gv + c'mv \qquad \varepsilon'\gamma\left\{\left(\frac{9}{8}m - \frac{69}{64}m^2 - \frac{975}{256}m^3 - \frac{65461}{4096}m^4\right) + \frac{9}{4}me^2 + \frac{81}{64}m\varepsilon'^2 - \frac{27}{32}m\gamma^2\right\}$$

$$\sin gv - c'mv \qquad \varepsilon'\gamma\left\{\left(-\frac{9}{8}m + \frac{9}{64}m^2 + \frac{999}{256}m^3 + \frac{106081}{4096}m^4\right) - \frac{9}{4}me^2 - \frac{81}{64}m\varepsilon'^2 + \frac{27}{32}m\gamma^2\right\}$$

$$\sin gv + 2c'mv \qquad \varepsilon'^2\gamma\left(\frac{27}{32}m - \frac{165}{256}m^2\right)$$

$$\sin gv - 2c'mv \qquad \varepsilon'^2\gamma\left\{\left(-\frac{27}{32}m + \frac{99}{256}m^2 + \frac{945}{512}m^3\right) - \frac{27}{16}me^2 - \frac{21}{32}m\varepsilon'^2 + \frac{81}{128}m\gamma^2\right\}$$

$$\sin gv + 3c'mv \qquad \varepsilon'^3\gamma\left(\frac{53}{64}m\right)$$

$$\sin gv - 3c'mv \qquad \varepsilon'^3\gamma\left(-\frac{53}{64}m\right)$$

$$\sin 3gv + c'mv \qquad \varepsilon'\gamma^3\left(\frac{9}{32}m\right)$$

$$\sin 3gv - c'mv \qquad \varepsilon'\gamma^3\left(-\frac{9}{32}m\right)$$

$$\sin gv + cv + c'mv \qquad e\varepsilon'\gamma\left(-\frac{3}{2}m^2\right)$$

$$\sin gv - cv - c'mv \qquad e\varepsilon'\gamma\left(\frac{9}{2}m^2\right)$$

$$\sin gv + cv - c'mv \qquad e\varepsilon'\gamma\left(-\frac{3}{2}m^2\right)$$

$\sin gv - cv + c'mv \qquad e\varepsilon'\gamma\left(\frac{9}{2} m^2 \right)$

$\sin gv - 2cv - c'mv \qquad e^2\varepsilon'\gamma\left(\frac{135}{64} m \right)$

$\sin gv - 2cv + c'mv \qquad e^2\varepsilon'\gamma\left(-\frac{135}{64} m \right)$

$\sin gv - 2cv + 2c'mv \qquad e^2\varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{405}{256} m \right)$

$\sin gv + cv - 2c'mv \qquad e\varepsilon'^2\gamma\left(-\frac{9}{4} m^2 \right)$

$\sin gv - cv + 2c'mv \qquad e\varepsilon'^2\gamma\left(\frac{27}{4} m^2 \right)$

$\sin gv - cv - 2c'mv \qquad e\varepsilon'^2\gamma\left(\frac{27}{4} m^2 \right)$

$$\sin 2Ev - gv \quad \gamma \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{3}{8} m + \frac{3}{32} m^2 - \frac{278}{512} m^3 - \frac{4147}{2048} m^4 - \frac{225439}{49152} m^5 \right) \\ -\varepsilon'^2 \left(\frac{15}{16} m + \frac{21}{8} m^2 + \frac{6753}{1024} m^3 \right) + e^2 \left(\frac{3}{4} m + \frac{201}{64} m^2 + \frac{1593}{256} m^3 \right) \\ +\gamma^2 \left(-\frac{3}{16} m + \frac{21}{128} m^2 + \frac{555}{2048} m^3 \right) - \frac{3}{4} m e^2 \gamma^2 + \frac{15}{32} m \varepsilon'^2 \gamma^2 \\ -\frac{15}{8} m e^2 \varepsilon'^2 + \frac{9}{64} m \gamma^4 + \frac{27}{64} m e^4 + \frac{89}{128} m \varepsilon'^4 + \frac{45}{64} m b^4 + \frac{9}{8} m^3 (\varepsilon'^2 - E'^2) \end{array} \right\}$$

$$\sin 2Ev + gv \quad \gamma \left\{ -\left(\frac{75}{128} m^4 + \frac{2085}{1024} m^5 \right) + \gamma^2 \left(\frac{3}{32} m - \frac{9}{128} m^2 - \frac{249}{2048} m^3 \right) + \frac{225}{128} m^3 e^2 \right\}$$

$$\sin 2Ev + c'mv - gv \quad \varepsilon'\gamma \left(-\frac{3}{8} m - \frac{57}{64} m^2 - \frac{327}{256} m^3 - \frac{3}{4} m e^2 + \frac{3}{64} m \varepsilon'^2 + \frac{3}{16} m \gamma^2 \right)$$

$$\sin 2Ev - c'mv - gv \quad \varepsilon'\gamma \left(\frac{7}{8} m + \frac{65}{64} m^2 - \frac{5}{256} m^3 + \frac{7}{4} m e^2 - \frac{123}{64} m \varepsilon'^2 - \frac{7}{16} m \gamma^2 \right)$$

$\sin 2Ev + c'mv + gv \quad \varepsilon'\gamma \left(-\frac{3}{32} m \gamma^2 \right)$

$\sin 2Ev - c'mv + gv \quad \varepsilon'\gamma \left(\frac{7}{32} m \gamma^2 \right)$

$$\sin 2Ev - gv - cv \quad e\gamma \left\{ \begin{array}{l} \left(-3 \cdot m^2 - \frac{15}{2} m^3 - \frac{1269}{64} m^4 - \frac{4733}{128} m^5 \right) \\ -\frac{9}{4} m^2 e^2 + \frac{15}{2} m^2 \varepsilon'^2 + \frac{9}{4} m^2 \gamma^2 \end{array} \right\}$$

$\sin 2Ev + gv + cv \quad e\gamma \left(m^4 \right)$

$\sin 2Ev - gv + cv \qquad e\gamma \left\{ \left(m^2 + \frac{31}{24} m^3 - \frac{67}{288} m^4 \right) + \frac{3}{4} m^2 e^2 - \frac{5}{2} m^2 \varepsilon'^2 - \frac{3}{4} m^2 \gamma^2 \right\}$

$\sin 2Ev + gv - cv \qquad e\gamma \left\{ \left(-\frac{15}{8} m^3 - \frac{445}{64} m^4 - \frac{8915}{512} m^5 \right) + \frac{5}{8} m^3 e^2 - m^3 \gamma^2 \right\}$

$\sin 2Ev - 2cv + gv \qquad e^2\gamma \left\{ \left(\frac{15}{64} m - \frac{915}{512} m^2 - \frac{2541}{256} m^3 \right) + \frac{105}{256} m e^2 - \frac{75}{128} m \varepsilon'^2 - \frac{225}{512} m \gamma^2 \right\}$

$\sin 2Ev + 2cv - gv \qquad e^2\gamma \left(-\frac{15}{32} m^2 + \frac{93}{256} m^3 + \frac{15}{128} m \gamma^2 \right)$

$\sin 2Ev - 2cv - gv \qquad e^2\gamma \left(-\frac{15}{16} m - \frac{333}{128} m^2 \right)$

$\sin 2Ev - 3gv \qquad \gamma^3 \left(-\frac{3}{32} m + \frac{21}{64} m^2 \right)$

$\sin 2Ev - 2c'mv - gv \qquad \varepsilon'^2\gamma \left(\frac{51}{32} m + \frac{789}{256} m^2 \right)$

$\sin 2Ev + 2c'mv - gv \qquad \varepsilon'^2\gamma \left\{ \left(-\frac{9}{32} m - \frac{93}{256} m^2 - \frac{2287}{512} m^3 \right) - \frac{9}{16} m e^2 - \frac{7}{16} m \varepsilon'^2 + \frac{9}{64} m \gamma^2 \right\}$

$\sin 2Ev - 3gv + cv \qquad e\gamma^3 \left(m^2 \right)$

$\sin 2Ev + gv - 3cv \qquad e^3\gamma \left(-\frac{15}{8} m^2 \right)$

$\sin 2Ev + 3c'mv - gv \qquad \varepsilon'^3\gamma \left(-\frac{1}{64} m \right)$

$\sin 2Ev - 3c'mv - gv \qquad \varepsilon'^3\gamma \left(\frac{169}{64} m \right)$

$\sin 2Ev + c'mv - 3gv \qquad \varepsilon'\gamma^3 \left(\frac{3}{32} m \right)$

$\sin 2Ev - c'mv - 3gv \qquad \varepsilon'\gamma^3 \left(-\frac{7}{32} m \right)$

$\sin 2Ev - 3gv + 2cv \qquad e^2\gamma^3 \left(-\frac{225}{512} m \right)$

$\sin 2Ev + 2c'mv - 3gv \qquad \varepsilon'^2\gamma^3 \left(\frac{9}{128} m \right)$

$\sin 2Ev + c'mv - gv + cv \qquad e\varepsilon'\gamma \left(-\frac{1}{2} m^2 \right)$

$\sin 2Ev - c'mv - gv + cv \qquad e\varepsilon'\gamma \left(\frac{7}{2} m^2 \right)$

$\sin 2Ev + c'mv - gv - cv \qquad e\varepsilon'\gamma \left(\frac{3}{2} m^2 \right)$

$\sin 2Ev - c'mv - gv - cv \quad e\epsilon'\gamma\left(-\frac{21}{2}m^2\right)$

$\sin 2Ev + c'mv + gv - 2cv \quad e^2\epsilon'\gamma\left(-\frac{15}{64}m\right)$

$\sin 2Ev + c'mv - gv - 2cv \quad e^2\epsilon'\gamma\left(\frac{15}{16}m\right)$

$\sin 2Ev - c'mv + gv - 2cv \;.\; e^2\epsilon'\gamma\left(\frac{35}{64}m\right)$

$\sin 2Ev - c'mv - gv - 2cv \quad e^2\epsilon'\gamma\left(-\frac{35}{16}m\right)$

$\sin 2Ev + 2c'mv - gv + cv \quad e\epsilon'^2\gamma\left(-\frac{9}{16}m^2\right)$

$\sin 2Ev + 2c'mv + gv - 2cv \quad e^2\epsilon'^2\gamma\left(-\frac{45}{256}m\right)$

$\sin 2Ev + 2c'mv - gv - 2cv \quad e^2\epsilon'^2\gamma\left(\frac{45}{64}m\right)$

$\sin Ev + gv \quad \gamma b^2\left(\frac{5}{8}m^2\right)$

$\sin Ev - gv \quad \gamma b^2\left(\frac{9}{4}m^2\right)$

$\sin Ev + gv - cv \quad e\gamma b^2\left(\frac{75}{32}m\right)$

$\sin Ev - gv + cv \quad e\gamma b^2\left(-\frac{45}{16}m\right)$

$\sin Ev - gv - cv \quad e\gamma b^2\left(\frac{45}{16}m\right)$

$\sin Ev + c'mv + gv \quad \epsilon'\gamma b^2\left(-\frac{5}{8}m^2 + \frac{505}{64}m^3\right)$

$\sin Ev + c'mv - gv \quad \epsilon'\gamma b^2\left(-\frac{3}{2}m^2 + \frac{225}{16}m^3\right)$

$\sin Ev - c'mv + gv \quad \epsilon'\gamma b^2\left(\frac{15}{8}m^2\right)$

$\sin Ev - c'mv - gv \quad \epsilon'\gamma b^2\left(3.m^2\right)$

$\sin Ev + c'mv + gv - cv \quad e\epsilon'\gamma b^2\left(-\frac{5}{8} - \frac{185}{16}m\right)$

$\sin Ev + c'mv - gv - cv \quad e\epsilon'\gamma b^2\left(-\frac{5}{4} - \frac{55}{8}m\right)$

$\sin Ev + c'mv - gv + cv \quad e\epsilon'\gamma b^2\left(\frac{5}{6} - \frac{145}{16}m\right)$

$\sin Ev - c'mv + gv - cv$	$e\epsilon'\gamma b^2\left(\frac{245}{64}m\right)$
$\sin Ev - c'mv - gv + cv$	$e\epsilon'\gamma b^2\left(-\frac{225}{64}m\right)$
$\sin 3Ev - gv$	$\gamma b^2\left(-\frac{5}{8}m^2\right)$
$\sin 3Ev - gv - cv$	$e\gamma b^2\left(-\frac{25}{32}m\right)$
$\sin 3Ev + c'mv - gv$	$\epsilon'\gamma b^2\left(\frac{15}{8}m^2\right)$
$\sin 3Ev + c'mv - gv - cv$	$e\epsilon'\gamma b^2\left(\frac{135}{64}m\right)$
$\sin 4Ev - gv$	$\gamma\left(\frac{75}{128}m^4 + \frac{9}{256}m^2\gamma^2\right)$
$\sin 4Ev - 3gv$	$\gamma^3\left(0.m^2\right)$
$\sin 4Ev - gv - cv$	$e\gamma\left(\frac{15}{8}m^3 + \frac{645}{64}m^4\right)$
$\sin 4Ev - gv - 2cv$	$e^2\gamma\left(\frac{225}{256}m^2\right)$.

194. Il y a une autre fonction de la tangente de la latitude qu'il est important d'avoir développée : c'est la fonction $2s_{,}\partial s + (\partial s)^2$. Car, d'après ce qui à été dit dans la page 5 de ce volume, le *sinus* de la parallaxe horizontale de la Lune dépend de la fonction

$$\frac{u}{\sqrt{1+ss}} = u_{,}\left(1 + \frac{\partial u}{u_{,}}\right)\left\{(1 + s_{,}^2) + 2s_{,}\partial s + (\partial s)^2\right\}^{-\frac{1}{2}}.$$

Et en nommant ρ la projection du rayon vecteur de la Lune sur le plan de l'écliptique, on a

$$r = \rho\sqrt{1+ss} = \rho\left\{(1 + s_{,}^2) + 2s_{,}\partial s + (\partial s)^2\right\}^{\frac{1}{2}}.$$

Si l'on vent éliminer de ces expressions les quantités $u_{,}$ et ρ on remarquera, que, dans la page 307 du Ier volume on a trouvé

$$u_1 = \lambda^{\frac{1}{2}}(1+\gamma^2)^{\frac{1}{2}}\left\{\sqrt{1+s_1^2}+e\cos cv\right\};$$

et que

$$\rho = \frac{1}{u} = \frac{a}{u_1+\delta u} = \frac{a}{u_1}\left(1+\frac{\delta u}{u_1}\right)^{-1}.$$

Je vais en conséquence réunir ici tous les termes de la fonction $2s_1\delta s+(\delta s)^2$, posés dans les pages 273, 274, 331, 332, 333, 422, 426, 448, 523, 604, 605, 676, 677 du second volume, et dans les pages 92, 229, 330, 418 de celui-ci, afin de les avoir préparés, lorsqu'on voudra développer les deux fonctions $\frac{u}{\sqrt{1+ss}}$, $\frac{\sqrt{1+ss}}{u}$ dans une suite de termes périodiques.

$$ss = s_1^2 + 2s_1\delta s + (\delta s)^2 =$$

$\cos 0v$ $\quad \gamma^2\left\{\begin{aligned}&\left(\tfrac{1}{2}+\tfrac{9}{128}m^2+\tfrac{9}{256}m^3-\tfrac{801}{4096}m^4-\tfrac{3315}{4096}m^5\right)+\tfrac{81}{1024}m^4\gamma^2\\&+e^2\left(\tfrac{9}{32}m^2+\tfrac{639}{512}m^3\right)+\epsilon'^2\left(\tfrac{175}{128}m^2-\tfrac{625}{512}m^3-\tfrac{9133}{1024}m^4\right)\\&+e^4\left(\tfrac{25}{128}-\tfrac{675}{512}m\right)+\tfrac{3813}{1024}m^4\epsilon'^4+\tfrac{175}{32}m^2e^2\epsilon'^2-\tfrac{81}{64}m^4\gamma^2\epsilon'^2\end{aligned}\right\}$

$\cos cv$ $\quad e\gamma^2\left\{\begin{aligned}&\left(2.m^2+\tfrac{33}{8}m^3+\tfrac{441}{32}m^4+\tfrac{38887}{768}m^5\right)-e^2\left(\tfrac{9}{4}m^2-\tfrac{69}{16}m^3\right)\\&+\gamma^2\left(\tfrac{7}{8}m^2-\tfrac{243}{32}m^3\right)+\epsilon'^2\left(3.m^2+\tfrac{121}{8}m^3\right)\end{aligned}\right\}$

$\cos 2cv$ $\quad e^2\gamma^2\left(-\tfrac{5}{8}+\tfrac{135}{64}m\right)$

$\cos 2gv$ $\quad \gamma^2\left(-\tfrac{1}{2}\right)$

$\cos c'mv$ $\quad \epsilon'\gamma^2\left(-\tfrac{3}{4}m^2+\tfrac{3}{16}m^3\right)$

$\cos 2c'mv$ $\quad \epsilon'^2\gamma^2\left(-\tfrac{87}{64}m^2\right)$

$\cos cv+c'mv$ $\quad e\epsilon'\gamma^2\left(3.m^2\right)$

$\cos cv-c'mv$ $\quad e\epsilon'\gamma^2\left(3.m^2\right)$

$$\cos cv - 2c'mv \qquad e\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{9}{2}m^2\right)$$

$$\cos 2cv - c'mv \qquad e^2\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{45}{32}m\right)$$

$$\cos 2cv - 2c'mv \qquad e^2\varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{135}{128}m\right)$$

$$\cos 2gv + cv \qquad e\gamma^2\left(m^2 - \frac{3}{8}m^3\right)$$

$$\cos 2gv - cv \qquad e\gamma^2\left\{\begin{array}{l} -\left(3.m^2 + \frac{9}{2}m^3 + \frac{417}{32}m^4 + \frac{24605}{512}m^5\right) - e^2\left(m^2 + \frac{267}{64}m^3\right) \\ +\gamma^2\left(\frac{1}{4}m^2 + \frac{75}{16}m^3\right) - \varepsilon'^2\left(\frac{9}{2}m^2 + \frac{33}{2}m^3\right) \end{array}\right\}$$

$$\cos 2gv - 2cv \qquad e^2\gamma^2\left\{\begin{array}{l} \left(\frac{5}{8} - \frac{135}{64}m - \frac{307}{256}m^2 - \frac{7977}{2048}m^3\right) - e^2\left(\frac{5}{32} - \frac{135}{32}m\right) \\ +\gamma^2\left(\frac{15}{32} - \frac{405}{128}m\right) - \frac{585}{128}m\,\varepsilon'^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos 2gv - 3cv \qquad e^3\gamma^2\left(\frac{5}{2}m^2 - \frac{45}{64}m^3\right)$$

$$\cos 2gv - c'mv \qquad \varepsilon'\gamma^2\left\{\left(\frac{9}{8}m - \frac{9}{64}m^2 - \frac{999}{256}m^3\right) + \frac{9}{4}m\,e^2 - \frac{9}{16}m\,\gamma^2 + \frac{81}{64}m\,\varepsilon'^2\right\}$$

$$\cos 2gv + c'mv \qquad \varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{9}{8}m + \frac{69}{64}m^2\right)$$

$$\cos 2gv - 2c'mv \qquad \varepsilon'^2\gamma^2\left\{\left(\frac{27}{32}m - \frac{261}{256}m^2 - \frac{27}{16}m^3\right) + \frac{27}{16}me^2 - \frac{27}{64}m\gamma^2 + \frac{21}{32}m\varepsilon'^2\right\}$$

$$\cos 2gv + 2c'mv \qquad \varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{27}{32}m\right)$$

$$\cos 2gv - 3c'mv \qquad \varepsilon'^3\gamma^2\left(\frac{53}{64}m\right)$$

$$\cos 2gv - cv - c'mv \qquad e\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{9}{2}m^2\right)$$

$$\cos 2gv - cv + c'mv \qquad e\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{9}{2}m^2\right)$$

$$\cos 2gv - cv - 2c'mv \qquad e\varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{27}{4}m^2\right)$$

$$\cos 2gv - 2cv + c'mv \qquad \varepsilon'e^2\gamma^2\left(\frac{45}{16}m\right)$$

$$\cos 2gv - 2cv - c'mv \qquad \varepsilon'e^2\gamma^2\left(-\frac{45}{16}m\right)$$

$$\cos 2Ev \quad \gamma^2 \left\{ \begin{aligned} &\left(-\tfrac{3}{8}m - \tfrac{3}{32}m^2 + \tfrac{273}{512}m^3 + \tfrac{2047}{2048}m^4 + \tfrac{138559}{49152}m^5\right) \\ &- e^2\left(\tfrac{3}{4}m + \tfrac{201}{64}m^2 + \tfrac{1143}{256}m^3\right) + \varepsilon'^2\left(\tfrac{15}{16}m + \tfrac{39}{32}m^2 + \tfrac{5677}{1024}m^3\right) \\ &- \gamma^2\left(\tfrac{39}{128}m^2 + \tfrac{3}{512}m^3\right) + \tfrac{15}{8}me^2\varepsilon'^2 + \tfrac{3}{8}me^2\gamma^2 - \tfrac{3}{64}m\gamma^4 \\ &- \tfrac{291}{512}me^4 - \tfrac{39}{128}m\varepsilon'^4 - \tfrac{45}{64}mb^4 - \tfrac{9}{8}m^3(\varepsilon'^2 - E'^2) \end{aligned} \right\}$$

$$\cos 2Ev - cv \quad e\gamma^2 \left\{ \begin{aligned} &\left(3.m^2 + \tfrac{9}{2}m^3 + \tfrac{743}{64}m^4 + \tfrac{5139}{256}m^5\right) \\ &- m^2\gamma^2 + \tfrac{7}{2}m^2e^2 - \tfrac{15}{2}m^2\varepsilon'^2 \end{aligned} \right\}$$

$$\cos 2Ev + cv \quad e\gamma^2\left(-m^2 - \tfrac{11}{12}m^3 + \tfrac{683}{576}m^4\right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv \quad \varepsilon'\gamma^2\left\{\left(\tfrac{3}{8}m + \tfrac{15}{32}m^2 + \tfrac{807}{512}m^3\right) + \tfrac{3}{4}me^2 - \tfrac{3}{64}m\varepsilon'^2\right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv \quad \varepsilon'\gamma^2\left\{-\left(\tfrac{7}{8}m + \tfrac{19}{32}m^2 - \tfrac{87}{512}m^3\right) - \tfrac{7}{4}me^2 + \tfrac{123}{64}m\varepsilon'^2\right\}$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv \quad \varepsilon'^2\gamma^2\left(\tfrac{9}{32}m\right)$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv \quad \varepsilon'^2\gamma^2\left(-\tfrac{51}{32}m\right)$$

$$\cos 2Ev - 2cv \quad e^2\gamma^2\left(\tfrac{45}{32}m + \tfrac{21}{256}m^2\right)$$

$$\cos 2Ev - 2gv \quad \gamma^2 \left\{ \begin{aligned} &\left(\tfrac{3}{8}m + \tfrac{3}{32}m^2 - \tfrac{273}{512}m^3 - \tfrac{4147}{2048}m^4\right) + e^2\left(\tfrac{3}{4}m + \tfrac{201}{64}m^2\right) \\ &+ \gamma^2\left(\tfrac{3}{16}m - \tfrac{3}{32}m^2\right) - \varepsilon'^2\left(\tfrac{15}{16}m + \tfrac{129}{32}m^2\right) \end{aligned} \right\}$$

$$\cos 2Ev - 2gv - cv \quad e\gamma^2\left(-3.m^2 - \tfrac{63}{8}m^3\right)$$

$$\cos 2Ev + 2gv - cv \quad e\gamma^2\left(\tfrac{15}{8}m^3\right)$$

$$\cos 2Ev - 2gv + cv \quad e\gamma^2\left(m^2 + \tfrac{29}{12}m^3 + \tfrac{125}{72}m^4 - m^2\gamma^2 - \tfrac{5}{2}m^2\varepsilon'^2 + \tfrac{21}{8}m^2e^2\right)$$

$$\cos 2Ev - 2gv + 2cv \quad e^2\gamma^2\left(-\tfrac{15}{64}m + \tfrac{135}{512}m^2 + \tfrac{705}{512}m^3 - \tfrac{105}{256}me^2 + \tfrac{75}{128}m\varepsilon'^2 + \tfrac{15}{256}m\gamma^2\right)$$

$$\cos 2Ev + 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2\left(-\tfrac{15}{64}m + \tfrac{915}{512}m^2 + \tfrac{2541}{256}m^3 - \tfrac{105}{256}me^2 + \tfrac{75}{128}m\varepsilon'^2 + \tfrac{15}{256}m\gamma^2\right)$$

$\cos 2Ev - 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2\left(-\frac{15}{16}\,m\right)$

$\cos 2Ev + c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{45}{32}\,m\right)$

$\cos 2Ev - c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{105}{32}\,m\right)$

$\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{3}{2}\,m^2\right)$

$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{21}{2}\,m^2\right)$

$\cos 2Ev + 3c'mv - 2gv \quad \varepsilon'^3\gamma^2\left(-\frac{1}{64}\,m\right)$

$\cos 2Ev - 3c'mv - 2gv \quad \varepsilon'^3\gamma^2\left(\frac{169}{64}\,m\right)$

$\cos 2Ev + 2gv - 3cv \quad e^3\gamma^2\left(\frac{15}{8}\,m^2\right)$

$\cos 2Ev + c'mv - 2gv \quad \varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{3}{8}m - \frac{21}{16}m^2 - \frac{681}{512}m^3 - \frac{3}{4}me^2 - \frac{3}{16}m\gamma^2 + \frac{3}{64}m\varepsilon'^2\right)$

$\cos 2Ev - c'mv - 2gv \quad \varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{7}{8}m + \frac{23}{16}m^2 - \frac{163}{512}m^3 + \frac{7}{4}me^2 + \frac{7}{16}m\gamma^2 - \frac{123}{64}m\varepsilon'^2\right)$

$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv \quad \varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{9}{32}m - \frac{33}{128}m^2 - \frac{7069}{2048}m^3 - \frac{9}{16}me^2 - \frac{7}{16}m\varepsilon'^2 - \frac{9}{64}m\gamma^2\right)$

$\cos 2Ev - 2c'mv - 2gv \quad \varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{51}{32}m + \frac{561}{128}m^2\right)$

$\cos 2Ev + 2c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{135}{128}\,m\right)$

$\cos 2Ev + 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{27}{32}\,m^3\right)$

$\cos 2Ev + c'mv - 2gv + cv \quad e\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{1}{2}\,m^2\right)$

$\cos 2Ev - c'mv - 2gv + cv \quad e\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{7}{2}\,m^2\right)$

$\cos 2Ev + c'mv - 2gv - cv \quad e\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{3}{2}\,m^2\right)$

$\cos 2Ev - c'mv - 2gv - cv \quad e\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{21}{2}\,m^2\right)$

$\cos 2Ev - 4gv \quad \gamma^4\left(-\frac{3}{16}\,m\right)$

$\cos 2Ev + c'mv + 2gv - 2cv$	$e^2\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{15}{64}m\right)$
$\cos 2Ev - c'mv + 2gv - 2cv$	$e^2\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{35}{64}m\right)$
$\cos 2Ev + c'mv - 2gv + 2cv$	$e^2\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{15}{64}m\right)$
$\cos 2Ev - c'mv - 2gv + 2cv$	$e^2\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{35}{64}m\right)$
$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv + cv$	$e\varepsilon'^2\gamma^2\left(-\frac{27}{32}m^2\right)$
$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv - cv$	$e\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{27}{32}m^2\right)$
$\cos Ev$	$b^2\gamma^2\left(-\frac{13}{8}m^2\right)$
$\cos Ev - cv$	$b^2e\gamma^2\left(-\frac{15}{32}m\right)$
$\cos Ev + cv$	$eb^2\gamma^2\left(\frac{45}{16}m\right)$
$\cos Ev + c'mv$	$b^2\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{7}{8}m^2 - \frac{287}{32}m^3\right)$
$\cos Ev - c'mv$	$\varepsilon'b^2\gamma^2\left(-\frac{9}{8}m^2\right)$
$\cos Ev - 2gv$	$b^2\gamma^2\left(\frac{9}{4}m^2\right)$
$\cos Ev + c'mv - 2gv$	$b^2\gamma^2\varepsilon'\left(-\frac{3}{2}m^2 + 12.m^3\right)$
$\cos Ev + c'mv - cv$	$b^2e\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{5}{8} - \frac{75}{16}m\right)$
$\cos Ev - 2gv + cv$	$eb^2\gamma^2\left(-\frac{45}{16}m\right)$
$\cos Ev + c'mv + cv - 2gv$	$b^2e\varepsilon'\gamma^2\left(\frac{5}{6} - \frac{145}{16}m\right)$
$\cos Ev - c'mv - cv + 2gv$	$e\varepsilon'\gamma^2b^2\left(-\frac{245}{64}m\right)$
$\cos 3Ev - cv$	$e\gamma^2b^2\left(\frac{25}{32}m\right)$
$\cos 3Ev - 2gv$	$b^2\gamma^2\left(-\frac{5}{8}m^2\right)$

$$\cos 3Ev + c'mv - cv \quad e\varepsilon'\gamma^2 b^2 \left(-\frac{15}{8} m \right)$$

$$\cos 3Ev - 2gv - cv \quad e\gamma^2 b^2 \left(-\frac{25}{32} m \right)$$

$$\cos 3Ev + c'mv - 2gv \quad \varepsilon'\gamma^2 b^2 \left(\frac{15}{8} m^2 \right)$$

$$\cos 3Ev + c'mv + cv - 2gv \quad e\varepsilon'\gamma^2 b^2 \left(-\frac{5}{16} m \right)$$

$$\cos 4Ev - 2gv \quad \gamma^2 \left(-\frac{9}{128} m^2 - \frac{9}{256} m^3 + \frac{3201}{4096} m^4 \right)$$

$$\cos 4Ev - 4gv \quad \gamma^4 \left(\frac{27}{256} m^2 \right)$$

$$\cos 4Ev - 2cv - 2gv \quad e^2\gamma^2 \left(\frac{315}{256} m^2 \right)$$

$$\cos 4Ev - 2gv - cv \quad e\gamma^2 \left(3.\ m^3 \right)$$

$$\cos 4Ev + c'mv - 2gv \quad \varepsilon'\gamma^2 \left(\frac{9}{64} m^2 + \frac{189}{512} m^3 \right)$$

$$\cos 4Ev - c'mv - 2gv \quad \varepsilon'\gamma^2 \left(-\frac{21}{64} m^2 \right)$$

$$\cos 4Ev + 2c'mv - 2gv \quad \varepsilon'^2\gamma^2 \left(\frac{9}{256} m^2 - \frac{351}{2048} m^3 \right).$$

195. Pour remplir l'engagement contracté dans la page 856 du second Volume, je vais placer à la suite de cette valeur de ss la totalité des termes appartenans à la fonction $au = u_{,} + \delta u$ qui ont été développés dans cette ouvrage, abstraction faite de ceux qui sont dus à la figure de la Terre. Les pages qu'il faudra consulter pour y trouver le termes qu'on voit réunis ci-après sont les suivantes.

Tome I.er pag. {307, 441}.

Tome 2 pag. {76, 77, 83, 127, 143, 308-310, 416-421, 425, 427, 482-483, 596, 597, 646, 733, 734}.

Tome 3 pag. {158-162, 295, 328, 336, 381, 382, 409, 410, 444, 461, 483, 503, 575, 632, 633, 727, 728, 731.}.

$$au =$$

$$\cos 0v \quad \left(1 + e^2 + \frac{1}{4}\gamma^2 + e^4 - \frac{3}{64}\gamma^4 - \frac{1}{4}e^2\gamma^2 \right)$$

$$\cos cv \quad e\left(1 + e^2 + e^4 - \frac{1}{2}e^2\gamma^2 \right)$$

$$\cos 2cv \quad e^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{1}{2}m^2 + \frac{15}{4}m^3 + \frac{78}{4}m^4 + \frac{55697}{768}m^5 + \frac{338261}{1152}m^6 \right) \\ + \gamma^2\left(-\frac{5}{16} + \frac{135}{128}m - \frac{49}{1024}m^2 \right) + \frac{1}{4}m^2e^2 + \frac{3}{4}m^2\varepsilon'^2 - \frac{15}{64}e^2\gamma^2 - \frac{35}{128}\gamma^4 \end{array} \right\}$$

$$\cos 3cv \quad e^3\left(-\frac{5}{32}m^2 \right)$$

$$\cos 2gv \quad \gamma^2\left(-\frac{1}{4} - \frac{1}{4}e^2 + \frac{\gamma^2}{16} + \frac{1}{2}m^2 - \frac{3}{32}m^3 - \frac{177}{128}m^4 \right)$$

$$\cos 4gv \quad \gamma^4\left(-\frac{1}{64} \right)$$

$$\cos 2gv - cv \quad e\gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(-\frac{7}{8} + \frac{135}{64}m + \frac{221}{512}m^2 - \frac{16298}{4096}m^3 \right) \\ + \gamma^2\left(-\frac{1}{32} + \frac{135}{64}m \right) - e^2\left(\frac{81}{64} + \frac{1215}{256}m \right) + \frac{585}{128}m\varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2gv + cv \quad e\gamma^2\left(\frac{3}{32}m^2 - \frac{441}{512}m^3 - \frac{9711}{2048}m^4 \right)$$

$$\cos 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(-\frac{15}{16} + \frac{405}{128}m - \frac{1875}{512}m^2 - \frac{5877}{4096}m^3 \right) \\ + \gamma^2\left(\frac{15}{128} + \frac{2025}{1024}m \right) - e^2\left(\frac{45}{64} + \frac{405}{128}m \right) + \frac{1755}{256}m\varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2gv - 3cv \quad e^3\gamma^2\left(-\frac{35}{64} + \frac{945}{256}m \right)$$

$$\cos c'mv \quad \varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \left(-\frac{3}{2}m^2 + \frac{585}{16}m^4 + \frac{1548}{6}m^5 + \frac{235421}{192}m^6 + \frac{8109311}{1728}m^7 + \frac{807803891}{55296}m^8 \right) \\ + e^2\left(\frac{69}{4}m^2 + \frac{4965}{32}m^3 + \frac{288177}{256}m^4 + \frac{47312399}{6144}m^5 + \frac{581865707}{12288}m^6 \right) \\ + \gamma^2\left(\frac{3}{2}m^2 - \frac{57}{16}m^3 - \frac{13317}{512}m^4 \right) - \frac{27}{16}m^2\varepsilon'^2 - \frac{75}{32}m\,b^4 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2c'mv \quad \varepsilon'^2 \left\{ \left(-\frac{9}{4}m^2 + \frac{4653}{64}m^4 + \frac{16973}{24}m^5 \right) + \frac{453}{32}m^2e^2 - \frac{7}{4}m^2\varepsilon'^2 + \frac{273}{128}m^2\gamma^2 \right\}$$

$$\cos 3c'mv \quad \varepsilon'^3\left(-\frac{53}{16}m^2 \right)$$

$$\cos 4c'mv \quad \varepsilon'^4\left(-\frac{77}{16}m^2 \right)$$

$\cos cv + c'mv \quad e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\frac{9}{8}m - \frac{837}{64}m^2 - \frac{17433}{256}m^3 - \frac{1351233}{4096}m^4 - \frac{72888057}{49152}m^3 \\ -\frac{7437169133}{1179648}m^6 - \frac{9}{16}me^2 + \frac{9}{4}m\gamma^2 - \frac{81}{64}m\varepsilon'^2 \end{array} \right\}$

$\cos cv - c'mv \quad e\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \frac{9}{8}m + \frac{1113}{64}m^2 + \frac{35553}{256}m^3 + \frac{3658705}{4096}m^4 + \frac{258190798}{49152}m^5 \\ +\frac{35904015187}{1179648}m^6 + \frac{9}{16}me^2 - \frac{9}{4}m\gamma^2 + \frac{81}{64}m\varepsilon'^2 \end{array} \right\}$

[$\cos cv + 2c'mv \quad e\varepsilon'^2 \left(-\frac{27}{32}m - \frac{2685}{256}m^2 - \frac{8083}{64}m^3 \right)$

$\cos cv - 2c'mv \quad e\varepsilon'^2 \left(\frac{27}{32}m + \frac{3915}{256}m^2 + \frac{79659}{512}m^3 + \frac{27}{64}me^2 + \frac{21}{32}m\varepsilon'^2 - \frac{27}{16}m\gamma^2. \right)$

$\cos cv + 3c'mv \quad e\varepsilon'^3 \left(-\frac{53}{64}m \right)$

$\cos cv - 3c'mv \quad e\varepsilon'^3 \left(\frac{53}{64}m \right)$

$\cos 2cv - 2c'mv \quad e^2\varepsilon'^2 \left(\frac{9}{8}m^2 + \frac{597}{32}m^3 - \frac{135}{256}m\gamma^2 \right)$

$\cos 2cv + c'mv \quad e^2\varepsilon' \left(\frac{3}{4}m^2 \right)$

$\cos 2cv - c'mv \quad e^2\varepsilon' \left(\frac{3}{4}m^2 + \frac{169}{16}m^3 - \frac{45}{64}m\gamma^2 \right)$

$\cos 2gv + c'mv \quad \gamma^2\varepsilon' \left(-\frac{9}{16}m + \frac{189}{128}m^2 \right)$

$\cos 2gv - c'mv \quad \gamma^2\varepsilon' \left(\frac{9}{16}m + \frac{111}{128}m^2 - \frac{901}{512}m^3 + \frac{27}{16}me^2 - \frac{27}{64}m\gamma^2 + \frac{81}{128}m\varepsilon'^2 \right)$

$\cos 2gv - 2c'mv \quad \gamma^2\varepsilon'^2 \left(\frac{27}{64}m + \frac{459}{512}m^2 - \frac{9}{128}m^3 + \frac{21}{64}m\varepsilon'^2 + \frac{81}{64}me^2 - \frac{81}{256}m\gamma^2 \right)$

$\cos 2gv + 2c'mv \quad \gamma^2\varepsilon'^2 \left(-\frac{27}{64}m \right)$

$\cos 2gv - 3c'mv \quad \varepsilon'^3\gamma^2 \left(\frac{53}{128}m \right)$

$\cos 2gv - cv + c'mv \quad e\varepsilon'\gamma^2 \left(-\frac{189}{64}m \right)$

$\cos 2gv - cv - c'mv \quad e\varepsilon'\gamma^2 \left(\frac{189}{64}m \right)$

$$\cos 2gv - 2cv + c'mv \quad e^2\varepsilon'\gamma^2\left(-\frac{135}{32}\,m\right)$$

$$\cos 2gv - 2cv - c'mv \quad e^2\varepsilon'\gamma^2\left(\ \frac{135}{32}\,m\right)$$

$$\cos 2gv - cv - 2c'mv \quad e\varepsilon'^2\gamma^2\left(\ \frac{567}{256}\,m\right)$$

$$\cos 2Ev \left\{\begin{array}{l}
\left(m^2+\frac{19}{6}m^3+\frac{64}{9}m^4+\frac{1475}{108}m^5+\frac{59717}{2592}m^6+\frac{498599}{15552}m^7+\frac{42441481}{1866240}m^8\right)\\
+\gamma^2\left(-\frac{8}{16}m-\frac{19}{64}m^2-\frac{461}{3072}m^3+\frac{35579}{36864}m^4+\frac{4452215}{884736}m^5\right)\\
+e^2\left(2.m^2+\frac{233}{24}m^3+\frac{16211}{576}m^4+\frac{1134725}{13824}m^5\right)\\
+\varepsilon'^2\left(-\frac{5}{2}m^2-\frac{95}{12}m^3-\frac{1099}{36}m^4-\frac{18985}{216}m^5\right)\\
+e^2\gamma^2\left(-\frac{9}{16}m-\frac{463}{128}m^2-\frac{39607}{3072}m^3\right)+e^2\varepsilon'^2\left(-5.m^2-\frac{425}{24}m^3\right)\\
+\varepsilon'^2\gamma^2\left(\frac{15}{32}m+\frac{79}{64}m^2+\frac{32347}{6144}m^3\right)+\gamma^4\left(\frac{9}{128}m+\frac{83}{512}m^2+\frac{2317}{6144}m^3\right)\\
+e^4\left(\frac{19}{8}m^2+\frac{971}{96}m^3\right)+\varepsilon'^4\left(\frac{13}{16}m^2+\frac{247}{96}m^3\right)+b^4\left(\frac{5}{8}m^2+\frac{675}{128}m^3\right)\\
-\frac{45}{256}m\varepsilon'^2\gamma^4+\frac{69}{64}me^2\gamma^4-\frac{45}{128}m\gamma^2b^4-\frac{89}{256}m\gamma^2\varepsilon'^4-\frac{1467}{1024}me^4\gamma^2\\
-\frac{57}{1024}m\gamma^6+\frac{45}{32}me^2\varepsilon'^2\gamma^2+\left(3.m^4+\frac{3}{2}m^3-\frac{9}{16}m^3\gamma^2\right)(\varepsilon'^2-E'^2)
\end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev - cv \quad e\left\{\begin{array}{l}
\left\{\begin{array}{l}\frac{15}{8}m+\frac{273}{32}m^2+\frac{13875}{512}m^3+\frac{164711}{2048}m^4\\
+\frac{11717381}{49152}m^5+\frac{487866553}{589824}m^6+\frac{726270278357}{283115520}m^7\end{array}\right\}\\
+e^2\left(\frac{45}{16}m+\frac{1527}{128}m^2+\frac{2109}{256}m^3-\frac{20355}{128}m^4\right)-\frac{141}{64}me^2\gamma^2\\
+\gamma^2\left(-\frac{9}{8}m-\frac{315}{64}m^2-\frac{5505}{256}m^3-\frac{93893}{1024}m^4\right)+\frac{45}{16}m\varepsilon'^2\gamma^2-\frac{225}{32}me^2\varepsilon'^2\\
+\varepsilon'^2\left(-\frac{75}{16}m-\frac{75}{8}m^2+\frac{137955}{1024}m^3+\frac{3812017}{2048}m^4\right)+\frac{195}{128}m\varepsilon'^4\\
+\frac{225}{64}me^4+\frac{57}{128}m\gamma^4+\frac{105}{64}mb^4+\left(\frac{45}{8}m^3+\frac{1773}{64}m^4\right)(\varepsilon'^2-E'^2)
\end{array}\right\}$$

$$\cos 2Ev + cv \quad e \left\{ \begin{array}{l} \left(-\frac{5}{8}m^2 - \frac{23}{48}m^3 - \frac{71}{1152}m^4 + \frac{66329}{13824}m^5 + \frac{5640553}{165888}m^6\right) \\ + e^2\left(-\frac{5}{8}m^2 - \frac{1703}{768}m^3 - \frac{17125}{9216}m^4\right) \\ + \gamma^2\left(-\frac{3}{16}m^2 - \frac{67}{128}m^3 - \frac{4027}{3072}m^4\right) \\ + \epsilon'^2\left(\frac{25}{16}m^2 + \frac{385}{96}m^3 + \frac{100417}{2304}m^4\right) - \frac{15}{8}m^4(\epsilon'^2 - E'^2) \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv \quad \epsilon' \left\{ \begin{array}{l} \left(-\frac{1}{2}m^2 - \frac{19}{24}m^3 - \frac{317}{144}m^4 - \frac{2171}{432}m^5 + \frac{4183}{1296}m^6 + \frac{7058371}{62208}m^7\right) \\ + \gamma^2\left(\frac{3}{16}m + \frac{23}{64}m^2 + \frac{4037}{3072}m^3\right) + \epsilon'^2\left(\frac{m^2}{16} + \frac{19}{192}m^3\right) \\ + e^2\left(-m^2 - \frac{49}{48}m^3 + \frac{36211}{1152}m^4 + \frac{8956067}{27648}m^5\right) \\ + \frac{9}{16}m e^2\gamma^2 - \frac{3}{128}m\epsilon'^2\gamma^2 - \frac{9}{128}m\gamma^4 - \frac{3}{2}m^4(\epsilon'^2 - E'^2) \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv \quad \epsilon' \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{7}{2}m^2 + \frac{133}{8}m^3 + \frac{1003}{16}m^4 + \frac{3203}{16}m^5 + \frac{24589}{48}m^6 + \frac{1750331}{2304}m^7\right) \\ + \gamma^2\left(-\frac{7}{16}m - \frac{75}{64}m^2 - \frac{2603}{1024}m^3\right) - \epsilon'^2\left(\frac{123}{16}m^2 + \frac{2337}{64}m^3\right) \\ + e^2\left(7.m^2 + \frac{773}{16}m^3 + \frac{26967}{128}m^4 + \frac{647549}{3072}m^5\right) \\ - \frac{21}{16}m e^2\gamma^2 + \frac{123}{128}m\epsilon'^2\gamma^2 + \frac{21}{128}m\gamma^4 + \frac{21}{4}m^4(\epsilon'^2 - E'^2) \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - 2cv \quad e^2 \left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} \frac{15}{4}m + \frac{147}{16}m^2 + \frac{8451}{256}m^3 + \frac{72441}{1024}m^4 \\ + \frac{987767}{8192}m^5 + \frac{8277013}{98304}m^6 + \frac{33504100151}{47185920}m^7 \end{array} \right\} \\ + e^2\left(\frac{45}{8}m + 10.m^2\right) - \gamma^2\left(\frac{135}{64}m + \frac{5619}{512}m^2\right) - \epsilon'^2\left(\frac{75}{8}m - 15.m^2\right) \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + 2cv \quad e^2\left(\frac{3}{8}m^2 - \frac{1}{4}m^3 - \frac{619}{960}m^4\right)$$

$$\cos 2Ev - 2gv \quad \gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{3}{16}m - \frac{69}{64}m^2 - \frac{657}{1024}m^3 + \frac{1029}{4096}m^4 + \frac{207659}{32768}m^5\right) \\ - e^2\left(\frac{33}{8}m - \frac{189}{64}m^2\right) + \gamma^2\left(\frac{3}{128}m + \frac{399}{512}m^2\right) - \epsilon'^2\left(\frac{15}{32}m - \frac{51}{64}m^2\right) \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + 2gv \quad \gamma^2\left(\frac{1}{8}m^2 + \frac{7}{48}m^3 - \frac{3}{128}m\gamma^2\right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv - cv \quad e\epsilon' \left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} -\frac{15}{8}m - \frac{3}{64}m^2 + \frac{17889}{256}m^3 + \frac{3150109}{4096}m^4 \\ +\frac{207858241}{49152}m^5 + \frac{49654618229}{1179648}m^6 \end{array} \right\} \\ -\frac{45}{16}me^2 + \frac{9}{8}m\gamma^2 + \frac{15}{64}m\epsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv + cv \quad e\epsilon' \left(\frac{5}{16}m^2 + \frac{79}{96}m^3 + \frac{41683}{4608}m^4 + \frac{3124645}{55296}m^5 \right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv - cv \quad e\epsilon' \left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} \frac{35}{8}m + \frac{1691}{64}m^2 + \frac{23115}{256}m^3 + \frac{757171}{4096}m^4 \\ -\frac{16146701}{49152}m^5 - \frac{7346624429}{1179648}m^6 \end{array} \right\} \\ +\frac{105}{16}me^2 - \frac{21}{8}m\gamma^2 - \frac{615}{64}m\epsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv + cv \quad e\epsilon' \left(-\frac{35}{16}m^2 - \frac{103}{32}m^3 - \frac{8485}{512}m^4 - \frac{146495}{2048}m^5 \right)$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv \quad \epsilon'^2 \left(\frac{17}{2}m^2 + \frac{323}{6}m^3 + \frac{10081}{36}m^4 + \frac{2119663}{1728}m^5 - \frac{51}{64}m\gamma^2 \right)$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv \quad \epsilon'^2 \left(\frac{9}{64}m\gamma^2 + 0.\,m^4 \right)$$

$$\cos 2Ev - 3cv \quad e^3 \left(\frac{15}{8}m + \frac{61}{128}m^2 \right)$$

$$\cos 2Ev + 3cv \quad e^3 \left(-\frac{7}{32}m^2 \right)$$

$$\cos 2Ev - 2gv - cv \quad e\gamma^2 \left(-\frac{3}{4}m - \frac{579}{128}m^2 \right)$$

$$\cos 2Ev + 2gv - cv \quad e\gamma^2 \left(-\frac{5}{64}m^2 - \frac{4031}{1536}m^3 \right)$$

$$\cos 2Ev - 2gv + cv \quad e\gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(-\frac{45}{64}m + \frac{335}{512}m^2 + \frac{14471}{3072}m^3 \right) \\ +\frac{225}{128}m\epsilon'^2 - \frac{3}{256}m\gamma^2 - \frac{826}{512}me^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + 2gv + cv \quad e\gamma^2 \left(-\frac{5}{32}m^2 \right)$$

$$\cos 2Ev + 3c'mv \quad \epsilon'^3 \left(\frac{1}{48}m^2 \right)$$

$$\cos 2Ev - 3c'mv \quad \epsilon'^3 \left(\frac{845}{48}m^2 \right)$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2 \left\{ \begin{array}{l} -\frac{45}{32}m - \frac{6399}{256}m^2 - \frac{90635}{512}m^3 \\ -\frac{135}{64}me^2 - \frac{35}{16}m\varepsilon'^2 + \frac{27}{32}m\gamma^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv - cv \quad e\varepsilon'^2 \left(\frac{255}{32}m + \frac{15639}{256}m^2 + \frac{132927}{512}m^3 + \frac{11721445}{16384}m^4 \right)$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv + cv \quad e\varepsilon'^2 \left(-\frac{85}{16}m^2 \right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} -\frac{15}{4}m + \frac{129}{16}m^2 + \frac{54387}{256}m^3 \\ +\frac{135}{64}m\gamma^2 + \frac{15}{32}m\varepsilon'^2 - \frac{45}{8}me^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon' \left\{ \begin{array}{l} \frac{35}{4}m + \frac{387}{16}m^2 + \frac{6561}{256}m^3 \\ -\frac{315}{64}m\gamma^2 - \frac{615}{32}m\varepsilon'^2 + \frac{105}{8}me^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv + 2cv \quad e^2\varepsilon' \left(-\frac{3}{16}m^2 \right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv + 2cv \quad e^2\varepsilon' \left(\frac{21}{16}m^2 \right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv - 2gv \quad \varepsilon'\gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} -\frac{3}{16}m - \frac{3}{32}m^2 + \frac{2295}{1024}m^3 \\ +\frac{33}{8}me^2 - \frac{3}{128}m\gamma^2 + \frac{3}{128}m\varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - c'mv - 2gv \quad \varepsilon'\gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{7}{16}m - \frac{103}{32}m^2 - \frac{5781}{1024}m^3 \\ -\frac{77}{8}me^2 + \frac{7}{128}m\gamma^2 - \frac{123}{128}m\varepsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + c'mv + 2gv \quad \varepsilon'\gamma^2 \left(-\frac{1}{16}m^2 \right).$$

$$\cos 2Ev - c'mv + 2gv \quad \varepsilon'\gamma^2 \left(\frac{7}{16}m^2 \right)$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 3cv \quad e^3\varepsilon'^2 \left(-\frac{585}{512}m \right)$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv - 2cv \quad e^2\varepsilon'^2 \left(\frac{255}{16}m + \frac{2703}{64}m^2 \right)$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 2cv \quad e^2\epsilon'^2 \left\{ \begin{array}{l} -\frac{45}{16}m - \frac{3267}{64}m^2 - \frac{342787}{1024}m^3 \\ -\frac{81}{32}me^2 + \frac{405}{256}m\gamma^2 - \frac{35}{8}m\epsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - 2c'mv - 2gv \quad \epsilon'^2\gamma^2 \left(\frac{51}{64}m - \frac{1887}{256}m^2 \right)$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv \quad \epsilon'^2\gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} -\frac{9}{64}m - \frac{33}{256}m^2 - \frac{4765}{4096}m^3 \\ +\frac{99}{32}me^2 - \frac{9}{512}m\gamma^2 - \frac{7}{32}m\epsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev + 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} -\frac{75}{128}m - \frac{2661}{1024}m^2 + \frac{1609}{2048}m^3 \\ +\frac{225}{256}m\gamma^2 - \frac{525}{512}me^2 + \frac{375}{256}m\epsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - 2gv + 2cv \quad e^2\gamma^2 \left\{ \begin{array}{l} -\frac{15}{128}m - \frac{649}{1024}m^2 - \frac{1063}{6144}m^3 \\ +\frac{15}{64}m\gamma^2 - \frac{165}{512}me^2 + \frac{75}{256}m\epsilon'^2 \end{array} \right\}$$

$$\cos 2Ev - 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2 \left(-\frac{15}{16}m \right)$$

$$\cos 2Ev - 4gv \quad \gamma^4 \left(-\frac{9}{128}m \right)$$

$$\cos 2Ev + 2gv - 3cv \quad e^3\gamma^2 \left(-\frac{1425}{512}m \right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv - 3cv \quad e^3\epsilon' \left(-\frac{15}{8}m \right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv - 3cv \quad e^3\epsilon' \left(\frac{35}{8}m \right)$$

$$\cos 2Ev + 3c'mv - cv \quad e\epsilon'^3 \left(-\frac{5}{64}m \right)$$

$$\sin 2Ev - 3c'mv - cv \quad e\epsilon'^3 \left(\frac{845}{64}m \right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv - 2gv + cv \quad e\epsilon'\gamma^2 \left(\frac{45}{64}m \right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv - 2gv + cv \quad e\epsilon'\gamma^2 \left(-\frac{105}{64}m \right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv - 2gv - ov \quad e\epsilon'\gamma^2 \left(\frac{3}{4}m \right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv - 2gv - cv \quad e\epsilon'\gamma^2 \left(-\frac{7}{4}m \right)$$

$$\cos 2Ev + 3c'mv - 2cv \qquad e^2\epsilon'^3\left(-\frac{5}{32}m\right)$$

$$\cos 2Ev - 3c'mv - 2cv \qquad e^2\epsilon'^3\left(\frac{845}{32}m\right)$$

$$\cos 2Ev + 3c'mv - 2gv \qquad \epsilon'^3\gamma^2\left(-\frac{1}{128}m^2\right)$$

$$\cos 2Ev - 3c'mv - 2gv \qquad \epsilon'^3\gamma^2\left(\frac{169}{128}m\right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv + 2gv - 2cv \qquad e^2\epsilon'\gamma^2\left(\frac{75}{128}m\right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv + 2gv - 2cv \qquad e^2\epsilon'\gamma^2\left(-\frac{175}{128}m\right)$$

$$\cos 2Ev + c'mv - 2gv + 2cv \qquad e^2\epsilon'\gamma^2\left(\frac{15}{128}m\right)$$

$$\cos 2Ev - c'mv - 2gv + 2cv \qquad e^2\epsilon'\gamma^2\left(-\frac{35}{128}m\right)$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv + cv \qquad e\epsilon'^2\gamma^2\left(\frac{135}{256}m\right)$$

$$\cos 2Ev + 2c'mv - 2gv - cv \qquad e\epsilon'^2\gamma^2\left(\frac{441}{1024}m\right)$$

$$\cos Ev \qquad b^2\left\{\begin{array}{l} -\frac{15}{16}m - \frac{81}{16}m^2 - \frac{8231}{128}m^3 - \frac{68889}{512}m^4 - \frac{1577733}{2048}m^5 \\ -\frac{37636103}{8192}m^6 + \frac{75}{32}m\gamma^2 - \frac{45}{16}me^2 - \frac{45}{16}m\epsilon'^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos Ev - cv \qquad eb^2\left\{\begin{array}{l} -\frac{15}{8}m - \frac{681}{64}m^2 - \frac{16083}{256}m^3 - \frac{1558125}{4096}m^4 \\ -\frac{36968749}{16384}m^5 - \frac{105}{8}m\epsilon'^2 - \frac{135}{32}me^2 + \frac{315}{64}m\gamma^2 \end{array}\right\}$$

$$\cos Ev + cv \qquad eb^2\left(-\frac{9}{8}m^2 - \frac{277}{32}m^3 - \frac{36515}{768}m^4 + \frac{45}{32}m\gamma^2\right)$$

$$\cos Ev + c'mv \qquad \epsilon'b^2\left\{\begin{array}{l} \left(\frac{5}{4} - \frac{45}{8}m + \frac{2121}{64}m^2 - \frac{63091}{768}m^3\right) + e^2\left(5 + \frac{905}{16}m\right) \\ -\gamma^2\left(\frac{5}{8} + \frac{185}{16}m\right) + \epsilon'^2\left(\frac{5}{4} - \frac{875}{16}m\right) \end{array}\right\}$$

$$\cos Ev - c'mv \qquad \epsilon'b^2\left(\frac{15}{16}m - \frac{21}{2}m^2 - \frac{2031}{128}m^3 - \frac{15}{4}m\epsilon'^2 + \frac{15}{2}me^2 + \frac{15}{16}m\gamma^2\right)$$

$$\cos Ev - 2cv \qquad e^2b^2\left(-\frac{15}{64}m\right)$$

$\cos Ev - 2gv$	$\gamma^2 b^2 \left(\frac{105}{64} m \right)$
$\cos Ev + 2c'mv$	$\varepsilon'^2 b^2 \left(- \frac{15}{128} m \right)$
$\cos Ev - 2c'mv$	$\varepsilon'^2 b^2 \left(\frac{485}{128} m \right)$
$\cos Ev - c'mv + cv$	$e\varepsilon' b^2 \left(- \frac{7}{8} m^2 - \frac{7405}{192} m^3 + \frac{165}{128} m \gamma^2 \right)$
$\cos Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon' b^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{5}{2} - \frac{45}{4} m + \frac{4629}{64} m^2 - \frac{47597}{192} m^3 + e^2 \left(\frac{55}{8} + \frac{385}{8} m \right) \\ - \gamma^2 \left(\frac{25}{16} + \frac{665}{32} m \right) + \varepsilon'^2 \left(\frac{5}{2} - \frac{3225}{64} m \right) \end{array} \right\}$
$\cos Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon' b^2 \left(\frac{105}{16} m - \frac{2403}{64} m^2 \right)$
$\cos Ev - 2gv + cv$	$e\gamma^2 b^2 \left(\frac{165}{64} m \right)$
$\cos Ev + 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2 b^2 \left(\frac{165}{64} m \right)$
$\cos Ev - 2c'mv - cv$	$e\varepsilon'^2 b^2 \left(\frac{1135}{64} m \right)$
$\cos Ev + c'mv - 2cv$	$e^2 \varepsilon' b^2 \left(- \frac{5}{16} - \frac{805}{8} m \right)$
$\cos Ev + c'mv - 2gv$	$\gamma^2 \varepsilon' b^2 \left(- \frac{35}{48} + \frac{95}{16} m \right)$
$\cos Ev - c'mv - cv + 2gv$	$e\varepsilon' \gamma^2 b^2 \left(- \frac{175}{64} m \right)$
$\cos Ev + c'mv + cv - 2gv$	$e\varepsilon' \gamma^2 b^2 \left(- \frac{95}{48} + \frac{2155}{128} m \right)$
$\cos 3Ev$	$b^2 \left(\frac{25}{64} m^2 + \frac{415}{256} m^3 + \frac{1355}{256} m^4 + \frac{217859}{12288} m^5 \right)$
$\cos 3Ev - c'mv$	$\varepsilon' b^2 \left(\frac{125}{64} m^2 \right)$
$\cos 3Ev + c'mv$	$\varepsilon' b^2 \left(- \frac{75}{64} m^2 + \frac{495}{256} m^3 \right)$
$\cos 3Ev - cv$	$e b^2 \left(- \frac{5}{2} m^2 - \frac{1285}{64} m^3 - \frac{13443}{128} m^4 + \frac{25}{64} m \gamma^2 \right)$
$\cos 3Ev + cv$	$e b^2 \left(- \frac{15}{32} m^2 \right)$

$\cos 3Ev - 2cv$	$e^2 b^2 \left(-\frac{175}{64} m \right)$
$\cos 3Ev - 2gv$	$\gamma^2 b^2 \left(-\frac{25}{64} m \right)$
$\cos 3Ev - 3cv$	$e^3 b^2 \left(-\frac{175}{32} m \right)$
$\cos 3Ev - 2gv - cv$	$e\gamma^2 b^2 \left(-\frac{75}{64} m \right)$
$\cos 3Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon' b^2 \left(5.m^2 + \frac{1235}{96} m^3 - \frac{75}{64} m\gamma^2 \right)$
$\cos 3Ev + c'mv - 2cv$	$e^2 \varepsilon' b^2 \left(\frac{75}{16} m \right)$
$\cos 3Ev + c'mv - 2gv$	$\gamma^2 \varepsilon' b^2 \left(\frac{25}{64} m \right)$
$\cos 3Ev + c'mv + cv - 2gv$	$e\varepsilon' \gamma^2 b^2 \left(-\frac{5}{32} m \right)$
$\cos 4Ev$	$\left(-\frac{1}{2} m^4 - \frac{851}{160} m^5 - \frac{43231}{7200} m^6 + \frac{45}{32} m^3 e^2 + \frac{3}{32} m^3 \gamma^2 \right)$
$\cos 4Ev - cv$	$e \left\{ \begin{array}{l} -\frac{75}{64} m^3 - \frac{1215}{256} m^4 - \frac{130609}{12288} m^5 - \frac{787785}{49152} m^6 \\ -\frac{15}{128} m^3 \gamma^2 + \frac{725}{64} m^3 \varepsilon'^2 - \frac{15}{128} m^3 e^2 \end{array} \right\}$
$\cos 4Ev + cv$	$e \left(\frac{119}{128} m^4 \right)$
$\cos 4Ev + c'mv$	$\varepsilon' \left(\frac{1}{2} m^4 + \frac{1058}{640} m^5 - \frac{135}{64} m^3 e^2 \right)$
$\cos 4Ev - c'mv$	$\varepsilon' \left(-\frac{7}{2} m^4 - \frac{2457}{128} m^5 + \frac{525}{64} m^3 e^2 \right)$
$\cos 4Ev - 2cv$	$e^2 \left(\frac{15}{4} m^3 + \frac{5425}{128} m^4 + \frac{89287}{384} m^5 + \frac{37627103}{36864} m^6 \right)$
$\cos 4Ev - 2gv$	$\gamma^2 \left(-\frac{9}{256} m^2 - \frac{57}{512} m^3 + \frac{6273}{8192} m^4 \right)$
$\cos 4Ev + c'mv - cv$	$e\varepsilon' \left(\frac{225}{128} m^3 + \frac{1195}{512} m^4 - \frac{324693}{8192} m^5 \right)$
$\cos 4Ev - c'mv - cv$	$e\varepsilon' \left(-\frac{875}{128} m^3 - \frac{48535}{1536} m^4 - \frac{5109125}{73728} m^5 \right)$

$\cos 4Ev + c'mv - 2gv \quad \epsilon'\gamma^2\left(\ \frac{9}{128}m^2 + \frac{838}{1024}m^3\right)$

$\cos 4Ev - c'mv - 2gv \quad \epsilon'\gamma^2\left(-\frac{21}{128}m^2\right)$

$\cos 4Ev + 2c'mv - 2gv \quad \epsilon'^2\gamma^2\left(\ \frac{9}{512}m^2 - \frac{255}{4096}m^3\right)$

$\cos 4Ev - 3cv \quad e^3\left(\ \frac{675}{256}m^2\right)$

$\cos 4Ev - 2gv - cv \quad e\gamma^2\left(-\frac{9}{256}m^2\right)$

$\cos 4Ev - 4cv \quad e^4\left(\ \frac{675}{128}m^2\right)$

$\cos 4Ev - 4gv \quad \gamma^4\left(\ \frac{81}{2048}m^2\right)$

$\cos 4Ev - 2gv - 2cv \quad e^2\gamma^2\left(-\frac{405}{512}m^2\right)$

$\cos 4Ev + 2c'mv - cv \quad e\epsilon'^2\left(\ \frac{75}{256}m^3\right)$

$\cos 4Ev - 2c'mv - cv \quad e\epsilon'^2\left(-\frac{6275}{256}m^3\right)$

$\cos 4Ev + c'mv - 2cv \quad e^2\epsilon'\left(-\frac{45}{8}m^3\right)$

$\cos 4Ev + 2c'mv - 2cv \quad e^2\epsilon'^2\left(-\frac{15}{16}m^3\right)$

$\cos 6Ev - 2cv \quad e^3\left(\ \frac{675}{512}m^4\right)$

$\cos 6Ev - cv \quad e\left(\ \frac{1785}{1024}m^5\right).$

195. On peut donner à l'expression de au plusieurs dispositions différentes de celle-ci; et, dans ce nombre, la suivante mérite d'être rémarquée. Admettons pour un moment, que la quantité désignée par m soit de l'ordre zéro, et que e, ϵ', γ, b soient les seules quantités du premier ordre. Il est évident, que le symbole

$$au = \Sigma P . e^{p}\, \epsilon'^{q}\, \gamma^{2f}\, b^{2l}$$

représente la totalité des termes qui composent l'expression précédente de au, lorsqu'on y considère les exposans p, q, $2f$, $2l$ comme

des nombres entiers positifs, ou zéro ; et le coefficient P comme une fonction de v, susceptible d'être développée en termes périodiques, ayant tous pour coefficient des fonctions de m, seulement : de sorte qu'on aura, en général,

$$P = \Sigma F(m) \cos \{ p' E v \pm q' c v \pm l' c' m v \pm 2 f' g v \},$$

pourvu que p', q', l', f' soient des nombres entiers convenablement choisis, y compris zéro. Il n'est pas moins clair, que cette forme convient à l'expression de ss, et même à celle de $nt + \varepsilon - v - \int \zeta dv$, en y changeant le signe *cosinus* en celui de *sinus*.

D'après cette manière de voir on pourrait, dés le commencement de cette théorie, établir l'équation

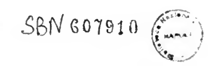
$$au = P_0 + (e P_1 + \varepsilon' P_2) + (e^2 Q_1 + \varepsilon'^2 Q_2 + \gamma^2 Q_3 + b^2 Q_4 + e\varepsilon' Q_5) + \text{etc.};$$

et deux autres équations analogues, propres à exprimer les valeurs de s et $nt + \varepsilon - v - \int \zeta dv$. Cela posé, on conçoit que la substitution de ces expressions dans les trois équations différentielles du probléme fournirait trois résultats, que je désigne par $(A) = 0$, $(B) = 0$, $(C) = 0$, susceptibles d'être ordonnés de la même manière. Mais il est essentiel d'observer, que cette dernière disposition, faite sans la connoissance des fonctions P_0, P_1 ect., serait illusoire ; parceque les termes de la forme $\frac{dP_1}{dv}$, $\frac{dP_2}{dv}$, etc. $\int P_1 dv$, $\int P_2 dv$ etc. sont, dans le fond, des fonctions périodiques, qui, par l'acte de la différentiation et de l'intégration, reçoivent des coefficiens ; où les lettres e, ε', γ, b se trouvent implicitement renfermées dans les valeurs de c et g, dont ces termes sont nécessairement fonction. Sans cette circonstance, inhérente à la forme des équations différentielles du problème (et qui demeure cachée ou inaperçue lorsqu'on emploie dés le commencement les valeurs numériques de g et c) on pourrait vérifier les trois équations $(A) = 0$, $(B) = 0$, $(C) = 0$, en égalant séparément à zéro les coefficiens de e, ε', e^2, ε'^2, γ^2 etc. ; et obtenir

par là les équations différentielles propres à la détermination des fonctions de v, qui multiplient les différentes puissances, ou produits des quatre lettres e, ϵ', γ, b, dans les expressions présupposées de au, s', $nt+\epsilon-v-\int\zeta dv$. Mais en opérant ainsi, on traiterait, tacitement, c et g comme des fonctions de *m seulement*, et dès lors la solution du problème cesserait d'être conforme aux principes de l'analyse algébrique. En admettant même un succés complet dans le résultat final, il ne prouverait rien en faveur d'une telle méthode; il faudrait l'attribuer à des compensations heureuses, aussi difficiles à prévoir que l'intégration directe par la voie des intégrations successives.

Euler, dans sa Théorie de la Lune publiée en 1772, a suivi une méthode qui a de l'analogie avec celle qu'on vient d'indiquer, abstraction faite de la différence qui tient au choix de la variable indépendante. Mais, *Euler*, loin de surmonter, ou d'éluder l'objection qu'on vient de faire, il a renoncé tout-à-fait à l'idée fondamentale d'une solution purement littérale, et par-là son Ouvrage, important sous d'autres rapports, ne saurait l'être pour tout ce qui tient à la Théorie de la Lune proprement dite : théorie dont l'essence consiste plus dans la détermination de l'expression analytique des coefficiens, que dans la recherche de leur valeur numérique et absolue. Sous ce double rapport, il nous paraît d'avoir atteint le but que nous nous étions proposé. Les trois coordonnées de la Lune sont déduites dans cet Ouvrage d'après le seul principe de la gravitation universelle, et nous pouvons, avec quelque fondement, répéter avec l'immortel *Euler*, que *fere incredibili labore calculum theoreticum sumus executi.*

FIN DU TROISIÈME ET DERNIER VOLUME.



V. Botto Rev. Arciv.

Si permette la stampa
Torino il 28 di dicembre 1832
M. S. PROVANA per la G. C.



